

# GARCH 모형을 활용한 비트코인에 대한 체계적 위험분석

이 중 만\*

## Systematic Risk Analysis on Bitcoin Using GARCH Model

Jung Mann Lee\*

### Abstract

The purpose of this study was to examine the volatility of bitcoin, diagnose if bitcoin are a systematic risk asset, and evaluate their effectiveness by estimating market beta representing systematic risk using GARCH (Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity) model. First, the empirical results showed that the market beta of Bitcoin using the OLS model was estimated at 0.7745. Second, using GARCH (1, 2) model, the market beta of Bitcoin was estimated to be significant, and the effects of ARCH and GARCH were found to be significant over time, resulting in conditional volatility. Third, the estimated market beta of the GARCH (1, 2), AR (1)-GARCH (1), and MA (1)-GARCH (1, 2) models were also less than 1 at 0.8819, 0.8835, and 0.8775 respectively, showing that there is no systematic risk. Finally, in terms of efficiency, GARCH model was more efficient because the standard error of a market beta was less than that of the OLS model. Among the GARCH models, the MA (1)-GARCH (1, 2) model considering non-simultaneous transactions was estimated to be the most appropriate model.

Keywords : Bitcoin, Volatility, Systematic Risk, GARCH Model

## 1. 서 론

암호화폐의 대표통화인 비트코인은 최근 들어 변동성이 매우 높다. 비트코인은 2008년에 사토시 나카모토에 의해 소개되고 2009년에는 거래소에서 거래되지 않았으며, 2010년에는 최고가격이 0.39달러에 불과했다. 2013년 1월 1일에 13.30불에서 그해 12월에는 1,147.25불로 폭등을 했으며, 2015년 3월 1일에는 258.97불로 폭락하는 양상을 보이듯 가격 변동성이 심했다. 2017년 12월 15일에 최고가격인 17,900불 가까이 기록하였으나, 2018년 8월 24일 기준 현재 6,503.40불까지 하락한 상태이다. 이러한 가격 변동을 보이고 있는 비트코인은 투기자산이지만 체계적 위험<sup>1)</sup>은 아닌 것으로 인식해 왔다[The Economist, 2017]. 그러나, 최근 들어 암호통화의 파급위험(Spillover Risk)은 주식시장과 경제 시스템에 매우 실질적인 위협이 될 수 있다고 인식하기 시작했다[Heisenberg, 2018]. 중앙은행 시스템이 아닌 암호화폐의 변동성은 체계적 위험을 발생 시킬 수 있고, 위험을 제거하기 위해 중앙은행이 통합 암호화폐 제조를 고려하는 등 각국 중앙은행들은 암호화폐의 투기를 잠재우기 위하여 공동대책을 강구하고 있다[Kim, 2017].

Scott Gilbert and Hio Loi[2018]는 CAPM Model과 Fama-French Three Factors Model을 이용하여 비트코인 암호통화를 대상으로 체계적 위험여부를 진단하였는데, 연구결과, 비트코인은 높은 변동성을 보이고 있으나 체계적 위험은 아니며, 투자 포트폴리오에 긍정적 기여를 하고 있으며, 비트코

인의 적정 투자포트폴리오를 21% 구성을 제시하고 있다. Dyhrberg[2016]는 Asymmetric GARCH와 Exponential GARCH를 활용하여 비트코인은 주식시장(Stock Exchange Index) 헤지(hedge) 수단으로 사용될 수 있으며, 비트코인은 시장 포트폴리오와 위험관리측면에서 유용한 수단이며 긍정적인 기여를 하고 있음을 보여주고 있다. Cermak[2017]은 비트코인이 변동성 때문에 일반화폐(Fiat Money)의 대안이 되는데 있어 큰 장애를 갖고 있지만, 이미 중국, 미국, EU(일본은 제외)에서는 통용되는 화폐의 역할을 하고 있으며, 변동성이 계속 줄고 있어 2019~2020년에는 Fiat Money에 대한 대안이 되고 있음을 전망하고 있다. Briere, Oosterlink and Szafarz[2015]는 비트코인은 다른 자산과 낮은 상관관계를 갖고 있으며, 비트코인을 포함한 투자 포트폴리오가 비트코인이 없는 투자포트폴리오와 비교해서 보다 높은 수익률을 보이고 있다.

본 연구의 목적은 비트코인에 대한 변동성을 살펴보고 비트코인이 체계적 위험자산인지 진단하고, 조건부 이분산 모형을 이용하여 위험도(risk)를 나타내는 시장베타를 추정하여 그 효율성을 평가하는 것이다.

재무경제에 있어서 가장 큰 관심의 대상 중 하나는 위험에 대한 연구이다. 특히 개별주식에 대한 체계적 위험 또는 시장베타를 어떻게 측정하고 의사결정에 이용하느냐는 매우 중요한 문제이다. 시장베타는 적정자본비용을 산정 하는데 근간이 되기 때문에 시장베타에 대한 추정은 효율성이 높아야 한다. Bera et al.[1988], Gosh[1992], Koutmos et al.[1994] 등은 시장모형(market model)의 체계적 위험(systematic risk)을 추정함에 있어서 조건부 이분산을 고려할 경우 최소자승법에 의한 OLS추정치 보다 더욱 효율적임을 보여주었다.

Chung and Kim[1995]도 조건부 변동성이 존재하는 경우 개별기업의 시장베타의 표준오차가 전통적인 최소자승법 보다 훨씬 작게 나타나 효율

1) 체계적 위험(體系的危險)은 모든 경제주체들에게 동일하게 작용하는 위험 요소를 말한다. 포트폴리오의 주식수를 늘린다 하더라도 제거할 수 없는 위험으로, 세계경제, 정부정책, 물가상승, 이자율 등 시장 구조 자체의 위험이 여기에 속한다(<https://ko.wikipedia.org>). 비체계적 위험은 분산투자를 통해 주식투자위험을 줄일 수 있다는 것은 주가변화 중에서 분산투자로 제거할 수 있는 변화가 있음을 의미한다[Lee, 2003].

