韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
https://doi.org/10.7468/mathedu.2018.57.2.157
2018. 05. 제 57권, 제 2호, 157-177.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
May. 2018, Vol. 57, No. 2, 157-177.

2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 정적분의 도입 및 활용 분석

박진희(서울대학교 대학원)
박미선(서울대학교 대학원)†
권오남(서울대학교)

Ⅰ. 서론

미적분은 그 발달 자체가 수학의 역사와 함께 했으며(Bressoud, 1992), 수학의 다양한 내용을 통합, 발전시킨 주제로써 여러 학문에서 응용되어 사회 현상 및 자연 현상을 이해하고 분석하는 데 쓰인다(권오남, 박재희, 조경희, 박정숙, 박지현, 2015; 이현주, 류중현, 조완영, 2015; 김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 2017). 중등학교 수학에서 미적분은 학생들에게 수학의 유용성과 가치를 경험하게 하고, 수학적 문제 해결 능력과 창의·융합적 사고를 기르게 할 수 있다(교육부, 2015)는 점에서 핵심적인 내용으로 여겨진다. 이에 우리나라에서는 제7차 교육과정의 인문사회 계열을 희망하는 학생들을 제외하고는 제1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정에 이르기까지의 모든 고등학생들이 미적분을 학습하고 있다.

우리나라에서 미적분 학습은 2009 개정 교육과정까지의 모든 교육과정에서 '수열 → 수열의 극한(급수) → 함수의 극한 → 미분 → 적분'의 순서로 다루어졌으며, 이는 미분 개념을 도입하기 위해 함수의 극한을, 적분 개념을 도입하기 위해 수열의 극한을 필수 선행지식으로 보고 내용의 위계를 구성해 온 것이다(전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정, 2015). 특히, 정적분은 수열의 극한과 급수를 학습한 후 구분구적법을 이용하여 리만합의 극한 개념으로 정의되었으며, '구분구적법 → 정적분의 정의(리만합의 극한) → 정적분과 미분의 관계 → 부정적분과 정적분의 관계(미적분의 기본정리[1]) → 넓이 → 속도와 거리'의 학습 순서에 따라 다루어졌다.

그러나 학생들이 정적분을 리만합의 극한 개념으로 이해하는데 어려움을 겪는다는 연구가 지속적으로 보고되었다(Orton, 1983; Oberg, 2000; 신보미, 2009; 최정현, 2011; Jones, Lim, & Chandler, 2017). 이에 기존의 정적분 지도에 대한 대안을 찾으려는 연구가 다양한 관점에서 수행되었다(신보미, 2008; Thompson & Silverman, 2008; 정연준, 이경화, 2009a, 2009b; 김성옥, 정수영, 권오남, 2010; Sealey, 2014; 권오남, 박재희, 조경희, 박정숙, 박지현, 2015; 전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정, 2015). 특히 신보미(2008)와 전인태 외(2015)는 외국의 교과서 분석을 통해 우리나라 교과서에서의 정적분 도입 방식에 대한 반성적인 검토가 필요함을 주장하였다.

이와 같은 정적분의 지도에 대한 여러 연구를 바탕으로 2015 개정 교육과정에서는 2009 개정 교육과정까지와는 다른 정적분의 도입을 시도하고 있다. 2015 개정 교육과정의 '교수·학습 방법 및 유의사항'에 $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$의 값, 즉 부정적분의 함숫값의 차로 정적분을 정의하되 정적분의 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다고 제시함으로써 교과서별로 정적분의 도입을 다르게 할 수 있도록 열어두었

* 접수일(2018년 4월 17일), 수정일(2018년 5월 11일), 게재확정일(2018년 5월 17일)
* ZDM분류 : U2
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : 정적분, 교과서 분석, 2015 개정 교육과정
† 교신저자

[1] 대학 수학에서는 정적분과 미분의 관계를 '미적분학의 제1의 기본정리'로, 부정적분과 정적분의 관계를 '미적분학의 제2의 기본정리'로 명명하지만(정동명, 조승제, 2004), 2009 개정 교육과정에 따른 학교수학에서는 부정적분과 정적분의 관계만을 '미적분의 기본정리'로 명명하고 있다(교육과학기술부, 2011).

다. 또한, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 2009 개정 교육과정에서 리만합의 극한인 정적분의 정의에 의해 설명되었으나 2015 개정 교육과정에서는 교과서별로 다양한 정적분 도입을 허용하고 있기 때문에 그에 따라 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 설명 방법도 다를 수 있다.

이러한 변화를 교육현장인 학교에서는 교과서를 통해 접하게 된다. 교과서는 문서화된 교육과정이 실행된 교육과정으로 옮겨질 때 가장 기본적으로 활용되는 자료로, 학생들은 교과서를 통해 교육과정에 제시된 성취기준을 달성하게 되므로 교육과정의 취지가 교과서에 어떻게 담겨져 있는지 분석할 필요가 있다. 2015 개정 교육과정은 2018년 3월 1일에 고등학교 1학년 학생들부터 시행되었으므로 현재[2] 고등학교에서는 1학년 학생들이 공통 과목인 <수학>을 학습하고 있으며, <수학Ⅱ> 교과서는 출판은 되었으나 이 교과서로 수업이 이루어지는 곳은 없고, <미적분> 교과서는 아직 출판되기 전이다. 이에 본 연구에서는 출판된 <수학Ⅱ> 교과서 9종에 나타난 정적분의 도입 및 활용 단원을 분석하여 2015 개정 교육과정에서의 성취기준이 교과서에 어떻게 반영되었으며 정적분과 부정적분, 넓이와의 관계가 각 교과서에 어떻게 기술되었는지 살펴보고자 한다.

Ⅱ. 선행연구 분석

1. 리만합의 극한을 이해하는데 겪는 어려움에 관한 선행 연구

대체로 정적분 이해에 관한 연구들은 학생들이 정적분을 리만합의 극한으로 이해하는데 어려움이 있음을 지적한다. Orton(1983)의 연구에 참여한 학생 110명 중 10명이 곡선 아래 영역의 넓이를 구하기 위해 수열의 극한이 필요하다고 답하였고, Oberg(2000)의 면담 조사에서는 대학생 5명 중 한 명만이 정적분을 리만합의 극한이라고 설명하였다. 신보미(2009)는 우리나라 고등학생 2학년 108명을 대상으로 정적분에 대한 이해를 조사한 결과 리만합의 극한이라는 정적분의 정의가 고등학생들에게 충분히 이해되는 데는 무리가 있음을 지적하면서 정적분의 정의와 그 지도 방식에 대한 반성적인 검토가 필요하다고 하였다. 최정현(2011)의 연구에서 고등학교 2학년 자연계열 학생 70명을 대상으로 실시한 설문 조사를 보면, 55명의 학생들이 정적분을 리만합의 극한으로 보기보다 부정적분에 연결지어 생각하거나 정적분의 계산에만 치중하고 있다는 점에서 다른 교수학적 전략을 제안하였다. Jones, Lim & Chandler(2017)는 리만합에 근거한 적분 개념이 유용한 상황에도 학생들이 이를 이용하지 않는 경향이 있다는 점을 확인하였다. 이상을 통해 볼 때 정적분을 리만합의 극한으로 도입하는 것에 대한 고찰이 필요함을 알 수 있다.

2. 정적분 지도에 관한 선행연구

정적분 지도에 관한 연구는 여러 나라의 교육과정이나 교과서를 비교한 연구와 개념 접근의 다양한 방법을 제시하는 연구로 나눌 수 있다. 신보미(2008)는 우리나라 제7차 교육과정의 '정적분과 무한급수'의 관계가 미국, 영국, 일본 교과서에는 존재하지 않음을 기술하였고, 전인태 외(2015)는 핀란드, 영국, 일본, 미국의 교육과정과 교과서를 분석한 결과 네 나라 모두에서 정적분을 구분구적법으로 도입하지 않음을 확인하고 우리나라 미적분 도입 방식에 대한 대안을 제시하고자 하였다. 정연준, 이경화(2009a)는 미적분학의 기본정리의 역사적 발달과정을 조망하며 변화율의 의미를 드러내는 미적분학의 기본정리를 지도하는 방안을 제안하였으며, 후속연구에서 발생적 접근을 통해서 적분법의 형식적 구조는 그 구조가 발생되는 계기와 함께 다루어질 수 있으며, 그러한 과정을 통해 구조와 직관이 연결되어 부정적분과 정적분의 관계에 대한 적절한 인식이 이루어져야 한다고 하였다(정연준, 이경화, 2009b). Thompson & Silverman(2008)은 정적분의 곡선 아래 영역 계산에 초점을 두기보다는 누적 기능에 초점을 둔 공변량(covariation)에 대해 강조하며, 학생이 이해하는데 어려움이 따르더라도 누적함수를 가르치는 것이 가치 있다고 하였다. 김성옥 외(2010)도 미적분학의 기본정리의 이해의 요소로 누적함수와 변화율을 강조한 지도 방안을 탐색하였다. Sealey(2014)는 시간에 따른 속도라는 물리적 맥락의 문제를 제시하며 정적분과 리만합에 대해 학생들이 탐색하고 이해할 수 있는 활동을 제시하였다. 권오남 외(2015)은 미적분 도입의 방법으로 기하적, 대수적, 직관적 접근 방법을 제시하며 수학적 엄밀함을 다소 약화시키더라도 학생들이 관련

[2] 현재는 본 논문을 작성한 시기로 2018년 4월을 말한다.

개념 이해를 스스로 관찰하고 탐구할 수 있도록 교육과정을 재구성하는 대안을 제안하였다. 이러한 연구를 토대로 리만합의 극한으로 정적분을 지도해 온 기존의 방법에서 벗어나 2015 개정 교육과정에서 새로운 시도가 이루어질 수 있었다.

3. 정적분 도입에 관한 2015 개정 교육과정 분석

2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 과목은 [표 1]과 같이 보통 교과의 공통 과목인 <수학>, 일반 선택 과목인 <수학Ⅰ>, <수학Ⅱ>, <미적분>, <확률과 통계>와 진로 선택 과목, 전문교과로 나뉜다.

