한국학교수학회논문집 제 21 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 21, Number 4, 469-483, September 2018
http://doi.org/10.30807/ksms.2018.21.4.008

# 예비 수학교사의 통계와 확률론에서의 몇 가지 오개념

김창일[1] · 전영주[2]

본 연구는 예비 수학교사들이 학교수학에서 확률과 통계 교수를 위해 어떠한 준비를 해야 하는지를 알아보고 교사교육 개선에 도움을 주고자 함이다. 이를 위해 예비 교사를 대상으로 확률과 통계학 교육과정의 설문과 평가를 실시하고 이들 간의 회귀분석과 상관관계를 조사하였다. 조사를 통해 난이도에 비해 평가 결과가 낮게 나타난 문항을 추출하고 이를 토대로 분석하였다. 그 결과 첫째, 확률과 통계에 대한 중등 학교수학과 대학수학의 내용체계를 연계하여 예비 수학교사들을 지도할 필요가 있다. 둘째, 예비 수학교사들의 확률과 통계 교과목 이해 정도의 정확한 진단이 필요하다. 셋째, 예비 수학교사들이 가진 오개념과 그 원인의 다양함을 알게 되었다. 그리고 이와 관련된 지속적인 후속 연구가 필요하다는 시사점을 도출하였다.

주요용어 : 예비 수학교사, 확률과 통계, 오개념

## Ⅰ. 서론

우리가 일상생활을 하기 위한 3R′s(reading, writing, arithmetic) 능력만큼 지식정보화 사회의 시민으로서 갖추어야 할 역량으로 확률적 소양과 통계적 사고가 요구되고 있다. 그것은 현대인의 삶이 인터넷, SNS, 매스컴 등 다양한 매체를 통해 매일같이 쏟아지는 엄청난 데이터의 홍수 속에서 자신에게 필요한 정보를 찾아 유용한 자료로 가공하고, 이를 이용하여 비판적 사고와 문맥에 대한 이해, 그리고 의사 결정을 요구하는 사회 환경에 적응하며 살아가야 하기 때문이다. 그래서 복잡함에 대한 인지능력과 변이들에 대한 적절한 직관, 바로 새로운 사고방식과 생활양식 패러다임으로의 동화와 조절 능력이 우리에게 필요하다.

이전의 학교 교육은 학생들이 사회구성원으로서 올바르게 성장할 수 있는 보편적 가치와 규범에 집중되어 가르쳐왔다. 그러나 다변화된 지금의 사회 구조 속에서는 모든 학생들이 학교를 떠나 지식인으로서 사회에 참여하기 시작할 때 유용하도록, 폭넓은 기초를 갖출 수 있는 새로운 수학교육과정을 제공하는 것이 필수적이 되었다. 이러한 맥락에서 중·고등학교와 대학 과정을 이수하면서 수학을 선택한 학생들에게 확률·통계적 소양 배양이 더욱 필요하게 되었다(Watson, 2006). 확률과 통계는 20세기에 들어서 비로소 학교 교육과정으로 편입되기 시작하였다. 그러면서 자료에 근거한 의사결정과 형식

---

* MSC2010분류 : 97B50, 97K99
1) 단국대학교 (kci206@dankook.ac.kr)
2) 전북대학교 (jyj@jbnu.ac.kr), 교신저자

화된 통계에 학생들이 참여하도록 그 목표를 설정하였다. 우리의 교육부(2015a)와 NCTM(2000)에서도 확률과 통계 교육에 대한 지도방향을 명확히 제시하고 있다. 실생활 맥락의 확률과 통계 교육으로 전환하기 위하여 2015 개정 수학과 교육과정에서는 주어진 자료의 수동적인 처리에서 머무르지 않고, 자료의 수집, 분석, 해석 등 일련의 과정이 다루어지는 것을 강조하였다. 이러한 점을 감안하여 중학교에서 산점도와 상관관계를 추가하였고, 고등학교의 확률과 통계에서는 자료수집 방법으로서의 표본조사의 의미를 강조하여, 각종 미디어에 소개되는 통계 내용을 이해하는 통계적 소양을 기를 수 있도록 하였다. NCTM(2000)에서도 확률과 통계를 가르치는 목표를, 문제 제기와 그 문제에 답하기 위한 자료 수집과 조직, 그리고 표현할 수 있으며, 또 외삽적인 방법으로 자료를 해석하고, 자료에 근거한 추론·예측·논의를 전개하고 평가할 수 있으며, 승률과 확률의 기본 개념을 이해하고 적용할 수 있어야 한다고 제시하면서 학생들이 학교에서 배운 확률과 통계를 실생활과 관련짓고 적용할 수 있어야 함을 강조하고 있다. 실제로 확률과 통계는 교과서에 갇힌 무능력한 지식이 아니라 교과서 밖의 일상과 유기적으로 연계된 살아있는 학교수학의 좋은 주제이다.

이런 점에서 현장의 수학교사와 예비 수학교사들은 효과적인 수학교수(mathematics teaching)를 위해 확률과 통계에서 학생들이 무엇을 알고 배울 필요가 있는지 이해하고 그것을 학생들이 잘 배울 수 있도록 어떻게 안내할 것인지에 대한 진중한 고민이 필요하다. 특히, 예비 수학교사들은 대학에서 확률과 통계 강좌를 이수하면서 학교 수업에 참여한 학생들이 실제적인 상황을 수학적으로 모델링하고, 주어진 상황에서 자료를 올바르게 산출하고 분석하도록 도와줄 수 있는 확률·통계에 대한 여러 개념의 정확한 이해로 올바른 교수(teaching) 준비를 갖출 필요가 있다.

이에 본 연구에서는 통계와 확률론에 대한 예비 수학교사들이 가지고 있는 오개념을 조사한 후 분석하고, 이를 바탕으로 대학 학부의 관련 교수·학습에 시사점을 제시하고자 한다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 확률과 통계학

확률·통계는 많은 정보를 다루는 기술적인 측면과 의사 결정을 지원하는 데이터 분석의 전문적인 필요성을 요구하고 있어 대학의 교수·학습에서 중요한 위치를 차지하고 있다(Chesler, 2015). 또한 수학교육 선진화 방안(교육부, 2015b)에서 주장하는 지식정보화 시대의 창의적인 인재와 합리적인 시민을 육성하기 위한 수학교육, 그리고 현대인의 기본 소양으로서의 수학의 대중화를 위한 수학교육으로서도 확률과 통계는 훌륭한 도구 교과가 될 수 있다. Nguyen과 Eisenreich(2018)도 같은 선상에서 학생들이 자신의 삶과 경력에 영향을 미칠 수 있는 것을 포함하여 특정 사회 문제를 인식 선택할 수 있도록 통계 및 확률 교육프로그램에 학생들을 참여시켜야 한다고 주장하고 있다. 특히 사범대학 수학교육과는 수학교사를 양성하는 곳으로 이곳의 예비 수학교사들은 중등학교 학생들이 자료를 수집하고 이를 정보로서 가공하고 가공된 정보로 본인의 의사결정의 판단근거를 마련할 수 있도록 안내해 주는 통계적 소양과 능력을 갖추고 있어야 한다. 이러한 수학교사로서의 자질을 측정하고 평가하기 위해 한국교육과정평가원(2008)은 전국 각 사범대학 수학교육과에 설문 조사하여 예비 수학교사들이 배워야 할 확률과 통계의 내용요소들을 평가영역과 평가 내용 요소로 구분하고 다음 <표 Ⅱ-1>과 같이 제시하였다.