성이 높은 추정치를 얻을 수 있음을 시사하고 있다. 또한, 삼성물산 및 삼부토건 주식수익률 대상으로 체계적 위험과 효율성을 추정하였다. Deokgo et al.[1996]은 재무자료를 이용하여 한국통신의 자본비용 결정에 관한 연구를 하였다, Lee[1997]는 GARCH-M 모델을 이용하여 니케이 225 주가지수에 대한 시간변동 위험프리미어에 대해서 조사를 했으며, 니케이 225 주가지수 현물 및 선물 가격 수익률은 변동성이 높고, 니케이 225 주가지수 초과수익률과 GARCH-M 모델을 활용한 조건부 분산은 음의 관계에 있음을 보여주었다. Lee et al.[1999]는 ARCH와 GARCH 모형을 이용한 조건부 이분산 모형을 이용하여 통신사업자의 기업위험도(Risk)를 나타내는 시장베타를 추정 및 비교 분석하였으며, 한국통신, 테이콤, SKT 등 주식을 대상으로 자본비용 산정을 위해 시장베타를 제시하였다.

본 연구는 다음과 같이 구성되어있다. 제2장에서는 비트코인에 대한 시계열 데이터 분석을 살펴보기 위하여 시계열의 자기상관에 대하여 살펴보고, 제3장에서는 조건부 이분산 모형을 적용하였으며, 제4장에서는 전통적 최소자승법과 조건부 이분산을 고려한 시장베타를 비교하여 추정의 효율성을 평가하고, 또한 비동시적 거래 문제를 고려한 시장베타를 평가하였다. 끝으로 제5장에서는 실증분석결과를 요약하고 시사점에 대해 살펴보았다.

## 2. 비트코인에 대한 시계열 데이터 분석

전통적인 최소자승법과 조건부 이분산을 고려한 시장베타의 산출을 위하여 2017년 10월 1일부터 2018년 6월 30일까지 암호화폐의 대표통화인 비트코인의 일별 가격<sup>2)</sup>을 이용하였으며, 암호통화의

2) 비트코인 일별가격은 [www.investing.com/crypto](http://www.investing.com/crypto)에서 데이터 이용하였으며, 범위내의 가장 최신데이터(UTC 기준)인 종가를 적용.

시장지수는 최근 2018년 6월부터 제공된 업비트 시장대표지수(UBMI: Upbit Market Index)를 이용하여 산출하였다.

업비트 암호화폐 지수는 4개로 분류되어 시장의 대표적인 표준지수인 Market Index, 테마투자를 위한 Theme Index, 전략/계량투자를 위한 Strategic Index, 대표가격 및 파생상품을 위한 Reference Index가 있다. 그중 업비트 시장대표지수(UBMI: Upbit Market Index)<sup>3)</sup>는 유동비율을 고려한 시가총액 가중방식 인덱스으로써 암호화폐 시장 전반적인 움직임을 지표화한 지수이다. 계산방식은 업비트 거래소에 상장된 모든 암호화폐 자산의 시가총액 합산가격을 지수의 기준 시가총액으로 나눈 뒤 1,000을 곱한 수치로 나타낸다.

$$UBMI_t = [(\sum_i P_{i,t} \times S_{i,t}) / B_t] \times 1,000.00$$

여기서, i: 지수 내 포함된 종목<sup>4)</sup>,

t: 지수 산출시점

$P_{i,t}$ : i종목의 t시점의 업비트 거래가격  
(KRW 환산)

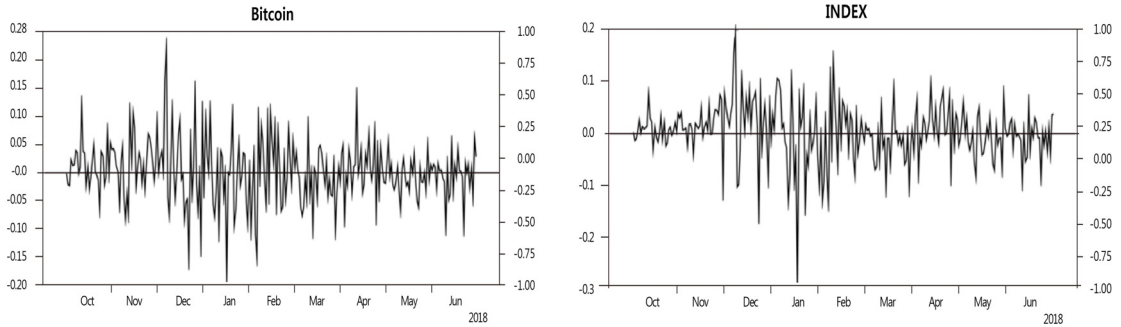
$S_{i,t}$ : i종목의 t시점의 암호화폐 유동물량

$B_t$ : t시점의 업비트 시장지수 기준시가  
총액

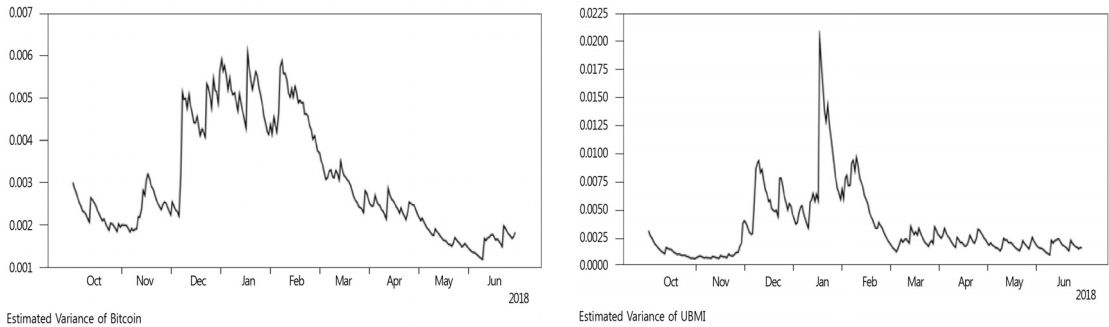
일별 비트코인 및 시장대표 지수에 대한 수익률은 <Figure 1>에서 보듯이 전반적으로 변동성이 높은 것을 알 수 있다. <Figure 2>은 <Figure 1>과 동일한 검정기간 동안 조건부 분산의 시계열로서 <Figure 1>보다 확연하게 일별수익률이 조건

3) UBMI 지수의 시작일은 2017년 10월 1일이며, 세계 협정 시간인 UTC 기준 0:00이다. 지수의 시작 값은 1,000이며 시작 시점기준 지수 구성자산의 KRW 환산 시가총액은 지수산출의 기준시가 총액으로 한다.

