한국시뮬레이션학회 논문지
Vol. 27, No. 1, pp. 39-49 (2018. 3)

http://doi.org/10.9709/JKSS.2018.27.1.039
ISSN 1225-5904

2인 제로섬 게임 기반의 효과적인 SLBM 탐지를 위한 구축함 배치 최적화

이진호 †

Optimization of Destroyer Deployment for Effectively Detecting an SLBM based on a Two-Person Zero-Sum Game

Jinho Lee†

ABSTRACT

An SLBM (submarine-launched ballistic missile) seriously threatens the national security due to its stealthiness that makes it difficult to detect in advance. We consider a destroyer deployment optimization problem for effectively detecting an SLBM. An optimization model is based on the two-person zero-sum game in which an adversary determines the firing and arriving places with an appropriate trajectory that provides a low detection probability, and we establish a destroyer deployment plan that guarantees the possibly highest detection probability. The proposed two-person zero-sum game model can be solved with the corresponding linear programming model, and we perform computational studies with a randomly generated area and scenario and show the optimal mixed strategies for both the players in the game.

Key words : Game theory, Two-person zero-sum game, SLBM(submarine-launched ballistic missile), Linear program

요 약

잠수함으로부터 발사되는 SLBM은 은밀성으로 인해 탐지가 매우 제한적이며 이는 안보에 심각한 위협으로 인식된다. 본 연구는 SLBM의 효과적인 탐지를 위한 구축함 배치 최적화 문제를 고려한다. 최적화 모델은 2인 제로섬 게임을 기반으로 하여, 상대방의 입장에서 SLBM이 최대한 탐지되지 않는 발사 및 도착 지점과 비행궤적을 결정하고자 하며, 우리의 입장에서는 상대방의 SLBM 탐지를 최대화할 수 있는 구축함의 배치 계획을 수립한다. 제시된 2인 제로섬 게임 모델은 선형계획법으로 변환하여 최적해를 구할 수 있으며, 가상의 임의 구역과 시나리오를 생성하여 계산 실험을 수행하고 본 연구에서 제시하는 모델을 통해 게임에서의 상대방과 우리의 최적 혼합전략을 도출한 결과를 보여준다.

주요어 : 게임 이론, 2인 제로섬 게임, 잠수함발사탄도미사일, 선형계획법

1. 서론

최근 북한의 지속적인 탄도미사일(Ballistic Missile) 발사 시험은 한반도의 안보상황에 심각한 혼란을 가중시키고 있으며, 이에 대한 대응의 일환으로 미국의 THAAD (terminal high altitude area defense: 종말단계 고고도 방어 미사일) 도입 및 배치를 추진하고 있다. 또한 북한의 끊임없는 핵실험 지속은 국내의 안보상황을 더욱 어렵게 하고 있으며, 핵탄두의 소형화를 통한 탄도미사일 탑재 및 발사 수준으로 이어진다면 상당한 위협으로 다가올 것이다. 뿐만 아니라, SLBM (submarine- launched ballistic missile: 잠수함발사탄도미사일)의 발사가 가능한 잠수함의 개발 및 운용을 통해 발사위치의 은밀성을 가중함으로써 안보위협을 더욱 가중시키고 있다(Park, 2016). 따라서 탄도미사일의 요격 수단뿐만 아니라 잠수함을 이용한 후방에서의 SLBM 공격 시도를 사전에 탐지할 수 있는 수단을 확보하여 탄도미사일 위협에 대비하지 않을 수 없는 상황이다.

Received: 27 September 2017, **Revised**: 2 January 2018, **Accepted**: 6 January 2018

† **Corresponding Author**: Jinho Lee
E-mail: jinho7956@gmail.com
National Defense Management Dept.,
Korea Naval Academyy, Jinhae, Korea

현재 북한의 SLBM 위협에 대한 요격 수단으로는 패트리어트 미사일과 THAAD 등이 가능하지만, 패트리어트 미사일의 요격 고도(20Km) 제한과 지상에 배치되는 THAAD의 레이더 폭(120도)을 고려할 때 동해상의 레이더 사각지대에서 SLBM을 발사할 경우 그에 대한 신속한 탐지 및 대응이 매우 제한적인 실정이며, 발사 전 단계에서의 저지를 위해 Kill Chain의 구축과 함께 작전지속능력을 보유한 원자력 추진 잠수함 도입의 필요성이 제기되고 있다(Moon, 2016). 그러나 발사 후 요격을 위해서는 무엇보다도 최단 시간 내에 탐지가 이루어져야 하며, 특히 동해상 수중 어딘가에서 은밀하게 발사되는 SLBM은 그 탐지수단 또한 매우 제한적이어서 이에 대한 대책 마련이 시급하다고 할 수 있다. 이러한 측면에서 SLBM의 발사 후 단계에서 요격을 위해 현재 거론되고 있는 해군 이지스구축함의 SM-3 미사일은 탄도미사일의 중간단계 비행에서도 요격이 가능하며 이지스 체계의 AN/SPY-1D 레이더를 통해 넓은 범위의 탐지가 가능하므로 효과적인 방어체계라 할 수 있다(Kim, 2010). 또한 이지스구축함은 THAAD처럼 한번 설치되면 위치가 고정되는 것이 아니라 해상에서 이동이 가능하여 SLBM의 탐지 및 요격에 보다 유동적으로 대응이 가능하다.