[표 1] 2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 과목의 체계

[Table 1] Structure of high school mathematics in the 2015-Revised Curriculum

<table>
<tr><th colspan="3">보통 교과</th><th rowspan="3">전문 교과</th></tr>
<tr><th rowspan="2">공통 과목</th><th colspan="2">선택 과목</th></tr>
<tr><th>일반 선택 과목</th><th>진로 선택 과목</th></tr>
<tr><td>수학</td><td>수학Ⅰ
수학Ⅱ
미적분
확률과 통계</td><td>실용 수학
기하
경제 수학
수학과제 탐구</td><td>심화 수학Ⅰ
심화 수학Ⅱ
고급 수학Ⅰ
고급 수학Ⅱ</td></tr>
</table>

2015 개정 교육과정에서 학생들이 공통 과목인 <수학>을 학습한 후 미적분을 학습하는 경로는 두 가지이다. 첫 번째는 일반 선택 과목인 <수학Ⅱ>를 선택하여 함수의 극한, 다항함수의 미분, 다항함수의 적분을 학습하는 것이고, 두 번째는 <수학Ⅱ>와 지수함수와 로그함수, 삼각함수, 수열로 구성된 <수학Ⅰ>을 순서에 상관없이 학습한 후 <미적분>을 선택하여 수열의 극한, 여러 가지 함수의 미분법, 여러 가지 함수의 적분법을 학습하는 것이다(교육부, 2015). 첫 번째 방법의 경우에 미분과 적분 이전에 수열의 극한을 학습하지 않기 때문에 리만합의 극한 개념으로 구분구적법을 이용하여 정적분을 정의할 수 없으므로 기존과 다른 새로운 지도 방안이 필요하다. 두 번째 방법의 경우 <수학Ⅱ>에서 수열의 극한 없이 정적분을 정의한 후에 <미적분>에서 수열의 극한을 배우고 정적분의 활용에서 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 학습하게 되므로 기존 교육과정과 비교하였을 때 학습 순서에 변화가 있다. 이에 정적분 도입 방법과 그와 관련된 변화를 확인하기 위해서는 <수학Ⅱ> 교과서를 살펴보아야 한다. <수학Ⅱ> 교과서의 변화를 확인하는 기준은 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정 비교([부록 1] 참고)를 통해 정할 수 있다. 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정의 ‘학습요소’에서 가장 큰 차이는 ‘구분구적법’과 ‘미적분의 기본정리’라는 두 개의 용어의 유무이다. 이는 2015 개정 교육과정의 <수학Ⅱ>에서 ‘수열의 극한’이 없기 때문에 급수의 합을 학습하지 않은 채로 정적분을 도입하는 과정에서 구분구적법의 내용이 삭제되는 것과 ‘교수·학습 방법 및 유의사항’에서 제시된 대로 미적분의 기본정리로 정적분을 정의하는 것 때문이다.

이에 본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서에서 부정적분의 함숫값의 차로 정적분을 도입하는 방법과 정적분과 넓이와의 관계를 설명하는 방법을 분석하고 2015 개정 교육과정의 문서가 교과서에 어떻게 반영되었는지 탐색하고자 한다. 이를 위해 제기한 연구문제는 다음과 같다.

1. 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서 9종은 정적분을 어떻게 도입하고 설명하는가?
2. 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서 9종은 정적분과 넓이와의 관계를 어떻게 설명하는가?

Ⅲ. 연구방법

교과서 집필진들이 교과서를 집필하기에 앞서 참고하는 가장 기본적인 자료는 교육부에서 고시하는 ‘수학과 교육과정’이다. 수학과 교육과정(교육부, 2015)은 교과별로 성격, 목표, 내용 체계 및 성취기준, 교수·학습 및 평가의 방향의 순서로 작성되어 있으며, 성취기준은 핵심개념 영역별로 학습 요소, 성취기준 해설, 교수·학습 방법 및 유의 사항, 평가 방법 및 유의 사항의 하위 항목으로 작성되어 있다. 교육과정 문서상에 제시된 ‘성취기준’은 교수·학습 활동의 실질적인 기준으로 각 교과목에서 가르치고 배워야 할 내용과 그러한 내용 학습을 통해 학생들이 성취해야 할 능력 및 특성을 명료하게 진술한 것이다(윤현진, 박선화, 이근호, 2008). 따라서 수학과 교육과정 문서상의 ‘성취기준’은 학생들이 수학교과를 통해

배워야 할 내용과 할 수 있을 것이라 기대하는 능력을 직접적으로 드러낸 것으로 교과서 구성의 핵심이다. 교육과정이 개정됨에 따라 <수학Ⅱ> 교과서의 ‘정적분’과 ‘정적분의 활용’ 단원의 내용 변화가 불가피하게 되었다. 본 연구에서는 이 두 단원의 구성이 ‘적분’ 영역의 ‘성취기준’의 하위 항목에 나타난 특징을 어떻게 반영하였는지 분석하고자 하였으며, 이를 위해 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서 9종을 사용하였다([표 2] 참고).

[표 2]에 제시된 대로 정적분의 도입과 그에 따른 넓이와의 관계에 대한 설명 방법을 분석하기 위해서 9종의 <수학Ⅱ> 교과서의 정적분 소단원을 살펴보았다. 일반적으로 각 교과서의 도입 부분은 탐구활동에 제시된 활동에서 정의까지 설명이 자연스럽게 연결되어 있었기 때문에 연구자들은 분석을 위해 각 교과서의 소단원의 개념 설명 부분을 탐구활동과 전개로 나누었다. 탐구활동은 각 교과서의 소단원의 개념 학습에 들어가기에 앞서 학생들이 탐구할 수 있는 간단한 소재로 제시된 활동이다. 각 교과서마다 명칭이 다르지만(예: 개념열기, 생각의 싹, 탐구학습 등), 본 연구에서는 명칭을 탐구활동이라고 통일하고 분석하였다. 전개는 각 교과서의 소단원의 개념 학습에서 정의나 정리를 제시하기 위해 설명된 내용이나 증명과정을 일컫는다. 각 교과서마다 이 부분을 지칭하는 말이 따로 존재하지 않으나, 본 연구에서의 주된 분석내용이기 때문에 명칭을 전개라고 정하고 분석하였다. 9종의 <수학Ⅱ> 교과서에서 정적분의 도입에 대한 탐구활동과 전개 부분은 [표 2]에 제시된 대로 정적분 단원의 초반 1~3쪽에 해당된다.

[표 2] 분석한 교과서 목록
[Table 2] List of textbooks used in analysis

2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ> 교과서			
출판사	저자	소단원명	해당 페이지
(주)좋은책신사고	고성은 외 6인	3. 정적분	119~120쪽
		1. 넓이	133~134쪽
(주)교학사	권오남 외 14인	01. 정적분의 뜻	130~131쪽
		01. 넓이	142~143쪽
(주)비상교육	김원경 외 14인	02. 정적분	112~113쪽
		01. 넓이	125쪽
(주)천재교과서	류희찬 외 10인	3. 정적분	122쪽
		4. 넓이	131~133쪽
동아출판(주)	박교식 외 19인	01. 정적분	123~124쪽
		01. 넓이	137~139쪽
(주)금성출판사	배종숙 외 6인	3. 정적분	124쪽
		1. 곡선과 x축 사이의 넓이	131~132쪽
(주)천재교육	이준열 외 9인	2. 정적분	121쪽
		1. 도형의 넓이	132~133쪽
(주)지학사	홍성복 외 10인	01. 정적분	125~127쪽
		01. 넓이	141~142쪽
(주)미래엔	황선욱 외 8인	02. 정적분	122~123쪽
		01. 넓이	135~136쪽

정적분의 개념 도입 방법에 따라 설명이 달라지는 정적분과 넓이와의 관계는 대체로 탐구활동의 내용과 무관하게 전개만으로 분석이 가능했으나 교과서 1종의 경우 탐구활동과 전개의 설명이 이어지고 있어서 연계 분석하였다. 이때 정적분과 넓이와의 관계의 전개 부분에서 $f(x) \geq 0$인 경우만 제한하여 분석하였다. 일반적으로 $f(x) \geq 0$은 탐구활동에서 주어지는 함수의 조건일 뿐만 아니라 모든 교과서에서 $f(x) \leq 0$인 경우와 구간 내에서 $f(x)$가 양의 값과 음의 값을 모두 갖는 경우는 $f(x) \geq 0$인 경우로부터 설명하고 있으므로 본 연구에서는 조건을 제한하여 보는 것이 논의를 벗어나지 않는다고 보았다. 따라서 각 교과서의 넓이에 대한 설명 부분은 [표 2]에 제시된 넓이 단원의 초반 1~3쪽을 분석하였다.

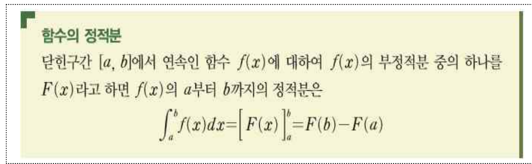
본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 9종의 <수학Ⅱ> 교과서를 분석하여 제시할 때 출판사나 저자를 병기하지 않는다. 연구자들은 9종의 교과서에 임의로 A부터 I까지 알파벳을 이용하여 라벨을 붙여 제시하며, 출판사나 저자를 직접적으로 밝히지 않음으로써 학교 현장에 적용되지 않은 교과서에 대한 가치 판단에 영향을 줄이고자 하였다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

분석한 결과 정적분의 도입 방법은 크게 두 가지로 8종의 교과서가 선택한 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용한 방법과 나머지 1종의 교과서가 선택한 넓이를 이용한 방법으로 나뉘었으나, 8종의 교과서도 탐구활동과 전개 부분에서는 차이를 보여 정적분의 도입 방법의 다양성을 확인할 수 있었다. 또한, 정적분의 활용 단원에 있는 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 정적분의 관계는 크게 네 가지로 넓이를 이용하여 정적분을 도입한 1종은 나머지 교과서와 내용 제시 면에서 차이를 보였으며, 정적분의 도입 방식이 같았던 8종의 교과서 중 6종은 기호의 차이만 있었을 뿐 그 방식은 유사했고, 나머지 2종은 각각 다른 방식으로 정적분과 넓이와의 관계를 설명하였다. 구체적인 분석 결과를 연구 질문의 순서에 따라 1. 정적분의 도입 및 설명 방법, 2. 정적분과 넓이와의 관계로 나누어 살펴본 후 각 교과서의 3. 정적분의 도입 및 활용에 대한 흐름을 정리하면 다음과 같다.

1. 정적분의 도입 및 설명 방법

2015 개정 교육과정에서는 '교수·학습 방법 및 유의 사항'에 '$f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분'이라 정의하도록 명시되어 있기 때문에 9종의 교과서 모두에서 [그림 1]과 같이 정적분을 정의하고 있다.



함수의 정적분

닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)$의 부정적분 중의 하나를 $F(x)$라고 하면 $f(x)$의 a부터 b까지의 정적분은

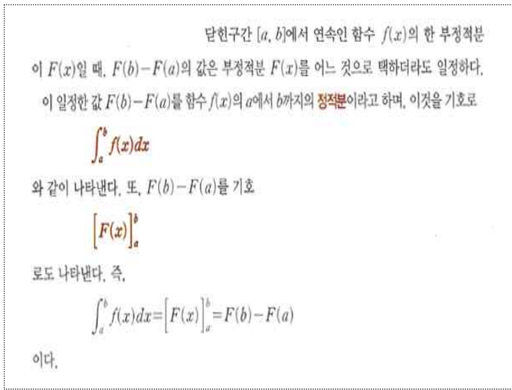
$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b)-F(a)$$

[그림 1] 정적분의 정의
[Fig. 1] The definition of definite integral

이는 기존의 교육과정에서 리만합의 극한 개념으로 정적분을 정의하였던 것과 큰 차이를 보이는 것으로 처음 시도되는 정의 방식이기 때문에 교과서 저자들은 도입 방법에 대해 많은 고민을 했을 것이다. 정의를 도입한 방법은 크게 두 가지 방법으로 나눌 수 있었는데, 1) 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용한 방법과 2) 넓이를 이용한 방법이 그것이다. 하지만, 각 교과서의 방법 내에서 탐구활동과 전개 부분에 차이가 있어 도입 방법의 다양성을 확인할 수 있었다.