<표 Ⅱ-1> 확률과 통계학 평가영역 및 내용 요소

| 평가 영역 | 평가 내용 요소 |
|---|---|
| 자료의 정리 | 모집단과 표본, 자료의 해석과 그래프, 대푯값과 산포도 |
| 확률분포 | 표본공간, 확률의 계산, 조건부확률, 확률변수와 확률분포, 평균과 분산, 중심극한정리와 대수의 법칙, 이항분포, 정규분포, 포아송분포, 카이제곱분포, 감마분포, t-분포, 이차원분포 |
| 추정 | 통계적 추정, 신뢰구간, 점추정, 모평균, 모비율, 모분산의 추정 |
| 검정 | 모평균, 모비율, 모분산의 검정, 오류의 종류 |

스탠포드 대학의 School Mathematics Study Group(SMSG, 1962)은 수학 교사들에게 도움을 주고자 대수학, 기하학, 수론, 확률 및 통계에 대한 수학 학습 가이드를 제시하였다. 본 연구와 관련 있는 확률과 통계 내용 체계를 살펴보면 세 가지 수준(기본 개념, 고급 주제, 응용)으로 구분하여 안내하고 있는데, 우선 기본 개념으로 표본공간, 사건, 조합, 조건부확률, 이항분포, 확률변수, 평균과 분산, 기술통계학, 표본점(elements of sampling), 가설검정(Hypothesis testing), 추정(estimation)을, 그리고 고급 주제로는 포아송분포, 정규분포, 지수분포, 이항분포의 포아송분포로의 근사(Poisson approximation to binomial), 중심극한정리, 큰수의 법칙, 마르코프 체인(Markov chains), 랜덤워크(random walks), 포아송 프로세스(Poisson processes), 추정이론(Theory of estimation), 의사결정이론(decision theory)를 담고 있다. 또, 마지막으로 응용에는 t-검정, F-검정, 상관계수, 분할표(contingency table), 품질관리(quality control), 비모수 검증(Non-parametric tests)이 있다. 이를 정리하면 <표 Ⅱ-2>와 같다.

<표 Ⅱ-2> School Mathematics Study Group(SMSG)의 수학 학습 가이드 내용 체계

| 구분 | 확률 | 통계 |
|---|---|---|
| Basic Concepts | Sample space, Events, Combinatorial problem, Conditional probability(events), Binominal distribution, Random variable, Mean and variance of a random variable | Descriptive statistics<br>Elements of sampling<br>Hypothesis testing<br>Estimation(introduction) |
| More Advanced Topics | • Basic distributions and their applications (Poisson, normal, exponential, etc.)<br>• Limit theorems<br>(Poisson approximation to binomial, central limit theorem, law of large mumbers)<br>• Stochastic processes<br>(Markov chains, random walks, Poisson processes) | • Theory of estimation<br>(Properties of estimators and types of estimators)<br>• Decision theory<br>(strategies, decision criteria) |
| Application | Genetics, Physics, Engineering, Psychology, Sociology | Tests for mean and variance(T-test, F-test), Fitting a straight line to data(correlation), Contingency table, quality control, Non-parametric tests) |

각 사범대학에서의 확률과 통계 교육과정도 한국교육과정평가원(2008)과 SMSG(1962)이 제시한 내

용 체계와 실제로 큰 차이가 없다. C대학에서도 이를 바탕으로 확률의 기본원리(통계학과 자료분석, 표본공간과 사건, 균등확률모형), 조건부확률(조건부확률, 사건의 독립성, 베이즈정리), 이산확률분포(이산확률변수의 기댓값, 이항분포, 초기하분포, 음이항분포, 기하분포, 포아송분포), 연속확률분포(연속확률변수의 확률분포와 기댓값, 정규분포, 감마분포, 지수분포, $\chi^2$분포, 균일분포, t-분포), 결합확률분포(결합확률분포, 주변분포, 조건부확률분포, 확률변수들의 독립, 독립확률변수들의 합의 분포, 결합확률분포에서의 기댓값, 공분산, 상관계수), 정리(마르코프 부등식, 체비세프의 정리, 대수의 약법칙, 중심극한정리), 통계적 추정과 가설검정 등을 주제로 강의하고 있다.

## 2. 선행연구 고찰

학교수학과 관련된 확률과 통계 연구에 비해 예비 수학교사들과 관련한 연구 결과물들은 한정적이다. 우선 국내 연구들을 중심으로 살펴보면, 한가희 외(2018)「통계적 추정에 관한 예비 수학교사들과 고등학생들의 오개념 비교」, 김창일 외(2017)「수학과 중등임용 확률과 통계 기출문항 분석」, 최지선 외(2014)「확률변수 개념에 대한 예비교사의 이해」, 이종학(2011) 「예비 교사의 통계적 추론 능력에 대한 연구」, 김원경 외(2006) 「수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념」, 이강섭(2003)「중등 교사 양성을 위한 확률과 통계 영역의 교육과정 개발」등이 있다. 이는 자료를 수집하고 정리하여, 정리된 자료를 보다 더 쉽게 알 수 있도록 표 또는 그래프, 그림 등에 의해 나타내거나 자료가 갖는 특성을 분석 및 설명하는 방법을 다루는 기술통계학보다는 표본을 대상으로 얻은 정보로부터 모집단의 특성을 추론, 또는 모집단에 대한 가설 검증 방법을 다루는 추측통계학 연구가 많다. 또한 학부에서 다루는 내용 요소보다는 PCK(Pedagogical Content Knowledge) 연구에 집중되어 있음을 살펴볼 수 있다. 국외의 경우에는 Nguyen, H., & Eisenreich, H.(2018).「Using School Choice to Connect to Mathematics Learning in a Statistics and Probability Course for K-8 Pre-service Teachers」, Chesler, J.(2015)「Reading the News: The Statistical Preparation of Pre-Service Secondary Mathematics Teachers」, McLoughlin, M. P. M. M.(2008)「A Modified Moore Approach to Teaching Mathematical Statistics: An Inquiry Based Learning Technique to Teaching Mathematical Statistics」등이 있으나 이들은 확률과 통계에서 요구되는 교사의 통계적 소양과 교수법에 국한된 연구가 이루어졌음을 들여다볼 수 있다.