본 연구에서는 SLBM 발사위치 및 비행고도의 불확실성을 고려하여 효과적인 탐지를 위한 이지스구축함의 최적 배치 문제를 고려한다. 문제 해결을 위하여, 동해상의 임의의 공간을 설정하여 상대방의 발사 위치와 표적으로 삼는 도착위치를 네트워크 모델로 표현하였으며, 우리의 입장에서 구축함의 최적 배치를 결정하기 위하여 동해상 또 다른 임의의 공간을 격자로 나누어 후보지로 고려하였다. 모델링은 2인 제로섬 게임(two-person zero-sum game)을 기반으로 하였으며, 이는 상대방의 입장에서 SLBM이 최대한 탐지되지 않고 발사 위치로부터 선택한 비행궤적을 통해 도착위치까지 도달하도록 하는 확률을 최대화하고자 할 것이며, 우리의 입장에서는 구축함의 적절한 배치를 통해 그러한 상대방의 목적을 최소화하고자 하는 것에서 비롯되었다. 따라서 상대방은 그러한 목적을 달성하고자 하는 발사위치, 도착지점 및 비행궤적을 선택하는 것이 의사결정 요소가 되며 우리는 이를 저지하기 위해 구축함의 위치를 결정하는 것이 될 것이다. 게임이론의 측면에서 볼 경우, 상대방과 우리의 최적 전략(optimal strategy)이 도출되는 내쉬 균형(Nash equilibrium)을 찾는 것이 본 연구의 목적이라고 할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 2인 제로섬 게임 및 네트워크 차단 문제 등에 대한 이론적 배경을 제시하며, 3장에서는 상대방의 의사결정을 고려한 상황에서 우리의 목적을 달성하기 위한 2인 제로섬 게임 모델을 제시한다. 이를 바탕으로 4장에서는 동해상 임의의 공간과 랜덤으로 생성한 모델의 자료를 바탕으로 최적해를 도출하고 분석하며, 5장에서는 결론 및 향후 연구 방향에 대해 제시한다.

2. 이론적 배경

2.1 2인 제로섬 게임

게임 이론(game theory)은 둘 이상의 집단 혹은 사람이 동일한 대상에 대해 서로 다른 의사결정을 통해 자신의 성과를 나누어 가지는 게임적 상황 하에서 합리적 행동을 연구하는 학문으로써, 본질적으로 상호의존성을 내포하며 게임 참여자들이 합리적인 행동을 한다는 가정 하에 최선의 의사결정을 이루어내는 학문이다(Kim, 2012). 특히 2인 제로섬 게임은 게임 당사자가 2인으로 구성되어 있으면서 각각의 이득의 합이 0이 되는 게임으로써 이를 수리계획법으로 모델링한 결과는 모델 (1)과 같다.

$$
\begin{aligned}
z^* = \max_x \min_y & \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_i p_{ij} y_j \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i\in I} x_i = 1, \\
& \sum_{j\in J} y_j = 1, \\
& x_i \geq 0,\ i\in I, \\
& y_j \geq 0,\ j\in J
\end{aligned} \tag{1}
$$

여기서 $i\in I$는 경기자 1의 가능한 순수전략(pure strategy)의 집합이며, $j\in J$는 경기자 2의 가능한 순수전략의 집합이다. p_{ij}는 경기자 1이 전략 i를 선택하고 경기자 2가 전략 j를 선택하였을 때 결과로 나타나는 이득 또는 손실이다. 이는 경기자 1에게는 이득으로 작용하여 최대화하고자 하며 경기자 2에게는 손실로 작용하여 최소화하고자 하는 것으로써 두 게임 참여자의 이득의 합은 0이 됨을 의미한다. 2인 제로섬 게임에서는 참여자 두 사람의 혼합전략(mixed strategy)에 따른 내쉬 균형이 존재하며 이 균형 상태에 도달하는 x^*와 y^*가 각각 경기자 1, 2의 최적 혼합전략이 된다.

모델 (1)은 수리계획법이지만 선형계획법의 형태가 아니므로 선형계획법으로 변환하고자 할 경우 다음의 절차를 통해 쉽게 가능하다: 1) x를 일시적으로 상수로 고정, 2) 모델 (1)을 결정변수 y에 대하여 쌍대문제(dual problem)를 구한 후, 3) x를 결정변수로 다시 환원한다.

이 절차를 통해 선형계획법 형태의 문제로 변환한 결과는 모델 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} z^* = \max_{x,v}\ & v \\ \text{s.t.}\quad & v - \sum_{i\in I} p_{ij} x_i \le 0,\ j\in J, \\ & \sum_{i\in I} x_i = 1, \\ & x_i \ge 0,\ i\in I \end{aligned} \tag{2}$$

또한 모델 (2)의 쌍대변수를 $y_j, j\in J$ 및 w로 정의하고 쌍대문제를 구하면 모델 (3)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} z^* = \min_{y,w}\ & w \\ \text{s.t.}\quad & w - \sum_{j\in J} p_{ij} y_j \ge 0,\ i\in I, \\ & \sum_{j\in J} y_j = 1, \\ & y_j \ge 0,\ j\in J \end{aligned} \tag{3}$$

