

# 교량 유지관리를 위한 디지털 트윈 모델 구축을 위한 수치해석모델 개선 기법

## Numerical Model Updating for Bridge Maintenance Using Digital-Twin Model

윤상귀<sup>1)</sup>, 신수봉<sup>2)</sup>, 신도형<sup>3)</sup>

Yoon, Sang-Gwi<sup>1)</sup> · Shin, Soobong<sup>2)</sup> · Shin, Do Hyoung<sup>3)</sup>

Received November 7, 2018; Received December 12, 2018 / Accepted December 14, 2018

**ABSTRACT:** As the number of aged bridges increases, the development of efficient bridge maintenance techniques is becoming more important. Particularly, there have been many studies on digital-twin models of bridges for maintenance and SHM (Structure Health Monitoring). However, in order to use the digital-twin model for maintenance of the bridge, the model updating process that matches the structural response between the real bridge and the digital-twin bridge model must be done. This study presents a model updating method that adjusts bridge's stiffness and boundary condition with genetic algorithm (GA) using static displacements and verified proposed updating method through field test on PSC girder bridge. This study also proposes a conceptual idea to construct an efficient bridge maintenance system by applying the updated numerical analysis model to the digital-twin model.

**KEYWORDS:** Digital-Twin, Bridge maintenance, PSC girder bridge, Genetic algorithm, Model updating

**키워드:** 디지털 트윈, 유지관리, PSC 거더교, 유전자알고리즘, 모델개선

### 1. 서론

#### 1.1 연구의 배경 및 목적

최근 국내외 건설 산업의 규모가 대형화, 복잡화됨에 따라 국내 도시의 2017년 교량현황조사서에 따르면 공용중인 교량 중 30년 이상 된 교량은 전체의 10%에 달하며, 향후 10년 후에는 30%, 20년 후에는 70%로 급격히 증가할 것으로 예상된다(MLIT, 2017). 이에 따라 공용 중인 교량의 유지관리에 대한 관심이 점차 높아지고 있는 추세이며, 교량의 효율적인 유지관리를 위한 기술 개발의 필요성이 점차 대두되고 있다. 특히 최근 새롭게 나오고 있는 차세대 기술들을 접목하여 교량의 유지관리를 효과적으로 할 수 있는 기법 개발에 대한 관심이 급속도로 높아지고 있다 (Bhuiyan et al., 2016; Magargle et al., 2017).

현재 시설물 유지관리 프로세스에서는 많은 시설물들의 설계도서, 상세 제원과 진단 자료 등의 유지관리 이력들이 입력되어 있고 관리하고 있다. 또한 교량의 경우, 상태평가와 안전성평가에 대한 결과를 보고서의 형태로 보관하며 외관 조사 등의 결과를 2차원 도면에 기록하고 있다. 그러나 점검기록에 대한 관리가 용이하지 않으며 접근성 또한 매우 낮은 등 아직까지도 부족한 점들이 많아 앞으로 개선이 필요한 실정이다 (KISTEC, 2017).

교량의 실제 형상과 정보를 디지털화 하여 전 생애주기에 걸쳐 적용 할 수 있는 BIM(Building Information Modeling) 기술의 활용은 이러한 기존의 교량 유지관리 체계의 한계를 극복하고 보다 효율적인 유지관리 체계 구축을 가능하게 할 수 있다. 현재 국내외적으로 BIM을 기반으로 한 디지털트윈 (Digital Twin) 모델 구축의 개발이 활발하게 이루어지고 있으며, 이를 통해 구축된

<sup>1)</sup>학생회원, 인하대학교 토목공학과 석사과정 (syoong1991@naver.com)

<sup>2)</sup>정회원, 인하대학교 사회인프라공학과 정교수 (sbshin@inha.ac.kr)

<sup>3)</sup>정회원, 인하대학교 사회인프라공학과 부교수 (dshin@inha.ac.kr) (교신저자)

디지털트윈 모델을 실제 교량의 유지관리 혹은 SHM (Structure Health Monitoring)에 적용하고자 하는 움직임이 여러 연구자들 사이에서 일어나고 있다(Schluse et al., 2016). 하지만, 교량의 초기 설계도면을 바탕으로 구축한 BIM 기반 디지털트윈 모델은 유지관리 측면에서 봤을 때, 노후화에 따른 물리적인 변화 (강성 및 경계조건 등)를 반영하고 있다고 보기 어려우며, 개선되지 않은 모델을 이용한 유지관리는 곧 부정확한 교량의 안전성 평가와 직결된다.

