

# 페리다이나믹 이론 모델을 이용한 재료의 균열 진전 해석

정 원 준<sup>1,2</sup> · Erkan Oterkus<sup>2</sup> · 이 제 명<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>부산대학교 조선해양공학과, <sup>2</sup>University of Strathclyde Naval Architecture Ocean and Marine Engineering

## Peridynamic Modeling for Crack Propagation Analysis of Materials

Won-Jun Chung<sup>1,2</sup>, Erkan Oterkus<sup>2</sup> and Jae-Myung Lee<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University, Busan, 46241, Korea

<sup>2</sup>Department of Naval Architecture Ocean and Marine Engineering, University of Strathclyde, Glasgow, G1 1XQ, United Kingdom

### Abstract

In this paper, the computer simulations are carried out by using the peridynamic theory model with various conditions including quasi-static loads, dynamic loads and crack propagation, branching crack pattern and isotropic materials, orthotropic materials. Three examples, a plate with a hole under quasi-static loading, a plate with a pre-existing crack under dynamic loading and a lamina with a pre-existing crack under quasi-static loading are analyzed by computational simulations. In order to simulate the quasi-static load, an adaptive dynamic relaxation technique is used. In the orthotropic material analysis, a homogenization method is used considering the strain energy density ratio between the classical continuum mechanics and the peridynamic. As a result, crack propagation and branching cracks are observed successfully and the direction and initiation of the crack are also captured within the peridynamic modeling. In case of applying peridynamic used homogenization method to a relatively complicated orthotropic material, it is also verified by comparing with experimental results.

**Keywords** : peridynamic, fracture mechanics, non-local theory, homogenization

### 1. 서 론

강재와 같은 등방성 재료나 복합재료와 같은 이방성 재료는 다양한 공학 분야에서 사용되어 왔다. 이런 재료들은 제조, 가공 및 성형 공정을 거치면서 결함과 같은 불연속 부위가 생기게 되며 이러한 결함은 구조물의 안전성과 수명에 큰 영향을 준다. 따라서 균열과 같은 결함에 의해 재료가 파단에 이르게 되는 과정을 예측하는 것은 공학 분야에서 중요하게 다루어져 왔다(Hillerborg *et al.*, 1976; Kanninen *et al.*, 1985; Anderson, 1994).

이러한 불연속 공간을 이론, 수치적으로 해석하기 위하여 재료의 결함을 연구하는 파괴역학(fracture mechanics)이 발달되어 왔다. 기본적으로 선형 탄성 파괴역학(linear elastic fracture mechanics; Griffith, 1921)이 유한요소법(finite element method)에 적용될 때, 균열 선단에서 정확한 특이점

거동을 포착하기 위해서는 특별한 요소(element)가 요구된다. 일반적인 유한요소법에서는 균열이 전파될 때 발생하는 변위장의 불연속성은 체적(body)을 재정의함으로 해결된다. 즉, 균열을 경계면으로 정의한다. 이러한 유한요소법 틀 속에서는 균열이 성장할 때마다 요소망을 재구성(re-meshing)해야 하는 어려움도 존재한다. 그 외에도 파단 모델링을 위한 기존 방법은 균열 성장에 대한 동역학적 관계를 제공해야 한다(Madenci *et al.*, 2014).

위선형 탄성 파괴역학 기반을 둔 유한요소법의 단점을 보완하기 위해 다양한 연구들이 진행되어 왔다. 그 중 하나인 분리 요소 모델(cohesive zone element)은 다양한 파단 기준에서 유용성을 가져왔다(Dugdale, 1960; Barenblatt, 1962). 이 방법을 이용한 수치적 접근법이 고안되어 Mode-I 파괴 모드를 확인하는 연구가 수행(Hillerborg *et al.*, 1976)되기도 하였으며 Mixed-mode 파괴에 대해 분리 요소 모델 적용의

\* Corresponding author:

Tel: +82-51-510-2342; E-mail: jaemlee@pusan.ac.kr  
Received January 23 2018; Revised February 26 2018;  
Accepted April 19 2018

©2018 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

적합성 평가가 이루어지기도 하였다(Xu *et al.*, 1994). 하지만 분리요소 모델은 균열의 성장이 오직 경계면으로 정의된 요소들 사이로만 발생한다는 단점과 균열 방향을 미리 알지 못할 경우 요소망을 재구성해야 하는 단점이 존재한다.

이러한 어려움을 해결하기 위한 일환으로 유한요소법을 이용하여 요소망의 재구성 없이 균열과 균열 성장을 나타내는 확장 유한 요소법(eXtended Finite Element Method)이 도입되었다(Belytschko *et al.*, 1999; Moes *et al.*, 1999). 확장 유한 요소법은 균열로 인하여 발생하는 국부적 특이거동(local characteristic behavior)을 예측하기 위해 추가적인 기저함수를 사용한다. 이 방법은 요소망을 재구성하지 않으면서도 균열이 특정 요소 안에서는 어느 표면이든 진전하는 것을 허용한다. 이는 특정 경계면에 위치한 요소들의 방향으로만 균열의 진전을 해석하는 분리 요소 모델의 한계점을 해결시켜 준다. 그러나 해석 시 균열 선단의 인접한 요소 수는 국부적으로 증가하게 되고 단일성(unity)의 영역은 그 요소들을 유지하지 못한다. 따라서 균열 선단 근처의 해당 블렌딩(blending) 영역에서 결과가 유효하지 않다(Zi *et al.*, 2007). 이는 확장 유한 요소법이 다수의 균열 성장이나 상호작용과 같은 복잡한 패턴에 적용되기 어려움을 나타낸다.