4) 업비트 시장지수 및 알트코인 지수의 개편은 매월 두 번째 영업일 기준으로 진행되며, 구성종목의 변경 및 유동물량의 조정 등은 해당일 UTC+0 기준 0:00(KST기준 오전 9시)으로 진행된다.



<Figure 1> Volatility Trend of Crypto-Currency Returns



<Figure 2> Conditional Variance Trend of Crypto-Currency Returns

부 변동의 이동형태를 보여주고 있다. 그림에서 보면 수익률변동이 11월 말부터 2월 말까지 집중하여 나타나고 있다.

<Table 1>의 비트코인 및 Market Index에 대한 평균수익률을 보면, 모든 일별 수익률은 유의한 정(+)의 평균수익률이 나타났다. 기존연구에 의하면 주가수익률의 변동은 정규분포보다 꼬리 부분이 두터운 렙토커틱(leptokurtic)한 분포를 이루고 있는 것으로 알려져 있는 것과 같이 암호화폐의 첨도(Kurtosis)의 수치가 1을 모두 넘고 있어 정규분포에서 벗어나고 있음을 보여주고 있다. 본 연구에서는 일별 수익률이 정규분포에서 벗어나는 정도를 알아보기 위하여 Bera-Jarque Test<sup>5)</sup>

5) 정규분포를 갖는다는 귀무가설하에 Bera-Jarque 통계량은 자유도 2를 갖는  $\chi^2$ 를 따른다.  $Bera-Jarque\ Test = T \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{K-3^2}{24} \right] \sim \chi^2(T)$  (T: 계열의 관측값, S: 왜도, K: 첨도) 따라서 Bera-Jarque 통계량  $> \chi^2(2)$ 이면 귀무가설은 기각되어 정규분포를 따르지 않음을 나타낸다.

도 이용하였다. <Table 1>의 Bera-Jarque Test 통계량에 의하면 일별 수익률은 유의수준에서 정규분포를 따른다는 귀무가설을 모두 기각하여 수익률의 분포가 렙토 커틱한 분포로 나타남에 따라 수익률의 변동성이 높았다는 사실을 반영하고 있다. 이 결과는 비트코인의 수익률이 정규분포가 아니라는 Mandelbrot[1963]와 Fama[1965]의 연구결과와도 일치한다. Mandelbrot[1963]와 Fama(1965)는 자본자산 가격이 비정규분포(leptokurtic)를 따른다는 견해를 밝히고 있다. 이것은 자산수익률이 이분산적(heteroscedastic)이며 특정기간에 집중하여 나타난다는 것을 의미하며 최근 시계열분석에서 실증적으로 입증되고 있다. 고전적 선형회귀 모형의 가장 중요한 가정 중의 하나는 관측시점에 상관없이 각각의 서로 다른 관측시점에서의 오차항들의 분포는 동일한 분산을 갖는다는 것이다. 따라서, 자본자산가격의 경우 시계열 자료의 변동

성 때문에 오차항의 분포가 동일하지 않은 이분산이라면 고전적 선형회귀모형의 추정치는 비효율적이게 된다. 이와 같은 이분산을 조정하기 위하여 Engle[1982]은 시계열자료의 변동성을 설명하기 위하여 조건부 이분산 모형(Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity: ARCH)을 도입하였다.

<Table 1> Basic Statistics

Category	Coins	Bitcoin	UBMI
Observations		272	272
Average		0.8617* (0.3896)	0.9495* (0.3432)
Standard Deviation(%)		5.50	5.49
Kurtosis		1.5450	3.3385
Skewness		0.1429	-0.6335
Bera-Jarque Test		27.98**	144.51**

\*, \*\* significant in statistics at 0% level

<Table 2> ACF and PACF

Time Lag	Bitcoin		UBMI	
	ACF	PACF	ACF	PACF
1	0.976	0.976	0.983	0.983
2	0.949	-0.056	0.964	-0.103
3	0.922	-0.014	0.942	-0.062
4	0.895	-0.021	0.921	0.028
5	0.872	0.062	0.902	0.048
6	0.844	-0.114	0.880	-0.134
7	0.819	0.059	0.854	-0.106
8	0.796	0.021	0.828	0.008
9	0.771	-0.060	0.802	0.014
10	0.745	-0.041	0.776	-0.046
12	0.681	0.026	0.728	0.034
16	0.587	0.002	0.635	-0.021
Q(4)	972.32*		1,007.38*	
Q(8)	1,754.46*		1,852.87*	
Q(16)	2,807.96*		3,045.94*	

\* In case of Ljung-Box Q statistics, the critical values of  $\chi^2(4)$ ,  $\chi^2(8)$ ,  $\chi^2(16)$  are 13.28, 20.09, 32.00 at 1% significant level respectively.