당위성 있는 디지털 트윈 모델 구축과 이를 통한 유지관리를 위해선 대상교량의 수치해석적인 분석을 통해 교량의 환경적·시간적 요인에 따른 강성 및 경계조건의 변화를 반영할 수 있는 모델 개선 과정이 필수적으로 요구된다. 기존의 수치해석모델 개선방법으로는 직접법(direct method)과 반복법(iterative method) 등이 있으나, 직접법의 경우 일반적으로 구조물 요소간의 연결성을 유지하기 어렵고, 실제의 물리적인 의미를 포함하지 못한다는 단점이 있다(Baruch and Bar Itzhack, 1979). 반복법은 대상 구조물의 강성과 질량의 변화를 찾기 위한 민감도 행렬을 사용하여 모델 개선을 수행하는 방법이며 물리적인 의미를 가진 구조물의 모델 개선에 효과적이지만, 개선되어야 하는 모든 변수에 대한 민감도 행렬을 작성해야 하는 번거로움과 상용 수치해석 프로그램과의 연동이 어렵다는 단점이 있다 (Mottershead and Friswell, 1993). 이러한 단점들을 보완하기 위해 유전자 알고리즘이나 인공신경망 (Artificial Neural Network) 등의 최적화 기법을 이용한 개선 방법이 제안되고 있으며, 유전자 알고리즘을 상용 구조해석 프로그램과 연동한 모델 개선기법의 개발 또한 이루어지고 있다 (Kim et al., 2018).

본 연구에서는 정적변위를 활용한 유전자 알고리즘 기반의 수치해석모델 개선 기법을 제안하였고, 이를 실제 PSC 거더교를 대상으로한 실증시험을 통해 검증하였다. 또한 제안된 개선 기법과 디지털트윈 기반의 교량 유지관리 시스템과의 연계방안에 대해 소개하고자한다.

## 2. 유전자 알고리즘 기반 수치해석모델 개선 기법

### 2.1 개요

유전자 알고리즘은 생물의 진화(Selection, Crossover, Mutation)를 모방한 진화 연산의 기법 중 하나로, 다양한 유전 연산자들의 반복적인 연산을 이용한 전역 최적화 기법이다. 유전자 알고리즘은 다른 최적화기법과 비교하여 다음과 같은 장점이 있다.

첫째, point-to-point 방식이 아닌 다수의 설계 집단이 집단으로 최적해 탐색을 수행하므로, 다른 최적화 방법들에 비해 전역

최적해를 찾을 확률이 높다.

둘째, 최적화 조건으로 적합도 함수의 값만을 이용하여 탐색을 수행하므로 제약조건이 많거나 복잡한 문제에도 적용이 가능하다.

셋째, 특정 입력 값에서 결과를 도출하는 결정론적 알고리즘이 아닌, 랜덤함수를 이용한 확률론적 알고리즘이 적용된다.

본 연구에서는 동적 돌연변이 연산자를 도입한 유전자 알고리즘을 이용하였으며, 대상교량 거더의 탄성계수와 같은 교량구조물의 설계변수 뿐만 아니라 지점부 스프링 경계조건을 알고리즘 연산의 변수로 추가로 설정하였다. 또한 유전자 알고리즘과 상용 유한요소해석 프로그램과의 연동은 그 접근성이 어렵고 매개 변수들의 in-out 과정에서 막대한 시간이 소요되기 때문에, 본 연구에서는 Matlab 환경을 기반으로 한 유한요소해석프로그램을 개발하였고, 이를 유전자 알고리즘과 연동하여 Matlab 안에서 자체적으로 구동이 되는 모델 개선 프로세스를 구축하였다.