따라서 모델 (2) 또는 모델 (3)의 선형계획법 문제의 최적해를 도출하면 원 문제의 결정변수와 쌍대변수를 각각 구할 수 있으며 이는 곧 경기자 1, 2의 최적 혼합전략이 되고 이때의 최적 목적함수값은 내쉬 균형이 된다. 또한 모델 (2)와 모델 (3)은 서로 원-쌍대 관계(primal-dual relationship)에 있으므로 약쌍대속성(weak duality)과 강쌍대속성(strong duality)을 가지며 모델 (2)의 가능해는 내쉬 균형의 하한값(lower bound)을 제공하고 모델 (3)의 가능해는 상한값(upper bound)을 제공하며 최적 상태에 도달하면 두 값이 같아진다. 본 문제의 결정변수는 각 게임 참여자의 전략의 수에 따라 늘어나게 되며, 이에 따라 이득 행렬(payoff matrix) $P=[p_{ij}]$는 많은 수의 행 또는 열을 가지는 거대한 행렬이 될 수 있다. 실제 2인 제로섬 게임에서 행렬의 크기가 큰 경우에 대하여 선형계획법에 의한 접근은 비효율적인 해법이 될 수도 있으며, 이를 해결하기 위하여 Weighted Majority Algorithm (Littlestone and Warmuth, 1994), Fictitious Play Algorithm(Washburn, 2001) 등과 같은 반복적인 알고리즘에 의한 해법이 있으며 Benders' Decomposition과 같은 전통적인 최적화 모델을 통한 해결방법에 대한 제안도 있었다(Neheme, 2009).

2.2 네트워크 차단 문제

게임이론을 이용하여 상대방이 최대화(또는 최소화)하고자 하는 목적을 최소화(또는 최대화)하기 위한 모형은 많은 연구에서 진행되어 왔다. 특히 본 연구에서 고려하는 네트워크상 센서(구축함)의 위치를 결정하여 상대방이 목적하고자 하는 것을 최소화하는 네트워크 차단(network interdiction) 문제(Wood, 1993)는 최근 많은 관심을 받고 있다. 대표적으로 Israeli and Wood(2002)가 제시하는 최단경로 네트워크 차단(shortest-path network interdiction) 문제는 상대방이 최단경로를 구하는 문제에 특정 아크(arc)의 길이를 늘여서 상대방의 최단경로를 방해하는 문제로써, 아크의 길이를 늘일 수 있는 예산이 제한되어 있는 가운데 어떤 아크를 선택하여 그 길이를 증가시킬 것인지를 결정하는 문제이다. 그 외에도 최단경로 네트워크 차단 문제를 기반으로 최대신뢰경로 네트워크 차단(maximum reliability-path network interdiction) 문제(Morton, 2011) 뿐만 아니라 불확실성을 내포한 요소를 확률적으로 접근한 추계학적 네트워크 차단(Morton et al., 2007; Cormican et al., 1998), 게임 대상 간 서로 상대방에 대한 정보가 다른 경우에 대한 접근(Pan and Morton, 2008) 등 다양한 형태의 네트워크 차단 문제가 연구되어 왔다. 이러한 연구들의 공통적인 접근은 특정 아크를 선정하여 센서를 설치하거나 길이를 늘이는 방법으로 차단하는 것이 특징이며 전체 차단하는데 소요되는 예산 또는 센서의 숫자에 제약을 두고 문제를 해결하였다.

2.3 관련 연구 현황

안보위협이 증가됨에 따라 최근 탄도미사일 방어에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. Park and Lim(2015)은 탄도미사일의 특성을 고려하여 레이더 방정식으로 탄도미사일의 RCS(radar cross section: 레이더단면적) 특성을 비행궤적과 관측지점에 따라 분석하였으며, 그들의 더욱 최근 연구에서는 RCS 특성을 바탕으로 탐지확률을 높이기 위한 레이더의 배치 방안(Park and Lim, 2016)을 보여주었다. 탄도미사일의 탄두 식별을 위한 신호 처리 기법의 제안(Choi et al., 2012) 및 궤적 추적을 위한 칼만 필터링 알고리즘의 적용(Kim et al., 2010)은 탐지, 식별, 추적을 더욱 용이하게 하기 위한 공학적 접근을 제시하였다. Lee et al.(2015)은 SLBM에 대하여 연료량 조절을 통해 사거리를 조절하는 방법에 대하여 시뮬레이션을 통한 비행궤적을 분석하여 보여주었다. 탄도미사일의 위협에 대한 효과적인 방어를 위해 지대공 유도무기의 최적 배치를 제안하는 연구(Lee and Kwak, 2008)와 구축함의 최적 배치 문제를 최적화 모델로 접근한 연구(Lee and Jeong, 2006), 그리고 SLBM의 비행특성에 따라 RCS를 계산하여 탐지시간을 구함으로써 해상 센서플랫

폼의 배치를 다룬 연구(Kim et al., 2015)는 본 연구에서 다루고자 하는 배치 문제와 유사한 특성을 가지고 있다.

이처럼 탄도미사일의 RCS와 비행궤적 분석, 신호 처리 기법을 통한 탐지 및 추적 성능 개선, 방공무기체계 및 구축함의 최적 배치 문제 등에 대한 연구는 최근 많은 관심을 받고 있음을 알 수 있다. 그러나 게임의 관점에서 상대방의 결정을 고려한 상황에서의 의사결정에 관한 연구는 비교적 제한적인 관심을 받아왔으며 해상에서의 움직이는 플랫폼보다는 지상에서의 고정된 플랫폼을 위주로 분석하였다. 따라서 본 연구에서는 SLBM 발사체가 가지고 있는 플랫폼의 유동성 및 기동성, 우리의 방어 플랫폼의 기동성을 동시에 고려함과 함께 상대방과 우리가 동일한 목적을 상반되게 달성하고자 하는 특성을 반영한 2인 제로섬 게임을 통해 보다 현실적인 고려요소가 포함된 모델을 제시하고 그에 따라 우리의 방어 플랫폼을 어떻게 운용하는 것이 가장 효과적인지에 대해 고찰해 보고자 한다.