비국부(nonlocal) 이론인 페리다이나믹(peridynamic)은 외부 조건 없이 재료 및 구조물의 균열 문제를 해결하기 위해 제안되었다(Siling, 2000; Siling *et al.*, 2007). 고전 연속체 역학 모델에서 균열이 발생했을 때, 수학적 불일치를 극복하기 위해 페리다이나믹은 운동 방정식에서 응력텐서(stress tensor)의 발산항을 비국부 영역에 대한 힘의 적분항으로 대체한다. 따라서 페리다이나믹 운동 방정식은 균열과 같은 불연속 장 안에서 직접 적용될 수 있다. 이런 페리다이나믹 이론은 등방성 재료의 동적 취성파괴 해석(Ha, 2015), 압축 하중 균열 해석(Ha *et al.*, 2015), 동적 분기균열(Lee *et al.*, 2016)뿐 아니라 이방성 재료의 폭발압을 받는 적층 구조물(Diyaroglu *et al.*, 2016) 및 인장과 전단을 받는 적층 구조물의 층간 결합 모델링(Ahn *et al.*, 2017)과 같은 연구에도 적용되어 왔다. 최근 페리다이나믹 이론은 단순한 재료 및 구조 해석을 넘어 구조 최적설계(Kim *et al.*, 2015)에 활용되거나 유한요소법과 결합되어 해석 속도를 높이고 안정적으로 균열을 해석(Lindsay, 2017; Lee, 2017)하는 등 다양하게 응용되고 있다.

본 연구에서는 소성구간을 고려하지 않는 취성 재료를 가정하여 결합 기반 페리다이나믹 이론 모델을 만들어 준정적하중과 동적 하중, 균열전파와 분기균열 패턴 그리고 등방성재료, 이방성 재료의 균열 진전 해석 등 다양한 조건을 고려한 전산 시뮬레이션을 수행하여 그 적합성을 검토하였다. 등방성 재료 중앙에 홀(hole)이 있는 2차원 평면응력(plane stress) 조건으로

일축방향의 인장력을 주어 균열 진전 해석이 진행되었으며 또한, 등방성 및 이방성 재료 중앙에 선형 초기 결함이 존재하는 2차원 평면응력조건으로 일축방향의 인장력을 주어 재료의 균열 진전 양상을 분석하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 고전 연속체 역학 이론

고전 연속체 역학에서 외부 하중이 작용할 때 체적 변형은 체적을 연속체로 취급함으로써 계산될 수 있으며 연속하는 질량은 이웃하는 절점과의 상호작용만을 이용한다는 가정이 있다. 고전 연속체 역학의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \nabla \cdot \sigma + b(x,t) \tag{1}$$

$\rho$ ,  $\ddot{u}$ ,  $b$ 는 절점  $x$ 에 대한 밀도(mass density), 가속도(spatial acceleration) 그리고 체적력 밀도(body force density)를 각각 나타낸다.  $\nabla$ 는 발산(divergence) 연산자이며  $\sigma$ 는 응력텐서를 나타낸다. 식 (1)에서 응력텐서의 공간 미분 항은 균열과 같은 불연속점에서 고전 연속체 역학의 운동 방정식이 직접적으로 적용될 수 없음을 나타낸다.

### 2.2 페리다이나믹 이론

고전 연속체 역학과 페리다이나믹의 큰 차이점은 전자는 국부적(local) 이론에 기반을 둔 운동 방정식을 사용하며 후자는 비 국부적(non-local)이론에 기반을 둔 운동 방정식을 사용한다는 점이다. Fig. 1처럼 고전 연속체 이론은 한 절점과 그 절점의 주변에 인접해 있는 절점과의 상호 작용에 의해 해석이 진행되는 국부적 이론이다. 그래서 한 절점은 그것과 직접적으로 맞닿아 있는 절점하고만 질량, 운동량, 에너지 등에 대해 상호 작용하게 된다. 반면, 비 국부 이론인 페리다이나믹 이론에

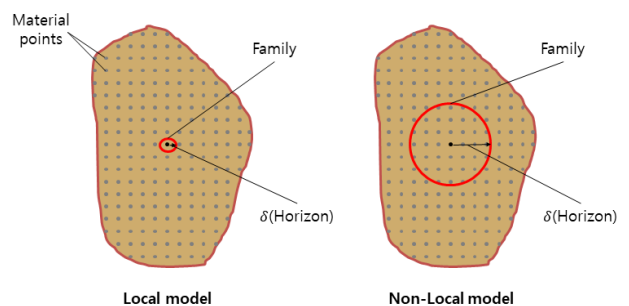


Fig. 1 The relationship between local model and non-local model

따르면 체적 운동은 하나의 절점과 수많은 절점간의 상호작용을 고려한다. 그 상호작용 효과는 소영역(family)을 넘어가면 사라지게 된다. 소영역의 형태는 꼭 원일 필요는 없으나 (Madenci *et al.*, 2014) 본 연구에서는 원의 형태인 소영역을 고려하였고 소영역의 반지름 길이는  $\delta$ (horizon)로 정의하였다.

비 국부 이론인 페리다이나믹 운동 방정식 식 (2)와 식 (3)은 각각 Siling(2000)과 Siling 등(2007)에 의해 유도되었다.

$$\rho \ddot{u}(u,t) = \int_{H_x} f(u,u',x,x',t) dV_x + b(x,t) \quad (2)$$

$$\rho \ddot{u}(x,t) = \int_{H_x} \{ \underline{T}[x,t] \langle x' - x \rangle - \underline{T}[x',t] \langle x - x' \rangle \} dV_x + b(x,t) \quad (3)$$

$f$ 와  $T$ 는 절점  $x'$ 으로부터  $x$ 에 가해지는 힘 밀도 벡터 (force density vector)를 나타낸다. 즉, 고전 연속체 역학의 운동 방정식에서 응력의 발산항은 페리다이나믹의 운동 방정식에서 힘의 적분항으로 대체된다.

식 (2), 식 (3)은 결합 기반 페리다이나믹(bond-based peridynamic), 상태 기반 페리다이나믹(state-based peridynamic)으로 각각 불린다. 결합 기반 페리다이나믹은 상태 기반 페리다이나믹에서 두 절점 사이의 짝힘이 같고 변형 전과 변형 후의 상태에서 두 변위 벡터가 평행하게 되는 특별한 경우라고 볼 수 있다. 따라서 결합 기반 페리다이나믹은 2차원에서 푸아송비가 1/3 이고 3차원에서는 푸아송비가 1/4로 단순화되어 해석이 진행된다. 본 연구에서는 2차원 등방성 및 이방성 재료의 균열 진전에 대하여 수치적 접근에 초점을 맞추었으며 비교적 독립 매개변수를 적게 필요로 하고 시간 효율이 좋은 결합 기반 페리다이나믹을 사용하여 푸아송비를 1/3로 가정하였다.