### 2.2 유전자 알고리즘 기반의 유한요소 모델 개선 절차

본 연구에서 사용한 유전자 알고리즘의 적합도 함수는 실증 시험을 통해 계측된 정적 변위와 유한요소모델의 해석 변위로 구성하였다. 두 변위의 오차를 최소화하는 방법으로 교량 유한요소모델 개선의 최적화 문제를 구성하였고, Figure 1에 제안된 개선기법의 절차를 도시하였다.

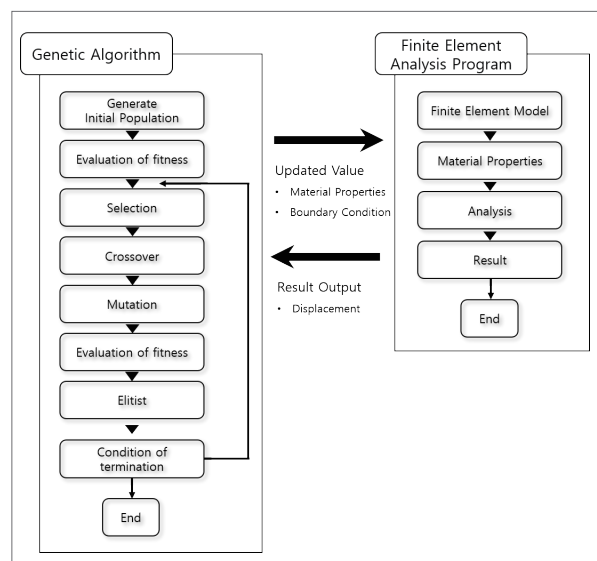


Figure 1. Process of GA-based finite model updating using static displacements

사용된 목적함수와 벌칙함수는 각각 식(1), (2)와 같고 이에 따른 적합도 함수는 식(3)으로 구성된다.

$$J(x) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{(u_i^m - u_i^a)^2}{(u_i^m)^2} \right| \quad (1)$$

$$P(x) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{(u_i^m - u_i^a)^2}{(u_i^m)^2} \right| - 0.1 \leq 0 \quad (2)$$

$$f(x) = \max \left\{ \frac{1}{J(x) + P(x)} \right\} \quad (3)$$

여기서,  $n$ : load case 수,  $u$ : 변위,  $m$ : 계측값,  $a$ : 해석값

유전자 알고리즘의 매개변수인 집단크기(population size), 교배확률(crossover probability), 돌연변이 확률(mutation probability) 등은 알고리즘의 최적해 탐색에 직접적으로 영향을 미치며, 시행착오(trial and error)를 거쳐 적절한 값을 설정해야 한다. Table 1에 이 연구에서 사용한 매개변수의 설정범위를 정리하였다.

Table 1. Range of parameters

parameter	Population size	Crossover probability	Mutation probability	Step
Range	30	0.1 ~ 0.9	0.01 0.05 0.1	$10^{0,1,2,3}$

### 3. 실증시험을 통한 수치해석 모델개선기법 적용

#### 3.1 실증시험 개요 및 대상교량 모델링

##### 3.1.1 실증시험 개요

실증시험 대상교량은 서울에 위치한 PSC 거더교이며, 준공년도 1976년으로 40년 이상 된 노후교량이다. 변위를 측정하기 위해 정적재하시험을 수행하였으며, 교량의 시작부에 위치한 경간을 재하시험에 이용하였다. 사용된 구간은 경간장 28.4m, 교폭 15m에 7개의 PSC-형 거더와 6개의 가로보로 이루어져있다. 재하시험에 사용한 재하차량은 15ton 덤프트럭 2대를 사용하였다. Figure 2~4는 대상교량 전경과 변위계 부착 위치이며, 재하차량의 제원과 축하중은 각각 Figure5, Table 2과 같다.