다음은 비트코인 및 UBMI 시계열자료가 조건부 이분산모형에 적합한지 살펴보기 위하여 <Table

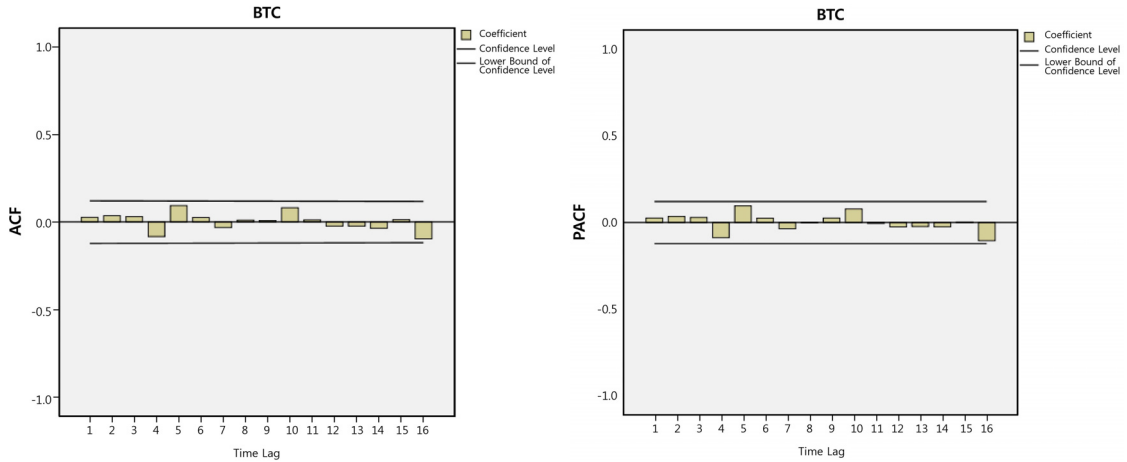
2>의 시계열 자기 상관계수(ACF: partial auto-correlation function)와 부분 자기 상관계수(PACF: partial autocorrelation function)를 분석하였다. ACF와 PACF를 이용하여 시계열 데이터의 정상성 여부를 확인한 결과, ACF값은 서서히 줄어들어 들지만 그 값은 1에 가까워 매우 크다. 반면에 위의 PACF는 시차 1에서 값이 1에 가깝고 이후에 급격히 0에 가깝게 줄어들어 1차 자기회귀항 패턴인 비정상 시계열을 나타내고 있다. 또한 Ljung-Box Q통계량<sup>6)</sup>도 모두 훨씬 높아 자기 상관 관계가 존재하는 것으로 보여주고 있다. 이런 경우, 보통 경제학이나 재무관리분야에서는 로그변환한 후 1차 차분한 자료를 사용하는데, 로그 수익률(log return)은 데이터를 normalize할 수 있으며 정규분포가 된다[Varinec Cermak, 2017].

또한, 시계열 정상성 여부를 확인하기 위해서, 로그변환을 하고 1차 차분한 시계열 자료에 대한 비트코인의 ACF와 PACF는 <Figure 3>과 같이 신뢰구간에서 대체로 안정화되고 일정해짐을 볼 수 있다. 자기상관의 영향을 제거하고 정상성(stationarity)의 존재를 확인하기 위하여 ADF(Augmented Dickey-Fuller) Test<sup>7)</sup>를 하였다.

<Table 3>의 ADF Test 결과도 로그변환 및 1차 차분한 데이터 값이 raw data와 로그 변환한 데이터보다 통계량이 높고, 임계치보다 높아 정상성을 만족함에 따라, 로그변환 및 1차 차분

6) 자기상관을 갖지 않는다는 귀무가설하에 Ljung-Box Q통계량은 검정되어질 시차와 같은 자유도를 갖는  $\chi^2$ 를 따른다.  $Q = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{t-k} \sim \chi_m^2$  (T = 관측치, m = 검정되어질 시차,  $\rho_k$  = 각계열의 자기 상관계수) 따라서 L-B Q 통계량  $> \chi_m^2$ 이면 귀무가설은 기각되어 자기상관이 존재함을 의미한다.

7) 회귀방정식인  $\Delta R_t = a + \rho R_{t-1} + \sum_{i=1}^k \Delta R_{t-i} + \epsilon$  ( $\Delta R_t = R_t - R_{t-1}$ ,  $R_t$  = 수익률)을 추정하여  $H_0: \rho = 0$ 의 귀무가설을 검증한다.  $\rho$ 의 절대값 t-statistic이 임계치보다 높을 경우, 귀무가설을 기각하여 그 수익률은 정상성(stationarity) 조건을 충족하게 된다.



<Figure 3> Log Transformation and ACF and PACF of First Differentiated Bitcoin

한 데이터가 시계열 분석에 적합하여 이를 선택하여 분석한다.

용하였다.

<Table 3> ADF(Augmented Dickey-Fuller) Test

Category	DF Statistics		Time Lag
	- raw data	Bitcoin	
	UBMI	-0.6948	
- Log Transformation	Bitcoin	0.1088	16
	UBMI	0.0262	
- Log Transformation and First Differentiation	Bitcoin	-3.6692*	16
	UBMI	-2.6781*	

\* critical value is -2.5736 at 1% significant level.

### 3. 조건부 이분산 모형적용

#### 3.1 조건부 이분산 모형

본 연구에서는 조건부 이분산모형을 고려한 시장베타를 추정하기 위하여 ARCH(q) 모형, 일반화된 ARCH(q, p) 모형(Generalized ARCH: GARCH), 그리고 비동시적 거래 문제를 고려하기 위한 AR(1)-GARCH(q, p), MA(1)-GARCH(q, p) 모형<sup>8)</sup>을 이

#### 3.1.1 ARCH(q) 모형

$$R_{st} = \mu + bR_{mt} + \epsilon_t \epsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

$R_{st}$ : t기간에 있어서 개별주식 S의 수익률

$b$ : 모수의  $k \times 1$  벡터 (= 체계적 위험)

$R_{mt}$ : t기간 내의 종합주가지수 수익률

$\epsilon_t$ : 오차항

$\Phi_{t-1}$ : t-1까지의 모든 정보들의 집합

$$(\alpha_0 > 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q \geq 0)$$

평균방정식인 식 (1)은 시장모형을 적용하였으며 분산방정식인 식 (2)의 경우, 과거정보에 근거한 조건부 분산인  $h_t$ 는 과거오차항의 제곱치들의 선형 결합 함수로 설명되고 있다. 외부의 충격인  $\epsilon_t$ 가 어떤 시점에 큰 충격이 있었다면 그 충격의 여파가 다음 시점에도 지속된다는 것을 의

8) Scholes and Williams[1977]는 MA(1)항을, Lo Mackinlay [1990]는 AR(1)항을 추가하여 비동시적 거래문제로 인하

여 발생하는 시계열 상관을 조정하는 방법을 제시하였다.

