

범우 김치영선생의 수학에 대한 사유의 언어적 분석

이 강 섭 (단국대학교)

이 현 수 (단국대학교)[†]

이 연구에서는 범우 김치영(1916.12.24. ~ 1995. 4.22) 선생이 남긴 에세이 가운데 대표적인 3편을 선정하고, 이들을 한글 자연어 분석 패키지 KoNLP를 사용하여 언어적으로 분석하였다. 범우선생의 문장 가운데 약 80%는 5 이상 30 미만의 어절 수로 이루어졌다. 그의 글은 해를 거듭할수록 보다 명료해졌다. 이것은 한 문장 안에 들어있는 어절의 수에 대한 평균과 표준편차가 줄고 있다는 것으로 확인할 수 있다. 범우선생은 수학의 구조를 강조하였으며, 현대수학의 특징으로 위상화, category 등을 언급하였다. 특히, '수학', '공리', '구조', 'Euclid', '공리계', '집합' 등과 이들 사이의 관계가 범우선생의 화두였음을 알 수 있다.

I. 서론

한 수학자의 학문적 업적은 그가 쓴 연구 논문을 통하여 찾아 볼 수 있지만, 그의 사상은 논문으로 알아보기 쉽지 않다. 이런 면에서 우리는 범우 김치영선생에 관한 한 그의 수학적 사유를 조금이라도 알아볼 수 있는 에세이를 갖고 있어서 행복하다. 범우선생은 수학에 대한 계몽적인 에세이 12편을 남겼는데[10], 특히 1968년 사상계(思想界)¹⁾에 발표한 '數學은 自然科學인가?'는 수학에 대한 교양적 안내 문헌이 드물던 시대에 남겨진 기념비적 글이다.

범우 선생이 남긴 12편의 에세이를 그 독자층으로 구분하면 다음과 같다.

(1) 학부 이상의 수학전공자 대상²⁾

KCY-ESY1 實數와 位相, 數學 4(1) (1964), 大韓數學會.

KCY-ESY2 實數와 位相(繼續), 數學 5(1) (1965), 大韓數學會.

KCY-ESY3 신간소개; H. L. Royden: Real Analysis, 數學 6(1) (1966), 大韓數學會.

KCY-ESY6 平行線의 公理와 非Euclid 幾何學, 연세교육과학 11 (1977), 연세대학교 교육대학원.

KCY-ESY7 超實數體와 解析學, 연세교육과학 14 (1979), 연세대학교 교육대학원.

KCY-ESY9 超實數에 관한 小考, 수창 1 (1985a), 덕성여자대학교 수학과.

KCY-ESY10 Topology란 어떤 學問인가?, 수창 1 (1985b), 덕성여자대학교 수학과.

* 접수일(2018년 2월 6일), 심사(수정)일(2018년 4월 12일), 게재확정일(2018년 4월 25일)

* ZDM분류 : 97-03

* MSC2000분류 : A30

* 주제어 : 범우 김치영, 공리, 구조, 위상화, 카테고리

† 교신저자 : hsleemath@dankook.ac.kr

1) 1953년 4월 창간되고 1970년 중단된 월간 종합 교양지로서, 장준하선생이 초대 발행인이었다. 1950년대와 60년대의 계몽적 민주주의와 자유민주주의에 기초를 두어, 이 잡지에 실린 글들은 대부분 당시 지식인층에 폭발적인 반향을 일으켰다.

2) KCY-ESY1 ~ KCY-ESY3은 당시 대한수학회(大韓數學會)의 기관지 '數學'에 실린 글이다. KCY-ESY6, KCY-ESY7 및 KCY-ESY9 ~ KCY-ESY12도 그 내용상 일반 대중을 위한 글이라고 보기는 어렵다.

KCY-ESY11 Bourbaki와 수학원론, 수창 2 (1986), 덕성여자대학교 수학과.

KCY-ESY12 기기묘묘한 곡선, 수창 3 (1987), 덕성여자대학교 수학과.

(2) 일반인 대상³⁾

KCY-ESY4 數學은 自然科學인가?, 思想界 16(2) (1968), 思想界社, 서울.

KCY-ESY5 現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義, 연세교육과학 9 (1976), 연세대학교 교육대학원.

KCY-ESY8 수학이란 무엇을 하는 학문인가, 운현 15(1) (1984), 덕성여자대학교.

수학전공자가 아닌 (또는 이들을 포함한) 일반인을 대상으로 한 에세이는 묘하게도 8년의 격차를 두고 1968년, 1976년, 1984년에 발표되었는데, 각각 범우선생이 52세, 60세, 68세 되던 해이다. 즉, 범우선생의 활동이 가장 왕성하던 시기, 원숙한 시기 그리고 관조의 시기에 작성된 글로서 그의 사유의 추이를 살펴볼 수 있는 자료들이다.

이 연구에서는 ‘數學은 自然科學인가?’[5], ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’[6]와 ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가?’[7]를 분석하여, 선생의 수학에 대한 사유를 살펴보았다. 이를 위하여 먼저 이들 세 편의 에세이를 요약하고, R에서 제공하는 패키지 KoNLP와 igraph를 이용하여 언어적 분석과 시각화를 하였다.

언어적 분석은 다음 세 단계로 수행하였다.

첫 번째 단계로, 세 편의 에세이를 텍스트 마이닝⁴⁾[3]에 적합하게 전사하였다. 전사 과정에서 유의할 점은, 수식 부분과 소제목 부분의 처리이다. 수식은 그대로 텍스트 마이닝하기 어려우므로, 그 부분을 ‘EXP’로 바꾸어서 분석하였다. 또, 에세이에 사용된 언어적 표현을 관찰하는 데 영향이 없는 내용은 삭제하였다. 예를 들면, ‘I. 서론’, ‘II. 본론’, ‘III. 결론’, 그리고 ‘참고문헌’ 등과 같이 저자가 전달하려는 내용에 영향이 없는 부분은 삭제하고 텍스트 마이닝을 수행하였다.

두 번째 단계로, 자연어 분석 패키지인 KoNLP⁵⁾[4]를 통해 각 에세이에 사용된 어절과 명사에 대하여 분석하고, 이를 시각화하였다. 텍스트 마이닝으로 얻은 결과물은, 사용된 어절과 문장에 대한 기초통계량으로서 전체 문장의 수, 문장에 포함된 어절의 최댓값, 최솟값, 중간값, 평균, 그리고 표준편차 등이다. 이런 정보는 표, 히스토그램과 boxplot으로 제공하였다. 더불어, 어절과 단어의 사용빈도를 표와 히스토그램으로 작성하였으며, 특히 단어의 사용빈도는 워드 클라우드를 통해 시각화하였다.

세 번째 단계로, 앞의 단계에서 얻은 명사들에 관한 정보를 이용하여 각 에세이에 포함된 명사들의 관계를 인접행렬로 만들어 연결중양성⁶⁾[2, 11]을 확인하였다. 이것은 igraph⁷⁾[1]를 통하여 시각화하였다.

II. 세 편의 에세이에 대한 요약 및 언어적 분석

³⁾ 이 범주에서 수학(교육)전공자를 굳이 배제할 필요는 없다. KCY-ESY5는 연세대학교 교육대학원에서 발간하는 잡지에 실린 것으로, 수학교사를 포함한 교사들에게 수학을 소개하는 일반교양의 의미가 강한 글이다. KCY-ESY8은 덕성여자대학교 구성원 전체를 대상으로 수학을 소개하는 글이다.