1) 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용한 방법

정적분의 정의인 부정적분의 함숫값의 차, 즉 $F(b)-F(a)$가 일정함을 이용한 교과서는 교과서 G를 제외한 8종(A, B, C, D, E, F, H, I)이다. 이는 일본 교과서(俣野 et al, 2013)와 유사한 방법으로 [그림 2]와 같이 넓이와 무관하게 함수 $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$의 값이 적분상수 C의 값에 관계없이 하나의 값으로 정해지는 것으로부터 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의하고 이것을 기호로 $\int_a^b f(x)dx$로 나타내므로 $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$임을 설명하였다.



닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분이 $F(x)$일 때, $F(b)-F(a)$의 값은 부정적분 $F(x)$를 어느 것으로 택하더라도 일정하다.
이 일정한 값 $F(b)-F(a)$를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 **정적분**이라고 하며, 이것을 기호로

$$\int_a^b f(x)dx$$

와 같이 나타낸다. 또, $F(b)-F(a)$를 기호

$$\Big[F(x)\Big]_a^b$$

로도 나타낸다. 즉,

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

이다.

[그림 2] 정적분의 정의 도입 방법 1
[Fig. 2] The first way to introduce the definition of definite integral

8종의 교과서에 나타난 정적분 도입의 설명을 (1) 탐구활동, (2) 전개, (3) 탐구활동과 전개 전체를 기준으로 분석하면 다음과 같이 분류할 수 있다.

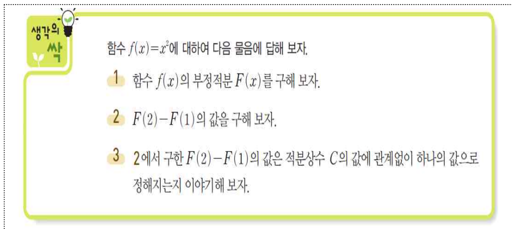
(1) 탐구활동으로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류

8종의 교과서의 탐구활동으로 본 정적분의 도입 설명 방법은 [표 3]과 같이 여섯 가지로 분류할 수 있다. 분류는 크게 학생들에게 부정적분을 구하도록 하는 경우와 부정적분의 예시를 제시해 주는 경우로 나뉘었다. 또한, 구하도록 하거나 제시해 주는 부정적분의 개수가 각각 달라 그에 따라 교과서를 분류하였다. 연구자들은 [표 3]의 각 분류에서 1종의 교과서에 나타난 방법은 주로 원문을 그대로 작성하였고, 2종 이상의 교과서에 나타난 방법은 주요 내용을 혼합하여 작성하였다. 탐구활동에서 $f(x)=2x$와 같은 구체적인 함수의 경우 그 함수 자체가 중요한 역할을 하지 않는 경우 '주어진 함수'라는 표현으로 정리하였으며, $F(2)-F(1)$, $F(3)-F(1)$과 같은 상수의 차이는 고려하지 않고, $F(3)-F(1)$로 통일하였다.

[표 3] 탐구활동으로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류
[Table 3] Classification of introduction of definite integral according to inquiry activity

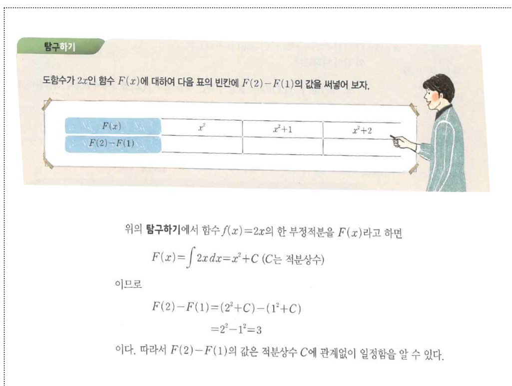
<table>
<tr><th>교과서</th><th>정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동</th></tr>
<tr><td>A</td><td rowspan="2">주어진 함수의 한 부정적분을 구하고 그 부정적분 $F(x)$에 대하여
$F(3)-F(1)$의 값 구하기</td></tr>
<tr><td>D</td></tr>
<tr><td>B</td><td rowspan="2">주어진 함수의 부정적분 $F(x)$ 세 가지 제시 후 각각에 대하여 $F(3)-F(1)$의 값 구하기</td></tr>
<tr><td>C</td></tr>
<tr><td>E</td><td>주어진 함수의 세 부정적분 $F(x)$,
$G(x)$, $H(x)$를 구하고 각각에 대하여
$F(3)-F(1)$, $G(3)-G(1)$,
$H(3)-H(1)$의 값 비교하기</td></tr>
<tr><td>F</td><td>함수 $f(x)=2x$의 서로 다른 두
부정적분 $F_1(x)=x^2+C_1$,
$F_2(x)=x^2+C_2$에 대하여
(1) $F_1(3)-F_1(1)$의 값과
$F_2(3)-F_2(1)$의 값 비교하기
(2) 두 실수 a, b에 대하여
$F_1(b)-F_1(a)$의 값과
$F_2(b)-F_2(a)$의 값 비교하기</td></tr>
<tr><td>H</td><td>주어진 함수의 한 부정적분 $F(x)$에
대하여
(1) $F(3)-F(2)$의 값과
$F(5)-F(1)$의 값 구하기
(2) 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 상수 a, b에 대하여
$F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C와
관계가 있을까?</td></tr>
<tr><td>I</td><td>두 다항함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두
$f(x)$의 부정적분일 때
(1) 함수 $F(x)-G(x)$는 어떤
함수인가?
(2) $F(1)-F(0)$의 값과
$G(1)-G(0)$의 값 비교하기</td></tr>
</table>

먼저, 교과서 A와 D는 [그림 3]과 같이 주어진 함수의 하나의 부정적분 $F(x)$를 학생들이 구하도록 하고 그 부정적분에 대해 $F(3)-F(1)$의 값을 구하도록 하고 있다. 이 탐구 활동을 통해 학생들은 각자 하나의 부정적분을 구한 후 소그룹이나 교실 전체의 토론을 통해 어떠한 부정적분에 대해서도 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 발견할 수 있을 것이다.



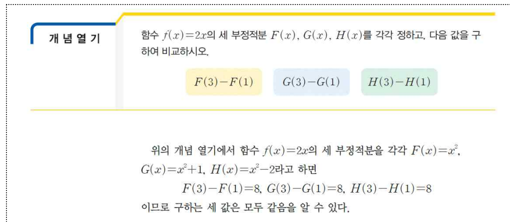
[그림 3] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(A, D)
[Fig. 3] An introduction of definite integral - inquiry activity(A, D)

두 번째, 교과서 B와 C는 [그림 4]와 같이 주어진 함수의 부정적분 $F(x)$의 세 가지 예를 제시해주고 각각에 대하여 $F(3)-F(1)$의 값을 써봄으로써 다른 학생들과 비교해보지 않고도 스스로 $F(3)-F(1)$의 값이 부정적분 $F(x)$의 적분상수에 관계없이 일정함을 확인하도록 하였다.



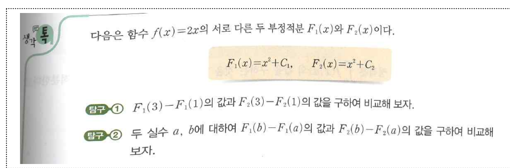
[그림 4] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(B, C)
[Fig. 4] An introduction of definite integral - inquiry activity(B, C)

세 번째, 교과서 E는 [그림 5]와 같이 주어진 함수의 세 부정적분 $F(x)$, $G(x)$, $H(x)$를 각각 정하고, $F(3)-F(1)$, $G(3)-G(1)$, $H(3)-H(1)$의 값을 비교하도록 함으로써 학생 개인이 세 값이 모두 같음을 확인하거나, 다른 학생들이 구한 부정적분에 대해서 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 토론을 통해 확인할 수 있을 것이다.



[그림 5] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(E)
[Fig. 5] An introduction of definite integral - inquiry activity(E)

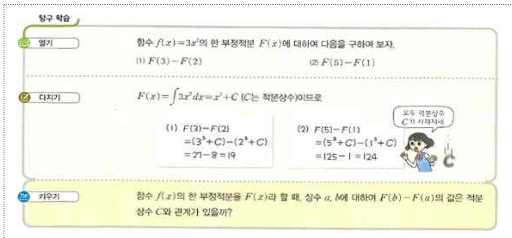
네 번째, 교과서 F는 [그림 6]과 같이 함수 $f(x)=2x$의 서로 다른 두 부정적분 $F_1(x)$, $F_2(x)$를 $F_1(x)=x^2+C_1$, $F_2(x)=x^2+C_2$와 같이 제시해주고, $F_1(3)-F_1(1)$의 값과 $F_2(3)-F_2(1)$의 값을 비교해본 후, 두 실수 a, b에 대하여 $F_1(b)-F_1(a)$의 값과 $F_2(b)-F_2(a)$의 값을 비교해보는 활동으로 이루어져 있다.



[그림 6] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(F)
[Fig. 6] An introduction of definite integral - inquiry activity(F)

앞의 세 경우와는 다르게 구체적인 적분상수를 이용하지 않고 C_1, C_2를 사용함으로써 $f(x)=2x$의 모든 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(3)-F(1)$의 값이 같다는 사실을 정당화하였다. 또한, 두 실수 a, b에 대하여 일반화를 함으로써 부정적분과 대입하는 실수의 값에 관계없이 $F(b)-F(a)$의 값이 일정함을 탐구활동을 통해 확인하도록 하였다.

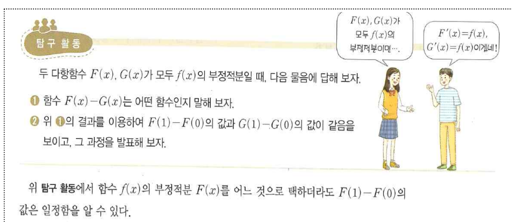
다섯 번째, 교과서 H는 [그림 7]과 같이 주어진 함수의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(3)-F(2)$의 값과 $F(5)-F(1)$의 값을 구해보도록 하고 '함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 상수 a, b에 대하여 $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C와 관계가 있을까?'라는 질문을 함으로써 $F(b)-F(a)$의 값이 적분상수 C와 관계가 없음을 이끌어내도록 하고 있다.



[그림 7] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(H)
[Fig. 7] An introduction of definite integral - inquiry activity(H)

앞의 분류와의 차이는 '한 부정적분'이라는 표현을 사용하고 있지만, 그 한 부정적분을 구체화하는 활동이 이루어지지 않고 적분상수 C를 그대로 둔 채로 $F(3)-F(2)$의 값과 $F(5)-F(1)$의 값을 구하도록 하여 부정적분의 함숫값의 차를 구하는 과정에서 적분상수 C가 사라짐을 강조하고 있다는 것이다.

여섯 번째, 교과서 I는 [그림 8]과 같이 두 다항함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두 $f(x)$의 부정적분일 때 함수 $F(x)-G(x)$가 어떤 함수인지 질문한 후, $F(1)-F(0)$의 값과 $G(1)-G(0)$의 값을 비교하도록 하고 있다.