### 2.3 등방성, 이방성 재료에 대한 페리다이나믹

본 연구에서는 소성구간을 고려하지 않는 취성재료를 가정하여 등방성, 이방성 재료의 균열전파 특성을 조사하기 위해 평면응력에 대한 결합 기반 페리다이나믹 모델을 사용한다. 평면 응력 모델 구성을 위한 상세한 과정은 Madenci 등(2014)에 기술되어 있으므로 본장에서는 간략하게 소개하기로 한다. 등방성 재료는 이방성 재료를 단순화시킨 재료로 볼 수 있으므로 본 장에서는 이방성 재료에 초점을 맞추어 서술하며 부가적으로 등방성 재료를 설명한다.

Fig. 2(a)와 (b)는 각각 등방성 재료와 이방성 재료에 대한 비국부적 소영역에 대한 절점간의 상호작용을 나타내고 있다.  $\delta$ 는 소영역의 길이를 나타내며  $\xi$ 는 초기 결합 길이,  $\phi$ 는  $x$ 축에 대한 절점과 절점 사이의 각도를 나타낸다.  $\theta$ 는  $x$ 축과 섬유

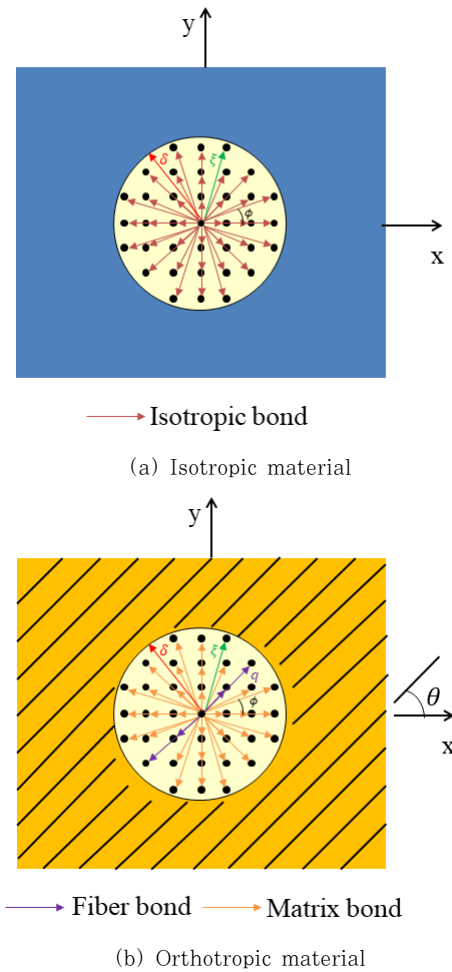


Fig. 2 Schematic peridynamic interaction between material points

방향이 이루는 각도를 의미하고 화살표들은 절점과 절점사이의 결합(bond)을 나타낸다.

본 연구에서는 공학 분야에서 널리 통용되는 재료의 균질성을 가정하고 비교적 그 정확성이 검증된 균질화 접근법이 사용되었다(Xu *et al.*, 2007; Oterkus *et al.*, 2012). 균질화 접근법은 섬유(fiber)와 모체(matrix)의 탄성계수의 교정 작업을 요구한다. 이 작업은 고전 연속체 역학과 페리다이나믹의 변형을 에너지 밀도의 관계를 통하여 이루어진다(Hu *et al.*, 2011). 즉, 이 작업을 통하여 얻어진 탄성 계수( $E_1, E_2$ )는 섬유와 모체의 탄성계수( $E_f, E_m$ )와 일치하지 않을 가능성이 있다. 하지만 교정 작업을 통하여 나타내어진 균질화된 섬유 방향과 횡 방향(transverse)의 탄성 계수를 알 수 있다.

열에 대한 변형을 고려하지 않는 2차원 이방성 재료의 페리다이나믹 재료 상수는 단순 하중 상태를 이용하여 구하여진 고전 연속체 역학과 페리다이나믹의 변형을 에너지 밀도의 관계를 통하여 나타내게 된다. 또한, 구해진 두 변형을 에너지 밀도 값을 비교하여 강성행렬(stiffness matrix) 값에 대한 요소 값들을

페리다이나믹 결합 상수 값으로 표현할 수 있다. 이를 균질화 방법이라 부르며 자세한 내용은 Oterkus 등(2012)을 참고 바란다. 최종적으로 페리다이나믹의 결합 상수는 다음과 같이 표현된다.

$$c_f = \frac{2E_1(E_1 - E_2)}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2)(\sum_{q=1}^Q \xi_{qi} V_q)}, \quad c_m = \frac{8E_1E_2}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2)\pi t \delta^3},$$

$$G_{12} = \frac{\nu_{12}E_1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad \nu_{12} = \frac{1}{3} \quad (4)$$

즉, 이방성 재료에서 결합 상수  $c_f$ ,  $c_m$  값은 균질화된 탄성 계수  $E_1$ ,  $E_2$  및 푸아송비  $\nu_{12}$ 를 통해 계산될 수 있다. 결합 기반 페리다이나믹에서 전단 계수(shear modulus,  $G$ )는 탄성 계수와 푸아송비를 통해서 구할 수 있으며 푸아송비는 항상 1/3로 일정하다. 하지만 상태 기반 페리다이나믹에서 전단 계수 값은 푸아송비에 독립적인 매개변수임을 주의하도록 한다.

2차원 등방성 재료의 경우 섬유방향을 고려할 필요는 없으며 결합상수  $c$  값은 다음과 같이 표현된다.

$$c = \frac{24\mu}{\pi t \delta^3} \quad (5)$$

$$\mu = \frac{E}{4(1-\nu)} \quad (6)$$

$\mu$ 는 2차원 등방성 재료의 전단 계수를 나타내고  $t$ 는 재료의 두께를 의미한다. 식 (5)의 결합 상수 값은 식 (4)에 있는 결합상수  $c_m$ 에서 탄성 계수  $E_1$ ,  $E_2$ 의 값이 동일하다고 가정할 때 도출될 수 있다. 또한, 식 (6)의 전단 계수는 푸아송 비를 1/3로 가정했을 때 식 (4)로부터 도출된다.