3. 수리적 모델

본 연구에서는 우리의 방어 플랫폼으로써 이지스구축함을 고려하며, 이는 고정형이 아닌 이동형 센서로 볼 수 있다. 또한 이지스구축함은 SLBM과 동일한 네트워크 내에서 활동하는 것이 아니라 다른 지역에 존재하여 SLBM의 활동을 관찰하는 것으로 가정한다. 따라서 SLBM이 활동하는 네트워크 내 특정한 노드(node)나 아크(arc)를 선택하여 센서를 배치하기 보다는 해당 네트워크 전체를 감시하는 네트워크 외부의 특정 영역 또는 구역을 센서 배치의 후보지역으로 선정하며, 이 때 설치된 센서는 레이더의 성능이 우수하여 네트워크 내 모든 아크에 대한 정찰 및 감시가 가능하다고 가정한다. 또한 네트워크 내에서의 SLBM의 활동은 노드들을 거쳐서 특정한 경로를 설정하여 이동하는 것이 아니라 노드-노드 간(node-to-node) 직접적으로 활동을 하는 것으로 가정한다. 이러한 가정은 SLBM이 발사되는 위치에서부터 연료량을 통해 비행고도 및 궤적을 조절함으로써 최종 도착지에 직접적으로 도달함을 고려한 것이며 특별히 중간 노드를 거쳐야만 하는 것이 아님을 반영하기 위한 것이다. 이러한 가정 사항들을 바탕으로 아래와 같은 기호, 집합, 자료 및 결정변수들을 이용하여 수리적 모델을 제시한다.

<Sets/Indices>

- $i \in I$: 상대방의 출발 노드(발사지점)의 집합
- $j \in J$: 상대방의 도착 노드(표적)의 집합
- $l \in L$: 출발-도착 노드 간 비행궤적의 집합
- $k \in K$: 센서 후보지 집합

<Data>

- p_{ijlk} : 센서가 k에 설치되었을 경우, 출발 노드 i에서 도착 노드 j까지 비행궤적 l을 통해 탄도미사일이 이동할 때의 탐지 확률 $(0 < p_{ijlk} < 1)$

<Decision Variables>

- x_k : 센서를 후보지 k에 배치시키면 1, 그렇지 않으면 0
- y_{ijl} : 상대방이 출발 노드 i에서 도착 노드 j까지 비행궤적 l을 통해 SLBM을 발사하면 1, 그렇지 않으면 0

본 모델에서 탐지확률은 상대방이 어떤 노드로부터 출발하여 어떤 노드를 목적지로 선정하느냐에 따라, 또한 두 노드 간 이동시 비행궤적을 어떻게 선택하느냐에 따라 달라지며, 이 때 센서의 위치가 어디에 위치해 있느냐에 따라 또 달라진다. 따라서 이를 반영하여 탐지확률은 p_{ijlk}로 정의되며, 상대방은 최대한 탐지확률이 낮은 출발지와 도착지, 그리고 비행궤적을 선택하고자 할 것이며, 이를 탐지하고자 하는 우리는 최대한의 탐지확률을 보장하는 곳에 센서를 설치하고자 할 것이다.

Fig. 1은 센서 후보지가 8곳이며, 상대방의 출발 노드가 8곳, 도착 노드가 8곳인 상황에서 노드-노드 간 비행궤적이 4개인 경우에 탐지확률을 나타내는 예시이다. 상대방의 입장에서는 SLBM을 발사하기 위한 출발-도착 노드 짝을 결정하고 비행궤적을 결정해야 하므로 Fig. 1의 예시에서는 총 256가지의 시나리오 중 한 가지를 택하여야 한다. 또한 우리의 입장에서는 SLBM의 탐지를 최대화할 수 있는 센서 배치 후보지 8곳 중 한 곳을 선정하여야 한다. 만약 후보지 $k=1$에 센서를 설치한다면 i에서 j로 이동하는 상대방의 탐지확률은 각각 p_{ij11}, p_{ij21}, p_{ij31}, p_{ij41}이 되며, 이 때 비행궤적 선택에 따라 이 중 정확히 하나의 탐지확률로 결정되게 된다. 이를 결정변수와 함께 식으로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$p_{ij11}y_{ij1} + p_{ij21}y_{ij2} + p_{ij31}y_{ij3} + p_{ij41}y_{ij4} \tag{4}$$

또한 이 중 정확히 하나의 경로를 선택해야 하는 상대방의 제약조건을 표현하면

$$\sum_{l=1}^{4} y_{ijl} = 1$$

과 같다. 식 (4)는 센서의 위치가 후보지 1에 고정되어 있는 경우이며, 후보지의 결정변수를 식 (4)에 포함하게 되면 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{k=1}^{8}\sum_{l=1}^{4} x_k p_{ijlk} y_{ijl}$$