미한다. 식 (2)에서  $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ 인 경우 ARCH(q) 과정의 정상성(Stationarity)의 필요충분조건이 충족되며<sup>9)</sup>,  $\alpha_2$ 는  $\alpha_1$ 과 비교하여 오래된 정보로서 현재의 변동성에 미치는 영향은 작아지게 된다. 또한 ARCH(q)과정은 가장 최근 오차항의 제곱만을 이용하여 변동성을 추정하기 때문에 단기 기억과정(short memory process)이라고도 한다.

### 3.1.2 GARCH 모형

Bollerslev[1986]는 현재분산을 추정하기 위해서 분산방정식 (2)에 과거 조건부 분산을 추가로 더하여 더 유연한 시차구조를 가지는 일반화한 GARCH 모형인 식 (3)을 소개하였다.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=0}^p \beta_j h_{t-j} \quad (3)$$

여기서  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0 (i=1, \dots, q, q \geq 0)$

$$\beta_j \geq 0 (j=1, \dots, p, p \geq 0)$$

GARCH 모형은 ARCH(q)의 무한시차 모형으로서 장기기억과정(long memory process)이다.  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 계수들이 정(正)으로서의 유의성이 있으면 ARCH 및 GARCH 효과가 존재함을 의미하며, 수익률 변동성에 대한 충격이 지속됨을 의미한다.  $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ 일 경우, GARCH(q, p) 과정의 정상성(weakly stationarity)의 필요충분조건이 충족되며<sup>10)</sup>, 이 모델을 통합 GARCH(Integrated GARCH)라고 한다.

### 3.1.3 조건부 분산모형의 추정 및 검정

GARCH 모형과 ARCH 모형의 추정은 비선형

추정인 최우 추정법을 사용하였으며,<sup>11)</sup> 모수 추정을 위해서는 반복추정계산인 BHHH 알고리즘[Berndt et al., 1974]을 사용하였다.

$$\ln L(\theta) = \sum_t -\frac{1}{2} [\ln(2\pi) + \ln h_t + \epsilon_t^2 h_t^{-1}] \quad (4)$$

$L =$  우도함수

$$\epsilon_t = R_{st} - \mu - bR_{mt}$$

$\theta =$  추정할 모수

log값을 취한 우도함수  $L$ <sup>12)</sup>을 극대화 시키는 모수  $\theta$ 를 찾기 위하여, 우도함수를 1차미분한 값이 0이 되도록 한다. 먼저 최소자승법에 의해 모수  $b$ 를 추정하고, 추정된  $b$ 를 이용하여 오차  $\epsilon_t$ 를 구한 후 계산된 오차를 이용하여  $\alpha$ 와  $\beta$ 들을 추정한 다.  $\alpha$ 와  $\beta$ 들의 추정치를 이용하여 새로운 모수  $b$ 를 구한다. 이러한 과정으로 log를 취한 우도함수가 최대값이 되도록 반복하여 계산한다.

ARCH 모형과 GARCH 모형을 검정하기 위해서는, 라그랑지 승수(Lagrange Multiplier: LM)검정을 이용하였다. 라그랑지 승수 검정 방법에 따르면 검정할 모델이 이미 귀무가설하에 추정되었을 경우, 평균 방정식이나 분산 방정식에 적용된 제한 조건을 Test 할 수 있다.  $\alpha_i = 0$ ,  $\beta_j = 0$ 의 귀무가설에 대한 라그랑지 검정방법은 조건부 분산 방정식의 최소자승법 추정시 얻어지는 결정계수( $R^2$ )에 관측치(T)를 곱한 값과 같다.

$$LM = TR^2 \chi_a^2(q) \quad (5)$$

11) 최우 추정법(maximum likelihood method: ML)은 일단 관측된 표본값들이 추출될 가능성을 나타내는 함수를 극대화 시킬 수 있는 모수를 찾는 방법이다. 식 (2)와 식 (3)을 보면 독립변수 속에 종속변수의 과거치가 포함되어 있다. 이 경우 오차항의 제곱치는 독립변수의 제곱치와 상관이 있으므로 최소자승법에 의하여 추정되는 표준오차는 효율성을 잃게 되어 선형회귀 모형은 사용하지 못하는 대신 최우 추정법이 이용된다.

12) 편의상 우도함수에 log값을 취하여 극대값을 구하며, 분석결과는 변하지 않으며 그 계산과정도 수월해진다.

9) Engle[1982]의 Theorem 1과 2 참조.

10) Bollerslev[1986]의 Theorem 1 참조

따라서  $TR^2 > \chi^2_\alpha(q)$  ( $\alpha$ : 유의수준,  $q$ : 자유도) 이면 귀무가설은 기각되고  $\alpha_i \neq 0, \beta_j \neq 0$ 임에 따라 ARCH 모형 및 GARCH 모형의 오차항에 이분산이 존재하고 이들 모형이 적합함을 의미한다.

3.2 조건부 이분산 모형적합

시장모형의 잔차를 이용하여 주요 가상통화를 대상으로 조건부 변동성을 일반적인 현상으로 볼 수 있는지는 ARCH test를 이용하였다. ARCH test는 Engle[1982]의 LM test를 말한다. 예를 들어 ARCH(1)인 경우 시차 1인 ARCH 효과에 대한 LM test를 의미한다.  $\epsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2$  ( $\epsilon_t^2$ 는 식 (1)에서 얻어지는 오차항의 제곱치)의 회귀식에서 얻어지는  $R^2$ 에 T(관측치)을 곱한 값이  $\chi^2(1)$ 보다 크게 되면  $\alpha_1 = 0$ 인 귀무가설이 기각되어 ARCH 효과가 존재하여 강한 이분산이 있음을 의미하게 된다.

<Table 4> ARCH Test

Model	Bitcoin
ARCH(1)	2.990(0.0849)
ARCH(2)	1.477(0.2301)
ARCH(3)	1.205(0.3084)
ARCH(4)	2.255(0.0636)
ARCH(5)	2.190(0.0557)
ARCH(6)	1.985(0.0682)
ARCH(10)	1.305(0.2278)
ARCH(12)	1.273(0.2351)

\* parenthesis is significant level.