⁴⁾ 비정형화된 자료를 분석하는 데에 유용하다.

⁵⁾ Jeon, Heewon (2016). Package ‘KoNLP’.

<https://cran.r-project.org/web/packages/KoNLP/KoNLP.pdf> [Accessed: 2017-11-29].

⁶⁾ 네트워크의 기본 측정값으로서, 특정 항목에 연결된 노드의 개수를 의미한다.

⁷⁾ Gábor Csárdi (2017). Package ‘igraph’.

<https://cran.r-project.org/web/packages/igraph/igraph.pdf> [Accessed: 2017-11-29].

1. ‘數學은 自然科學인가?’

1.1. ‘數學은 自然科學인가?’의 요약

‘數學은 自然科學인가?’[5]는 1968년 2월 사상계(思想界)에 발표한 에세이로서, 범우선생이 일반대중을 상대로 수학을 소개한 최초의 글이다. 그는 이 글에서, 수학을 보는 관점을 다음과 같이 시대적으로 정리하여 제공하였다.

18세기까지의 수학은 “어디까지나 우리가 생존하는 공간에서 실제로 경험할 수 있는 空間構造 또는 실제로 일상생활에서 필요로 하는 數體系의 성질을 體系的으로 규명하는 것이었으며 따라서 거기서 설정된 공리란 자명한 원리이어야만 하였다. 그런 의미에서 수학은 自然科學의 일부로 보아 왔을 것이다.”라고 언급하였다. 그 후 19세기 중반 非Euclid 기하의 출현으로 “수학이란 ‘矛盾을 內包하지 않은 일련의 假設體系(公理系)에서 출발하여 形式論理에 의하여 전개된 질서정연한 思考體系’라고 생각해 되었다.”라고 언급한 후, “19세기 말로 접어들면서 수학은 抽象수학으로 발전하기 시작하였다.”고 하였다. 그는 여러 종류의 추상공간, 이를테면 “群論, 環論, 體論, 이데알論”, “集合論” 및 “位相數學”의 대두를 언급하고, 20세기 초까지의 수학의 특징을 “사고를 위한 사고를 하며 이를 즐기는 思考遊戱의인 성격을 지닌 것”이며 “이를테면 장기나 바둑과 같은 것이라고 보는 것이다.”라고 하였다. “따라서 급세기 초에 이르기까지의 수학의 특징은 先驗科學의인 것이었다고 보아야 할 것 같다.”고 하였다. 그리고 20세기에 들어와 “아인슈타인은 상대성이론을 전개해 나가는데 있어서 物理的 現象이 일어나는 空間을 리만空間이라 규정하였고 또 보아는 量子力學을 전개시켜 나가는데 있어서 미현적인 물리현상이 일어나는 공간을 힐베르트空間이라 규정하였다.”고 소개한 후, “수학이 思考遊戱의인 것이 아니라 자연현상을 이해하는 데 결정적 역할을 하는 것”이라고 설파하였다. “결국 數學과 自然科學과의 관련성은 보다 밀접하게 될 것”이며 “數學의 抽象化는 자연현상에 대한 보다 깊은 인식을 自然科學者들에게 촉구하였던 것이다.”라고 하였다.

수학에 대한 이러한 범우선생의 생각은 그 후 출판된 여러 책⁸⁾[8, 9, 12]에서도 찾아 볼 수 있는 보편타당한, 그러나 시대를 앞서 가는 탁견이라 하지 않을 수 없다.

1.2. ‘數學은 自然科學인가?’에 대한 언어적 분석

‘數學은 自然科學인가?’(KCY-ESY4)는 4페이지 분량의 에세이로서, 문장의 총수는 42개의 문장으로 되어 있다. 문장 중에서 가장 짧은 것은 7개의 어절⁹⁾을 갖고 있으며, 가장 긴 문장은 58개의 어절로 구성되었다. <표 II-1>은 KCY-ESY4의 어절 수에 대한 기초 통계량이다.

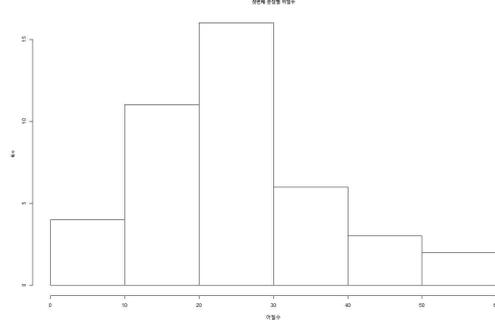
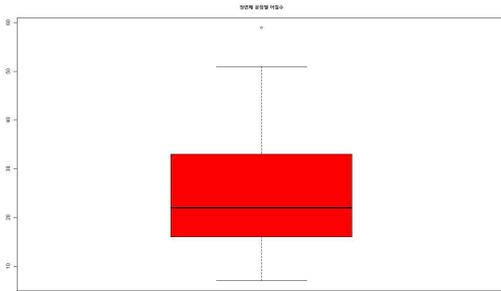
<표 II-1> KCY-ESY4의 어절 수에 대한 기초 통계량 (Basic statistic for the number of word segments in KCY-ESY4)

문장의 수	최솟값(min)	최댓값(max)	중앙값(med)	평균(M)	표준편차(SD)
42	7	58	22	24.83333	12.36619

다음 [그림 II-1]과 [그림 II-2]는 각각 KCY-ESY4의 어절 수에 대한 boxplot과 histogram으로 기초 통계량과 데이터를 시각화한 것이다. 특히, histogram을 통해서 KCY-ESY4에 포함된 78%의 문장이 10 이상 40 미만의 어절 수로 이루어졌음을 알 수 있다.

⁸⁾ 대표적인 서적으로 박세희(2006, 초판은 1985년에 출판됨), 김용운(1988)을 들 수 있으며, 번역서로는 Kline(1980)을 번역한 심재관(2007)을 들 수 있다.

⁹⁾ 어절은, 한국어로 된 문장에서, 띄어 쓰는 단위이며, 가장 기본적인 문법구조이다.



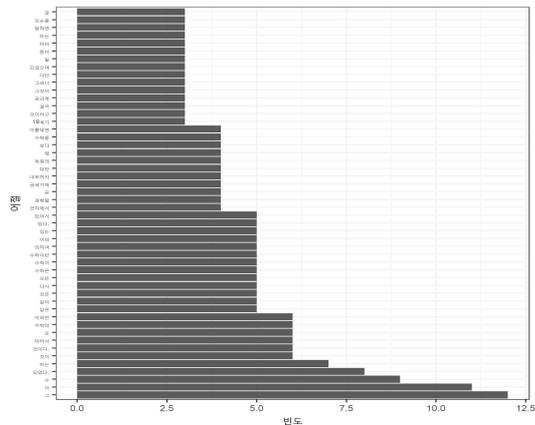
[그림 II-1] KCY-ESY4의 어절 수에 대한 boxplot (Boxplot for the number of word segments in KCY-ESY4)

[그림 II-2] KCY-ESY4의 어절 수에 대한 histogram (Histogram for the number of word segments in KCY-ESY4)

<표 II-2>와 [그림 II-3]에서 보는 바와 같이, KCY-ESY4에서 사용된 가장 많은 어절은 ‘그’이며, 앞에서 언급한 내용을 지칭하는 대명사 ‘그’, ‘이’가 가장 많았다. 상위권에 포함된 어절 중에는 ‘수학의’, ‘수학은’, ‘수학이’, ‘수학이란’ 등과 같이 ‘수학’이 많이 포함되어 있음을 알 수 있다. 그 결과는 가장 많이 사용된 단어에도 영향을 주고 있으며, 이것은 <표 II-3>에서도 확인할 수 있다.