[그림 8] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(I)
[Fig. 8] An introduction of definite integral - inquiry activity(I)

앞의 다섯 가지 예와는 달리 다항함수의 두 부정적분의 차가 상수함수임을 이용하여 $F(1)-G(1)=F(0)-G(0)$으로부터 $F(1)-F(0)=G(1)-G(0)$을 찾을 수 있게 하였다. 이는 탐구활동에서 다양한 방법으로 구체적인 예시를 들어주었던 다른 방법들과 다르게 두 부정적분의 차를 하나의 함수로 보고 접근한 후 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 유도하도록 하고 있다.

(2) 전개로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류

전개 부분은 탐구 활동과 연계되는 부분이기 때문에 (1)의 분류의 순서를 따라 A와 D, B와 C, E, F, H, I의 순서로 분석하였다.

[표 4] 전개로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류
[Table 4] Classification of introduction of definite integral according to explanation part

<table>
<tr><th>교과서</th><th>정적분의 도입 설명 방법 - 전개</th></tr>
<tr><td>A, D</td><td rowspan="3">닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 두 부정적분 $F(x)$, $G(x)$에 대하여
$F(b)-F(a)=G(b)-G(a)$이므로
$F(b)-F(a)$의 값은 하나로 결정된다.</td></tr>
<tr><td>B, C</td></tr>
<tr><td>E</td></tr>
<tr><td>F</td><td>탐구활동의 예시에서 함수 $f(x)=2x$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면
$F(b)-F(a)=b^2-a^2$이므로
$F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C의 값에 관계없이 정해진다.</td></tr>
<tr><td>H</td><td rowspan="2">닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때 $F(b)-F(a)$를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 하며, 이 값은 적분상수 C와 관계없는 값이다.</td></tr>
<tr><td>I</td></tr>
</table>

그 결과 [표 4]와 같이 교과서 8종의 전개로 본 정적분의 도입 설명 방법은 세 가지로 일반적으로 두 부정적분에 대하여 부정적분의 함숫값의 차가 같음을 설명한 방법, 일반화하지 않고 탐구활동의 예시로부터 부정적분의 함숫값의 차가 적분상수에 관계없음을 확인한 방법, 한 부정적분에 대하여 부정적분의 함숫값의 차가 적분상

수와 관계없음을 언급한 방법으로 분류하였다. (1)에서와 마찬가지로 [표 4]의 분류에서 1종의 교과서에 나타난 방법은 원문을 그대로 작성하였고, 2종 이상의 교과서에 나타난 방법은 주요 내용을 혼합하여 작성하였다.

먼저, 주어진 함수로부터 예시를 구하거나 제시해주었던 교과서 5종 A, B, C, D, E는 함수 $f(x)$의 두 부정적분을 $F(x)$, $G(x)$라고 하면 $G(x)=F(x)+C$ (C는 적분상수)이므로 $G(b)-G(a)=\{F(b)+C\}-\{F(a)+C\}=F(b)-F(a)$이 되어 $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C에 관계없이 하나로 정해짐을 설명하고 있다. 5종의 교과서는 모두 탐구활동에서 구체적인 함수의 예시를 통해 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 확인한 후에 전개에서 일반적인 두 부정적분에 대하여 함숫값의 차가 일정함을 보임으로써 부정적분에 관계없이 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 설명하는 일반화의 과정을 거치고 있다.

두 번째로, 교과서 F는 탐구활동의 예시로부터 함수 $f(x)=2x$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면 $F(x)=x^2+C$(C는 적분상수)이므로 $F(b)-F(a)=(b^2+C)-(a^2+C)=b^2-a^2$이 되어 $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C의 값에 관계없이 정해짐을 설명하였다. 탐구활동에서 $f(x)=2x$에 대해 부정적분과 대입하는 상수의 일반화를 시도했던 교과서 F는 전개에서 함수 $f(x)$를 일반화하지는 않고, 탐구활동에서의 예시를 그대로 사용하는 것을 볼 수 있었다.

마지막으로, 2종의 교과서 H와 I는 위의 두 분류와는 달리 적분상수 C가 사라지는 과정을 보여주지 않고, '함수 $f(x)$의 한 부정적분이 $F(x)$일 때, $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C와 관계없는 값이며, 이 일정한 값 $F(b)-F(a)$를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 한다'고 정적분을 정의하고 있다([그림 9] 참고).

일반적으로 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 부정적분을 $F(x)$, $G(x)$라 하면 $G(x)=F(x)+C$ (C는 적분상수)이므로 $G(b)-G(a)=\{F(b)+C\}-\{F(a)+C\}$ $=F(b)-F(a)$ 이다. 즉, $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C에 관계없이 하나로 정해짐을 알 수 있다.
5종의 교과서(A, B, C, D, E)
위의 생각 톡에서 함수 $f(x)=2x$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면 $F(x)=x^2+C$ (C는 적분상수) 이므로 $F(b)-F(a)=(b^2+C)-(a^2+C)$ $=b^2-a^2$ 이다. 따라서 $F(b)-F(a)$의 값은 적분상수 C의 값에 관계없이 정해진다.
1종의 교과서(F)
일반적으로 함수 $f(x)$가 a, b를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $f(x)$의 한 부정적분이 $F(x)$일 때, $F(b)-F(a)$의 값은 부정적분 $F(x)$를 어느 것으로 택하더라도 일정하다.
2종의 교과서(H, I)

[그림 9] 정적분의 도입 설명 방법 - 전개
[Fig. 9] Introduction of definite integral - explanation parts

(3) 탐구활동과 전개 전체로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류

연구자들은 8종의 교과서의 탐구활동과 전개 전체의 흐름이 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$의 값이 일정함을 보여주기 위해 '함수 $f(x)$', '부정적분 $F(x)$', 그리고 '부정적분에 대입하는 상수 a, b' 각각을 일반화하는 과정을 보여주고 있음을 알 수 있었다. 따라서 탐구활동과 전개에 대한 분류를 통합하여 위의 세 가지 각각에 대해 '구체적인 것으로부터 일반화가 이루어졌는지', '구체적인 것에 대한 사례를 보여주지 않고 일반적인 것에 대해서만 설명하였는지', '구체적인 것에 대해서만 설명하였는지'라는 세 가지의 새로운 기준으로 구분하여 교과서를 분석할 필요성을 느낄 수 있었다. 이때, 부정적분에 대입하는 상수 a, b의 경우에는 교과서 8종 모두에서 a, b에 구체적인 상수를 대입하여 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 확인한 후에 임의의 실수 a, b에 대해서 $F(b)-F(a)$가 일정한 것으로 일반화하는 과정을 거쳤기 때문에 구분하지 않았다. 이 분석에 따라 교과서 8종을 분류하면 [표 5]와 같다.

[표 5] 탐구활동과 전개 전체로 본 정적분의 도입 설명 방법 분류
[Table 5] Classification of introduction of definite integral according to inquiry activity and explanation part

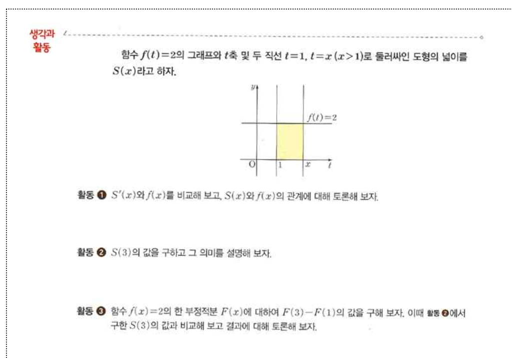
교과서	함수 $f(x)$	부정적분 $F(x)$
A, B, C, D, E	구체적인 $f(x)$로부터 일반화	구체적인 $F(x)$로부터 일반화
F	구체적인 $f(x)$에 대해서만 설명	일반적인 $F(x)$에 대해서만 설명
H	구체적인 $f(x)$로부터 일반화	일반적인 $F(x)$에 대해서만 설명
I	일반적인 $f(x)$에 대해서만 설명	일반적인 $F(x)$에 대해서만 설명

교과서 A, B, C, D, E는 구체적인 함수 $f(x)$에서 모든 연속함수 $f(x)$로 일반화하였고, 부정적분에 대해서도 구체적인 것으로 확인하도록 한 후 두 부정적분에 대해서 부정적분의 함숫값의 차가 일정하다는 것을 보임으로써 적분상수 C와 관계없이 모든 부정적분에 대해 성립함을 보여주고 있다. 교과서 F는 구체적인 함수 $f(x)$에 대하여 적분상수가 C_1, C_2로 주어진 두 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 보이고 있어 앞의 교과서 5종(A, B, C, D, E)의 경우와 비교하였을 때 함수 $f(x)$에 대한 일반화 과정과 구체적인 부정적분에 대해 부정적분의 함숫값의 차가 일정하다는 것을 확인하는 과정이 생략된 것을 알 수 있다. 교과서 H의 경우는 구체적인 함수 $f(x)$에서 모든 연속함수 $f(x)$로의 일반화 과정이 포함되어 있으며, 구체적인 부정적분에 대해 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 보이지 않은 채 적분상수가 C로 주어진 부정적분에 대해서 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 보이고 있다. 마지막으로 교과서 I는 모든 연속함수 $f(x)$의 (구체화되지 않은) 부정적분 $F(x)$에 대해서 $F(b)-F(a)$의 값이 일정함을 보이고 있다. 각 교과서의 설명에서 일반화 과정이 생략된 경우, 필요하다면 일반화가 이루어질 수 있음에 대한 추가 지도를 할 수 있으며, 구체적인 예시 없이 일반적인 경우에 대해서만 다뤄진 경우는 구체적인 예시를 들어준다면 학생들의 이해를 도울 수 있을 것이다.

2) 넓이를 이용한 방법

1종의 교과서 G는 나머지 8종의 교과서와 달리 [그림 10]과 같이 넓이를 이용하여 정적분을 도입하였다. 이는 전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정(2015)이 분석한 핀란드 교과서의 직관적인 방법과 유사했다.

먼저, 탐구활동에서 함수 $f(t)=2$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=1$, $t=x\,(x>1)$로 둘러싸인 도형의 넓이 $S(x)$에 대하여 두 함수 $S'(x)$와 $f(x)$를 비교하고, $S(x)$와 $f(x)$의 관계를 토론하도록 하였다. 이후에 $S(3)$의 값의 의미를 설명하도록 하고 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(3)-F(1)$의 값을 구하고 $S(3)$의 값과 비교하여 토론하도록 하고 있다. 이는 함수 $f(t)=2$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=1$, $t=x$ $(x>1)$로 둘러싸인 도형이 직사각형이므로 직사각형의 넓이 구하는 공식을 이용하여 $S(x)$를 구한 후 $S'(x)=f(x)$임을 발견하고, $S(3)=F(3)-F(1)$을 확인하도록 하는 것이다.