# Ⅲ. 연구방법

## 1. 연구 대상

본 연구는 A도 B시에 소재한 C대학교 수학교육과 3학년 21명의 예비 수학교사를 대상으로 하였다. 이들은 C대학에 입학하기 전 고등학교 수학 내신 성적이 2등급 이내의 상위권 학생들이었으며, 대학에서 확률과 통계 과목을 이수한 학생들이다. C대학교는 국립대학교로 교육 환경이 우수하고 매년 높은 비율로 수학교사들을 배출해 내고 있는 곳이다.

## 2. 도구 및 방법

본 연구와 관련하여 확률과 통계 과목을 이수한 전북의 C대학교 수학교육과 3학년 예비 수학교사들을 대상으로 설계한 연구 도구 및 방법은 다음과 같다.

첫째, 통계와 확률론 교육과정에서의 내용영역을 중심으로 리커스트 5단계로 난이도에 관한 설문조사를 실시하고, 확률과 통계 교과목 이수 평가를 위한 평가 문항의 세부 내용 영역과 설문 응시 내용 간의 회귀분석(Simple Linear Regression)과 상관관계(correlation analysis)를 조사한다.

둘째, 조사 결과, 난도로 인해 평가 결과가 낮게 나타난 문항을 추출하고 이를 기초로 예비 수학교사들이 가진 오개념과 그 원인을 알아본다. 또한 예비 수학교사들의 이수학점을 상(A이상), 중(B이상), 하(C이하) 세 집단으로 구분하고, 집단 간 그 오개념 인식 차이가 어디서 발생하는지 그 여부를 확인한다.

# Ⅳ. 연구결과 및 분석

## 1. 회귀분석 및 상관관계 조사

회귀분석과 상관관계 조사는 예비 수학교사들이 가진 오개념과 그 원인을 알아보기 위한 기초조사로, C대학 수학교육과의 통계와 확률론 교육과정의 내용 영역에 관한 난이도를 리커스트 5단계, 1(매우 어려움), 2(어려움), 3(보통), 4(쉬움), 5(매우 쉬움)으로 설정하였다. 또한 교육과정 이수의 성취 수준을 알아보기 위해 16개의 문항[3]을 제작하고 각 문항별 배점은 5점으로 하였다(<표 Ⅳ-1>). 이는 예비 수학교사들의 체감난이도가 실제 평가에 영향을 미치는가, 그리고 그 두 변수간의 상관관계가 유의미한가의 조사를 효율적으로 처리하기 위함이었다. 이 조사는 SPSS 22.0을 이용하여 분석하였다.

<표 Ⅳ-1> 통계와 확률론 교육과정에서의 난이도와 평가점수

| 내용 영역 | 내용 요소 | 난이도(X) | 평가점수(Y) | Y-X |
|---|---|---|---|---|
| 확률의 기본원리 | 통계학과 자료 분석 | 4.14 | - | - |
| | **1_표본공간과 사건** | 4.33 | 4.19 | -0.24 |
| | **2_균등확률모형** | 4.10 | 2.33 | -1.77 |
| 조건부 확률 | **3_조건부확률** | 3.95 | 3.57 | -0.38 |
| | **4_사건의 독립성** | 4.19 | 3.33 | -0.86 |
| | **5_베이즈정리** | 4.67 | 4.71 | 0.04 |
| 이산확률분포 | **6_이산 확률변수의 확률분포 및 기댓값** | 4.24 | 3.67 | -0.57 |

3) 내용 요소에서 1~16을 제외한 나머지 내용 요소(통계학과 자료 분석, 이항분포, 초기하분포, 기하분포, 연속확률변수의 확률분포 및 기댓값, 균일분포, 결합확률분포, 확률변수들의 독립, 통계적 추정)는 평가에서 배제하였다. 그 이유는 내용 요소 사이에 개념과 원리들이 포함(예, 기하분포는 음이항분포의 특별한 경우)되어 있거나 내용 요소를 포함시켜 측정(예, 결합확률분포, 확률변수의 독립은 독립확률변수들의 합의 분포와 결합확률분포에서의 기댓값에서 측정요소 포함)이 가능하기 때문이었다. 이와 관련하여, 연구과제인 회귀분석과 상관관계는 1~16의 내용 요소로 한정하였으며, 난이도와 평가점수는 소수점 셋째 자리에서 반올림하였다.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 이항분포 | 3.29 | - | - |
| | 초기하분포 | 3.10 | - | - |
| | **7_음이항분포** | 3.71 | 3.33 | -0.38 |
| | 기하분포 | 2.95 | - | - |
| | **8_포아송분포** | 3.52 | 3.10 | -0.42 |
| 연속확률분포 | 연속 확률변수의 확률분포 및 기댓값 | 3.29 | - | - |
| | **9_정규분포** | 4.10 | 2.81 | -1.29 |
| | **10_감마분포** | 3.86 | 3.10 | -0.76 |
| | **11_지수분포** | 3.90 | 3.05 | -0.85 |
| | 균일분포 | 3.29 | - | - |
| 결합확률분포 | 결합 확률분포 | 2.62 | - | - |
| | **12_조건부 확률분포** | 4.24 | 4.05 | -0.19 |
| | 확률변수들의 독립 | 2.81 | - | - |
| | **13_독립확률변수들의 합의 분포** | 3.52 | 2.05 | -1.47 |
| | **14_결합확률분포에서의 기댓값** | 3.62 | 3.05 | -0.57 |
| 정리 | **15_여러 가지 정리(대수의 약법칙)** | 3.76 | 2.19 | -1.57 |
| 추정과 검정 | 통계적 추정 | 3.05 | - | - |
| | **16_가설검정** | 3.95 | 3.29 | -0.66 |

16개 내용 요소의 난이도 평균과 표준 편차는 각각 3.985, 0.325이고, 평가점수의 평균과 표준편차는 각각 3.239, 0.715로 나타났다. 평가점수와 난이도간의 Pearson 상관계수는 0.726이며, 두 변수의 상관관계는 유의확률 0.001로 유의미하였다(<표 Ⅳ-2>).