Figure 2. Overview of PSC girder bridge



Figure 3. Overview of installed sensor

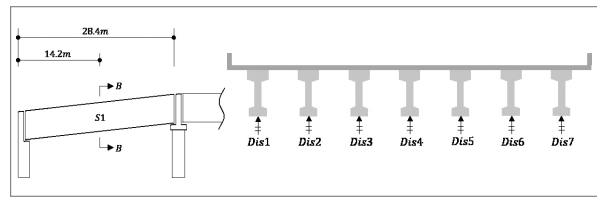


Figure 4. Sensor location

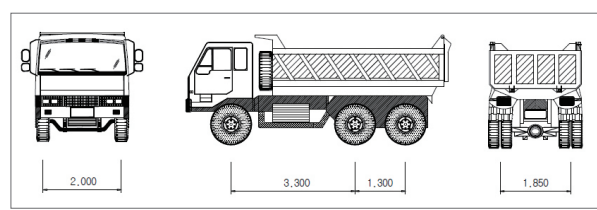
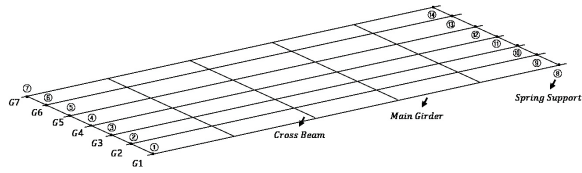


Figure 5. Specification of test vehicle

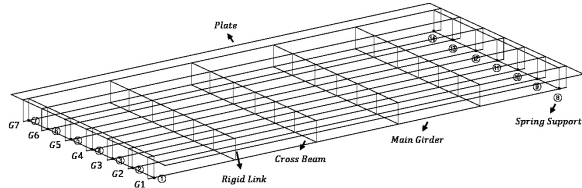
Table 2. Axle weight of test vehicle

(Unit : kN)

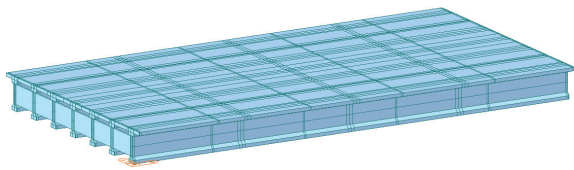
No.	Front wheel	Back wheel		Total weight
		1	2	
1	69.65	98.30	98.30	266.24
2	75.24	94.08	94.08	263.40



(a) 3D frame model (Model Case 1)



(b) Plate-Frame model (Model Case 2)



(c) Solid model (Model Case 3)

Figure 6. Finite element model for PSC bridge

Table 3. Design parameters for girder (Unit : kN/mm)

Girder	Initial Stiffness	Parameter	Updated Stiffness
G1	$K_1$	$X_1$	$K_1 * X_1$
G2	$K_2$	$X_2$	$K_2 * X_2$
G3	$K_3$	$X_3$	$K_3 * X_3$
G4	$K_4$	$X_4$	$K_4 * X_4$
G5	$K_5$	$X_5$	$K_5 * X_5$
G6	$K_6$	$X_6$	$K_6 * X_6$
G7	$K_7$	$X_7$	$K_7 * X_7$
Cross Beam	$K_{CB}$	$X_8$	$K_{CB} * X_8$
Slab *(plate model)	$K_{Slab}$	$X_9$	$K_{Slab} * X_9$

Table 4. Design parameters for spring support

No.	SDx	SDy	SDz	SRx	SRy	SRz
1	Fix	$10^{SX_1}$	Fix	Fix	$10^{SX_2}$	Fix
2	Fix	$10^{SX_3}$	Fix	Fix	$10^{SX_4}$	Fix
3	Fix	$10^{SX_5}$	Fix	Fix	$10^{SX_6}$	Fix
4	Fix	Fix	Fix	Fix	$10^{SX_7}$	Fix
5	Fix	$10^{SX_8}$	Fix	Fix	$10^{SX_9}$	Fix
6	Fix	$10^{SX_{10}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{11}}$	Fix
7	Fix	$10^{SX_{12}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{13}}$	Fix
8	$10^{SX_{14}}$	$10^{SX_{15}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{16}}$	Fix
9	$10^{SX_{17}}$	$10^{SX_{18}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{19}}$	Fix
10	$10^{SX_{20}}$	$10^{SX_{21}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{22}}$	Fix
11	$10^{SX_{23}}$	Fix	Fix	Fix	$10^{SX_{24}}$	Fix
12	$10^{SX_{25}}$	$10^{SX_{26}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{27}}$	Fix
13	$10^{SX_{28}}$	$10^{SX_{29}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{30}}$	Fix
14	$10^{SX_{31}}$	$10^{SX_{32}}$	Fix	Fix	$10^{SX_{33}}$	Fix