<Table 4>의 ARCH test 결과는 비트코인은 ARCH(1)부터 ARCH(12)까지 ARCH 효과를 나타내고 있어 모든 가상화폐의 수익률이 조건부 이분산 현상을 가지고 있어 시간이 지남에 따라 조건부 변동성(volatility)이 크게 있음을 알 수 있다.

다음은 조건부 분산 모형의 경우 차수의 선택이 중요한 문제로 대두되며, 본 연구에서는 이를 위하여

아카이케 정보기준(Akaike Information Criterion: AIC)과 슈왈츠 정보 기준(Schwarz Information Criterion: SIC)을 사용하였다.

$AIC(q) = T \ln(RSS) + 2q$

$SIC(q) = T \ln(RSS) + q \ln(T)$

AIC: 아카이케 정보 기준

SIC: 슈왈츠 정보 기준

RSS: 오차 자승합(Residual Sum of Square)

T: 관측치 수

q: 추정할 모수의 수

아카이케 정보기준 값은 최우 추정법에 의해서 결정되는 모수를 가진 모형의 나쁜 정도를 의미하기 때문에 아카이케 정보기준 값이 최소화되는 모형을 선택하여야 좋은 모형을 선택하는 것이 된다. 아카이케 정보 기준은 시계열 모형에서 차수 q가 증가하면 우변항인 추정 할 모수인 q가 많아짐에 따라, 적합도를 판정하는 결정계수  $R^2$ 가 증가하게 된다. 따라서 좌변항인 오차항의 분산 추정량인 오차 자승 합이 작아져야 아카이케 정보기준 값이 작아지게 된다. 우변항인  $2q$ 가 증가하면 추정 값의 정상성이 저하되기 때문에 최대대수우도가 같은 모형에서는 모수의 수가 적은 것을 선택하여야 한다. 또한 슈왈츠 정보기준은 아카이케 정보기준보다 모수를 적게 포함시키기 위하여 우변항인 벌칙함수( $2q$ )에 좀 더 강한 가정을 부여한 것이다.

<Table 5>는 조건부 분산 모형의 차수를 결정하기 위하여 MA, AR 및 GARCH 모형에 대한 아카이케 및 슈왈츠 정보기준 값이다. MA와 AR 모형에 대한 아카이케 및 슈왈츠 정보기준 값을 비교해 보면, 비트코인 모두 AR 모형이 MA 모형보다 적합한 것으로 나타났다, 그러나, 전체적으로 평가하면 비트코인에 대해서 GARCH 모형이 모두 MA 및 AR 모형보다 낮은 정보 기준값을 가지



고 있어 더 적합한 것으로 나타났다.<sup>13)</sup> GARCH 모형 중에서 비트코인은<sup>14)</sup>은 GARCH(1, 2) 과정을 따르는 것을 알 수 있었다.

<Table 5> Values of Akaike and Schwarz Information Criterion

Model	Bitcoin	
	AIC	SIC
MA(1)	-4.064	-4.011
MA(2)	-4.007	-3.941
AR(1)	-4.103	-4.050
AR(2)	-4.174	-4.108
GARCH(1, 1)	-4.400	-4.334
GARCH(1, 2)	-4.399	-4.320
GARCH(2, 1)	-4.435	-4.355
GARCH(2, 2)	-4.428	-4.335

#### 4. 체계적 위험의 추정결과

비트코인 일별 수익률이 조건 이분산 모형으로 적합하게 이용될 수 있음을 실증분석결과 확인되었다. 따라서 아카이케 및 슈왈츠 정보기준에서 채택된 GARCH(1, 2) 모형을 이용하여 체계적 위험을 나타내는 시장베타를 추정하고자 한다. 조건부 이분산을 이용하지 않는 최소 자승법과 조건부 이분산을 고려한 시장 베타의 비교를 통하여 조건부 이분산을 고려한 시장베타 추정의 효율성을 평가하기 위하여 첫째, 비조건부 이분산에 의한 시장베타추정은 OLS를 이용하였으며, 둘째, 조건부 이분산을 고려한 방법은 GARCH(1, 2) 모형을 적용하였다. 셋째, 비동시적 거래의 문제를 고려하여 AR(1)-GARCH(1, 2), MA(1)-GARCH(1, 2) 모형도 적용하였다.

13) Bollerslev et al.[1992]에 의하면 미국 주식시장은 GARCH(q, p) 모형이 ARCH(q) 모형보다 현실적으로 적합하며, 대부분 GARCH(1, 1) 모형이 이용되고 있다.

14) GARCH(2, 1) 모형이 GARCH(1, 2) 모형보다 정보기준 값이 낮기는 하지만, GARCH(2, 1)의 경우 상수의 값이 유의성이 없는 관계로 제외 되어 GARCH(1, 2) 모형을 선택하였음.

<Table 6> Estimation of Systematic Risk using OLS and Conditional Variance Model

OLS Model:  $R_{st} = \mu + bR_{mt} + \epsilon_t$

GARCH(1, 2) Model:  $h_t = \alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2 + \beta_1h_{t-1}$   
 $\epsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N[0, h_t]$

Variables	OLS	GARCH(1, 2)
$\mu$	0.0001 (0.0020)	0.0011* (0.00119)
$b$	0.7745* (0.0363)	0.8819* (0.0246)*
$\alpha_0$		0.0000049* (0.0000044)
$\alpha_1$		0.2343* (0.0856)
$\alpha_2$		-0.1420** (0.0928)
$\beta_1$		0.9023* (0.0351)
LM(3)		30.2836* (0.0000)
LR(3)		604.3195*
$R^2$	0.6278	

\* significant estimate at each significant level respectively. Values of parenthesis mean standard deviation of estimate coefficient. LM is Lagrange Multiplier's test statistics.  $\alpha_1 = \beta_1 = 0$  (Hypothesis of Covariance is tested) [Parenthesis of LM(3) is significant level of  $\chi^2(3)$  distribution]. Critical value of LR(3)'s test statistics is 9.348(5%).