<표 Ⅳ-2> 난이도와 평가점수의 상관관계

| | | 난이도 | 평가점수 |
|---|---|---|---|
| 난이도 | Pearson 상관계수 | 1 | .726 |
| | 유의수준(양쪽) | | .001 |
| | 제곱 및 외적의 합 | 1.583 | 2.530 |
| | 공분산 | .1.6 | .169 |
| | N | 16 | 16 |
| 평가점수 | Pearson 상관계수 | .726 | 1 |
| | 유의수준(양쪽) | .001 | |
| | 제곱 및 외적의 합 | 2.530 | 7.675 |
| | 공분산 | .169 | .512 |
| | N | 16 | 16 |

<표 Ⅳ-3> 난이도와 평가점수의 모형 요약

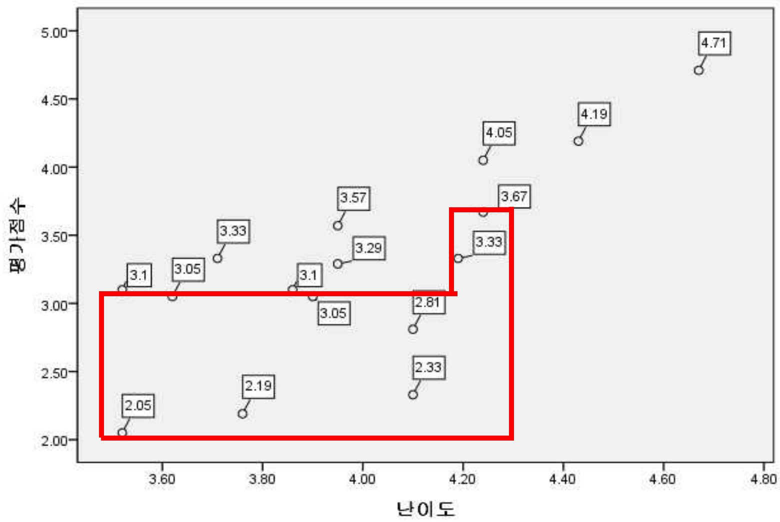
| 모형 | R | R제곱 | 조정된 R 제곱 | 표준 추정값 오류 | 통계 변경 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | R 제곱 변화량 | F 변화량 | df1 | df2 | 유의수준 F 변화량 |
| 1 | .726 | .527 | .493 | .50933 | .527 | 15.586 | 1 | 14 | .001 |

회귀식의 유효성을 판단하기 위해 R제곱값을 살펴보면, 0.527로 평가점수는 난이도의 52.7% 정도 영향을 받는다고 볼 수 있다(<표 Ⅳ-3>). 회귀식의 유의성 역시 F의 유의확률이 0.001로 유의수준 0.05보다 작아 유의미한 것으로 나타났다. 또, 회귀식의 상수값은 -3.3130, 회귀계수는 1.598이며, t값 3.948과 유의확률 0.001로 이 회귀계수도 유의미한 것으로 도출되었다(<표 Ⅳ-4>).

<표 Ⅳ-4> 난이도와 평가점수의 계수

| 모형 | | 비표준계수 | | 표준계수 | t | 유의수준 | B의95.0% 신뢰구간 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B | 표준오차 | 베타 | | | 하한 | 상한 |
| 1 | (상수) | -3.130 | 1.618 | | -1.934 | .074 | -6.601 | .341 |
| | 난이도 | 1.598 | .405 | .726 | 3.948 | .001 | .730 | 2.466 |

따라서 예비 수학교사들의 체감난이도가 실제로 평가에 영향을 미친 것으로 조사되었다. 또한 난이도와 평가점수 두 변수간의 상관관계를 그래프로 옮기면 [그림 Ⅳ-1]과 같다. 여기서 전술한 바와 같이 난이도에 비해 평가 결과가 낮게 나타난 문항을 중심으로 균등확률모형, 사건의 독립성, 정규분포, 지수분포, 독립확률변수들의 합의 분포, 대수의 약법칙 등을 추출하였다(<표 Ⅳ-1>, [그림 Ⅳ-1]).




[그림 Ⅳ-1] 난이도와 평가점수의 상관관계

## 2. 오개념과 그 원인

난이도와 평가점수의 회귀분석과 상관관계 조사 결과, 실제 난도로 인해 평가 결과가 낮게 나타난 문항에서 예비 수학교사들이 보인 오개념과 그 원인을 알아보고자 한다. 또한 예비 수학교사들의 이수학점을 근거로 상(A학점 이상), 중(B학점 이상), 하(C학점 이하) 세 집단으로 구분(이하 A그룹, B그룹, C그룹으로 표기)하고, 집단 간 그 오개념 인식 차이가 어디서 발생하는지 그 여부를 확인하였다.

1) 균등확률모형

| |
|---|
| 다음의 각 경우에 표본공간을 작성하고, 그 표본공간에 균등 확률모형을 적용시킬 수 있는지 판단하시오.<br>(가) 똑같은 두 개의 동전을 던지는 실험을 실시한다.<br>(나) 방정식 $x+y+z=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 조사한다. |

예비 수학교사들이 두 개의 동전을 던지는 (가)의 실험에서는 표본공간을 $S=\{(H,H),\ (H,T),\ (T,H),\ (T,T)\}$로 하여 균등확률모형이 적용된다고 한 반면, 방정식 $x+y+z=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 경우에는 표본공간을 $S=\{(2,0,0),\ (0,2,0),\ (0,0,2),\ (1,1,0),\ (1,0,1),\ (0,1,1)\}$로 구한 후 균등확률모형이라 판단하는 비율이 B그룹 이하에서 상대적으로 높았다. 이것은 각 표본점에 균등확률이 적용되기 어려운 상황을 인지하지 못했기 때문이었다. 일반적으로 표본공간을 중복조합의 개념으로 잡게 되면 균등확률 모형 적용이 어려운 경우가 많은데 (나)의 조사가 그 대표적인 예이다. 표본공간을 이루는 근원사건들은 특정한 어느 것이 다른 것들보다 더 자주 일어나리라 예상하기 어렵다. 예를 들어, 표본점 $(2,0,0)$은 공을 첫 번째 상자, 그리고 다시 첫 번째 상자에 공을 넣은 것과 같다. 그러나 $(1,1,0)$에는 공을 첫 번째 상자, 그리고 다시 두 번째 상자에 공을 넣거나 공을 두 번째 상자, 그리고 다시 첫 번째 상자에 넣는 2가지 경우의 수가 숨겨져 있다. 그러므로 표본공간은 중복순열의 개념인 $S=\{(x,x),\ (y,y),\ (z,z),\ (x,y),\ (y,x),\ (x,z),\ (z,x),\ (y,z),\ (z,y)\}$로 놓아야 문제해결이 가능하다. A그룹의 경우에는 (가), (나) 모두 대부분 옳은 판단을 하였다(<표 Ⅳ-5>).