<표 II-2> KCY-ESY4의 상위 20위 어절 (Top 20 ranked word segments in KCY-ESY4)

순위	어절	횟수	순위	어절	횟수
1	그	12	11	이러한	6
2	이	11	12	같은	5
3	수	9	12	같이	5
4	되었다	8	12	것은	5
5	하는	7	12	다시	5
6	것이	6	12	모든	5
6	것이다.	6	12	수학은	5
6	따라서	6	12	수학이	5
6	또	6	12	수학이란	5
6	수학의	6	12	의하여	5

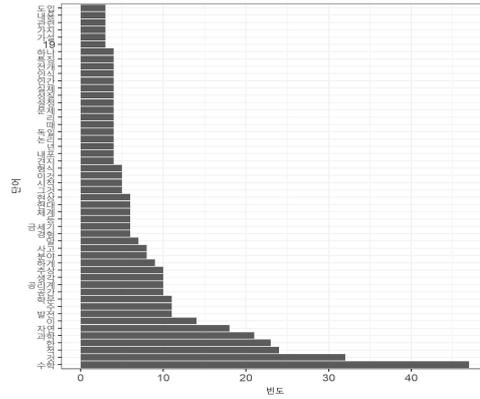


[그림 II-3] KCY-ESY4의 어절에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked word segments in KCY-ESY4)

<표 II-3>과 [그림 II-4]에서 보는 바와 같이, KCY-ESY4는 수학의 성질과 특징에 대한 글로서, ‘수학’, ‘과학’, ‘자연’, ‘학문’, ‘공간’, ‘공리계’, ‘추상’ 등 수학 자체의 성질 및 다른 영역과의 관계를 서술하는 단어가 눈에 많이 띈다. 이것은 [그림 II-5]에서 다시 확인할 수 있다.

<표 II-3> KCY-ESY4의 상위 20위 단어 (Top 20 ranked words in KCY-ESY4)

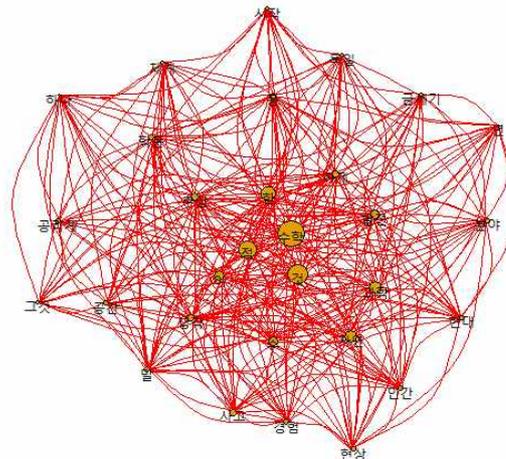
순위	단어	횟수	순위	단어	횟수
1	수학	47	11	공간	10
2	것	32	12	공리계	10
3	적	24	12	생각	10
4	한	23	12	추상	10
5	과학	21	12	하계	9
6	자연	18	12	분야	8
6	이	14	12	사고	8
6	발전	11	12	말	7
6	수	11	12	경험	6
6	학문	11	12	금세기	6



[그림 II-4] KCY-ESY4의 단어에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked words in KCY-ESY4)



[그림 II-5] KCY-ESY4의 워드 클라우드 (Word cloud in KCY-ESY4)



[그림 II-6] KCY-ESY4의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 그림 (Diagram for degree of centrality for top 30 ranked words in KCY-ESY4)

문장의 분석에서, 어절 및 단어의 사용 빈도 못지않게 중요한 것이 연결 정도 중앙성¹⁰⁾이다. 단어와 단어의 연결 특색은 문장의 특성을 만들고, 이것은 곧 글쓴이의 사유를 나타내기 때문이다.

‘數學은 自然科學인가?’(KCY-ESY4)에 나타난 단어의 수는 362개인데, 이들 모두의 관계를 제한된 영역에 시각화하는 것은 지나치게 복잡하고, 또 그럴 필요도 별로 없다. 따라서 이 연구에서는, <표 II-4>와 같이 상위 30개의 단어에 대한 연결 정도 중앙성을 측정하였고, 이들을 앞의 [그림 II-6]으로 시각화하였다

¹⁰⁾ 이 연구에서는, 그 단어에 연결된 다른 단어의 개수로 측정한다.

<표 II-4> KCY-ESY4의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성

Word	Degree	Word	Degree	Word	Degree
수학	1446	학문	397	현대	271
것	1026	공간	384	말	248
적	967	생각	383	독일	240
한	870	하계	351	시작	230
과학	585	등	337	하나	229
자연	545	공리계	329	년	224
수	494	사고	295	인간	214
이	489	분야	291	금세기	208
발전	462	체계	286	그것	203
추상	405	경험	277	현상	200

이로써, ‘數學은 自然科學인가?’(KCY-ESY4)의 중심 단어는 ‘수학’, ‘과학’, ‘자연’, ‘발전’, ‘추상’ 등이며, 범우선생은 이들을 유기적으로 연결하여 현대수학에 대한 그의 사유를 구체적으로 설파하고 있음을 알 수 있다.

2. ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’

2.1. ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’의 요약

‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’[6]는 1976년 연세대학교 교육대학원에서 발행하는 학술지 ‘연세교육과학’ 9권에 수록된 글이다. 이 에세이는, 일반 교양인보다는 수학(교육) 전공자들에게 현대수학의 특징을 소개하는, 전공기초의 성격을 갖는다고 할 수 있다.¹¹⁾

범우선생은 이 에세이에서, “現代數學의 特徵과 그가 指向하는 方向을 公理主義와 構造主義의인 立場에서 살펴보고” 현대수학의 원류부터 고찰하였다. 그는, “現代數學의 始初를 Hilbert의 幾何學 基礎論”으로 보고, “幾何學 基礎論에 關하여 論하기 위하여” “Euclid의 原論에 關하여 보다 깊이 檢討”하였다. 그 결과로, “Euclid의 原論은 그 當時로서는 希臘數學을 集大成하여 公理를 出發點으로 하여 體系化했다는 偉大한 作品”이지만 “原始的이고 粗雜性을 免치 못하고 있는 것이 큰 弱點”이라고 언급하였다. 그리고 “公理論의 方法을 提示하였다는 데 큰 意義를 發見할 수 있겠다.”라고 하였다.