[그림 10] 정적분의 도입 설명 방법 - 탐구활동(G)
[Fig. 10] An introduction of definite integral - inquiry activity(G)

이어서, 전개에서는 [그림 11]과 같이 함수 $f(t)=t$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=x\,(a\le x)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(x)$라 한 후, 이 도형이 사다리

꼴이라는 사실을 이용하여 $S(x)=\frac{1}{2}(x^2-a^2)$을 구하고 $S'(x)=f(x)$이므로 $S(x)$가 $f(x)$의 한 부정적분이 된다는 사실로부터 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $S(b)=F(b)-F(a)$임을 보이고 있다. 직사각형과 사다리꼴과 같이 적분과 무관하게 이미 넓이를 구할 수 있는 도형을 이용하여 이를 정적분과 연결시켜 일반화함으로써 정적분을 넓이와의 관계로 정의하고 있음을 확인할 수 있었다.

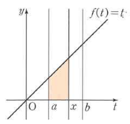
함수 $f(t)=t$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=x\ (a\le x)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(x)$라고 하면

$$S(x)=\frac{1}{2}(x^2-a^2)$$

이다. 이때 $S'(x)=x$이고 $f(x)=x$이므로

$$S'(x)=f(x)$$

이다. 그러므로 $S(x)$는 $f(x)$의 한 부정적분이다.



한편, 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면

$$S(x)=F(x)+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)} \qquad \cdots\cdots ①$$

이다. ①의 양변에 $x=a$를 대입하면 $S(a)=0$이므로

$$0=F(a)+C$$

$$C=-F(a)$$

따라서

$$S(x)=F(x)-F(a) \qquad \cdots\cdots ②$$

이다.

이때 함수 $f(x)=t$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=b$로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S(b)$이므로 ②의 양변에 $x=b$를 대입하면

$$S(b)=F(b)-F(a)$$

이다.

[그림 11] 정적분의 도입 설명 방법 - 전개(G)
[Fig. 11] An introduction of definite integral - explanation part(G)

여기에서 전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정(2015)이 분석한 핀란드 교과서와 차이를 보인다. 핀란드 교과서에서는 구체적인 함수 $f(t)=2t$의 그래프와 t축 및 두 직선 $t=1$, $t=x$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $A(x)$라 하고 이 도형이 사다리꼴임을 이용하여 $A'(x)=f(x)$임을 보인 후에 이를 일반화하여 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 그래프가 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $A(x)$라 할 때, $A'(x)=f(x)$임을 함수의 극한을 이용한 증명을 통해 보여준다. 이에 반해, 교과서 G는 상수함수와 일차함수의 사례를 통해 $S'(x)=f(x)$임을 확인하고 모든 연속함수 $f(x)$에 대해 성립한다는 사실은 증명 없이 받아들이고 있다. 핀란드 교과서에서의 증명 방법이 우리나라의 2015 개정 교육과정에서도 사용 가능한 방법이므로 일반화 과정의 증명을 궁금해 하는 학생들을 위해 이를 추가 지도할 수 있을 것으로 보인다.

2. 정적분과 넓이와의 관계

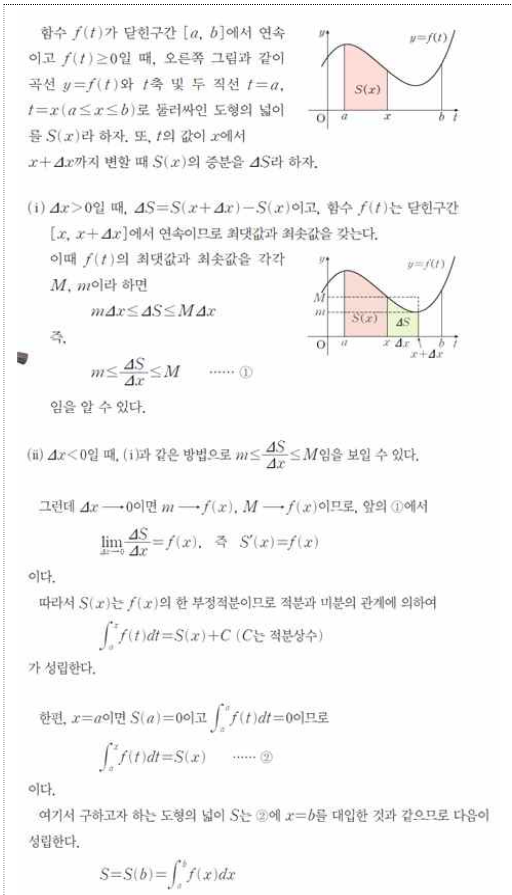
곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 구하는 방법은 정적분의 도입 방법과 밀접하게 연관되어 있다. 정적분의 도입은 앞 절에서 살펴본 바와 같이 크게 두 가지 방법으로 나뉘었다. 이 두 가지 방법에 따라 정적분과 넓이와의 관계에 대한 설명이 달라지므로 앞 절에서와 마찬가지로 8종(A, B, C, D, E, F, H, I)과 1종(G)으로 나누어 분석하였다.

1) 정적분의 도입에서 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용한 교과서 8종

8종의 교과서의 정적분과 넓이와의 관계 설명 방법은 세 가지로 나눌 수 있었다. 8종의 교과서는 모두 직사각형, 삼각형 또는 사다리꼴의 넓이 공식을 이용하는 탐구활동으로 시작되었고, 이 탐구활동이 전개에까지 영향을 주는 교과서는 1종뿐이었으므로 나머지 7종의 교과서에 대해서는 따로 탐구활동에 대한 분석은 하지 않았다. 또한, 분류에 있어서 '함수 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형'과 '함수 $y=f(t)$와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=b$로 둘러싸인 도형'과 같은 변수의 차이는 같은 것으로 보았고, x 또는 t의 증분을 Δx, Δt 또는 h로 표현한 경우도 같은 것으로 분류하였다. 아래의 설명에서 구하고자 하는 도형의 넓이를 명명한 부분인 '닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고, $f(t)\ge 0$인 함수 $f(t)$와 $a\le x\le b$인 x에 대하여 곡선 $y=f(t)$와 두 직선 $t=a$, $t=x$ 및 t축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(x)$라 하자.'를 (*)로 나타내고, $S'(x)=f(x)$라는 사실로부터 $S(b)=F(b)-F(a)=\int_a^b f(x)dx$임을 이끌어내는 '$S(x)$는 함수 $f(x)$의 부정적분 중 하나이므로 $F(x)$를 $f(x)$의 또 다른 부정적분이라고 하면 $S(x)=F(x)+C$ (단, C는 상수)이다. 그런데 $x=a$일 때, $S(x)$의 정의에 의하여 $S(a)=0$이므로 $F(a)+C=0$이다. 따라서 $C=-F(a)$

이고 $S(x)=F(x)-F(a)$이다. 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S(b)=F(a)-F(b)=\int_a^b f(x)dx$이다.' 부분은 (**)로 나타내었다.

먼저, 8종 중 6종의 교과서 B, C, D, F, H, I는 [그림 12]와 같이 도입부 (*)로 시작하여 (**)로 마무리하는데 아래와 같은 증명 과정을 이용하였다.


함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(t)\geq 0$일 때, 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y=f(t)$와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=x\,(a\leq x\leq b)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(x)$라 하자. 또, t의 값이 x에서 $x+\Delta x$까지 변할 때 $S(x)$의 증분을 ΔS라 하자.

(i) $\Delta x>0$일 때, $\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$이고, 함수 $f(t)$는 닫힌구간 $[x, x+\Delta x]$에서 연속이므로 최댓값과 최솟값을 갖는다.
이때 $f(t)$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하면

$$m\Delta x\leq \Delta S\leq M\Delta x$$

즉,

$$m\leq \frac{\Delta S}{\Delta x}\leq M \quad \cdots\cdots ①$$

임을 알 수 있다.

(ii) $\Delta x<0$일 때, (i)과 같은 방법으로 $m\leq \frac{\Delta S}{\Delta x}\leq M$임을 보일 수 있다.

그런데 $\Delta x \longrightarrow 0$이면 $m \longrightarrow f(x)$, $M \longrightarrow f(x)$이므로, 앞의 ①에서

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta x}=f(x), \text{ 즉 } S'(x)=f(x)$$

이다.

따라서 $S(x)$는 $f(x)$의 한 부정적분이므로 적분과 미분의 관계에 의하여

$$\int_a^x f(t)dt=S(x)+C \text{ (}C\text{는 적분상수)}$$

가 성립한다.

한편, $x=a$이면 $S(a)=0$이고 $\int_a^a f(t)dt=0$이므로

$$\int_a^x f(t)dt=S(x) \quad \cdots\cdots ②$$

이다.

여기서 구하고자 하는 도형의 넓이 S는 ②에 $x=b$를 대입한 것과 같으므로 다음이 성립한다.

$$S=S(b)=\int_a^b f(x)dx$$

[그림 12] 정적분과 넓이와의 관계 설명 방법(B, C, D, F, H, I)

[Fig. 12] A way to explain the relationship between definite integral and area(B, C, D, F, H, I)

t의 값이 x에서 $x+\Delta x$까지 변할 때 $S(x)$의 증분을 ΔS라 하자.

$\Delta x>0$일 때, 함수 $f(t)$는 닫힌구간 $[x, x+\Delta x]$에서 연속이므로 최댓값과 최솟값을 갖는다. 이때 그 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라고 하면 $m\Delta x\leq \Delta S\leq M\Delta x$, 즉 $m\leq \dfrac{\Delta S}{\Delta x}\leq M$이다.

$\Delta x<0$일 때, $\Delta x>0$일 때와 같은 방법으로 $m\leq \dfrac{\Delta S}{\Delta x}\leq M$임을 보일 수 있다.

그런데 $\Delta x\to 0$이면 $m\to f(x)$, $M\to f(x)$이므로 $\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta S}{\Delta x}=f(x)$, 즉 $S'(x)=f(x)$이다.

이는 2009 개정 교육과정에서의 정적분과 미분의 관계와 미적분의 기본정리의 설명을 합쳐놓은 것으로 수열의 극한을 이용하지 않고, 함수의 극한만을 이용하여 정적분과 넓이와의 관계를 설명하고 있다. 2009 개정 교육과정에서 사용했던 방법이기 때문에 많은 교과서에서 이 방법을 사용하여 증명한 것으로 보인다.

두 번째로, 교과서 A는 6종의 교과서와 마찬가지로 도입부 (*)로 시작하여 (**)로 마무리하는데 6종의 교과서와는 다르게 [그림 13]과 같은 증명 방법을 이용하였다. 그 증명은 다음과 같다.

넓이 $S(x)$의 도함수를 구하기 위하여 $h>0$일 때, 점 $(x+h, 0)$, $(x+h, f(x+h))$를 각각 R, S라고 하자.

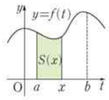
이때 $S(x+h)-S(x)$는 색칠한 부분 PRSQ의 넓이와 같다. 색칠한 부분 PRSQ와 넓이가 같은 직사각형 PRS′Q′에서 선분 Q′S′과 곡선 $y=f(t)$의 교점을 $\mathrm{T}(t, f(t))$라고 하면 직사각형 PRS′Q′의 넓이는 $S(x+h)-S(x)=hf(t)$이다.