<표 Ⅳ-5> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(균등확률모형)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 균등확률모형 | 4.00 | 4.67 | 1.71 | 4.00 | 1.63 | 3.75 | 2.33 | 4.10 |

2) 사건의 독립성

| |
|---|
| 사람 눈의 색깔은 한 쌍의 유전자에 의해 결정된다. 만일 그 유전자 쌍의 두 유전자가 모두 푸른색 눈의 유전자(b)이면, 그 사람의 눈은 푸른색이고, 두 유전자 중 하나라도 갈색 눈의 유전자(B)이면 그 사람은 갈색 눈을 가진다. 갈색 눈의 사람들이 가지는 유전자 쌍의 비율은 $BB : Bb = 1:2$라고 가정한다. 또한 신생아는 그 부모로부터 한 개씩의 유전자를 독립적으로 받으며 부모 각자가 가지고 있는 두 유전자 중 어느 유전자나 받을 가능성은 동일하다고 가정한다. 어떤 부부가 남편은 갈색의 눈을 가지고 있고, 부인은 푸른 눈을 가지고 있다고 할 때, 첫째 아이가 갈색 눈으로 태어나는 사건과 둘째 아이가 갈색 눈으로 태어나는 사건이 독립인지 설명하시오. |

이 부부가 낳은 $i$번째 자녀가 갈색 눈을 가지는 사건을 $E_i$, 남편의 유전자 쌍이 $BB$인 사건을 $A$, 남편의 유전자 쌍이 $Bb$인 사건을 $A^C$라 하면, $P(E_i)=P(A)P(E_i|A)+P(A^C)P(E_i|A^C)$가 된다. 그러므로 $P(E_1)=P(E_2)$이다. 이제, $P(E_1\cap E_2)$을 구한 후 $P(E_1\cap E_2)$와 $P(E_1)\cdot P(E_2)$의 관계를 보이면 된다. 그러나 $P(E_1\cap E_2)=P(A)P(E_1\cap E_2|A)+P(A^C)P(E_1\cap E_2|A^C)$을 구하는 단계에서 C그룹의 대다수가 문제해결에 접근하지 못하였다. 그 이유는 두 사건 $E_i$, $E_j$는 $A$가 주어져 있을 때 조건부 독립이 되어, 다음 식 $P(E_i\cap E_j|A)=P(E_i|A)P(E_j|A)$, $P(E_i\cap E_j|A^C)$

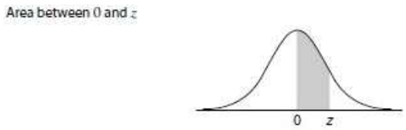
$= P(E_i|A^C)P(E_j|A^C)$을 만족한다는 것을 이해하지 못했기 때문이었다. 반면, A와 B그룹의 상당수가 두 사건 $(E_1, E_2)$가 어떤 조건 하에서 조건부 독립이라 하더라도 그 사실로부터 그 사건들 $(E_1, E_2)$이 독립이라고 유추하는 것은 옳지 않다는 것을 명확하게 설명하였다(<표 Ⅳ-6>).

<표 Ⅳ-6> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(사건의 독립성)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 사건의 독립성 | 4.33 | 4.67 | 4.43 | 4.57 | 1.63 | 3.50 | 3.33 | 4.19 |

3) 정규분포

확률변수 $X$는 $X \sim B(20, 0.5)$를 따른다. $X = 10$일 확률을 연속성 수정을 고려하여 근사분포인 정규분포를 이용한 근삿값을 구하시오.
(단, 계산은 소수점 셋째짜리에서 반올림하며, $\sqrt{2} = 1.4142, \sqrt{3} = 1.7321, \sqrt{5} = 2.2361$로 계산한다.)




| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0000 | 0.0040 | 0.0080 | 0.0120 | 0.0160 | 0.0199 | 0.0239 | 0.0279 | 0.0319 | 0.0359 |
| 0.1 | 0.0398 | 0.0438 | 0.0478 | 0.0517 | 0.0557 | 0.0596 | 0.0636 | 0.0675 | 0.0714 | 0.0753 |
| 0.2 | 0.0793 | 0.0832 | 0.0871 | 0.0910 | 0.0948 | 0.0987 | 0.1026 | 0.1064 | 0.1103 | 0.1141 |
| 0.3 | 0.1179 | 0.1217 | 0.1255 | 0.1293 | 0.1331 | 0.1368 | 0.1406 | 0.1443 | 0.1480 | 0.1517 |
| 0.4 | 0.1554 | 0.1591 | 0.1628 | 0.1664 | 0.1700 | 0.1736 | 0.1772 | 0.1808 | 0.1844 | 0.1879 |
| 0.5 | 0.1915 | 0.1950 | 0.1985 | 0.2019 | 0.2054 | 0.2088 | 0.2123 | 0.2157 | 0.2190 | 0.2224 |
| 0.6 | 0.2257 | 0.2291 | 0.2324 | 0.2357 | 0.2389 | 0.2422 | 0.2454 | 0.2486 | 0.2517 | 0.2549 |
| 0.7 | 0.2580 | 0.2611 | 0.2642 | 0.2673 | 0.2704 | 0.2734 | 0.2764 | 0.2794 | 0.2823 | 0.2852 |
| 0.8 | 0.2881 | 0.2910 | 0.2939 | 0.2967 | 0.2995 | 0.3023 | 0.3051 | 0.3078 | 0.3106 | 0.3133 |
| 0.9 | 0.3159 | 0.3186 | 0.3212 | 0.3238 | 0.3264 | 0.3289 | 0.3315 | 0.3340 | 0.3365 | 0.3389 |
| 1.0 | 0.3413 | 0.3438 | 0.3461 | 0.3485 | 0.3508 | 0.3531 | 0.3554 | 0.3577 | 0.3599 | 0.3621 |
| 1.1 | 0.3643 | 0.3665 | 0.3686 | 0.3708 | 0.3729 | 0.3749 | 0.3770 | 0.3790 | 0.3810 | 0.3830 |
| 1.2 | 0.3849 | 0.3869 | 0.3888 | 0.3907 | 0.3925 | 0.3944 | 0.3962 | 0.3980 | 0.3997 | 0.4015 |
| 1.3 | 0.4032 | 0.4049 | 0.4066 | 0.4082 | 0.4099 | 0.4115 | 0.4131 | 0.4147 | 0.4162 | 0.4177 |
| 1.4 | 0.4192 | 0.4207 | 0.4222 | 0.4236 | 0.4251 | 0.4265 | 0.4279 | 0.4292 | 0.4306 | 0.4319 |
| 1.5 | 0.4332 | 0.4345 | 0.4357 | 0.4370 | 0.4382 | 0.4394 | 0.4406 | 0.4418 | 0.4429 | 0.4441 |
| 1.6 | 0.4452 | 0.4463 | 0.4474 | 0.4484 | 0.4495 | 0.4505 | 0.4515 | 0.4525 | 0.4535 | 0.4545 |
| 1.7 | 0.4554 | 0.4564 | 0.4573 | 0.4582 | 0.4591 | 0.4599 | 0.4608 | 0.4616 | 0.4625 | 0.4633 |
| 1.8 | 0.4641 | 0.4649 | 0.4656 | 0.4664 | 0.4671 | 0.4678 | 0.4686 | 0.4693 | 0.4699 | 0.4706 |
| 1.9 | 0.4713 | 0.4719 | 0.4726 | 0.4732 | 0.4738 | 0.4744 | 0.4750 | 0.4756 | 0.4761 | 0.4767 |