Table 5. Range of design parameters

Design parameters
$0.1 < X_i (i=1, 2, \dots, 10) \leq 10$
$0 \leq 10SX_i (i=1, 2, \dots, 33) \leq 11$

### 3.1.2 대상교량 수치해석모델

대상교량의 수치해석 모델은 유한요소 종류에 따른 모델 개선 결과를 비교하기 위하여, 3차원 frame으로 구성된 모델(Model Case 1)과 바닥판 plate와 거더부 frame으로 구성된 모델(Model Case 2), 모든 부재가 8절점 Solid로 이루어진 모델(Model Case 3)로 나누어 진행하였다.(Fig. 6) Model Case 1의 경우 거더와 바닥판을 합성단면으로 구성하였으며, Model Case 2에서는 바닥판과 거더의 연결부를 Rigid Link를 사용하여 연결하였다. 각 모델의 경계조건은 거더 양 끝점에 스프링 경계조건으로 부여하였다.

유전자 알고리즘에 사용된 설계변수는 Model Case 1의 경우 거더의 강성 7개와 전체 가로보 1개, 스프링 경계조건 33개로 총 41개를 이용하였으며, Model Case 2와 3의 경우는 바닥판의 강성까지 포함하여 총 42개를 이용하였다.

거더 및 바닥판의 강성에 대한 설계변수와 스프링 경계조건에 대한 설계변수를 각각 Table 3, 4에 정리하였고, 각 설계변수의 설계영역은 Table 5와 같다.

### 3.2 정적재하시험에 의한 교량 수치해석모델 개선

정적재하시험에서 재하차량은 거더 중앙부에 설치한 변위계에서 최대응답이 발생하는 위치에 재하하였다. 재하하중은 총 3개의 Load Case로 구성하였고, 각 Load Case 별로 2회씩 계측하였다. Figure 7과 Table 6에 Load Case와 계측 변위의 평균값을 정리하였다.

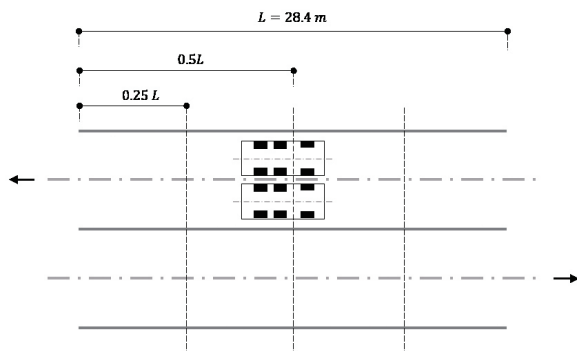
재하시험에서 측정된 3개의 Load Case에 대한 계측 변위의 평균값을 초기 Input 데이터로 사용하여 유전자 알고리즘의 적합도 함수를 구성하였고, 이에 대한 유한요소모델의 모델 개선을 수행하였다.

개선된 결과에 대해 공용중인 콘크리트교량의 안전성 평가기준(KCI, 2010)의 규정을 준수하여 식 (4)와 같이 오차율을 산정하였다.

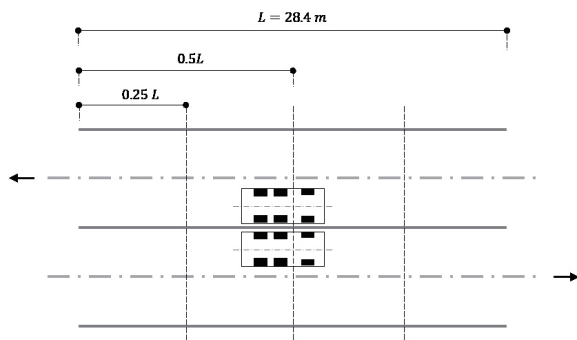
$$Error(\%) = \sum_{i=1}^n \frac{(u_m - u_a)^2}{(u_m)^2} \times 100 \quad (4)$$