이어서 범우선생은, “Euclid 原論이 지니고 있는 弱點”을 보완한 “Hilbert의 幾何學 基礎論”에 대하여 상세히 설명하였다. 특히, “無定義 述語(undefined terms)”, “公理란 하나의 假設에 不過하다고 보는 것”, “公理系의 無矛盾性”, “公理系의 獨立性”과 “公理系의 完全性”에 대하여 자세히 언급하여 “Hilbert式 公理論의 方法”을 소개하였다. Hilbert 이후 “數學의 모든 分野에서 이와 같은 方法論을 擇하게 되었으며”, “모든 數學이 公理論의 方法에 依하여 再編成되게 되었으며 이때부터가 現代數學의 出發點이라고 볼 수 있다.”라고 하였다. 한편, “Hilbert가 公理主義를 提唱한 것과 때를 같이 하여 集合論에서는 여러 가지의 矛盾이 發見되었다.”라며 몇 가지 “paradox”를 나열한 후 “많은 矛盾이 發見됨으로써 數學의 基礎가 危機에 直面하게 되었다.”라고 언급하였다. 그리고 “Hilbert는 公理主義의 見地에서”, “數理論理學이나 集合論 같은 것을 公理論의 方法으로 體系化하였을 때 이 體系의 無矛盾性을 證明하려면 어떻게 하여야 하겠는가?”라는 “問題를 解決하기 爲하여 ‘有限主義’의 見地(finite stand point) 및 ‘超數學’(metamathematics)이라는 것을 제창하였다.”고 설명하였다. 결론적으로 범우선생은 “Hilbert의

11) ‘연세과학교육’의 주 독자층은 석사 과정에 등록된 대학원생들이다. 이들 중에서도 범우선생의 주 관심 대상자는 수학교육 전공 대학원생들로서, 대부분 수학과 또는 수학교육과를 졸업한 수학교사들이다. 따라서 앞에서 언급한 ‘사상계’의 독자들도 보는 수학에 대하여 보다 더 깊이 이해하고 있다고 보아도 무방하다. 범우선생은 KCY-ESY5[6]의 서두에 “이 論文에서는”이라고 밝혔으나, [10]에서는 이 글을 article로 분류하지 않고 essay로 분류하였다.

公理主義는 數學의 基礎論에 있어서는 아직 解決하여야 할 많은 問題를 內包하고 있지만 現 段階에서는 現代數學의 展開方法으로서 公理論的 方法은 그 唯一한 方法"이라고 하였다.

범우선생은 “公理主義와 構造主義”에 대해서도 역사적 순서에 따라 상세히 설명하고 있다. 즉, “公理論的 方法은 結局 數學의 構造를 糾明하는 問題와 不可分の 關係에 있는 것이다.”라고 언급한 후 “1930年代에 들어와서는 現代數學을 構造 爲主로 다루려는 움직임이 싹트기 시작하였다.”라고 적시하며 Bourbaki를 소개하고 있다. Bourbaki는 “徹底하게 Hilbert의 公理主義에 立脚하여” “數學의 構造를 統一原理로 삼고 構造爲主로 現代數學을 再 編成하려고 나선 것이다.”라고 “Bourbaki의 ‘構造主義’를 설명하였다. 이로써 “(1950代)까지의 現代數學은 個 個의 數學的 體系의 構造를 糾明하는 것을 그 目標로 삼고 있었다고도 볼 수 있겠다.”라고 하였다.

마지막으로 범우선생은, 그 당시까지는 아직 국내에 생소한 category에 대하여 그 정의부터 설명하고 “構造主義와 category이론”을 언급하였다. 즉, “1950代까지의 現代數學이 個 個의 數學的 體系의 構造를 研究하는 時代였다고 본다면 1950代¹²⁾ 以後의 現代數學은 數學的 構造들 사이에 存在하는 보다 큰 構造 곧 構造의 다시 構造를 研究하는 時代라고 볼 수 있”으며 “1950年代 以後 오늘에 이르기까지 現代數學은 category라는 새로운 數學的인 武器를 自由自在로 驅使하여 Bourbaki의 構造主義의 燦爛한 開化期를 맞고 있다고 보아도 조금도 過言이 아닐 것이다.”라고 하였다.

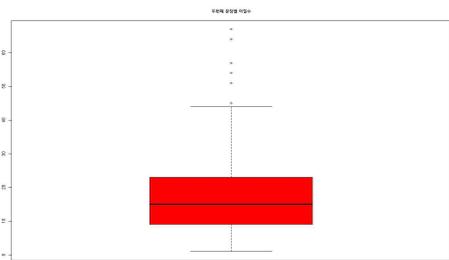
2.2. ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’에 대한 언어적 분석

‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’(KCY-ESY5)는 13페이지 분량의 에세이로서, 263개의 문장으로 되어 있다. 문장 중에서 가장 짧은 것은 1개의 어절을 갖고 있으며, 가장 긴 문장은 67개의 어절로 구성되었다. <표 II-5>는 KCY-ESY5의 어절 수에 대한 기초 통계량이다.

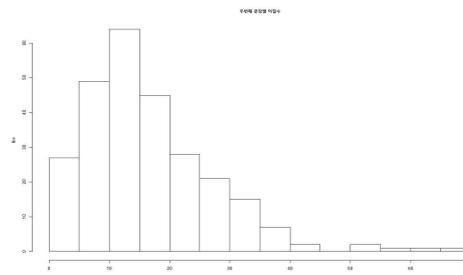
<표 II-5> KCY-ESY5의 어절 수에 대한 기초 통계량 (Basic statistic for the number of word segments in KCY-ESY5)

문장의 수	최솟값(min)	최댓값(max)	중앙값(med)	평균(M)	표준편차(SD)
263	1	67	15	16.90494	10.84812

[그림 II-7]과 [그림 II-8]은 각각 KCY-ESY5의 어절 수에 대한 boxplot과 histogram으로 기초 통계량과 데이터를 시각화한 것이다. 특히, boxplot을 통하여 이 자료에는 이상점이 6개 있음을 알 수 있고, histogram으로부터 KCY-ESY5에 포함된 81%의 문장이 1 이상 25 미만의 어절 수로 이루어졌음을 알 수 있다.



[그림 II-7] KCY-ESY5의 어절 수에 대한 boxplot (Boxplot for the number of word segments in KCY-ESY5)



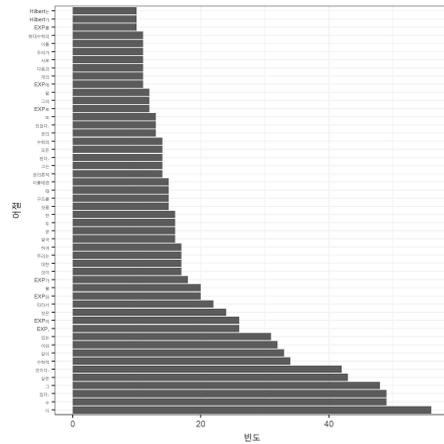
[그림 II-8] KCY-ESY5의 어절 수에 대한 histogram (Histogram for the number of word segments in KCY-ESY5)

12) 이 각주와 앞에 있는 2군데의 ‘1950代’라는 표현보다는, 뒤의 ‘1950年代’라는 표현이 더 적절하다.

<표 II-6>과 [그림 II-9]는 KCY-ESY5에 포함된 어절을 표와 그래프로 나타낸 것으로, 여기에서 'EXP'와 'EXP의' 등과 같이 수식을 나타내는 'EXP'가 들어간 어절은 제외하였다. <표 II-6>과 [그림 II-9]에서 보는 바와 같이, KCY-ESY5에서 가장 많이 나타나는 어절은 '이'이다. 이것이 나타나는 본문의 예를 들면 “이 論文에서는”, “이 幾何原論은”, “이 公理系는” “이 5種의”, “이 完全性은” 등이 있다. KCY-ESY4에서도 이러한 경향을 발견하였는데, '이', '그' 등의 지칭하는 대명사를 즐겨 사용하는 것이 범우선생 문장의 특성 중의 하나라고 할 수 있다.