### 2.4 손상 예측

페리다이나믹에서 재료 손상은 절점 안에서 상호작용(micro-potentials)의 제거를 통해 표현된다. 즉, 서로 다른 두 절점에서 신장율 값이 임계 신장율 값(critical stretch)을 초과할 때 상호 작용을 제거함으로써 손상이 일어난다. 이는 페리다이나믹의 운동 방정식 안에서 절점 사이의 힘 밀도(force density) 백터를 제거함으로써 표현된다.

페리다이나믹에서는 임계 신장율 값을 구하기 위해 에너지 접근법을 이용한다. 가장 먼저 실험을 통하여 임계 에너지 해방율(critical energy release rate,  $G_c$ )의 값을 알아야 한다. 임계 에너지 해방율 값과 응력 확대 계수(stress intensity factor)와의 관계는 다음과 같다.

$$G_c = \frac{\pi \sigma_f^2 a}{E} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad (7)$$

$\sigma_f$ 는 파괴를 일으키는 응력 값이며  $E$ 는 탄성 계수,  $K_{IC}$ 은 응력 확대 계수를 나타낸다.

2차원 해석에서 임계 에너지 해방율을 이용한 임계 신장율 값을 구하는 식은 다음과 같다(Silling *et al.*, 2005).

$$s_c = \sqrt{\frac{G_c}{(\frac{6}{\pi}\mu + \frac{16}{9\pi^2}(\kappa - 2\mu))\delta}} \quad (8)$$

$\kappa$ 는 체적 탄성 계수(bulk modulus)를 나타내고  $\mu$ 는 전단 계수를 나타내며  $\delta$ 는 소영역의 반지름을 나타낸다.

결합 기반 페리다이나믹에서 임계 신장율 값을 구하는 식은 다음과 같이 단순화된다.

$$s_c = \sqrt{\frac{4\pi G_c}{9E\delta}} \quad (9)$$

따라서 재료의 변형을 값이 임계 신장율 값보다 크게 될 경우 결합이 끊어지게 되어 재료의 손상이 일어난다.

본 연구에서 페리다이나믹 균열은 각 소영역 내의 초기 결합의 수에 대한 끊어진 결합의 수의 비율을 손상매개변수로 사용하여 표현하였다. 즉, 손상매개변수 값이 0이면 손상되지 않은 상태이고, 손상매개변수 값이 1이면 모든 결합이 끊어진 완전 손상 상태를 의미한다. 따라서 초기 균열면 주위에서 손상매개변수 값은 0.4~0.5 값을 갖게 된다(Madenci *et al.*, 2014).

섬유강화 복합재료의 경우 Fig. 4와 같이 섬유와 각각의 임계 신장율을 고려해야 한다. 등방성 재료의 경우 Fig. 3와 같이 1개의 임계 신장율 값을 갖게 된다. 일반적으로 인장력에 대한 임계 신장율 값과 압축력에 대한 임계 신장율 값은 다르다. 하지만 본 연구에서는 인장에 대한 균열의 거동을 해석했기 때문에 압축력에 대한 임계 신장율은 고려하지 않았다.

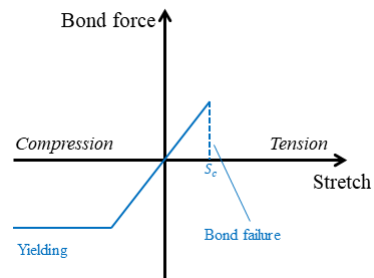


Fig. 3 Critical stretch of isotropic material under tension

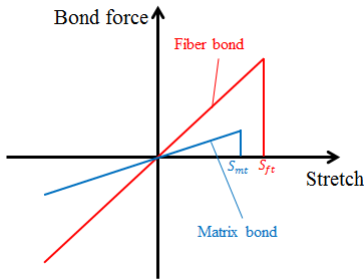


Fig. 4 Critical stretch of fiber and matrix under tension

### 2.5 수치해석 절차

본 연구에서는 페리다이나믹을 활용한 2차원 균열 진전 해석을 상용 컴퓨터 프로그램인 MATLAB을 이용하여 수행하였으며 수치해석 절차를 Fig. 5와 같이 제안한다.

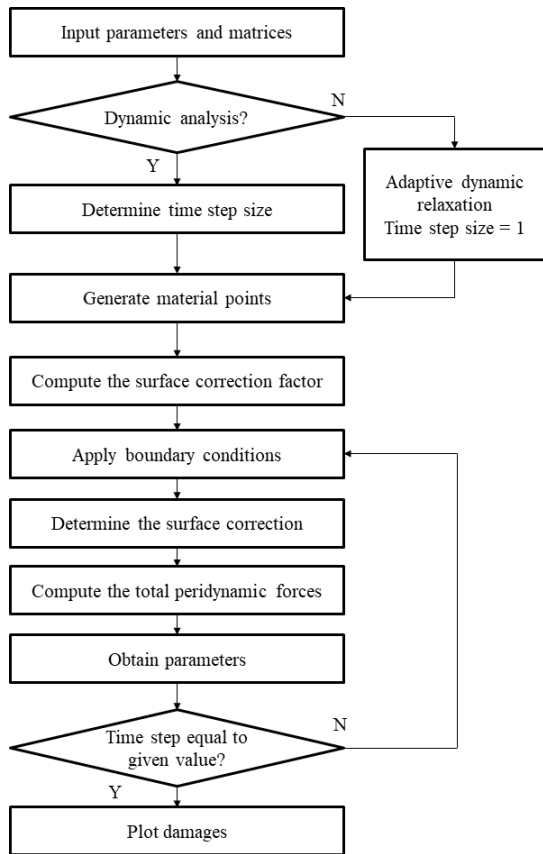
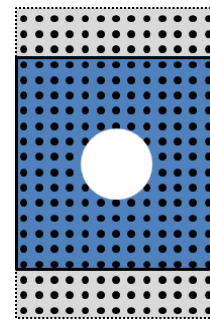


Fig. 5 Numerical analysis flowchart of peridynamic

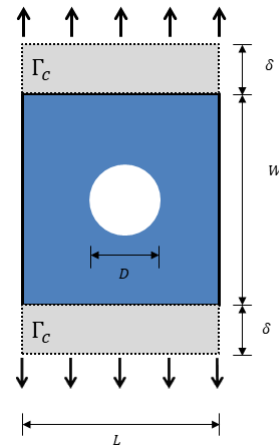
## 3. 수치해석 결과

### 3.1 초기 중앙 홀이 존재하는 2차원 부재 해석

본 장에서는 Madenci 등(2014)에 의해 연구된 Fig. 6과 같이 초기 중앙 홀이 존재하는 2차원 부재에 일축 인장력이



(a) Discretization of a model



(b) Geometry of a model

Fig. 6 A plate with a hole under quasi-static loading for peridynamic model

작용할 때, 결합 기반 페리다이나믹을 적용한 준정적 파괴 해석이 수행되었다. 페리다이나믹은 비록 재료의 동적하중 환경 균열 진전 모사를 위해 만들어졌지만 조정 동적 완화(adaptive dynamic relaxation; Kilic *et al.*, 2010)기법을 통하여 정적 혹은 준정적 해석이 가능하다.