즉, $\dfrac{S(x+h)-S(x)}{h}=f(t)$

같은 방법으로 $h<0$일 때도 같은 결과를 얻을 수 있다. $h\to 0$일 때, $t\to x$이므로 $f(t)\to f(x)$이다.

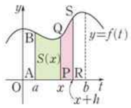
즉, $\lim_{h\to 0}\dfrac{S(x+h)-S(x)}{h}=f(x)$이므로 $S'(x)=f(x)$가 성립한다.

오른쪽 그림과 같이 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고, $f(t) \geq 0$인 함수 $f(t)$와 $a \leq x \leq b$인 x에 대하여 곡선 $y=f(t)$와 두 직선 $t=a$, $t=x$ 및 t축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(x)$라고 하자.

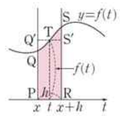


넓이 $S(x)$의 도함수를 구하기 위하여 $h>0$일 때, 점 $(x+h, 0)$, $(x+h, f(x+h))$를 각각 R, S라고 하자.

이때 $S(x+h)-S(x)$는 오른쪽 그림의 색칠한 부분 PRSQ의 넓이와 같다.



오른쪽 그림에서 색칠한 부분 PRSQ와 넓이가 같은 직사각형 PRS′Q′을 나타낼 때, 선분 Q′S′과 곡선 $y=f(t)$의 교점을 $\mathrm{T}(t, f(t))$라고 하면 직사각형 PRS′Q′의 넓이는 $S(x+h)-S(x)=hf(t)$이다. 즉 $\frac{S(x+h)-x(x)}{h}=f(t)$



같은 방법으로 하면 $h<0$일 때도 같은 결과를 얻을 수 있다.

$h \to 0$일 때, $t \to x$이므로 $f(t) \to f(x)$이다. 즉

$\lim_{h \to 0} \frac{S(x+h)-S(x)}{h}=f(x)$이다. 그러므로 $S'(x)=f(x)$가 성립한다.

따라서 $S(x)$는 함수 $f(x)$의 부정적분 중의 하나이다.

그러므로 $F(x)$를 $f(x)$의 또 다른 부정적분이라고 하면

$$S(x)=F(x)+C \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

이다. 그런데 $x=a$일 때, $S(x)$의 정의에 의하여 $S(a)=0$이 되므로 $F(a)+C=0$이다. 따라서 $C=-F(a)$이고 $S(x)$를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(x)=F(x)-F(a) \qquad \cdots\cdots ①$$

곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 ①의 식에 $x=b$를 대입한

$$S(b)=F(b)-F(a)=\int_a^b f(x)dx$$

와 같다.

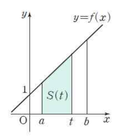
[그림 13] 정적분과 넓이와의 관계 설명 방법(A)
[Fig. 13] A way to explain the relationship between definite integral and area(A)

이 증명 방법은 도형 PRSQ와 같은 넓이를 갖는 직사각형 PRS′Q′를 찾고 직사각형의 넓이 공식과 함수의 극한을 이용한 방법으로 2009 개정 교육과정의 교과서에서는 찾아볼 수 없었지만 넓이와 무관하게 부정적분의 함숫값의 차가 일정하다는 사실로부터 정적분을 정의하였던 일본 교과서(俣野 et al, 2013)의 정적분과 넓이와의 관계 증명에서 이 방법을 찾아볼 수 있었다. 위의 증명에서 색칠한 부분 PRSQ와 넓이가 같은 직사각형 PRS′Q′이 항상 존재하는지에 대한 엄밀한 증명을 보여주고 있지는 않다. 여기에는 우리나라 교육과정에 포함되지 않은 정적분에 대한 평균값 정리를 이용해야 하므로 그 엄밀한 증명을 교과서에서 다룰 수는 없었을 것으로 생각된다. 하지만, 교사는 이 부분의 엄밀성을 정적분에 대한 평균값 정리로 보완할 수 있음을 인지하고 수업을 진행해야 할 것이다.

마지막으로, 교과서 E는 나머지 7종의 교과서와 달리 전개 부분이 탐구활동의 물음에 대한 답으로 이루어졌다. [그림 14]를 보면 탐구활동에서 닫힌구간 $[a,b]$에 속하는 임의의 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=x+1$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=t$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$라고 하고, $S(t)$를 구하여 $S'(t)$와 $f(t)$를 비교한 후 $\int_a^b f(x)dx = S(b)$임을 설명하도록 하였는데, 전개에서 사다리꼴의 넓이 공식을 이용하여 $S(t)=\frac{1}{2}\times\{(a+1)+(t+1)\}\times(t-a)$ $=\frac{1}{2}(t^2+2t-a^2-2a)$이므로 $S'(t)=t+1=f(t)$임을 설명하고 이로부터 정적분의 정의에 따라 $\int_a^b f(x)dx = S(b)-S(a)$가 되고 $S(a)=0$이므로 $\int_a^b f(x)dx = S(b)$임을 기술하고 있다.

오른쪽 그림과 같이 닫힌구간 $[a, b]$에 속하는 임의의 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=x+1$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=t$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$라고 하자.

1 $S(t)$를 구하시오.
2 $S'(t)$와 $f(t)$를 비교하시오.
3 2의 결과를 이용하여 $\int_a^b f(x)\,dx=S(b)$임을 설명하시오.



위의 개념 열기에서 넓이 $S(t)$는

$$S(t)=\frac{1}{2}\times\{(a+1)+(t+1)\}\times(t-a)=\frac{1}{2}(t^2+2t-a^2-2a)$$

이므로 $S'(t)=t+1$이다.

따라서 $S'(t)=f(t)$이므로 정적분의 정의에 따라

$$\int_a^b f(x)\,dx=\Big[S(x)\Big]_a^b=S(b)-S(a)$$

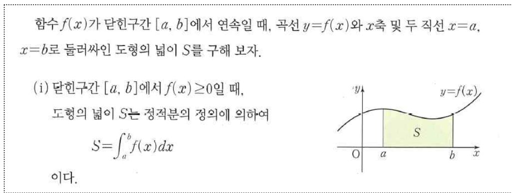
이다. 이때 $S(a)=0$이므로 $\int_a^b f(x)\,dx=S(b)$이다.

[그림 14] 정적분과 넓이와의 관계 설명 방법(E)
[Fig. 14] A way to explain the relationship between definite integral and area(E)

이 방법은 앞의 두 방법([그림 12]와 [그림 13])보다 직관적으로 받아들일 수 있는 것으로 학생들이 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 정적분의 관계를 파악하고 적용하는 데 겪는 어려움을 줄여줄 수 있을 것으로 보인다. 그러나 일반화 과정이 생략되었기 때문에 학생이 일반화 가능성에 대해 궁금해 한다면 앞의 두 방법으로 증명할 수 있음을 지도할 수 있다.

2) 정적분의 도입에서 넓이를 이용한 교과서 1종

교과서 G는 이미 정적분의 도입에서 넓이를 이용했기 때문에 '함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $f(x)\geq 0$일 때, 정적분의 정의에 의하여 $S=\int_a^b f(x)dx$이다.'와 같이 간단하게 정적분과 넓이와의 관계를 설명할 수 있었다([그림 15] 참고).


함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 구해 보자.

(i) 닫힌구간 $[a, b]$에서 $f(x)\geq 0$일 때,
도형의 넓이 S는 정적분의 정의에 의하여

$$S=\int_a^b f(x)dx$$

이다.

[그림 15] 정적분과 넓이와의 관계 설명 방법(G)
[Fig. 15] A way to explain the relationship between definite integral and area(G)

3. 정적분의 도입 및 활용에 대한 흐름

지금까지 2015 개정 교육과정의 교수·학습 방법 및 유의사항에 제시된 '급수의 합을 이용한 정적분 정의는 다루지 않는다. $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의하되, 그 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다.'가 교과서 9종에 어떻게 반영되었는지 살펴보았다.

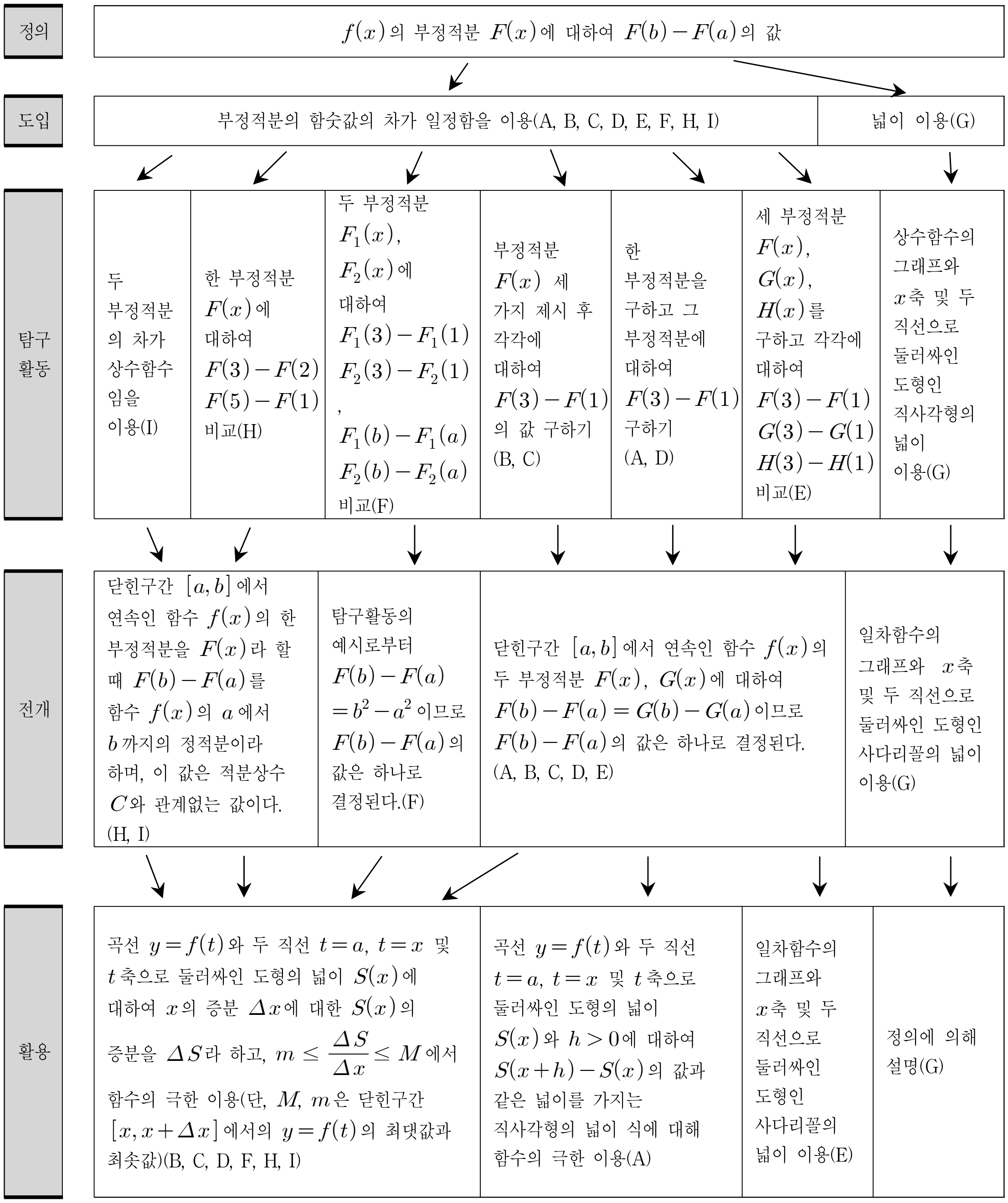
2015 개정 교육과정에 따른 교과서 9종은 모두 교육과정에 제시된 대로 부정적분의 함숫값의 차를 정적분의 정의로 하였고, 그 도입 방법은 크게 8종의 교과서 A, B, C, D, E, F, H, I와 1종의 교과서 G의 방법으로 나눌 수 있었다.