<표 II-6> KCY-ESY5의 상위 20위 어절 (Top 20 ranked word segments in KCY-ESY5)

순위	어절	횟수	순위	어절	횟수
1	이	56	11	것은	24
2	수	49	12	따라서	22
3	있다.	49	13	불	20
4	그	48	14	것이	17
5	같은	43	14	대환	17
6	것이다.	42	14	우리는	17
7	수학적	34	14	하여	17
8	같이	33	18	결국	16
9	이와	32	18	곧	16
10	있는	31	18	두	16

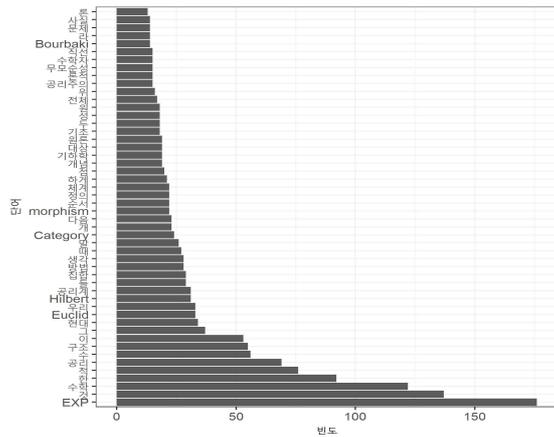


[그림 II-9] KCY-ESY5의 어절에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked word segments in KCY-ESY5)

<표 II-7>과 [그림 II-10]은 KCY-ESY5에 포함된 단어를 표와 그래프로 나타낸 것이고, [그림 II-11]은 이를 시각화한 것이다. 여기에서, '공리', '구조', '집합', 'Euclid', 'Hilbert', 'category', 'Bourbaki' 등이 KCY-ESY5의 주제와 관련 있다는 것을 알 수 있다.

<표 II-7> KCY-ESY5의 상위 20위 단어 (Top 20 ranked words in KCY-ESY5)

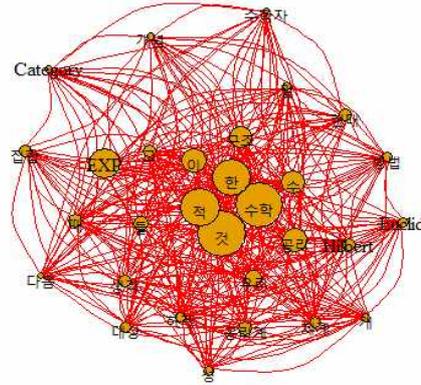
순위	단어	횟수	순위	단어	횟수
1	EXP	177	11	현대	34
2	것	137	12	Euclid	33
3	수학	122	12	우리	33
4	한	92	12	Hilbert	31
5	적	76	12	공리계	31
6	공리	69	12	들	29
6	수	56	12	집합	29
6	구조	55	12	방법	28
6	이	53	12	생각	28
6	그	37	12	때	27



[그림 II-10] KCY-ESY5의 단어에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked words in KCY-ESY5)



[그림 II-11] KCY-ESY5의 워드 클라우드 (Word cloud in KCY-ESY5)



[그림 II-12] KCY-ESY5의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 그림

KCY-ESY5의 연결 정도 중앙성은 다음 <표 II-8>과 같다. 앞의 [그림 II-12]는 연결 정도 중앙성을 시각화한 것이다. 이들로부터, KCY-ESY5는 ‘공리’, ‘구조’, ‘집합’, ‘Euclid’, ‘Hilbert’, ‘category’, ‘Bourbaki’ 등이 유기적으로 연결되어 이루어진 에세이임을 알 수 있다.

<표 II-8> KCY-ESY5의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성

Word	Degree	Word	Degree	Word	Degree
것	3432	그	1003	집합	691
수학	3318	들	963	말	653
한	2758	현대	935	생각	649
적	2468	Hilbert	915	개	648
EXP	2262	Euclid	815	체계	641
공리	1750	공리계	789	다음	628
이	1568	때	775	개념	586
수	1554	하계	734	Category	560
구조	1469	대상	714	수학자	550
우리	1063	방법	705	성	547

3. ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’

3.1. ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’의 요약

‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’[7]는 1984년 덕성여자대학교에서 발행한 종합교양지 ‘운현’ 제15권 제1호에 수록된 글이다. 이 글은, 앞의 두 에세이 ‘數學은 自然科學인가?’와 ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’의 내용을 보다 쉽게 설명한 것이다. 즉, “Euclid 원론”, “Hilbert의 公理主義”, “현대수학과 그 추상성”, “현대수학과 과학”, “현대수학과 구조주의”를 다루면서 “수학이란 모든 학문에 그 구조, Model을 제공하는 학문이다”라는 금언을 도출하였다.

이 에세이에서는, 앞의 두 글에서는 볼 수 없었던 “Piaget의 발달심리학”을 예로 들어, “Piaget는 인간의 인식 구조의 Model을 현대수학에서 발견한 것이다.”라고 하였다. 이는 ‘범우선생의 사유의 지평은 어디까지인가?’라는 과제를 우리에게 남긴 것이다. 더불어, 이 에세이의 결론에서는 ‘장님 코끼리 만지기’의 우화를 들어 자칫 딱딱하

기 그지없을 수학에 대한 글을 누구나 쉽게 접할 수 있도록 세심하게 배려하였다.

3.2. '수학이란 무엇을 하는 학문인가'에 대한 언어적 분석

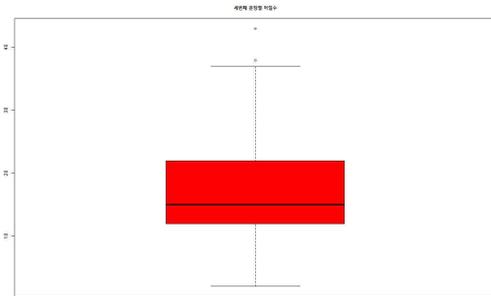
'수학이란 무엇을 하는 학문인가'(KCY-ESY8)는 10페이지 분량의 에세이로서, 140개의 문장으로 되어 있다. 문장 중에서 가장 짧은 것은 2개의 어절을 갖고 있으며, 가장 긴 문장은 43개의 어절로 구성되었다.

<표 II-9>는 KCY-ESY8의 어절 수에 대한 기초 통계량으로, 3편의 에세이 가운데 어절 수의 표준편차가 가장 작다. 이것은 문장의 길이가 골고루 되어 안정적이라는 것을 의미한다.

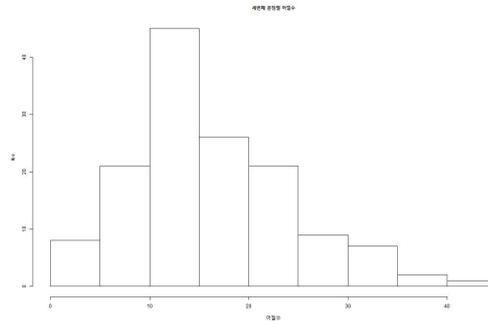
<표 II-9> KCY-ESY8의 어절 수에 대한 기초 통계량

문장의 수	최솟값(min)	최댓값(max)	중앙값(med)	평균(M)	표준편차(SD)
140	2	43	15	16.707143	7.993249

[그림 II-13]과 [그림 II-14]는 KCY-ESY8의 어절 수에 대한 boxplot과 histogram으로, 이상점이 관찰되며, 5 이상 25 미만의 어절 수로 이루어진 문장이 전체의 약 81%를 차지한다.