여기서,  $n$ : 거더 수,  $u$ : 변위,  $m$ : 계측값,  $a$ : 해석값

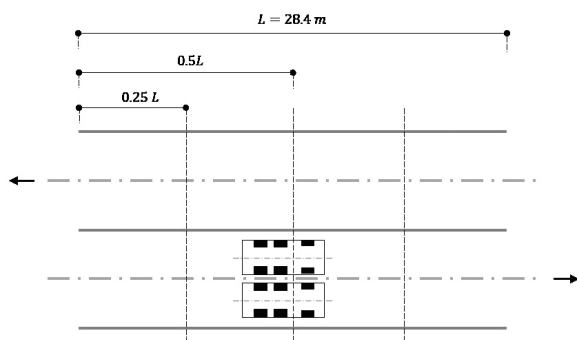
Table 7에 각 Load case에 대한 오차율을 정리하였으며, Figure 8은 개선된 결과에 대한 횡분배 그래프이다.



(a) Load case 1



(b) Load case 2



(c) Load case 3

Figure 7. Load case for static load test

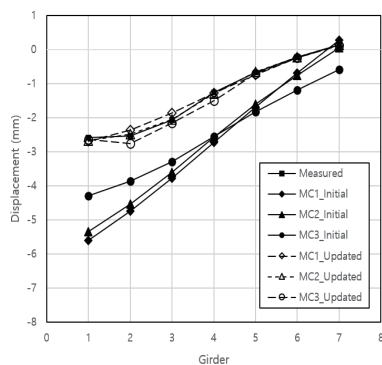
Table 6. Measured displacement

(unit : mm)

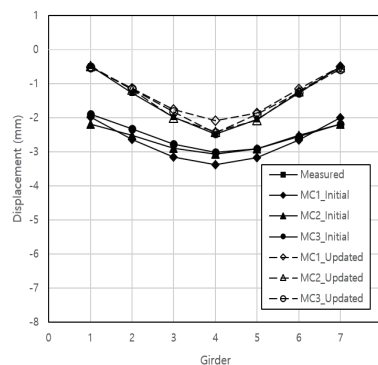
Girder	Load case		
	1	2	3
G1	-2.595	-0.49	0.18
G2	-2.54	-1.27	-0.21
G3	-2.08	-1.98	-0.665
G4	-1.26	-2.48	-1.33
G5	-0.67	-2.055	-2.03
G6	-0.235	-1.275	-2.4
G7	0.14	-0.495	-2.56

Table 7. Error rate of updated model

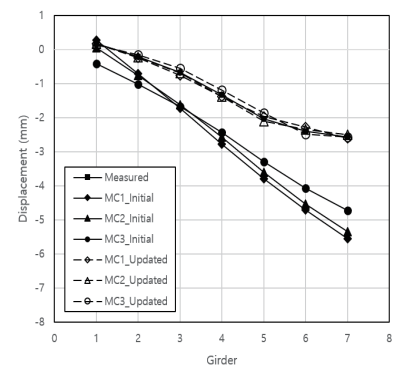
Load case	Girder	Updated displacement (mm)		
		Model case 1	Model case 2	Model case 3
LC1	G7	-2.694	-2.683	-2.639
	G6	-2.360	-2.489	-2.766
	G5	-1.863	-2.060	-2.156
	G4	-1.285	-1.298	-1.499
	G3	-0.742	-0.666	-0.713
	G2	-0.247	-0.224	-0.250
	G1	0.136	0.144	0.112
Error (%)		0.49	0.06	0.61
LC2	G7	-0.513	-0.479	-0.514
	G6	-1.145	-1.167	-1.151
	G5	-1.759	-1.999	-1.822
	G4	-2.081	-2.414	-2.457
	G3	-1.868	-2.075	-1.906
	G2	-1.163	-1.219	-1.268
	G1	-0.511	-0.516	-0.579
Error (%)		1.51	0.11	0.39
LC3	G7	0.171	0.173	0.149
	G6	-0.238	-0.214	-0.147
	G5	-0.750	-0.689	-0.542
	G4	-1.373	-1.374	-1.178
	G3	-1.968	-2.107	-1.855
	G2	-2.275	-2.349	-2.487
	G1	-2.603	-2.501	-2.566
Error (%)		0.17	0.08	0.43
Average (%)		0.72	0.08	0.48