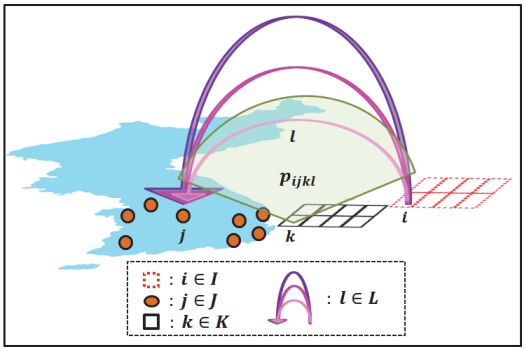


Fig. 1. An example of detection probability p_{ijlk} for the case when $|I|=8$, $|J|=8$, $|L|=4$, and $|K|=8$

이제 모든 출발-도착 노드 간 위의 탐지확률을 적용하면 목적함수는 아래와 같다.

$$\max_x \min_y \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{l\in L} x_k p_{ijlk} y_{ijl}$$

만약 센서가 반드시 한 군데에만 설치되어야 하며 상대편은 하나의 출발-도착지를 선택하고 또한 비행궤적을 선택하여야 한다면,

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{l\in L} y_{ijl} = 1, \quad \sum_{k\in K} x_k = 1$$

의 제약조건이 추가되게 된다. 이상의 모형을 정리한 결과는 모델 (5)와 같이 2인 제로섬 게임으로 표현된다.

$$\begin{aligned} &\max_{x\in X}\left[\min_y \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{l\in L}(x_k p_{ijlk}) y_{ijl}\right] \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{l\in L} y_{ijl} = 1 \\ &\qquad y_{ijl}\in\{0,1\},\ i\in I, j\in J, l\in L \end{aligned} \tag{5}$$

이 때 집합 X는

$$X = \left\{x : \sum_{k\in K} x_k = 1, x_k \in \{0,1\}, k\in K\right\}$$

로 표현할 수 있다. 두 결정변수 x와 y는 모두 이진정수이므로, 본 모형의 최적해는 두 게임 참여자가 모두 순수전략을 갖는 경우를 나타내게 된다. 그러나 대부분의 2인 제로섬 게임에서 순수전략이 최적해가 되는 경우는 매우 드물게 나타나며(Neheme, 2009), 본 연구에서 제시하는 모델의 근본적인 목적은 특정 위치를 결정하는 문제에 초점을 맞추기보다는 게임 이론적 상황 하에서 어떠한 전략을 선택할지에 집중하는 것이 더욱 현실적인 해법이 될 수 있다. 즉, 순수전략보다는 혼합전략을 통해 각각의 센서 후보지에 대한 비중을 제시함으로써 센서 배치의 운용적 측면을 고려하는 것이 더욱 현실적인 대안이라 할 수 있으며, 이는 지상에 고정 배치되어 운용되는 레이더와 달리 해상에서 이지스구축함에 탑재되어 운용되는 센서이므로 이동이 가능하다는 측면과도 부합한다. 이에 따라 두 결정변수 x와 y의 이진정수 제약을 실수로 변환할 경우, 두 게임 당사자 간의 혼합전략이 제시될 수 있고 이에 따라 내쉬 균형을 도출할 수 있다. 혼합전략을 채택하기 위한 모델은 다음과 같이 최종적으로 변형될 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max_{x\in X}\left[\min_y \sum_{m\in M}\left(\sum_{k\in K} x_k p_{km}\right) y_m\right] \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{m\in M} y_m = 1 \\ &\qquad y_m \geq 0,\ m\in M \end{aligned} \tag{6}$$

이 때 집합 X는 다음과 같이 변형된다.

$$X = \left\{x : \sum_{k\in K} x_k = 1, x_k \geq 0, k\in K\right\}$$

여기서 새로운 집합 M은 기존의 집합 I, J, L의 조합으로 단순화하여 $M = I\times J\times L$로 표현할 수 있으며, 집합 M의 크기 $|M|$는 $|I|\times|J|\times|L|$로서 변형된 결정변수 y의 개수와 같다.

모델 (2)를 선형계획법으로 변환한 모델 (3)의 도출 과정과 같이 $x\in X$를 고정시킨 상태에서 결정변수 y에 대하여 쌍대문제를 구함으로써 모델 (6)은 모델 (7)과 같은 선형계획법 모델로 변환된다.

$$\max_{x,v}\ v \tag{7a}$$

$$\text{s.t.} \quad v - \sum_{k \in K} p_{km} x_k \le 0, m \in M \tag{7b}$$

$$\sum_{k \in K} x_k = 1 \tag{7c}$$

$$x_k \ge 0,\ k \in K \tag{7d}$$

제약조건 (7b)의 쌍대변수가 결정변수 y에 해당하므로 모델 (7)의 최적해를 구하면 상대방의 최적 혼합전략을 함께 구할 수 있다. 모델 (7)은 $|M|+1$개의 제약조건과 $|K|+1$개의 결정변수를 갖는 선형계획법으로써, 심플렉스 방법(simplex method)를 통해 쉽게 최적해를 도출할 수 있다.

4. 계산실험 결과

4.1 실험 예제

계산 실험을 수행하기 위하여, 총 2개의 출발노드와 5개의 도착노드가 존재하는 예제를 먼저 고려해 보도록 한다. 각 출발-도착 노드 간 비행궤적은 2가지씩 존재한다고 할 때, 상대방이 선택 가능한 총 경우의 수는 $2 \times 5 \times 2 = 20$가지($m = 20$)의 출발-도착지점 및 이동경로가 될 것이다. 센서를 배치할 수 있는 후보지가 10개($k = 10$)가 있다고 할 때, p_{km}의 총 자료 수는 200개가 되고 상대방의 결정변수 y_m은 20개, 센서 배치자의 결정변수 x_k는 10개이다. p_{km}을 설정하기 위하여 총 자료 수 200개에 대하여 각각 $(0,1)$ 사이에서 균등분포(uniform distribution)로 난수를 발생시켰으며, Table 1은 이렇게 생성된 p_{km}의 값을 보여준다.