<Table 6> 결과를 살펴보면, 첫째, 최소 자승 모형을 이용하여 비트코인에 대한 시장베타를 추정한 결과, 모두 통계적으로 유의한 것으로 나타났다고 비트코인은 0.7745로 1보다 적게 추정되어 체계적 위험이 없는 것으로 추정됐다. 둘째 조건부 이분산 모형인 GARCH(1, 2) 모형을 이용하여 시장베타를 추정한 결과, 조건부 이분산을 나타내는 모수인  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ 은 유의적임에 따라 ARCH 및 GARCH효과가 있어 시간이 지남에 따라 조건부 변동성(volatility)이 크게 있는 것으로 나타났다. 셋째, 시장베타의 추정결과를 종합해 보면 GARCH(1, 2) 모형에서 추정치는 모두

유의했으며, 비트코인(0.8819)의 시장베타는 OLS 모델과 같이 1보다 적게 추정되어 체계적 위험이 없는 것으로 추정된다. 마지막으로, 가상통화 모두 GARCH(1, 2) 모형의 시장베타 표준오차가 최소자승모형을 이용한 경우의 표준오차보다 작게 추정되어 GARCH 모형인 조건부 이분산모형이 최소자승모형보다 체계적 위험 추정에 있어서 효율성이 더 있음을 보여주고 있다. 예를 들어 비트코인의 OLS 모형인 시장베타 표준오차는 0.0363이고 GARCH(1, 2) 모형은 0.0246으로 작다. 따라서 암호화폐와 같이 변동성이 높은 시장에서는 OLS 모형보다 GARCH 모형인 조건부 이분산모형이 보다 적합한 결과를 보여주고 있다.

〈Table 7〉 Estimation of Systematic Risk using GARCH Model(Non-Simultaneous Transaction)

AR(1)-GARCH(1, 2) Model:

$$R_{st} = \mu + bR_{mt} + \rho R_{st-1} + \epsilon_t, \epsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N[0, h_t]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

MA(1)-GARCH(1, 2) Model:

$$R_{st} = \mu + bR_{mt} + \epsilon_t + \theta \epsilon_{t-1}, \epsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N[0, h_t]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

Variables	AR(1)-GARCH(1, 2)	MA(1)-GARCH(1, 2)
$\mu$	-0.00094* (-0.0012)	-0.0010* (-0.0011)
$b$	0.8835* (0.0302)	0.8775* (0.0241)
$\rho$ or $\theta$	-0.0495* (0.0282)	-0.0771* (0.0757)
$\alpha_0$	-0.000005* (-0.000005)	-0.000006* (-0.000005)
$\alpha_1$	0.2202* (0.0912)	0.2199* (0.0839)
$\alpha_2$	-0.1304* (0.1025)	-0.1231* (0.0940)
$\beta_1$	0.9032* (0.0382)	0.8971* (0.0378)
LM(3)	31.5130* (0.0000)	31.0459* (0.0000)
LR(3)	603.1147*	604.8421*

\* significant estimate at each significant level respectively. Values of parenthesis mean standard deviation of estimate coefficient.

LM은 라그랑지 승수 검정통계량을 나타내는 것으로  $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ (동분산)의 귀무가설을 검정함[LM(3)밑에 있는 괄호는  $\chi^2(3)$  분포의 유의수준], LR(3) 검정 통계량의 임계치는 9.348(5%).

거래가 드문 가상화폐의 경우, 베타 추정치가 하향편의를 가질 수 있고 거래가 빈번한 가상화폐는 상향편의가 있을 수 있는 비동시적 거래문제를 고려하기 위해 GARCH(1, 2) 모형에 AR(1), MA(1)항을 추가하여 시장베타를 추정한 결과, <Table 7>를 살펴보면 비트코인의 시장베타는 모두 통계적으로 유의한 것으로 나타났으며, GARCH(1, 2) 모형에 MA(1)항을 추가한 경우의 시장베타(0.8775)는 GARCH(1, 2) 모형(0.8819)과 AR(1)-GARCH(1, 2) 모형(0.8835)의 시장베타보다 작게 추정되었으며, 모두 1보다 적게 추정되어 체계적 위험이 없는 것으로 추정됐다. 또한 MA(1)-GARCH(1, 2) 모형에서도 시장베타 표준오차(0.0241)는 GARCH(1, 2) 모형(0.0246)보다 약간 작게 추정되었다. 따라서 조건부 이분산을 고려한 GARCH(1, 2), MA(1)-GARCH(1, 2), AR(1)-GARCH(1, 2) 모형의 경우 시장베타가 모두 유의적으로 추정되었으며, 시장베타의 표준오차는 조건부 이분산을 이용하지 않은 최소자승법 시장베타의 표준오차보다 작아 더욱 효율적이다. 또한 GARCH 모형 중에서도 비동시적 거래를 고려한 MA(1)-GARCH(1, 2) 모형이 가장 적합한 모형으로 판단되었다.

## 5. 결 론

본 연구는 비트코인을 대상으로 시장모형 잔차를 이용한 조건부 변동성이 일반적인 현상으로 볼 수 있는지 살펴본 후, 조건부 변동성을 고려할 경우 비트코인의 체계적 위험이 더욱 효율적으로 추정될 수 있는지를 살펴보았으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 최소 자승모형을 이용하여 비트코인의

시장베타를 추정한 결과, 비트코인은 0.7745로 1보다 적게 추정되어 체계적 위험이 없는 것으로 추정됐다. 둘째 조건부 이분산 모형인 GARCH(1, 2) 모형을 이용하여 시장베타를 추정한 결과, ARCH 및 GARCH 효과가 있어 시간이 지남에 따라 조건부 변동성(volatility)이 크게 있는 것으로 나타났다. 셋째, 조건부 이분산 모형인 GARCH 모형을 적용해서 비트코인의 시장베타의 추정결과를 종합해 보면, 모두 유의적으로 추정되었고 GARCH(1, 2), AR(1)-GARCH(1, 2), MA(1)-GARCH(1, 2) 모형의 시장베타는 각각 0.8819, 0.8835, 0.8775로 OLS 모델과 같이 1보다 적게 추정되어 체계적 위험이 없는 것으로 추정됐다. 마지막으로, 효율성 측면에서도 시장베타의 표준오차는 GARCH 모형이 최소자승법 시장베타의 표준오차보다 작아 더욱 효율적으로 나타났으며, GARCH 모형 중에서도 비동시적 거래를 고려한 MA(1)-GARCH(1, 2) 모형이 가장 적합한 모형으로 판단되었다.