Fig. 6과 같이 재료는 초기 중앙 홀이 존재하는 정사각형 2차원 부재로서 수치해석에서 사용된 등방성 재료에 대한 기하학적 치수 값과 재료 물성치는 Table 1과 같다. 경계조건인 경우 상대적으로 느린 속도  $2.7541 \times 10^{-7} \text{m/s}$ 를 Fig. 6(b)와 같이 부재의 상, 하 가상 경계면(fictitious boundary layer,  $\Gamma_c$ )에 적용하여 상대적으로 안정된 수치결과 값을 얻을 수 있는 변위 제어를 하였고(Anderson, 1994) 조정 동적 완화 기법을 사용하여 준정적 하중을 모사하였다. 중앙에 홀은 존재하지만 초기 균열은 존재하지 않는 부재를 나타내었으며 시간 간격(time step)은 1s로 설정하였고 650, 700, 800 그리고 1,000시간 간격으로 재료 파손에 대한 결과 값은 Fig. 7과 같이 나타났다. 중앙에 홀이 존재하는 부재의 경우, 비록 초기 균열이 존재하지 않는다 하더라도 인장이 가해졌을 시 응력 집중이 생기는 지점이 발생하며 특정 시간이 지나면 재료 파손은 응력 집중이 발생한 그 위치에서 시작된다. Fig. 7처럼 페리다이나

**Table 1** Geometric and peridynamic parameters of a plate with a hole

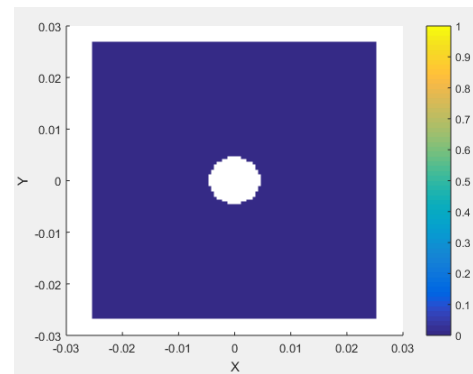
Parameter	Notation	Value
Length	L	50mm
Width	W	50mm
Thickness	h	0.05mm
Hole diameter	D	10mm
The number of material points in x-direction		100
The number of material points in y-direction		100+3+3
The number of material points in z-direction		1
Spacing between material points	$\Delta$	0.5mm
Incremental volume of material points	$\Delta V$	0.125mm <sup>3</sup>
Volume of fictitious boundary layer	$\Delta V_\delta$	37.5mm <sup>3</sup>
Horizon	$\delta$	3.015 $\Delta$
Time step	$\Delta t$	1s
The number of time step		1,000
Critical stretch	$s_c$	0.02
Young's modulus	E	192GPa
Poisson's ratio	$\nu$	1/3
Mass density	$\rho$	8,000kg/m <sup>3</sup>

믹은 특별한 외부 조건 없이 응력 집중부를 찾아내고 파손 거동 해석이 가능함을 나타낸다. 또한, Fig. 7(a)와 (b)에 나타나듯이 손상의 시작은 650에서 700 시간 간격 사이, 응력 집중부에서 발생함을 알 수 있다. 느린 속도의 경계조건을 통한 준정적 하중이 고려되었기 때문에 작용하는 인장력에 수직인 방향으로 균일하게 균열 전파되었음도 알 수 있다. 본 균열 전파 결과는 Anderson(1994)의 일축 인장력을 받는 유공이 존재하는 평판에 대한 수치적 해석 결과 값과 유사함을 볼 수 있다.

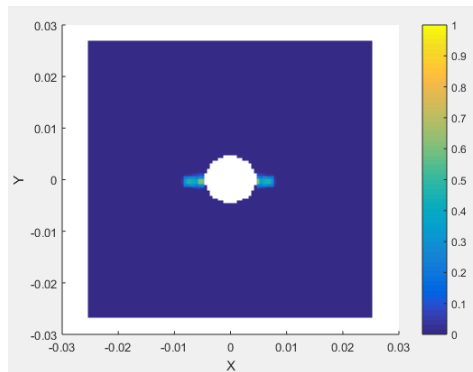
### 3.2 초기 중앙 균열이 존재하는 2차원 부재 해석

본 장에서는 Madenci 등(2014)에 의해 연구된 Fig. 8과 같이 초기 중앙 균열이 존재하는 2차원 등방성 재료에 인장력이 작용할 때의 동적 해석을 수행하였다. 재료는 초기 중앙 균열이 존재하는 정사각형 2차원 부재로서 수치해석에서 사용된 등방성 재료에 대한 기하학적 치수와 재료 물성치는 Table 2와 같다.