Table 1의 예제에 대하여 모델 (7)의 선형계획법을 통해 도출한 최적해는 Table 2와 같다. Table 2의 결과와 같이 상대방과 센서 후보지는 각각의 최적 혼합전략을 취하게 되며, 이 때 내쉬 균형은 0.408로 나왔다. 이 값이 의미하는 바는 게임 참가자들이 각자가 선택할 수 있는 최적의 전략을 취했을 경우 탐지 확률이 0.408임을 나타낸다.

Table 1. An example of payoff matrix(p_{km}) randomly generated with uniform distribution

p_{km}		m																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	1	0.172	0.998	0.360	0.110	0.413	0.661	0.073	0.243	0.202	0.994	0.051	0.423	0.102	0.596	0.987	0.735	0.846	0.488	0.025	0.594
	2	0.843	0.579	0.351	0.502	0.118	0.756	0.176	0.246	0.005	0.370	0.006	0.135	0.384	0.607	0.228	0.085	0.613	0.796	0.178	0.259
	3	0.550	0.991	0.131	0.160	0.314	0.627	0.526	0.131	0.270	0.373	0.401	0.386	0.324	0.363	0.676	0.150	0.976	0.492	0.061	0.641
	4	0.301	0.762	0.150	0.872	0.047	0.284	0.750	0.933	0.500	0.772	0.520	0.375	0.192	0.594	0.777	0.434	0.027	0.534	0.017	0.155
	5	0.292	0.131	0.589	0.265	0.339	0.086	0.178	0.380	0.151	0.397	0.629	0.268	0.112	0.680	0.932	0.187	0.187	0.011	0.836	0.460
	6	0.224	0.640	0.831	0.286	0.182	0.103	0.034	0.783	0.174	0.913	0.226	0.948	0.597	0.507	0.201	0.693	0.087	0.544	0.602	0.393
	7	0.350	0.160	0.231	0.594	0.646	0.641	0.585	0.300	0.331	0.120	0.396	0.189	0.511	0.159	0.297	0.763	0.540	0.451	0.027	0.805
	8	0.856	0.250	0.666	0.723	0.561	0.545	0.621	0.125	0.317	0.735	0.276	0.298	0.045	0.657	0.197	0.155	0.127	0.975	0.196	0.541
	9	0.067	0.669	0.776	0.628	0.770	0.032	0.389	0.749	0.322	0.055	0.152	0.075	0.783	0.524	0.246	0.389	0.734	0.184	0.951	0.391
	10	0.500	0.435	0.304	0.464	0.298	0.792	0.359	0.069	0.964	0.576	0.936	0.401	0.946	0.124	0.646	0.695	0.113	0.164	0.336	0.558

Table 2. Optimal mixed strategies for both players (y and x)

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y^*	0	0	0	0	0.175	0	0.271	0.028	0	0
m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y^*	0.120	0.282	0	0	0	0	0.046	0	0.077	0

(a) Adversary's optimal mixed strategy (y^*)

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^*	0	0	0.198	0.058	0	0.177	0.013	0.160	0.203	0.190

(b) Sensor location candidates' optimal mixed strategy (x^*)

본 예제를 통하여 선형계획법의 특성 중 Complementary Slackness(Bertsimas & Tsitsiklis, 1997, pp.151)를 만족함을 확인할 수 있는데, 모델 (7b)의 첫 번째 제약식의 쌍대변수는 각각 y_m이 되며, 해당 제약식에 최적해 x^*를 대입했을 때 $v^* - \sum_{k \in K} p_{km} x_k^* < 0$이 된다면 그에 대응되는 쌍대변수($y_m^*$), 즉 그림자값(shadow price)은 0이 되며, 그렇지 않은 경우는 0이 아닌 값을 갖게 된다. 예를 들어, $m=1$인 경우 모델 (7)의 첫 번째 제약식은 $v^* - \sum_{k=1}^{10} p_{k1} x_k^* < 0.408 - 0.416 = -0.008 < 0$이며, 그에 대응하는 그림자값 $y_1^* = 0$으로 도출된다. 그러나 $m=5$일 때는 $v^* - \sum_{k=1}^{10} p_{k5} x_k^* = 0$이 되고, 이 때의 그림자값 $y_5^* = 0.175$는 0이 되지 않음을 알 수 있다.

본 예제의 최적 혼합전략을 통해 게임 참여자 간의 전략을 확인할 수 있으며, 각자의 혼합전략 하에서 그 누구도 상대방에 비해 더욱 높은 이익을 취할 수 없게 된다. 상대방은 여러 선택할 수 있는 행위 중 7번째와 12번째의 행위에 가장 높은 확률을 취하게 되며, 이는 특정 출발-도착 노드 및 비행궤적을 선택할 확률이 가장 높다는 것을 의미한다. 또한 그에 따른 센서후보지의 최적 위치는 노드 9, 3, 10, 6, 8, 4, 7의 순서로 도출됨을 알 수 있다. 이처럼 2인 제로섬 게임을 이용하여 네트워크의 효과적인 모니터링을 위한 최적 센서의 위치를 혼합전략의 형태로 최적 위치를 결정할 수 있으며, 이는 평상시 탄도미사일 발사를 대비한 우리 해군의 이지스구축함 운용에 대한 참고자료가 될 수 있음을 보여 준다.