[그림 II-13] KCY-ESY8의 어절 수에 대한 boxplot

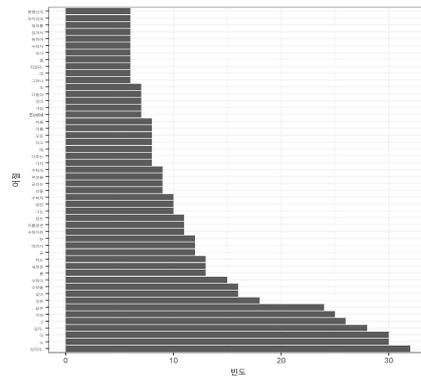


[그림 II-14] KCY-ESY8의 어절 수에 대한 histogram

<표 II-10>과 [그림 II-15]는 KCY-ESY8에서 상위 20에 있는 어절과 그 빈도를 나타낸 것이다. 여기에서도, 앞의 2편의 에세이에서와 마찬가지로, '것이다', '수', '이', '그' 등의 어절이 많이 나타남을 알 수 있고, '수학을', '수학이', '수학이란' 등 수학의 특성과 관련된 어절을 관찰할 수 있다.

<표 II-10> KCY-ESY8의 상위 20위 어절 (Top 20 ranked word segments in KCY-ESY8)

순위	어절	횟수	순위	어절	횟수
1	것이다.	32	11	수학이	15
2	수	30	12	불	13
2	이	30	12	새로운	13
4	있다.	28	12	하는	13
4	그	26	15	끝	12
4	이와	25	15	따라서	12
4	같은	24	15	한	12
8	것은	18	18	수학이란	11
9	같이	16	18	이들테면	11
9	수학을	16	18	있는	11

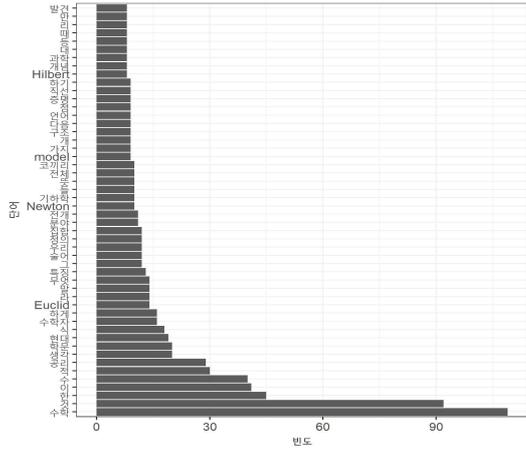


[그림 II-15] KCY-ESY8의 어절에 대한 순위의 Pareto diagram

위와 같은 어절의 경향은 단어에서도 관찰된다. <표 II-11>과 [그림 II-16]은 KCY-ESY8에 포함된 단어를 표와 그래프로 나타낸 것이고, [그림 II-17]은 이를 시각화한 것이다. 여기에서 가장 많이 등장하는 단어는 '수학'이며, 주목할 단어로는 '공리', '수학자', 'Euclid'등을 볼 수 있다.

<표 II-11> KCY-ESY8의 상위 20위 (단어Top 20 ranked words in KCY-ESY8)

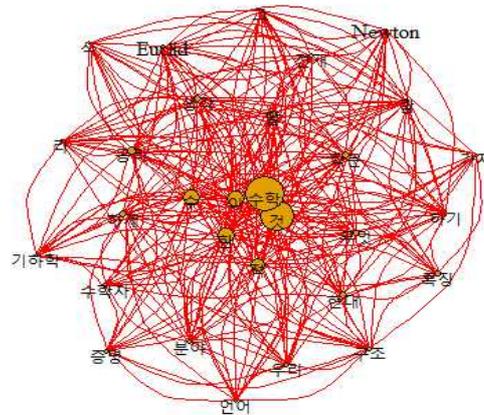
순위	단어	횟수	순위	단어	횟수
1	수학	109	11	수학자	16
2	것	92	11	하계	16
3	한	45	13	Euclid	14
4	이	41	13	라	14
5	수	40	13	말	14
6	적	30	13	무엇	14
7	공리	29	17	특정	13
8	생각	20	18	그	12
8	학문	20	18	술어	12
10	현대	19	18	우리	12



[그림 II-16] KCY-ESY8의 단어에 대한 순위의 Pareto diagram



[그림 II-17] KCY-ESY8의 워드 클라우드



[그림 II-18] KCY-ESY8의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 그림

<표 II-12>는 KCY-ESY8의 연결 정도 중앙성을 나타내고, 이것을 시각화한 것이 [그림 II-18]이다. 이들로 부터, KCY-ESY8은 '수학', '공리', '구조', '증명', '수학자', 'Euclid', 'Newton' 등을 유기적으로 연결하여 수학이라는 학문을 소개하고 있음을 알 수 있다.

<표 II-12> KCY-ESY8의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 (Degree of centrality for top 30 ranked words in KCY-ESY8)

단어	Degree	단어	Degree	단어	Degree
수학	2291	수학자	366	하기	282
것	2048	학문	352	전개	278
한	1112	Euclid	335	무엇	272
이	1023	식	326	가지	271
적	909	특징	325	구조	270
수	892	말	324	Newton	264
공리	586	분야	313	기하학	264
하게	523	그	300	언어	262
생각	446	라	296	증명	257
현대	407	우리	296	함	250

4. 세 편의 에세이에 대한 통합 분석

지금까지는 세 편의 에세이, ‘數學은 自然科學인가?’(KCY-ESY4), ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’(KCY-ESY5)와 ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’(KCY-ESY8) 각각에 대하여 분석하였다. 그러나 범우선생의 사유를 보다 잘 파악하기 위해서는 그의 글 전체를 통합적으로 보는 것도 필요하다. 이런 의미에서, 이 연구에서는 위의 세 편의 에세이를 하나의 말뭉치(corpus)로 통합하여 분석을 하였다.

통합 말뭉치는 445개의 문장으로 이루어졌다. <표 II-13>은 통합 말뭉치의 문장에 있는 어절의 수에 대한 기초 통계량이다. 통합 말뭉치의 어절 수의 평균은 대략 18이며, 표준편차는 대략 10이다.

<표 II-13> 통합 말뭉치 KCY-ESY4,5,8의 어절 수에 대한 기초 통계량

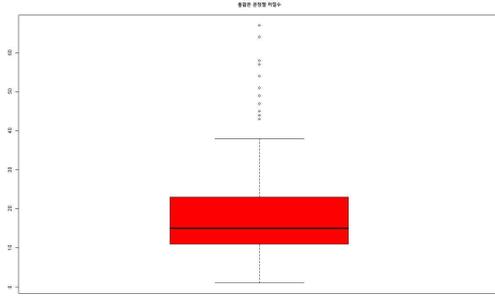
구분	문장 수	최솟값(min)	최댓값(max)	중앙값(med)	평균(M)	표준편차(SD)
ESY4	42	7	58	22	22.83333	12.36619
ESY5	263	1	67	15	16.90494	10.84812
ESY8	140	2	43	15	16.70714	7.99325
통합	445	1	67	15	17.59101	10.44285

<표 II-13>에서, KCY-ESY4(1968년), KCY-ESY5(1976년), KCY-ESY8(1984년)로 옮겨갈수록 어절의 수에 대한 평균과 표준편차가 줄고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 한 문장에 사용된 평균 어절의 수가 줄고, 그 편차도 줄었다.¹³⁾ 이것은 범우선생의 문장이 해를 거듭할수록 보다 간단명료해졌다는 뜻이다. 우리가 직간접적으로 접하였던 범우선생의 절제된 성품을 이것으로도 확인할 수 있다.