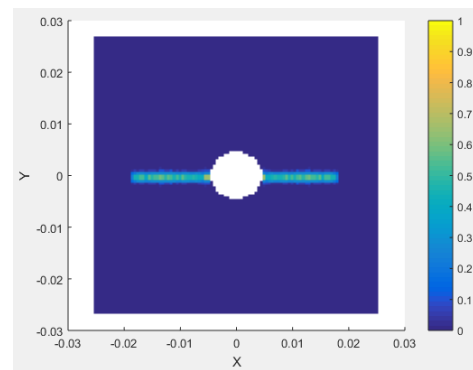
경계조건은 경우 20m/s와 50m/s 두 경우를 Fig. 8(b)과 같이 부재의 상, 하 가장 경계면에 적용하여 변위를 제어한 동적 하중을 모사하였다. 1,000 시간 간격 이후의 균열 진전 거동은 Fig. 9(a)와 (b)에 각각 나타나 있다. Fig. 9(a)의 경우 중앙 균열 전파가 선형적으로 이루어졌으며 균열 성장은 전형적인 Mode-I(opening)의 형태를 띠고 있다. 또한, 균열의 시작 및



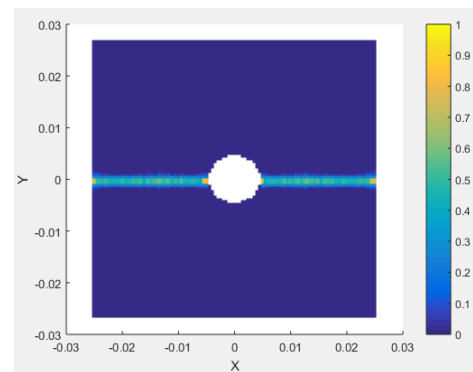
(a) Time step=650



(b) Time step=700



(c) Time step=800



(d) Time step=1,000

**Fig. 7** Damage plots for the plate with a hole

성장의 시간과 길이를 고려하여 균열의 성장 속도를 구할 수 있으며 그 값은 1,650m/s로 나타났다. 이 균열 성장 속도는

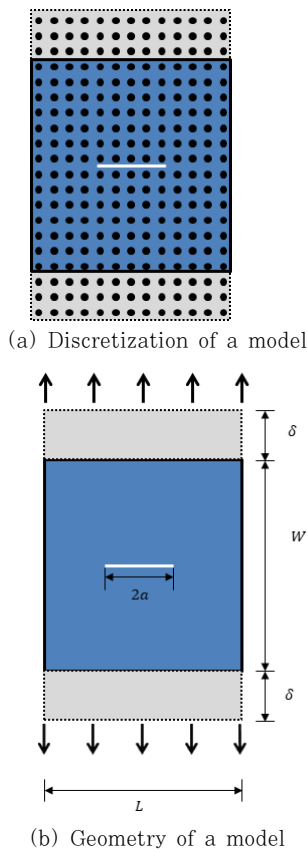


Fig. 8 A plate with a pre-existing crack under velocity boundary conditions for peridynamic model

Table 2 Geometric and peridynamic parameters of a plate with a pre-existing crack

Parameter	Notation	Value
Length	L	50mm
Width	W	50mm
Thickness	h	0.1mm
Initial crack length	2a	10mm
The number of material points in x-direction		500
The number of material points in y-direction		500+3+3
The number of material points in z-direction		1
Spacing between material points	$\Delta$	0.1mm
Incremental volume of material points	$\Delta V$	0.001mm <sup>3</sup>
Volume of fictitious boundary layer	$\Delta V_s$	0.3mm <sup>3</sup>
Horizon	$\delta$	3.015 $\Delta$
Time step	$\Delta t$	1.3367 $\times 10^{-8}$ s
The number of time step		1,000
Critical stretch	$s_c$	0.04472
Young's modulus	E	192GPa
Poisson's ratio	$\nu$	1/3
Mass density	$\rho$	8,000kg/m <sup>3</sup>

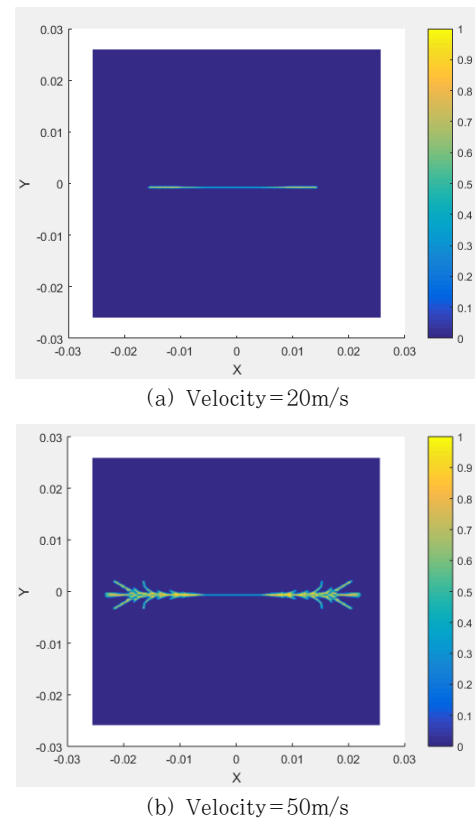


Fig. 9 Damage plots for two dynamic conditions with crack growth and branching at 1,000 time steps

Mode-I 파괴모드 상한속도 값인 레일리파(rayleigh wave) 속도 2,800m/s(Silling and Askari, 2005) 보다는 작은 값이므로 신뢰할 수 있는 값이다. 반면 Fig. 9(b)의 경우 중앙 균열의 전파가 일어나면서 점차적으로 분기균열(branching)이 발생함을 나타내고 있다. 이때 Fig. 9(a)와의 매개변수 차이는 속도 경계조건뿐이라는 것에 주목할 필요가 있다. 이는 페리다이나믹이 분기균열과 같은 복잡한 현상에 대해서도 분기균열을 묘사하는 어떤 외부적인 조건없이 해석이 가능하다는 것을 보여준다.

### 3.3 초기 중앙 균열이 존재하는 2차원 섬유 강화 복합재료 해석

본 장에서는 Oterkus 등(2012)에 의해 연구된 Fig. 10과 같이 초기 중앙 균열이 존재하는 2차원 섬유 강화 복합재료에 대해 해석을 수행하였다. 이번 연구 역시 조정 동적 완화 기법을 사용하여 준정적 하중에 대한 섬유 강화 복합재료의 균열 전파를 관측하였다. 섬유 강화 복합재료는 섬유의 방향성(orientation)에 영향을 받는 재료로서 이번 연구에서는 0°와 90°의 방향성을 고려하였다.