교과서 G는 정적분의 도입에 넓이를 이용하였기 때문에 탐구활동, 전개, 넓이와의 관계 설명에서 나머지 8종의 교과서와는 다른 방향으로 전개될 수밖에 없었다. 이 방법은 도입 시에 넓이를 이미 이용하였기 때문에 활용에서 넓이를 설명할 때 정의에 의하여 쉽게 설명할 수 있었다. 넓이에 의한 도입에서 엄밀한 증명이 제시되지는 않았으나, 도입의 탐구활동과 전개 각각에서 상수함수와 일차함수의 예를 통해 정당성을 갖추고자 하는 노력을 볼 수 있었다. 또한, 오랜 시간동안 정적분이 리만합의 극한 개념으로 설명되어 부정적분보다 넓이와의 관계로 먼저 설명되었던 것을 고려해보았을 때, 넓이로 정적분을 도입하려는 시도가 기존 교육과정에서 추구하였던 정적분의 의미를 유지하면서 학습 부담은 경감시킬 수 있는 하나의 방안이었을 것으로 생각된다.

8종의 교과서는 탐구활동 면에서 여섯 가지 방법으로 A와 D, B와 C가 각각 유사했고 E, F, H, I는 다소 다른 방법을 이용하였으며, 전개 면에서는 5종의 교과서 A, B, C, D, E의 방법, F의 방법, H, I의 방법의 세 가지로 구분할 수 있었는데, 교과서의 탐구활동과 전개 전체를 함수 $f(x)$의 일반화, 부정적분 $F(x)$의 일반화 관점에서 분류해보면 네 가지로 5종의 교과서 A, B, C, D, E와 교과서 F, 교과서 H, 교과서 I로 분류할 수 있었다.

정적분과 넓이와의 관계는 6종의 교과서 B, C, D, F, H, I가 2009 개정 교육과정에서의 정적분과 미분의 관계 증명 방법을 이용하였고, 교과서 A는 기존의 우리나라 교과서에서 볼 수 없었던 일본 교과서의 방법으로 증명하였으며, 교과서 E는 탐구활동의 예시로부터 일반화하였다. 교과서 A의 방법에는 우리나라 고등학교 교육과정상 엄밀하게 증명할 수 없는 부분이 포함되어 있어 내용상 비약이 있다. 이는 학교수학의 범위에서 설명이 이루어지기 위해 불가피한 것이나 교사는 학생들을 가르칠 때 이에 대해 인지하고 다루는 것이 필요하다. 또한, 교과서 E의 방법에는 증명이 포함되지 않았고 예시로부터 일반화하였기 때문에 풍부한 교수 학습 상황을 위해 교사는 다른 교과서의 방법을 인지하고 부연 설명할 수 있을 것이다.

각 교과서의 정적분의 도입 및 활용에 대한 흐름을 정리하면 [그림 16]과 같다. [그림 16]에서 정의, 도입, 탐구활동, 전개, 활용 각각에서 한 가지, 두 가지, 일곱 가지, 네 가지, 네 가지 방법이 있으므로 산술적으로 계산($1\times2\times7\times4\times4$)하면 총 224가지의 방법이 있는 것으로 볼 수 있다. 하지만 앞서 언급한대로 교과서 G의 흐름은 다른 교과서에서는 취할 수 없는 방법이고, 마찬가지로 8종의 교과서는 교과서 G의 방법으로 설명할 수 없으므로 교과서 G의 방법은 독자적인 것으로 봐야 한다. 한편, 교과서 G를 제외한 8종의 교과서는 각 방식에서 일반화의 정도 차이만 있었을 뿐 큰 흐름은 같기 때문에 서로의 탐구활동, 전개, 넓이와의 관계 설명 중 어



[그림 16] 각 교과서의 정적분 내용의 흐름

[Fig. 16] Flow of contents on definite integral in textbooks

느 것을 사용하여도 무관할 것이다. 실제로는 교과서 B와 C가 전체적으로 같은 흐름으로 설명되어 있어 9종의 교과서가 8가지의 흐름으로 나뉘어 진행되고 있다.

2009 개정 교육과정에서의 <미적분Ⅰ> 교과서는 9종이 모두 같은 설명 방식과 흐름을 따르고 있었다. 이는 오랫동안 리만합의 극한 개념으로 정적분을 도입해왔기 때문에 교육과정이 개정되면서 각 교과서의 흐름이 하나로 통일된 것으로 보인다. 하지만 2015 개정 교육과정에서는 정적분의 정의 방식이 변경되면서 교과서마다 일반화의 정도나 증명 방법에 약간씩의 차이를 보이고 있어 교사가 학생들을 지도할 때 다양한 방법이 있음을 인지하고 교수 학습 자료를 개발할 수 있을 것이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

교과서는 교육 현장의 교사와 학생이 교육부가 제시한 교육과정을 대면하게 하는 중요한 도구이다. 따라서 교육과정 개정에 따라 바뀐 교과서를 분석하는 것은 연구자에게 또는 교육 현장의 교사에게 매우 중요한 일이다. 이에 본 연구에서는 2015 개정 교육과정이 반영된 <수학Ⅱ> 교과서 9종의 정적분의 도입 및 활용 단원의 분석을 통해 부정적분의 함숫값의 차로 정적분을 도입하는 방법과 활용에서 정적분과 넓이와의 관계를 설명하는 방법을 확인하고, 2015 개정 교육과정의 문서가 교과서에 어떻게 반영되었는지 탐색하였다.

2009 개정 교육과정에서는 구분구적법으로 정적분을 도입했기 때문에 넓이로 정적분을 정의한 이후에 정적분과 부정적분의 관계로 학습 순서가 이어져야 했다. 이러한 교수·학습으로 인해 선행연구에서 살펴본 대로 학생들은 리만합의 극한 개념으로 정적분을 받아들이는 것뿐만 아니라 부정적분, 넓이 등의 정적분의 다양한 의미를 파악하는 데에 어려움을 겪었다(신보미, 2009; 최정현, 2011). 이에 2015 개정교육과정에서는 정적분을 리만합의 극한 개념이 아닌 부정적분의 함숫값의 차로 정의하고 도입 및 설명을 다양하게 하도록 하였다. 이러한 교수·학습 순서의 배치는 선행연구들의 결과를 토대로 볼 때 학생들의 학습 부담 경감에 도움을 주기 위함으로 여겨진다.

교과서 분석을 통해 2015 개정 교육과정에 따른 9종의 <수학Ⅱ> 교과서의 다음과 같은 특징을 파악할 수 있었다. 첫째, 정적분의 도입 및 설명 방법은 다양했다. 정적분을 도입하는 방식은 크게는 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용하는 방법과 넓이를 이용하는 방법인 두 가지였으나, 탐구활동은 일곱 가지의 설명 방식을, 전개는 네 가지의 설명 방식을 취하고 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 탐구활동과 전개 전체를 기준으로 살펴보았을 때는 네 가지로 구분해 볼 수 있었다. 둘째, 정적분과 넓이와의 관계는 정적분의 도입 방법의 영향을 크게 받는 것을 알 수 있었다. 부정적분의 함숫값의 차가 일정함을 이용하여 정적분을 도입하는 방식을 선택했던 교과서는 곡선으로 둘러싸인 영역을 익숙한 도형의 넓이에 대한 탐구활동과 함께 증명을 통해 발전시키고 있으나 넓이를 이용하여 정적분을 도입하는 방식을 선택했던 교과서는 교과서의 정의에 의해 자연스럽게 설명이 가능했다. 셋째, 학생들이 정적분을 학습할 때 겪는 어려움을 최소화하도록 정적분 단원의 학습 순서나 내용 설명 방식이 고려되었으며, 이는 2015 개정 교육과정의 방향인 학습 부담 경감에 적합해 보인다. 학생들은 정적분의 정의를 부정적분의 함숫값의 차로 학습하게 됨으로써 이전 교육과정에서 급수의 합에 대한 이해가 정적분의 이해까지 영향을 끼쳐 겪었던 학습의 어려움을 다소 줄일 수 있을 것으로 여겨진다.

우리나라 교육과정은 2000년대 이후에 제7차, 2007 개정, 2009 개정, 2015 개정까지 네 차례의 변화가 있었다. 교육과정이 개정됨에 따라 가장 빠르게 그 변화를 체감하는 곳은 교육 현장인 학교이다. 특히 교육 현장의 교사들은 교육과정의 변화를 잘 알고 이를 교수·학습에 발 빠르게 적용해야 한다. 정적분의 도입은 2015 개정 교육과정 이전까지 단 한 번도 변화가 없었기 때문에 교육과정에 대한 이해가 충분히 이루어지지 않는다면 교사들 또한 큰 혼란을 겪을 수 있는 부분이라 할 수 있다. 본 연구 결과를 통해 교사들이 2015 개정 교육과정 문서상의 정적분의 도입의 변화를 파악하고, 다양한 교과서의 도입 및 활용을 확인하여 적절한 교수·학습을 준비할 수 있기를 기대해본다.

아직 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서를 이용하여 교수·학습이 이루어지지 않았기 때문에 2015 개정 교육과정이 추구하고자 한 목표가 달성되었는지,

직관적인 방법으로 정적분을 도입하는 것이 학생들의 이해에 어떤 영향을 미쳤는지 확인하지 못한다는 것이 이 연구의 한계라 할 수 있다. 따라서 이후에 이 연구에서 분석한 <수학Ⅱ> 교과서로 학습한 학생들을 대상으로 정적분의 이해에 대한 연구가 이루어져야 하며, 이를 바탕으로 보다 나은 정적분 지도 방안이 검토되어 이후의 교육과정 개정이나 교과서 구성에 도움이 되기를 바란다.

또한, <미적분>을 학습하기 위해서는 <수학Ⅱ>를 반드시 선이수해야 하고 <미적분>에서는 수열의 극한과 급수를 배운 후 이를 토대로 정적분의 활용에서 정적분과 급수와의 관계를 배우게 되므로 <수학Ⅱ>와 <미적분>에서 정적분 학습의 연계가 어떻게 이루어질 수 있을지에 대한 후속연구가 필요하다. 이는 일본에서의 <수학Ⅱ>와 <수학Ⅲ>의 학습 순서와 유사하므로 <미적분> 교과서가 출판된 이후에는 일본의 교과서 사례와 비교하는 방법으로 연구가 진행될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

고성은, 이진호, 이승우, 차순규, 김윤희, 오택근, 조성철 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: ㈜좋은책신사고.