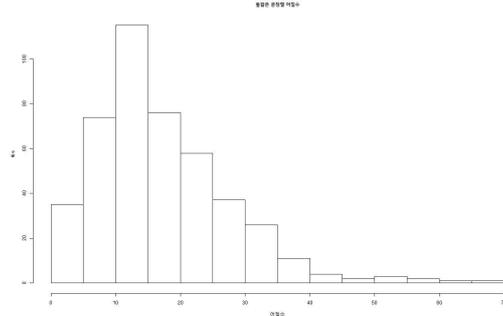
[그림 II-19]와 [그림 II-20]은 통합 말뭉치 KCY-ESY4,5,8의 어절 수에 대한 boxplot과 histogram으로서, 이상점이 있으며, 5 이상 30 미만의 어절 수로 이루어진 문장이 전체의 약 79%를 차지한다.

¹³⁾ 다음은 필자의 가설이다. “대화에서는, 한 문장에 10개 이하의 어절이 있는 것이 알아듣기 쉽다. 책에서는, 한 문장에 25개 이상의 어절이 있으면 가독성이 떨어진다.”

범우선생의 글이 이러한 방면의 연구에 기준점이 되기를 소망한다.



[그림 II-19] KCY-ESY4,5,8의 어절 수에 대한 boxplot (Boxplot for the number of word segments in KCY-ESY4,5,8)



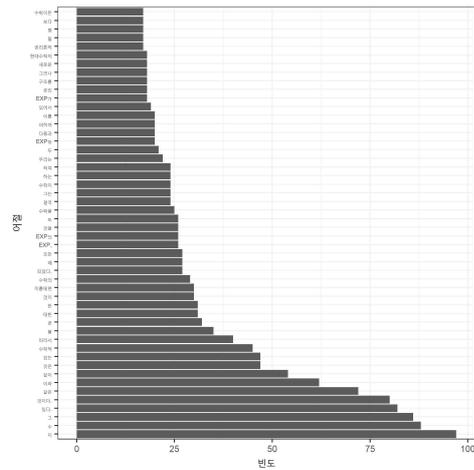
[그림 II-20] KCY-ESY4,5,8의 어절 수에 대한 histogram (Histogram for the number of word segments in KCY-ESY4,5,8)

<표 II-14>와 [그림 II-21]은 통합 말뭉치 KCY-ESY4,5,8에서 상위 20에 있는 어절과 그 빈도를 나타낸 것이다. 가장 많이 사용된 어절은 ‘이’, ‘수’, ‘그’ 등이며, ‘수학적’, ‘수학의’ 등 수학의 특성과 관련된 어절을 관찰할 수 있다.

<표 II-15>와 [그림 II-22]는 통합 말뭉치 KCY-ESY4,5,8에 포함된 단어를 표와 그래프로 나타낸 것이고, [그림 II-23]은 이를 시각화한 것이다. 여기에서 ‘수학’, ‘공리’, ‘구조’, ‘Euclid’, ‘공리계’, ‘집합’ 등과 이들 사이의 관계가 이 범우선생의 화두였음을 알 수 있다.

<표 II-14> KCY-ESY4,5,8의 상위 20위 어절 (Top 20 ranked word segments in KCY-ESY4,5,8)

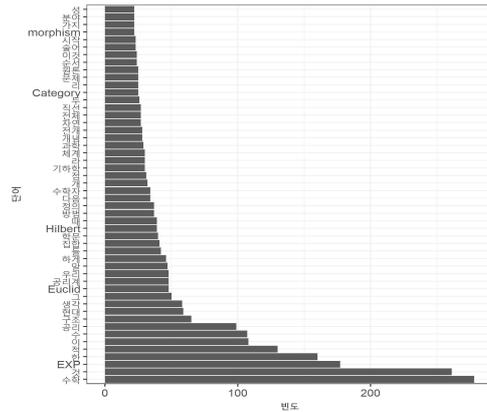
순위	어절	횟수	순위	어절	횟수
1	이	97	11	수학적	45
2	수	88	12	따라서	40
3	그	86	13	불	35
4	있다.	82	14	곧	32
5	것이다.	80	15	대한	31
6	같은	72	15	한	31
7	이와	62	17	것이	30
8	같이	54	17	이른다면	30
9	것은	47	19	수학의	29
9	있는	47	20	되었다.	27



[그림 II-21] KCY-ESY4,5,8의 어절에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked word segments in KCY-ESY4,5,8)

<표 II-15> KCY-ESY 4,5,8의 상위 20위 단어 (Top 20 ranked words in KCY-ESY4,5,8)

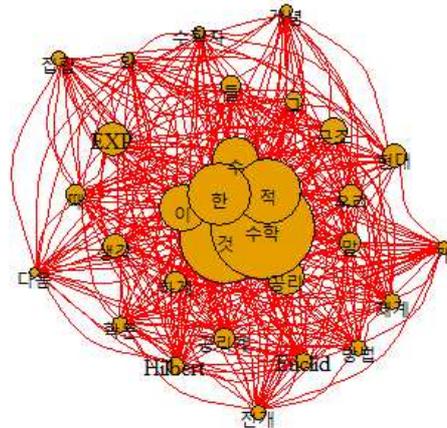
순위	단어	횟수	순위	단어	횟수
1	수학	278	11	생각	58
2	것	261	12	그	50
3	EXP	177	13	Euclid	48
4	한	160	13	공리계	48
5	적	130	13	우리	48
6	이	108	16	말	47
7	수	107	17	하계	46
8	공리	99	18	들	42
8	구조	65	19	집합	41
10	현대	59	20	학문	40



[그림 II-22] KCY-ESY4,5,8의 단어에 대한 순위의 Pareto diagram (Pareto diagram for ranked words in KCY-ESY4,5,8)



<표 II-23> KCY-ESY4,5,8의 워드 클라우드 (Word cloud in KCY-ESY4,5,8)



[그림 II-24] KCY-ESY4,5,8의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 그림 (Diagram for degree of centrality for top 30 ranked words in KCY-ESY4,5,8)

<표 II-16>은 통합 말뭉치 KCY-ESY4,5,8의 연결 정도 중앙성을 나타내고, 이것을 시각화한 것이 [그림 II-24]이다. 이들로부터, 범우선생은 ‘수학’, ‘공리’, ‘공리계’, ‘구조’, ‘Euclid’, ‘Newton’ 등을 유기적으로 연결하여 수학의 특성을 소개하고 있음을 알 수 있다.

<표 II-16> KCY-ESY4,5,8의 상위 30위 단어들의 연결 정도 중앙성 (Degree of centrality for top 30 ranked words in KCY-ESY4,5,8)

단어	Degree	단어	Degree	단어	Degree
수학	7084	하계	1608	학문	1082
것	6525	우리	1514	수학자	1058
한	4762	생각	1508	체계	1032
적	4363	그	1353	방법	924
이	3135	들	1332	개념	894
수	2958	공리계	1248	개	889
공리	2394	말	1225	라	860
EXP	2278	Euclid	1183	다음	857
구조	1790	Hilbert	1161	집합	857
현대	1622	때	1109	전개	854

III. 맺는 말

이 연구에서는 범우선생의 수학에 대한 사유를 살펴보기 위하여, 그가 쓴 세 편의 에세이 ‘數學은 自然科學인가?’(KCY-ESY4; 1968년) ‘現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義’(KCY-ESY5; 1976년)와 ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’(KCY-ESY8; 1984년)를 언어적으로 분석하였다.