$X$를 모수 $n$과 확률 $p$를 갖는 이항확률변수라고 하면 $X$는 평균 $\mu = np$이고 분산 $\sigma^2 = npq$인 정규분포를 근사적으로 따르게 되며 $P(X \le x) = \sum_{k=0}^{x} b(k; n, p) \approx P(Z \le \frac{x + 0.5 - np}{\sqrt{npq}})$인 이항분포의 정규근사를 이용하여 $P\left(\frac{-0.5}{\sqrt{5}} \le Z \le \frac{0.5}{\sqrt{5}}\right)$를 구하면 된다. 하지만 B그룹과 C그룹 일부는 이산형분포를 연속형분포로 더 적합하게 근사시키기 위한 연속성보정(continuity correction)을 해야 한다는 것을 간과하여 $P(Z = 0)$으로 해결하려 하였다. A그룹의 경우에는 $X = a$에서의 연속형 분포의 확률값이 0이므로 $a - 0.5 < X < a + 0.5$로 하면 밑변의 길이가 1이 되어 이산형 분포의 확률값을 유지하면서 연속형 분포의 확률값을 구할 수 있다는 것을 이해하고 문제를 어렵지 않게 해결하였다. <표 Ⅳ-7>은 학점등급에 따른 정규분포 문항의 체감 난이도와 평가점수 평균을 보여준다.

<표 Ⅳ-7> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(정규분포)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 정규분포 | 4.00 | 4.67 | 2.14 | 3.71 | 2.50 | 4.00 | 2.81 | 4.10 |

4) 지수분포

어느 기종의 휴대폰 배터리는 한 번 충전해서 사용할 수 있는 시간이 평균이 50인 지수분포를 따른다고 한다. 다음 물음에 답하시오.
(1) 이 기종의 휴대전화를 빌려 2일 동안 사용하려고 할 때 반납할 때까지 배터리가 다 방전되지 않을 확률
(2) 충전한지 24시간이 지난 휴대전화의 배터리가 있을 때 그 후 이 배터리가 다 방전될 때까지 걸리는 예상 시간

서로 독립적인 지수확률변수의 합이 감마분포(gamma distribution)를 따른다는 것이 알려진 지수분포는, $F(x)=P(X\le x)=\int_0^x \lambda e^{-\lambda t}dt=1-e^{-\lambda x}$이므로 $P(X\ge x)=1-F(x)=e^{-\lambda x}$이다. 이 식을 이용하여 지수분포의 성질인 무기억성, 즉 $P(X>s+t|X>t)=\frac{P(X>s+t)}{P(X>t)}=\frac{e^{-\lambda(s+t)}}{e^{-\lambda t}}$ $=e^{-\lambda s}=P(X>s)$을 얻게 된다. 또한, $E(X|X>t)=t+\frac{1}{\lambda}$이므로 이 기종의 휴대전화를 빌려 2일 동안 사용하려고 할 때 반납할 때까지 배터리가 모두 방전되지 않을 확률은 $P(X>48+t|X>t)$ $=P(X>48)=1-F(48)=e^{-0.02\times 48}=e^{-0.96}$, 충전한지 24시간이 지난 휴대전화의 배터리가 있을 때 그 후 이 배터리가 다 방전될 때까지 걸리는 예상 시간은 $E(X-24|X>24)=E(X)=50$이다. 이 문항에 대해 A그룹은 처음부터 시작해서 $t$시점인 상황에서 앞으로 $s$만큼 더 경과할 확률이 $t$ 시점까지의 기록은 기억되지 않고 처음부터 시작해서 $s$시점이 경과할 확률과 같다는 지수분포의 무기억성과 대기시간의 분포인 지수분포와 감마분포의 관계 의미에 대해 깊은 이해가 있었다. 그렇지만 C그룹에서는 제반 개념들에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-8>).

<표 Ⅳ-8> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(지수분포)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 지수분포 | 4.67 | 4.67 | 4.00 | 4.29 | 1.00 | 3.00 | 3.05 | 3.90 |

5) 독립확률변수들의 합의 분포

두 연속확률변수 $X, Y$가 서로 독립이고, 확률밀도함수가

$$f_X(x)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\ (x>0),\qquad f_Y(y)=e^{-y}\ (y>0)$$

이다. 확률변수 $U=X+2Y$의 확률밀도함수 $f_U(u)$를 구하시오.

이 문항은 2016학년도 중등임용 제1차 시험 8번 문항을 가져온 것이다. 독립인 확률변수 $X$와 $Y$의 확률밀도함수가 각각 $f_X(x), f_Y(y)$라고 할 때, $U=X+Y$의 확률밀도함수는 $f_X * f_Y = f_U(u)$ $=\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(u-x)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(u-y) f_Y(y)\,dy$가 된다. 이러한 독립확률변수들의 합의 분포의 난도는 처음에는 대체로 높지 않을 것으로 예비 수학교사들은 판단(A그룹 난이도 4.33, B그룹 3.57, C그룹 2.88)하였으나 변수가 $U=X+2Y$로 주어져 실제 평가에서 B그룹과 C그룹은 각각 2.43, 0.50의 점수를 얻는데 그치었다. 이와 달리 A그룹에서는 $Z=2Y$로 치환한 문제해결 시도를 관찰할 수 있었다(<표 Ⅳ-9>).