4.2 구축함 배치 최적화 실험 설계 및 결과

4.1의 예제를 토대로 Kim et al.(2015)의 시뮬레이션 결과를 참고하여, 보다 현실적인 부분을 반영한 계산실험 예제를 다음과 같이 고려해 보았다. 먼저 우리나라의 동해상에 200 km × 100 km 면적의 이지스구축함 배치 후보지를 설정하고 이를 5 km 간격으로 격자를 나누어 총 800개(=40×20)의 후보지역을 선정하였다. SLBM의 발사 후보지는 신포조선소(북한 SLBM 수직 사출시험을 실시한 위치)로부터 북동쪽으로 약 350 km 지역을 중심으로 100 km × 100 km의 구역을 선정하고 5 km 간격의 격자로 나누어 총 400개(= 20 × 20)의 후보지로 구성하였다. SLBM의 도착(표적) 위치는 전략적 가치가 높을 것으로 판단되는 우리나라의 4개 지역을 임의로 선정하였으며, SLBM의 비행궤적은 최소에너지 궤적(MET: minimum energy trajectory), 로프트 궤적(LT: lofted trajectory) 및 디프레스 궤적(DT: depressed trajectory)으로 구분하였다. Fig. 2는 본 실험예제에서 선정한 각 후보지 및 도착지역, 비행궤적을 나타낸다.

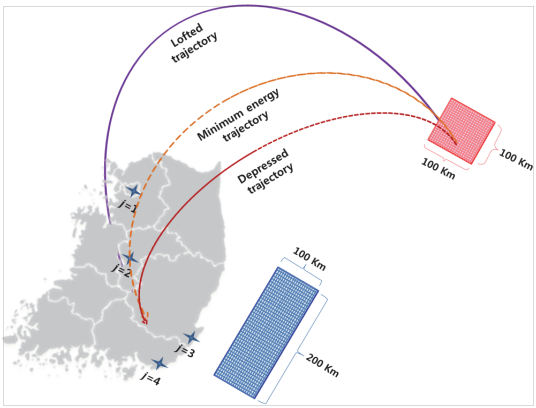


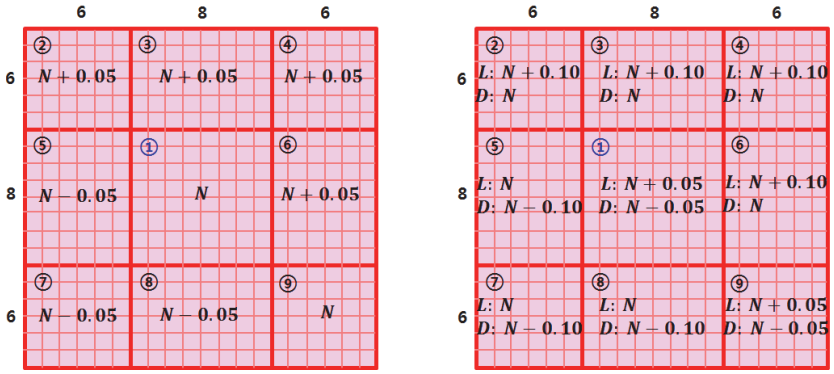
Fig. 2. Design of computational experiments

Kim et al.(2015)이 제시한 탐지확률을 바탕으로 p_{ijlk}을 다음과 같이 정규분포를 바탕으로 난수를 발생하여 구하였다. 먼저 발사지점으로 가정한 100 km × 100 km의 구역(Fig. 2의 적색 구역)을 Fig. 3과 같이 세분화하여 고려하였다. 이지스구축함 배치 후보지 또한 200 km × 100 km의 배치 후보지를 Fig. 4와 같이 세분화하였고 배치 후보지별 탐지확률 분포를 정규분포로 나타내었다. Fig. 3 및 Fig. 4의 구역 외부에 표시된 숫자는 해당구역의 격자수를 나타낸다.

먼저 Fig. 3의 (a)에 따라, ①의 구역에서 최소에너지 궤적을 이용하여 SLBM이 발사되었을 때, 도착위치별 ($j=1,2,3,4$) 배치후보지에 따른 탐지확률 분포는 Fig. 4에 나타나는 바와 같다. 또한 Fig. 3의 ①의 구역을 제외한 나머지 구역에서 최소에너지 궤적을 이용하여 발사될 경우 해당 구역에서 제시한 평균 탐지확률만큼 증감되어 Fig. 4의 배치 후보지에 정규분포의 탐지확률로 적용되도록 하였다. 예를 들어, 최소에너지 궤적으로 ①의 구역에서 SLBM이 발사되어 도착위치 1($j=1$)을 목표로 할 경우, Fig. 4의 (a)와 같이 배치 후보지별 탐지확률이 생성되도록 하였다. 최소에너지 궤적으로 ②의 구역에서 도착위치 1로 발사한다면 배치 후보지별 탐지확률은 Fig. 4의 (a)의 정규분포 평균값에서 0.05만큼 더해진 분포를 따르게 된다.