이러한 연구결과는 자료의 제약과 짧은 표본 기간 등으로 연구결과의 일반화에는 다소 제한적일 수도 있으나, 암호화폐 수익률이 시간에 따라 변동하는 특성이 존재하는 경우, 조건부 이분산모형을 고려하면 추정의 효율성을 높일 수 있다는 점을 보여 주었다는 점에서 의미를 찾을 수 있을 것으로 본다. 향후 연구에 있어서는 다른 주요 암호화폐에 대한 체계적 위험을 추정하여 비교해 보는 것도 의미가 있을 것이다.

## References

- [1] Bera, A., Bunnys, E., and H. Park, "Conditional Heteroscedasticity in the Market Model and Efficient Estimates of Betas", *The Financial Review*, Vol. 23, 1988, pp. 201-214.
- [2] Berndt, E., Hall, B., Hall, R., and Hausman, J., "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models", *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 3, No. 4, 1974, pp. 653-665.
- [3] Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, Vol. 3, 1986, pp. 307-327.
- [4] Brière, M., Oosterlinck, K., and Szafarz, A., "Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin", *Journal of Asset Management*, Vol. 16, No. 6, 2015, pp. 365-373.
- [5] Chung, J. and Kim, H., "Optimal Estimation of Conditional Variance Model and Estimation of Systematic Risk", *Financial Study*, Vol. 9, 1995, pp. 199-225.
- [6] Deokgo, Y., Seo, Y., and Han, B., "A Study on the Capital Cost Decision of Korea Telecom using Financial Data", *Information and Communication Policy Research*, Vol. 3, No. 1, 1996, pp. 31-45.
- [7] Dyhrberg, A. H., "Bitcoin, gold and the dollar: A GARCH volatility analysis", *Finance Research Letters*, Vol. 16, 2016a, pp. 85-92.
- [8] Dyhrberg, A. H., "Hedging capabilities of bitcoin: Is it the virtual gold?", *Finance Research Letters*, Vol. 16, 2016b, pp. 139-144.
- [9] Engle, R., "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, Vol. 50, 1982, pp. 987-1008.
- [10] Fama, E., "The Behaviour of Stock Market Prices", *Journal of Business*, Vol. 64, 1965, pp. 34-105.
- [11] Ghosh, A. K., "Market Model Corrected for Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity and the Small Firm Effect", *The Journal of Financial Research*, Vol. 15, 1992, pp. 277-283.
- [12] Heisenberg, *Spillover Risk: Crypto currencies may pose a very real threat to stock and the Economy*, 2018, 1. 28, <https://seekingalpha.com/article/4140768-spillover-risk-cryptocurr>

- encies-may-pose-real-threat-stocks-economy.
- [13] Kim, G., *Establishing a united front for each central bank's crypto-currency to calm down the bargain sale on Bitcoin and Litecoin*, Money Net, 2017, 6. 26.
- [14] Koutmos, G., Lee, U., and Theodossiou, P., "Time-Varying Betas and Volatility Persistence in International Stock Markets", *Journal of Economics and Business*, Vol. 46, 1994, pp. 101-112.
- [15] Lee, H., *Systematic Risk and Unsystematic Risk*, LG Weekly Economy, 2003, 7. 30.
- [16] Lee, J. M., *Estimation of Time varying Risk Premia for the Nikkei 225 Stock Index Futures Contracts*, The City University of New York, Dissertation, Unpublished, 1997.
- [17] Lee, J. M. and Nam, C., "Estimation of Systematic Risk Using Conditional Variance Model", *Information and Communication Policy Research*, Vol. 6, No. 2, 1999, pp. 17-155.
- [18] Lo, A. W. and Mackinlay, A. C., "An Econometric Analysis of Nonsynchronous Trading", *Journal of Econometrics*, Vol. 45, 1990, pp. 181-211.
- [19] Mandelbrot, B., "The Variation of Certain Speculative Prices", *The Journal of Business*, Vol. 36, No. 4, 1963, pp. 394-419.
- [20] Scholes, M. and Williams, J., "Estimating Betas from Nonsynchronous Data", *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, 1977, pp. 309-327.
- [21] Scott Gilbert and Hio Loi, "Digital Currency Risk", *International Journal of Economics and Finance*, Vol. 10, No. 2, 2018, pp. 108-123.
- [22] The Economist, Bitcoin is a speculative asset but not yet a systematic risk, Dec. 16, 2017.
- [23] Cermak, V., "Can Bitcoin Become a Viable Alternative to Fiat Currencies? An empirical analysis of Bitcoin's volatility based on a GARCH model", *Economics Student Theses and Capstone Projects*, Vol. 67, 2017, [http://creativematter.skidmore.edu/econ\\_studt\\_schol/67](http://creativematter.skidmore.edu/econ_studt_schol/67).
- [24] [https://ko.wikipedia.org/wiki/%EC%B2%B4%EA%B3%84%EC%A0%81\\_%EC%9C%84%ED%97%98](https://ko.wikipedia.org/wiki/%EC%B2%B4%EA%B3%84%EC%A0%81_%EC%9C%84%ED%97%98).

## ■ 저자소개



Jung Mann Lee

Jung Mann Lee obtained his Ph.D in Economics from the City University of New York.

His research has focused on the areas of crypto-currency, tech-

nology policy, R&D management, and the economics of technology innovation at the Electronics and Telecommunications Research Institute. He has also served as an advisor for various projects (mid-long term IT technology policy, the technology roadmap of information and telecommunications and IT HRD Policy) of the Ministry of Information and Communication, Korea. He is a professor at the Department of Mgt. of Digital Technology at Hoseo University.