(a) Load case 1



(b) Load case 2



(c) Load case 3

Figure 8. Comparison of the measured and updated displacement results for each model case



Table 7에 의하면 세 가지의 Model Case에서 각각 평균 오차를 0.72%, 0.08%, 0.48%로 모두 1% 미만인 것을 확인 할 수 있다. 또한 각 모델의 Load Case 별 최대 오차율은 1.51%, 0.11%, 0.61%로 공용중인 콘크리트교의 합리적인 모델 개선의 규정이 10% 이내인 것(KCI, 2010)을 감안하였을 때, 매우 높은 정확도의 모델 개선이 이루어졌다고 판단 할 수 있다.

유한요소의 요소 종류에 따른 개선 결과는 모든 Load Case에서 Model Case 2 (바닥판 plate, 거더부 frame)가 가장 우수한 것을 볼 수 있으나, 모든 Model Case에서 1% 이내의 높은 개선 결과를 얻었다. 본 연구에 적용한 재하시험의 경우에는 요소 종류에 따른 개선 결과의 차이가 크지 않은 것을 확인하였다.

#### 4. 제안된 수치해석모델 개선기법과 디지털트윈을 활용한 유지관리의 연계방안

제안된 수치해석모델 개선기법과 디지털트윈을 활용한 교량 유지관리의 연계방안은 아래 Figure 9과 같다.

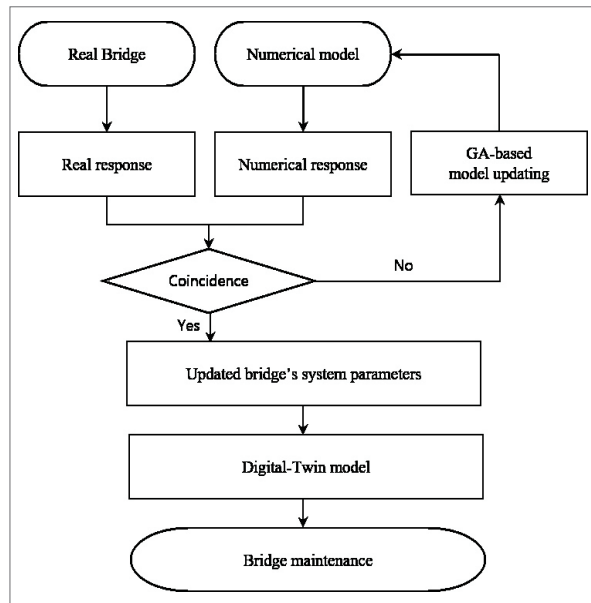


Figure 9. Linkage of digital-twin by GA-based model updating and bridge maintenance

서론에서 설명한 바와 같이 설계 도면을 바탕으로 구축한 교량의 디지털트윈 모델은 유지관리의 측면에서 봤을 때, 대상교량의 노후화에 따른 물리적인 변화를 반영하고 있다고 보기 어렵다. 디지털 트윈 모델을 교량의 유지관리에 활용하기 위해서는 실제 교량과 디지털 트윈 모델간의 구조 응답(structural response)을 일치시키는 모델 개선과정이 필수적으로 이루어져야한다.

본 연구에서는 교량의 시스템 변수 중 강성과 경계조건을 유

전자 알고리즘을 기반으로 조정하여 수치해석 모델과 실 교량의 구조 응답데이터(변위 데이터)가 일치되는 모델 개선기법을 제시하였다. 이러한 모델 개선기법으로 도출된 실제와 가까운 강성과 경계조건을 디지털 트윈 모델에 반영하여 각종 상황에 대한 시뮬레이션을 수행하면 그러한 상황에서의 실 교량의 거동과 상태를 정확히 예측할 수 있어 효과적인 교량유지관리가 가능할 것이다.