1) 범우선생의 중심 단어는 ‘수학’, ‘과학’, ‘자연’, ‘발전’, ‘추상’ (KCY-ESY4); ‘공리’, ‘구조’, ‘집합’, ‘Euclid’, ‘Hilbert’, ‘category’, ‘Bourbaki’ (KCY-ESY5); ‘수학’, ‘공리’, ‘수학자’, ‘Euclid’ (KCY-ESY8) 등이다. 범우선생은 이들을 유기적으로 연결하여 현대수학에 대한 그의 사유를 구체적으로 설파하고 있음을 알 수 있다.

2) 범우선생의 글에서 가장 많이 나타나는 어절은 ‘이’, ‘그’ 등이다. “이 幾何原論은”, “이 公理系는” “이 5種의”, “이 完全性은”, “그 두 직선을”, “그 자체가”, “그 집합수를” 등이 있다. ‘이’, ‘그’ 등의 지칭하는 대명사를 즐겨 사용하는 것이 범우선생 문장의 특성 가운데 하나라고 할 수 있다. (물론 이것은 다른 사람들의 글과 비교해서 결론지을 일이다.)

3) 범우선생의 문장 가운데 약 80%는 5 이상 30 미만의 어절 수로 이루어졌다. 이것은 그의 글이 가독성이 좋다는 것을 의미한다.

4) 범우선생의 글은 해를 거듭할수록 보다 명료해졌다. 이것은, 앞의 Table 13에서 보는 바와 같이, 한 문장 안에 들어있는 어절의 수에 대한 평균과 표준편차가 줄고 있다는 것으로 확인할 수 있다. 문장이 간단명료해진다는 것은 그가 끊임없이 원고를 절차타마하며, 시대와 독자의 수준을 이해하려는 노력을 게을리 하지 않았음을 증명한다. 또한 그의 정제된 글에서 우리가 직간접적으로 접하였던 범우선생의 검박한 성품을 확인할 수 있다.

5) ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’(KCY-ESY8)에서, 범우선생은 “Piajet는 인간의 인식구조의 Model을 현대수학에서 발견한 것이다.”라고 하였다. 이는 ‘범우선생의 사유의 지평은 어디까지인가?’라는 과제를 우리에게 남긴 것이다.

6) ‘수학이란 무엇을 하는 학문인가’(KCY-ESY8)의 결론에서는 ‘장님 코끼리 만지기’의 우화를 들어, 자칫 딱딱하기 그지없을 수학에 대한 글을 쉽게 접할 수 있도록 세심하게 배려하였다. 후학들을 위한 따뜻한 마음 없이는 쉽지 않은 일이다.

7) ‘수학의 특징은 先驗科學인 것이었다고 보아야 할 것 같다.’(KCY-ESY4), “現代數學의 展開方法으로서 公理論의 方法은 그 唯一한 方法임은 否認할 수 없는 事實이다.”(KCY-ESY5) 등에서 보는 바와 같이, 범우선생은 종종 여지를 남겨두는 문장을 구사하기도 하였다. 否定 문장은 범우선생의 사유의 한 가지 특색이기도 하다.

8) 위의 내용 가운데 2), 3)은 다른 사람들의 글과 비교할 필요가 있다.

이상과 같이, 언어적 분석 방법으로 범우선생의 사유에 대하여 고찰해 보았다. 미소한 후학이 큰 스승의 뜻을 헤아린다는 것이 불가능하다는 것은 알고 있지만, 장님이 만진 코끼리의 부분 부분이 기록으로 남는다면 언젠가는 제법 그럴듯한 코끼리 그림을 누군가는 그릴 수 있으리라는 자기변호와 기대감으로 글을 맺는다.

참 고 문 헌

- 김용운 (1988). 인간학으로서의 수학: 수학은 왜 배우는가?, 우성문화사, 서울.
- Kim, Y. W. (1988). *Mathematics as a Liberal Arts: Why learn Mathematics?* WooSung Press, Seoul.
- 金致榮 (1968). 數學은 自然科學인가?, 思想界, **16(2)**, 230-233.
- Kim, C. Y. (1968). Is Mathematics Natural Sciences?, *Sa-Sang-Gye*, **16(2)**, 230-233.
- 金致榮 (1976). 現代 數學에 있어서의 公理主義와 構造主義, 연세교육과학, **9**, 113-125.
- Kim, C. Y. (1976). Axiomaticism and Structuralism on Modern Mathematics, *Yonsei Univ. Educational Science* **9**, 113-125.
- 김치영(1984). 수학이란 무엇을 하는 학문인가, 운현, **15(1)**, 68-77.
- Kim, C. Y. (1984). What is Mathematics, *Woon-Hyun*, **15(1)**, 68-77.
- 박세희 (2006). (개정판) 수학의 세계, 서울대학교출판문화원, 서울.
- Park, S. (2006). *Invitation to the World of Mathematics (Revised)*, Seoul National Univ. Press, Seoul.
- 이강섭 (2016). 범우김치영선생의 수학교육에 관한 업적의 목록과 그 분류, 한국수학사학회지, **29(5)**, 279-294.
- Lee, K. S.(2016). List and Classification of Bumwoo Kim Chi Young's Contributions on Mathematics Education, *Journal for History of Mathematics*, **29(5)**, 279-294.
- Csárdi, Gábor (2017). Package 'igraph'.
<https://cran.r-project.org/web/packages/igraph/igraph.pdf>
- Haiyue, J., & Khoon Yoong, W., (2010). *A Network Analysis of Concept Maps of Triangle Concepts*. Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Han, J., Kamber, M., & Pei, J., (2011). *Data mining: concepts and techniques*. Elsevier, Amsterdam.
- Jeon, Heewon (2016). Package 'KoNLP'.
<https://cran.r-project.org/web/packages/KoNLP/KoNLP.pdf>
- Kline, M., (1980). *Mathematics: The Loss of Certainty*, Oxford Univ. Press, N. Y., 심재관 옮김 (2007). 수학의 확실성, 사이언스북스, 서울.
- Opsahl, T., Agneessens, F., & Skvoretz, J., (2010). Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths. *Social Networks*, **32(3)**, 245-251.

Linguistic Analysis of Bumwoo KIM Chi Young's Cogitation on Mathematics

Lee, Kang Sup

Department of Mathematics Education, Dankook University
Jukjeon-ro 152, Suji-ku, Yongin-si
E-mail: leeks@dankook.ac.kr

Lee, Hyun Soo[†]

Department of Mathematics Education, Dankook University
Jukjeon-ro 152, Suji-ku, Yongin-si
E-mail: hsleemath@dankook.ac.kr

In this study, we studied Bumwoo KIM Chi Young's cogitation on mathematics, and analyzed his typical 3 essays on mathematics by KoNLP.

Approximately 80% of Bumwoo 's sentences consist of less than 30. His writing became clearer over the years. It is verified from the mean and standard deviation of the number of words in a sentence are decreasing.

Bumwoo emphasized the structure in mathematics, and he was a strong advocate of importancy on axiom, topolized and category as the characteristics of modern mathematics. In particular, it can be seen that the relations between 'mathematics', 'axiom', 'structure', 'Euclid', 'axiomatic system' and 'set' were his main topic.

* ZDM Classification : 97-03

* 2000 Mathematics Subject Classification : A30

* Key words : Bumwoo KIM Chi Young, axiom, structure, topolize, category

† corresponding author