<표 Ⅳ-9> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(독립확률변수들의 합의 분포)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 독립확률변수들의 합의 분포 | 3.67 | 4.33 | 2.43 | 3.57 | 0.50 | 2.88 | 2.05 | 3.52 |

6) 대수의 약법칙

확률변수 $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 평균이 $\mu$이고, 분산이 $\sigma^2$인 모집단에서 추출한 임의표본을 나타낸다고 하면 임의의 상수 $\epsilon > 0$에 대해서

$$\lim_{n\to\infty} P(|\overline{X_n} - \mu| > \epsilon) = 0$$

이 만족함을 증명하고, 그 의미를 설명하시오.

이 문항은 $P(|\overline{X_n} - \mu| > \epsilon) \le \frac{\sigma_{\overline{X}}^2}{\epsilon^2}$이고, 식 $\sigma_{\overline{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$이므로 $P(|\overline{X_n} - \mu| > \epsilon) \le \frac{\sigma^2}{n\epsilon^2}$이 된다. 따라서 $n\to\infty$이면 $\lim_{n\to\infty} P(|\overline{X_n} - \mu| > \epsilon) = 0$이 된다는 것을 보이면 된다. A그룹과 B그룹은 대체로 주어진 대수의 약법칙 정리를 위와 같이 체비세프의 부등식을 이용하여 증명하였다. 그렇지만 그 의미를 설명함에 있어 A, B그룹 내에서도 약간의 차이를 보였다. 그것은 B그룹 대부분은 관찰이나 시행횟수 $n$이 충분히 커지면 $\overline{X_n}$이 $\mu$에 접근한다고 설명한 반면, A그룹에서는 표본평균과 모평균 사이의 오차인 $\epsilon$보다 작게 되는 확률이 증가하는 것으로 일부이지만 정확하게 설명하였다. 즉, 대수의 법칙은 임의의 고정된 $n$의 큰 값 $n^*$에 대하여 $n^*$보다 더 큰 모든 $n$에 대하여서도 $\overline{X_{n^*}}$이 $\mu$근방에 있다는 것을 뜻하는 것은 아니며, 확률변수들이 수렴하게 되는 확률값의 수렴을 나타낸다는 것을 정확하게 이해하고 있었다. 그러나 C그룹은 증명과 설명에서 모두 어려움을 보였다(<표 Ⅳ-10>).

<표 Ⅳ-10> 학점등급에 따른 체감 난이도와 평가점수 평균(대수의 약법칙)

| 구분 | A | | B | | C이하 | | 전체 평균 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 | 점수 | 난이도 |
| 대수의 약법칙 | 3.33 | 4.33 | 2.38 | 3.75 | 1.00 | 3.29 | 2.19 | 3.76 |

# Ⅴ. 결론 및 제언

현대사회는 데이터(data)의 시대이다. 그래서 삶 주변의 데이터에서 자신에게 필요한 정보를 생산하고 생산된 정보를 지혜롭게 사용할 수 있는 통계 소비자 양성이 필요하다. 그러기 위해서는 이러한 내용을 전수할 예비 수학교사의 확률과 통계에 대한 올바른 이해가 강조될 수밖에 없다. 이러한 측면에서 확률과 통계 내용 영역에서 예비 교사들이 갖는 오개념을 조사하고 분석하는 것은 나름의 의미가 있다 할 것이다. 이와 같은 연구를 통해 얻은 결론과 제언은 다음과 같다.

첫째, 확률과 통계에 대한 중등 학교수학과 대학수학의 내용체계를 연계하여 예비 수학교사들을 지도할 필요가 있다. 이는 대학에서도 학교수학의 교육과정을 철저하게 분석하여 예비 교사들에게 안내해야 한다는 것이다. Chesler(2015)의 연구에서도 학교수학 프로그램에서 다루는 통계적 사고의 문제에 대해 교사들이 사전 준비해야 한다는 것을 강조하고 있다는 것은 이러한 맥락에서 눈여겨 볼만하다. 그는 예비 수학교사들이 확률과 통계 교육과정을 이수하였음에도 통계 사용에 대한 비판적 분석이 필요한 과제에서 어려움을 겪는 것을 보며, 미국 내 중등 수학교사의 학부 교육에서의 영향과 우려를 내비치고 있다. 이는 학교수학에서 효과적인 수학교수(mathematics teaching)를 위해 우리 사범대학에서도 확률과 통계 교육방법에 대한 변화와 실행이 요구된다는 시사점을 얻을 수 있다.

둘째, 예비 수학교사들의 확률과 통계 교과목 이해에 대한 정확한 진단이다. 본 연구에서 예비 수학교사들은 7개 내용 영역, 25개 내용요소의 학부 교육과정 전체 난도 평균을 3.688이라 예측하였다. 특히, 본 연구와 직접 관련된 16개 내용요소의 난도는 이보다 낮은 3.985로 응답하였다. 그렇지만 실제 평가를 통해 나타난 결과는 3.239로 오히려 난도의 오차가 무려 0.746이나 크게 나타났다. 난도 3이하로 예비 수학교사들이 체감 난도가 높은 내용영역은 기하분포(2.95), 결합확률분포(2.62), 확률변수들의 독립(2.81)으로 조사되었다. 그 이유로는 기하분포의 경우, '개념은 이해되었으나 문항을 보고 이를 기하분포로 구분하는 것이 어렵다', '고등학교에서 배운 내용에서 벗어나 다소 낯설다', '실생활과 관련된 문제로 주어진 경우 문제 해결에 곤란함을 느낀다' 등의 의견을 주었다. 결합확률분포는 '변수가 늘어나 어렵다', '여러 식이나 기호가 복잡하다', '개념이 생소하여 이해하기 어렵다'는 응답이 많았다. 그리고 확률변수들의 독립에서는 '이산확률분포와 연속확률분포에 대한 정확한 이해를 하지 않은 상태에서 문제해결이 어렵다', '복잡한 식으로 전체적인 개념을 받아들이기 어렵다'는 등의 이유를 들고 있다. 정리하면, 처음 개념을 접하게 되어 낯설고 복잡한 식과 기호 등이 체감 난도를 높인 것으로 평가하고 있다.