Ko, S., Lee, J., Lee, S., Cha, S., Kim, Y., Oh, T., & Cho, S. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Sinsago.

교육과학기술부 (2011). 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8] 수학과 교육과정. 교육과학기술부.

Ministry of Education, Science and Technology. (2011). *Mathematics curriculum*. Ministry of Education Science and Technology Notice, No. 2011-361.

교육부 (2015). 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정. 교육부.

Ministry of Education. (2015). *Mathematics curriculum*. Ministry of Education Notice, No. 2015-74.

권오남, 박재희, 조경희, 박정숙, 박지현 (2015). 학습자 중심의 미적분 교육과정과 교실 문화, 학습자중심교과교육연구 15(6), 617-642.

Kwon, O., Park, J., Cho, K., Park, J., & Park, J. (2015). Mathematics curriculum and classroom culture for student-centered calculus, *The Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction 15*(6), 617-642.

권오남, 신준국, 전인태, 김미주, 김철호, 김태홍, 박재희, 박정숙, 박지현, 박찬호, 박효근, 오국환, 조경희, 조상현, 황성문 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: ㈜교학사.

Kwon, O., Shin, J., Jun, I., Kim, M., Kim, C., Kim, T., Park, J., Park, J., Park, J., Park, C., Park, H., Oh, K., Cho, K., Cho, S., & Hwang, S. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Kyohaksa.

김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥 (2017). 예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구(3판). 서울: 경문사.

Kim, N., Na, G., Park, K., Lee, K., & Chong, Y. (2017). *A Study on the mathematics curriculum and teaching materials for prospective and in-service teachers,* Seoul: Kyungmunsa.

김성옥, 정수영, 권오남 (2010). 미적분학의 기본정리의 교수학적 분석에 기반을 둔 지도방안의 탐색, 수학교육 논문집 24(4), 891-907.

Kim, S., Chung, S., & Kwon, O. (2010). An exploration of alternative way of teaching the fundamental theorem of calculus through a didactical analysis, *Communications of mathematical education 24*(4), 891-907.

김원경, 조민식, 방금성, 윤종국, 신재홍, 임석훈, 김동화, 강순자, 김기탁, 박희정, 심주석, 오혜정, 이동근, 이성재, 정재훈 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: ㈜비상교육.

Kim, W., Cho, M., Bang, G., Yoon, J., Shin, J., Im, S., Kim, D., Kang, S., Kim, K., Park, H., Shim, J., Oh, H., Lee, D., Lee, S., & Jung, J. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Visang.

류희찬, 선우하식, 신보미, 조정묵, 이병만, 김용식, 임미선, 한명주, 남선주, 김명수, 정성윤 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: 천재교과서.

Ryu, H., Sunwoo, H., Shin, B., Cho, J., Lee, B., Kim, Y., Im, M., Han, M., Nam, S., Kim, M., & Jung, S. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Chunjae.

박교식, 이종희, 김진환, 남진영, 김남희, 임재훈, 유연주, 권석일, 김선희, 김종욱, 김경직, 윤형석, 고현주, 윤형주, 김영실, 김해성, 이경진, 조유미, 이정연, 양정은 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: 동아출판(주).

Park, k., Lee, J., Kim, J., Nam, J., Kim, N., Im, J., Yoo, Y., Kwon, S., Kim, S., Kim, J., Kim, K., Yoon, H., Ko, H., Yoon, H., Kim, Y., Kim, H., Lee, K., Cho, Y., Lee, J., &

Yang, J. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Donga.

배종숙, 여태경, 조보관, 김민경, 천화정, 조성현, 변도열 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: ㈜금성출판사.

Bae, J., Yeo, T., Cho, B., Kim, M., Chun, H., Cho, S., & Byun, D. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Geumsung.

신보미 (2008). 구분구적법과 정적분의 개념 분석, 한국학교수학회논문집 11(3), 421-438.

Shin, B. (2008). An analysis of the concept on mensuration by parts and definite integral, *Journal of the Korean School Mathematics Society 11*(3), 421-438.

신보미 (2009). 고등학생들의 정적분 개념 이해, 학교수학 11(1), 93-110.

Shin, B. (2009). High school students' understanding of definite integral, *School Mathematics 11*(1), 93-110.

윤현진, 박선화, 이근호 (2008). 교육과정에서의 성취 기준 연구. 연구보고 RRC 2008-2. 한국교육과정평가원.

Yun, H., Park, S., Lee, G. (2008). *A Study on the Achievement Standards in the Curriculum*, research report RRC 2008-2, Seoul: Korea Institute for Curriculum and Evaluation.

이준열, 최부림, 김동재, 이정례, 전철, 장희숙, 송윤호, 송정, 김성철, 김미영 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: ㈜천재교육.

Lee, J., Choi, B., Kim, D., Lee, J., Jeon, C., Chang, H., Song, Y., Song, J., Kim, S., & Kim, M. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Chunjae.

이현주, 류중현, 조완영 (2015). 통합적 이해의 관점에서 본 고등학교 학생들의 미분계수 개념 이해 분석, 수학교육논문집 29(1), 131-155.

Lee, H., Ryu, J., & Cho, W. (2015). An analysis on the understanding of high school students about the concept of a differential coefficient based on integrated understading, *Communications of mathematical education 29*(1), 131-155.

전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정 (2015). 고등학교 미적분 개념 도입 국제비교 연구. 연구보고 2015_R7. 한국과학창의재단.

Jun, I., Kim, W., Nam, M., Lee, H., & Lee, E. (2015). *A International Comparison Study on the Concept of Calculus in High School,* research report 2015_R7, Seoul: Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.

정동명, 조승제 (2004). 실해석학 개론(제2판). 서울: 경문사.

Jung, D. & Jo, S. (2004). *Introduction to Real Analysis*. Seoul: Kyungmunsa.

정연준, 이경화 (2009a). 미적분의 기본정리에 대한 고찰 - 속도 그래프 아래의 넓이와 거리의 관계를 중심으로, 수학교육학연구 19(1), 123-142.

Joung, Y. & Lee, K. (2009a). A study on the fundamental theorem of calculus : focused on the realtion between the area under time-velocity graph and distance, *Journal of Educational Research in Mathematics 19*(1), 123-142.

정연준, 이경화 (2009b). 부정적분과 정적분의 관계에 관한 고찰, 학교수학 11(2), 301-316.

Joung, Y. & Lee, K. (2009b). A study on the relationship between indefinite integral and definite integral, *School Mathematics 11*(2), 301-316.

최정현 (2011). 정적분 기호 이해의 특징과 교수학적 전략, 한국수학사학회지 24(3), 77-94.

Choi, J. (2011). Comprehending the symbols of definite integral and teaching strategy, *The Korean Journal of HIstory of Mathematics 24*(3), 77-94.

홍성복, 이중권, 신태교, 이채형, 이병하, 신용우, 전형숙, 김형균, 권백일, 최원숙, 강인우 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: (주)지학사.

Hong, S., Lee, J., Shin, T., Lee, C., Lee, B., Shin, Y., Jeon, H., Kim, H., Kwon, B., Choi, W., & Kang, I. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Jihaksa.

황선욱, 강병개, 윤갑진, 이광연, 김수영, 이문호, 김원일, 박문환, 박상의 (2018). 고등학교 수학 Ⅱ. 서울: 미래엔.

Hwang, S., Kang, B., Yoon, G., Lee, K., Kim, S., Lee, M., Kim, W., Park, M., & Park, S. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Seoul: Miraen.

俣野 博 et al (2012). *數學Ⅱ*. Tokyo: Tokyo Shoseki.

Bressoud, D. M. (1992). Why do we teach calculus? *The American Mathematical Monthly 99*(7). 615-617.

Jones, S., Lim, Y., & Chandler, K. (2017). Teaching integration: how certain instructional moves may undermine the potential conceptual value of the Riemann sum and the Riemann integral.

International Journal of Science and Mathematics Education 15(6), 1075-1095.

Oberg, T. (2000). *An investigation of undergraduate calculus student's conceptual understanding of the definite integral*. Doctoral Dissertation, The University of Montana.

Orton, A. (1983). Students' understanding of integration, *Educational Studies in Mathematics 14*(1), 1-18.

Sealey, V. (2014). A framework for characterizing student understanding of Riemann sums and definite integrals, *The Journal of Mathematical Behavior 33*, 230-245.

Thompson, P. W. & Silverman, J. (2008). The concept of accumulation in calculus. In M. P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (43-52). Washington, DC: Mathematical Association of America.

An analysis of the introduction and application of definite integral in <MathematicsⅡ> textbook developed under the 2015-Revised Curriculum

Park, Jin Hee
Graduate School of Department of Mathematics Education, Seoul National University
E-mail : pjh0123@snu.ac.kr

Park, Mi Sun[†]
Graduate School of Department of Mathematics Education, Seoul National University
E-mail : sadasun@snu.ac.kr

Kwon, Oh Nam
Department of Mathematics Education, Seoul National University
E-mail : onkwon@snu.ac.kr

The students in secondary schools have been taught calculus as an important subject in mathematics. The order of chapters-the limit of a sequence followed by limit of a function, and differentiation and integration- is because the limit of a function and the limit of a sequence are required as prerequisites of differentiation and integration. Specifically, the limit of a sequence is used to define definite integral as the limit of the Riemann Sum. However, many researchers identified that students had difficulty in understanding the concept of definite integral defined as the limit of the Riemann Sum. Consequently, they suggested alternative ways to introduce definite integral. Based on these researches, the definition of definite integral in the 2015-Revised Curriculum is not a concept of the limit of the Riemann Sum, which was the definition of definite integral in the previous curriculum, but "$F(b)-F(a)$" for an indefinite integral $F(x)$ of a function $f(x)$ and real numbers a and b. This change gives rise to differences among ways of introducing definite integral and explaining the relationship between definite integral and area in each textbook. As a result of this study, we have identified that there are a variety of ways of introducing definite integral in each textbook and that ways of explaining the relationship between definite integral and area are affected by ways of introducing definite integral. We expect that this change can reduce the difficulties students face when learning the concept of definite integral.

* ZDM Classification : U2
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20
* Key words : definite integral, textbook analysis, 2015-Revised Curriculum
† Corresponding author

[부록 1] 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정 비교
[Appendix 1] The comparison for 2009 and 2015-Revised Curriculum

	2009 개정 교육과정 <미적분Ⅰ>	2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ>
성취기준	2 정적분 ① 구분구적법을 이해하고 이를 이용하여 간단한 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다. ② 정적분의 뜻을 안다 ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.	2 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
	3 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.	3 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
학습요소	부정적분, 적분상수, 구분구적법, 정적분, 미적분의 기본 정리, $\int f(x)dx$, $\int_a^b f(x)dx$, $[F(x)]_a^b$	• 부정적분, 적분상수, 정적분, $\int f(x)dx$, $\int_a^b f(x)dx$, $[F(x)]_a^b$
교수·학습 방법 및 유의사항		• 급수의 합을 이용한 정적분 정의는 다루지 않는다. $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의하되, 그 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다.