재료는 초기 중앙 균열이 존재하는 정사각형 2차원 부재로서 수치해석에서 사용된 등방성 재료에 대한 기하학적 치수 값과

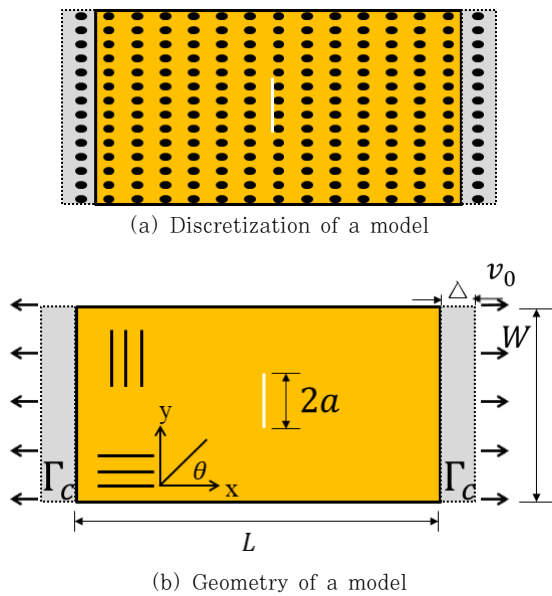
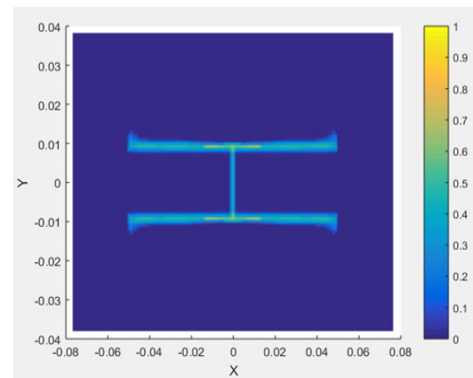


Fig. 10 A lamina with a pre-existing crack and two orientation, 0° and 90° under velocity boundary conditions for peridynamic model

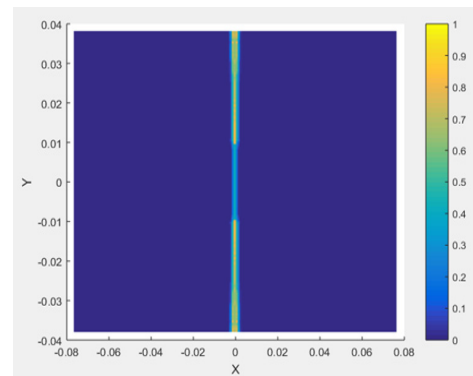
Table 3 Geometric and peridynamic parameters of a lamina with a pre-existing crack

Parameter	Notation	Value
Length	L	152.4mm
Width	W	76.2mm
Thickness	h	0.1651mm
Initial crack length	2a	17.78mm
The number of material points in x-direction		240
The number of material points in y-direction		120
The number of material points in z-direction		1
Spacing between material points	$\Delta$	0.635mm
Incremental volume of material points	$\Delta V$	0.001mm <sup>3</sup>
Horizon	$\delta$	3.015 $\Delta$
Time step	$\Delta t$	1s
The number of time step		4000
Critical stretch of fiber	$s_{ft}$	0.027
Critical stretch of matrix	$s_{mt}$	0.0135
Young's modulus in fiber direction	$E_1$	159.96GPa
Young's modulus in transverse direction	$E_2$	8.96GPa
Poisson's ratio	$\nu$	1/3
mass density	$\rho$	8.000kg/m <sup>3</sup>

재료 물성치는 Table 3과 같다. Fig. 10과 같이 부재의 좌, 우 가상 경계면에 속도  $2.02 \times 10^{-7} \text{m/s}$ 를 적용하여 변위 제어를 하였고 조정 동적 완화 기법을 사용하여 준정적 하중을 모사하였다. Fig. 10에 나타났듯이 서로 다른 섬유 방향성을 지닌 섬유



(a) Fiber orientation = 0°



(b) Fiber orientation = 90°

Fig. 11 Damage plots for the lamina

강화 복합재료의 균열의 진전이 각각 다른 양상을 나타냈다. 즉, 섬유 강화 복합 재료의 경우 섬유 방향으로 균열이 진전됨을 알 수 있고 이는 실제 실험값과 일치함을 보였다(Bogert *et al.*, 2006).

수치해석 절차에서 섬유와 모체의 파괴는 각각의 절점사이의 신장율 값이 임계 신장율( $s_{ft}$ ,  $s_{mt}$ )을 초과하게 되면 절점 사이의 상호작용을 제거하면서 손상 매개변수를 기록하게 된다. 따라서 섬유와 모체의 파괴를 각각 판별할 수 있다.

본 해석 결과 재료의 손상은 섬유와 모체 사이의 결합이 끊어지는 분열 모드(splitting mode)와 섬유 강화 복합재료에서 가장 일반적인 파괴 모드인 모체 균열(matrix cracking)로 관측되었다. 이는 페리다이나믹 모델의 수치해석 결과와 실험 결과 값이 잘 일치됨을 나타내며 페리다이나믹 접근법이 섬유 강화 복합재료와 같은 평면응력 이방성 재료에 대한 손상 모사 해석에 있어서도 적합함을 나타낸다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 소성구간을 고려하지 않는 취성 재료를 가정하여 결합 기반 페리다이나믹 이론 모델을 이용하여 준정적 하중과 동적 하중, 균열전파와 분기균열 패턴 그리고 등방성



재료, 이방성 재료의 균열 진전 해석 등 다양한 조건을 고려한 전산 시뮬레이션을 수행하여 그 적합성을 검토하였다.

준정적 하중을 받는 초기 중앙 홀이 존재하는 2차원 등방성 부재 해석 연구를 통해서 페리다이나믹을 이용하여 초기 균열이 존재하지 않더라도 응력 집중부를 찾아내어 재료의 균열 진전을 해석할 수 있음을 알 수 있었다. 또한, 동적 하중을 받는 초기 중앙 균열이 존재하는 2차원 등방성 부재 해석 연구를 통해서 재료의 균열 진전 방향을 예측 및 균열 속도를 측정할 수 있었으며 분기균열 역시 확인할 수 있었다.

섬유 강화 복합재료와 같은 이방성 재료에 관하여는 고전 연속체 역학과 페리다이나믹의 변형률 에너지 밀도 값의 교정을 통하여 해석하는 균질화 방법이 사용되었다. 조정 동적 완화 기법을 사용하여 준정적 해석이 진행되었으며 변위 제어를 통한 하중이 고려되었다. 최종적으로 해석 결과 값이 실험 결과 값과 유사함을 보였고 이는 페리다이나믹 접근법이 섬유 강화 복합 재료의 손상 모사 해석에서도 적합함을 나타낸다.