#### 5. 결론

정적변위 최적화를 사용하는 유전자 알고리즘을 이용하여 교량의 수치해석모델을 개선하는 방법을 제안하고, 이를 실증시험을 통해 검증하였다. 그리고 이렇게 실증시험 데이터로 개선된 수치해석 모델의 시스템 변수(강성 및 경계조건)를 교량 유지관리를 위한 디지털 트윈에 적용하고 이를 지속적으로 활용하여 보다 효과적인 교량의 유지관리를 할 수 있는 방법론의 기초자료를 제시하였다.

실증시험 검증은 PSC 거더교를 대상으로 하였으며, 한 경간을 대상으로 거더 중앙에 변위계를 부착하여 정적 변위를 계측하였다. 정적 변위를 구하기 위한 Load Case는 총 3개로 구성하였고, 각 Load Case 별로 2회씩 계측하여 얻은 변위의 평균값과 수치해석모델의 해석 변위를 이용하여 유전자 알고리즘의 적합도 함수를 구성하였다. 모델 개선은 3D frame 요소를 이용한 모델(Model case 1)과 바닥판 plate와 거더부 frame 요소를 이용한 모델(Model case 2), 모든 부재를 8절점 Solid 요소로 이용한 모델(Model Case 3)을 이용하였고, 개선 결과 Model Case 1~3 모두 평균 오차율 1% 이하로 공용중인 콘크리트교의 합리적인 모델 개선의 규정이 10% 이내인 것을 감안하였을 때, 매우 높은 개선 결과가 이루어졌다. 다만, Model Case에 따른 개선 결과는 크게 차이나지 않았다.

본 연구에서는 PSC 거더교의 정적하중에 의한 데이터로 제안된 알고리즘을 검증 하였으나, 정적하중에 대한 Load Case 수가 부족하다는 단점이 있었다. 이후 다양한 Load Case가 적용된 정적재하시험 데이터를 이용한다면 더 정확한 개선 모델을 얻을 수 있을 것이라 판단된다. 또한 개발된 방법을 본 논문에서는 PSC 거더교 만을 대상으로 수행 하였으나, 보다 다양한 형식의 교량으로 쉽게 확대 적용 할 수 있다. 그리고 실제 교량과 디지털 트윈의 구조 응답을 일치시킨다면, 개선된 디지털 트윈 모델을 이용한 교량의 보다 효과적인 유지관리 체계 구축이 가능할 것이라 생각된다.

## 감사의 글

본 연구는 국토교통부 건설기술연구개발사업의 연구비지원 (18SCIP-B128492-02)에 의해 수행되었습니다.

## References

Baruch, M., Bar Itzhack, I. Y. (1979). Optimal Weighted Orthogonalization of measured modes, *AIAA Journal*, 17(8), pp. 927–928.

Kim, J. C., Yoon, J. S., Shin, S. (2018). GA-based Model Updating for Existing Bridges, *Maintenance, Safety, Risk, Management and Life-Cycle Performance of Bridges*, pp. 1976–1981.

Korea Concrete Institute (2010). *Guidelines and Examples for Safety Assessment of Operating Concrete Bridge*, Seoul, South Korea.

Korea Infrastructure Safety Corporation (2017). *Special Act on the Safety Control and Maintenance of Establishments*.

Magargle, R., Lee, J., Padmesh, M., Peyman, D., Omkar, K., Krishnaswamy, S., Batteh, J., Pitchaikani A. (2017). A Simulation-Based Digital Twin for Model-Driven Health Monitoring and Predictive Maintenance of an Automotive Braking System, *Proceeding of the 12th International Modelica Conference*, pp. 35–46.

Md Zakirul, A. B., Wu, J., Wang, G., Cao, J. (2016). Sensing and Decision Making in Cyber-Physical Systems : The Case of Structural Event Monitoring, *IEEE Transactions on Industrial Information*, 12(6), pp. 2103–2114.

Ministry of Land Infrastructure and Transport (2017). *Road Bridge and Tunnel Statistics*.

Mottershead, J. E., Friswell, M. I. (2018). Model Updating in Structural Dynamics : A Survey, *Journal of Sound and Vibration*, 167(2), pp. 347–375.

Schluse, M., Rossmann, J. (2016). From Simulation to Experimentable Digital Twin : Simulation-based Development and Operation of Complex Technical Systems, *2016 IEEE International Symposium on Systems Engineering*.