셋째, 체감 난도와 비교하여 실제 평가 점수가 낮게 나타난 내용을 살펴보면, (1)중등 학교수학에서 모든 확률에 대해 균등확률모형을 전제로 하여 학습한 결과, 표본공간을 작성하고 이를 근거로 균등확률모형 적용 여부를 판단하기에 곤란을 겪는 것으로 나타났다. 이는 과도한 일반화에 의한 인식론적 장애(epistemological obstacle)가 일어난 것으로 여겨진다. (2)독립과 조건부 독립, 그리고 독립과 조건부 독립간의 관계를 명확하게 이해하지 못하는 것은 사건의 독립성에 비해 조건부 독립에 대한 개념이 예비 수학교사들에게는 생소한 개념으로 받아들여지는 것으로 분석되었다. (3)이항분포의 정규근사는 연속성보정(continuity correction)의 취급 이유의 이해 부족과 중심극한정리(central limit theorem)에 대한 개념 혼돈을 보이는 것으로 나타났다. 이것은 김원경 외(2006)의 연구에서 교사들 중 22.2%만이 이항분포의 정규분포 근사에서 근사조건에 대한 기준을 정확히 알고 있다는 조사와 유사한 결과이다. (4)지수분포와 기하분포의 무기억성 특성과 지수분포와 기하분포가 이산형과 연속형의 대기시간의 분포임을 이해하지 못하였다. 이는 두 분포를 정의로만 학습한 결과 나타난 현상으로 판단된다. (5)독립확률변수의 합의 분포는 누적분포함수를 통한 문제해결과 치환으로 발생되는 새로운 적분

구간을 설정하는 것이 어렵다고 느낀 것으로 나타났다. 앞서 언급한 것과 같이 이산확률분포와 연속확률분포에 대한 정확한 이해가 되지 않은 상태에서 독립확률변수의 합의 분포에 관한 전반적인 개념 형성이 이루어지지 않은 것으로 분석된다. (6)확률변수들이 수렴하게 되는 확률값의 수렴을 나타내는 대수의 약법칙과 확률변수들의 수렴을 나타내는 강법칙에 대한 개념 혼동을 겪는 것으로 나타났다.

넷째, 선행연구 고찰을 통해 국내·외 연구가 특정분야에 치중되어 있음을 볼 수 있었다. 국내는 추측통계학 연구에, 국외는 확률과 통계에서 요구되는 교사의 통계적 소양과 교수법이었다. 그리고 대체적으로 국·내외 연구가 구체적인 내용 요소의 평가를 통해 그 문제점을 찾기보다는 설문이나 관찰을 통한 연구 성과를 드러내고 있다. 이는 예비 교사들이 가르쳐야 할 통계와 확률론의 내용지식인 PCK 후속 연구에 제한이 따를 것으로 여겨진다. 이와 관련하여 본 연구에서도 살펴보지 못한 통계와 자료분석, 이항분포, 초기하분포, 기하분포, 연속확률변수의 확률분포와 기댓값, 균일분포, 결합확률분포, 확률변수들의 독립, 통계적 추정에 대한 연구도 진행되어야 한다. 그것은 교사들이 가르치기에 자신이 없는 단원이 확률(25.0%), 이차곡선과 공간도형(20.6%), 벡터(13.5%), 통계(13.2%) 순으로 조사(김원경 외, 2006)된 것과 무관하지 않다. 통계적 사고(statistical thinking)가 요구되는 이 시대에 수학교사들이 확률과 통계의 교수·학습에 관한 지식이 풍부하지 못함을 보여준다(김원경 외, 2006)는 것은 그 시사점이 매우 크다 하겠다.

## 참고 문헌

교육부 (2015a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].

교육부 (2015b). 제2차 수학교육 종합 계획(2015~2019).

김원경, 문소영, 변지영 (2006). 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념. **시리즈A, 45**(4), 381-406.

김창일, 전영주 (2017). 수학과 중등임용 확률과 통계 기출문항 분석. **한국학교수학회논문집, 20**(4), 387-404.

이강섭 (2003). 중등 교사 양성을 위한 확률과 통계 영역의 교육과정 개발. **시리즈A, 42**(4), 561-577.

이종학 (2011). 예비 교사의 통계적 추론 능력에 대한 연구. **한국학교수학회논문집, 14**(4), 299-327.

최지선 (2014). 확률변수 개념에 대한 예비교사의 이해. **<학교수학>, 16**(1), 19-37.

한가희, 전영주 (2018). 통계적 추정에 관한 예비 수학교사들과 고등학생들의 오개념 비교. **한국학교수학회논문집, 21**(3), 247-266.

한국교육과정평가원 (2008). **2009학년도 개편 중등교사임용후보자선정경쟁시험 표시과목「수학」의 교사 자격 기준 개발과 평가영역 상세화 및 수업 능력 평가 연구**. 한국교육과정평가원 연구보도 CRE 2008-6-2.

Chesler, J. (2015). Reading the News: The Statistical Preparation of Pre-Service Secondary Mathematics Teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, Vol 1, 1-11.

McLoughlin, M. P. M. M. (2008). *A Modified Moore Approach to Teaching Mathematical Statistics: An Inquiry Based Learning Technique to Teaching Mathematical Statistics*. Paper

presented at the Annual Meeting of the American Statistical Association. Denver, Co.
NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics,* The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
Nguyen, H., & Eisenreich, H. (2018). Using School Choice to Connect to Mathematics Learning in a Statistics and Probability Course for K-8 Pre-service Teachers. *Georgia Educational Researcher*, Vol 15, 1-15.
Stanford Univ., CA. (1962). *Study Guides In Mathematics: Algebra, Geometry, Number Theory, Probability, and Statistics*. School Mathematics Study Group.
Watson, Jane M. (2013). 학교에서 어떤 통계를 배워야 하지? 통계적 소양의 성장과 목표 (박영희 역). 서울: 경문사. (원저 2006 출판)

# A Study on Pre-service Mathematics Teachers' some Misconceptions in the Statistics and Probability

Kim Changil[4] · Jeon, Youngju[5]

## Abstract

The purpose of this study is to find out how pre-service mathematics teachers should prepare for the teaching of probability and statistics in school mathematics and to help improve teacher education. To do this, questionnaires and evaluation of probabilistic and statistical curriculum were conducted for pre-service teachers, and regression analysis and correlation between them were examined. Through the investigation, the items with low evaluation results due to level of difficulty were extracted and analyzed.

As a result, first, it is necessary to teach pre-service mathematics teachers with link the contents curriculum of college and secondary school about probability and statistics. Second, accurate diagnosis of pre-service mathematics teachers′ understanding of probabil ity and statistics is needed. Third, the misconceptions and causes of pre-service mathem atics teachers were analyzed in detail. And suggests that various follow-up studies related to this are needed.

Key Words : Pre-service Mathematics Teacher, Probability and Statistics, Misconception

Received November 28, 2018
Revised December 9, 2018
Accepted December 12, 2018

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97B50, 97K99
4) DanKook University (kci206@dankook.ac.kr)
5) Chonbuk National University (jyj@jbnu.ac.kr), Corresponding Author