### 감사의 글

이 논문은 2013년, 2015년 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2011-0030013, No.2015R1A2A1A15052688).

이 논문은 산업통산자원부의 재원으로 추진 중인 '한-영 해양 플랜트 글로벌 전문인력 양성사업(N0001288)'의 지원으로 수행된 연구결과임.

### Referneces

- Ahn, T.S., Ha, Y.D.** (2017) Study on Peridynamic Interlayer Modeling for Multilayered Structures, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 30(5), pp.389~396.
- Anderson, T.L.** (1994) Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, CRC Press, New York, p.667.
- Belytschko, T., Black, T.** (1999) Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 45(5), pp.601~620.
- Barenblatt, G.I.** (1962) The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, *Adv. Appl. Mech.*, 7, pp.55~129.
- Bogert, P.B., Satyanarayana, A., Chunchu, P.B.** (2006) Comparison of Damage Path Predictions for Composite Laminates by Explicit and Standard Finite Element Analysis Tools, *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Newport, RI, United States
- Diyaroglu, C., Oterkus, E., Madenci, E., Rabczuk, T., Siddiq, A.** (2016) Peridynamic Modeling of Composite Laminates under Explosive Loading, *Compos. Struct.*, 144, pp.14~23.
- Dolbow, J., Belytschko, T.** (1999) A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 46(1), pp.131~150.
- Dugdale, D.S.** (1960) Yielding of Steel Sheets Containing Slits, *J. Mech. & Phys. Solids*, 8(2), pp.100~104.
- Griffith, A.A.** (1921) The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Philos. Trans. Royal Soc. London. Series A, Contain. Papers Math. or Phys. Character.* 221, pp.163~198.
- Ha, Y.D.** (2015) Dynamic Fracture Analysis with State-based Peridynamic Model: Crack Patterns on Stress Waves for Plane Stress Elastic Solid, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 28(3), pp.309~316.
- Ha, Y.D., Lee, J., Hong, J.W.** (2015). Fracturing Patterns of Rock-like Materials in Compression Captured with Peridynamics, *Eng. Fract. Mech.*, 144, pp.176~193.
- Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.E.** (1976) Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, *Cement & Concr. Res.*, 6(6), pp.773~781.
- Hu, W., Ha, Y.D., Bobaru, F.** (2011) Modeling Dynamic Fracture and Damage in a Fiber-reinforced Composite Lamina with Peridynamics, *Int. J. Multiscale Comput. Eng.*, 9(6).
- Kanninen, M.F., Popelar, C.L.** (1985) Advanced Fracture Mechanics, Oxford University Press, Oxford, p.563.
- Kilic, B., Madenci, E.** (2010) An Adaptive Dynamic Relaxation Method for Quasi-static Simulations using the Peridynamic Theory, *Theor. & Appl. Fracture Mech.*, 53(3), pp.194~204.
- Kim, J.H., Park, S., Cho, S.** (2015) Structural Design Optimization of Dynamic Crack Propagation Problems Using Peridynamics, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 28(4), pp.425~431.
- Lee, J., Hong, J.W.** (2016) Dynamic Crack Branching

- and Curving in Brittle Polymers, *Int. J. Solids & Struct.*, 100, pp.332~340.
- Lee, J., Oh, S.E., Hong, J.W.** (2017) Parallel Programming of A Peridynamics Code Coupled with Finite Element Method, *Int. J. Fract.*, 203(1-2), pp.99~114.
- Lindsay, P.E.** (2017) Coupling Peridynamics with Finite-Elements for Fast, Stable and Accurate Simulations of Crack Propagation (Doctoral dissertation, Purdue University).
- Madenci, E., Oterkus, E.** (2014) *Peridynamic Theory and Its Applications (Vol. 17)*, Springer, New York, p.289.
- Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T.** (1999) A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 46(1), pp.131~150.
- Oterkus, E., Madenci, E.** (2012) Peridynamic Analysis of Fiber-reinforced Composite Materials, *J. Mech. Mater. & Struct.*, 7(1), pp.45~84.
- Silling, S.A.** (2000) Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1), pp.175~209.
- Silling, S.A., Askari, E.** (2005) A Meshfree Method based on the Peridynamic Model of Solid Mechanics, *Comput. & Struct.*, 83(17), pp.1526~1535.
- Silling, S.A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J., Askari, E.** (2007) Peridynamic States and Constitutive Modeling, *J. Elast.*, 88(2), pp.151~184.
- Xu, X.P., Needleman, A.** (1994) Numerical Simulations of Fast Crack Growth in Brittle Solids, *J. Mech. & Phys. Solids*, 42(9), pp.1397~1434.
- Xu, J., Askari, A., Weckner, O., Razi, H., Silling, S.A.** (2007) Damage and Failure Analysis of Composite Laminates under Biaxial Loads, *In 48th AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.*, Honolulu, Hawaii.
- Zi, G., Rabczuk, T., Wall, W.** (2007) Extended Meshfree Methods without Branch Enrichment for Cohesive Cracks, *Comput. Mech.*, 40(2), pp.367~382.

## 요 지

본 연구에서 페리다이나믹 이론 모델을 이용하여 준정적하중과 동적 하중, 균열진파와 분기균열 패턴 그리고 등방성재료, 직교 이방성 재료의 균열 진전 해석 등 다양한 조건을 고려한 전산 시뮬레이션을 수행하여 그 적합성을 검토하였다. 초기 균열은 없지만 중심에 홀이 있는 등방성 재료, 초기 균열이 존재하는 등방성 및 이방성 재료에 대한 전산 시뮬레이션이 수행되었다. 조정 동적 완화 기법이 사용되어 준정적 하중을 모사하였고, 이방성 재료 해석에서는 고전 연속체 역학과 페리다이나믹의 변형률 에너지를 고려한 균질화 방법이 사용되었다. 균열 전파와 분기 균열이 성공적으로 확인되었으며 파괴 거동의 시작과 그 방향 역시 페리다이나믹 이론으로 확인되었다. 페리다이나믹을 균질화 방법을 사용하여 비교적 복잡한 이방성 재료에 적용한 경우 역시 실험 결과 값과 비교하여 검증하였다.

**핵심용어** : 페리다이나믹, 파괴역학, 비국부 이론, 균질화 방법