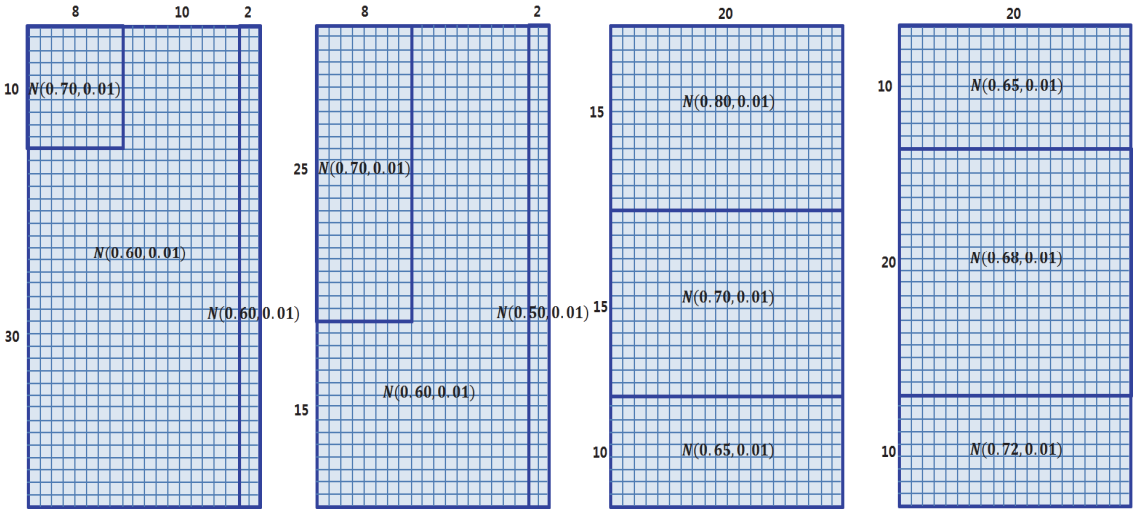
로프트 궤적 또는 디프레스 궤적으로 ①~⑨의 특정구역에서 발사된다면 Fig. 3의 (b)에 의해 평균 탐지확률이 조정되도록 하였으며 그 조정값이 Fig. 4의 정규분포 평균값에서 증감되도록 하였다. 이는 Lee et al.(2015)이 SLBM의 비행궤적에 따른 특성을 시뮬레이션으로 분석한 결과를 활용하여 로프트 궤적은 최소에너지 궤적에 비해 상대적으로 비행시간이 길어 탐지확률이 증가할 수 있으며, 디프레스 궤적은 최소에너지 궤적에 비해 비행시간이 짧고 저고도로 비행함에 따라 탐지확률이 감소될 수 있음을 바탕으로, 최소에너지 궤적(Fig. 3. (a))에 비해 로프트 궤적은 +0.05, 디프레스 궤적은 -0.05만큼 탐지확률이 변경되도록 설정하였다. 마지막으로 정규분포에 의해 생성된 난수값이 0~1 사이의 범위 내에 있을 경우에만 채택하고 그렇지 않은 경우에는 다시 생성함으로써 비가능 확률값을 제거하였다.

이러한 실험 설계를 바탕으로 결정변수 및 자료수를 정리해 보면, 총 400개의 출발노드($|I|=400$)와 4개의 도착노드($|J|=4$), 각 출발-도착 노드 간 3가지의 비행궤적($|L|=3$)이 존재함에 따라 결정변수 y_m은 4800개, 구축함 배치 후보지를 나타내는 결정변수 x_k는 800개



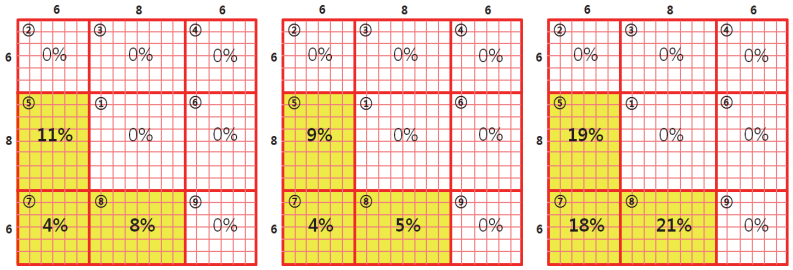
(a) Minimum energy trajectory (b) Lofted(L) and depressed trajectory(D)

Fig. 3. Detection probability distributions depending on the locations of SLBM launching



(a) $j=1$ (b) $j=2$ (c) $j=3$ (d) $j=4$

Fig. 4. Detection probability distributions depending on the locations of SLBM arriving, when using minimum energy trajectory launched from area ① in Fig. 3



(a) $j=1$ (b) $j=2$ (c) $j=4$

Fig. 5. Optimal mixed strategies of the SLBM launching depending on the locations of SLBM arriving, when using depressed trajectory (all other trajectories and $j=3$ do not give any positive values on the optimal mixed strategies)

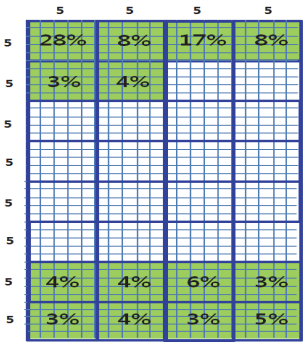


Fig. 6. Optimal mixed strategies of the destroyer deployment

($|K|=800$)가 된다. 또한 p_{km}의 총 자료 수는 3,840,000개(=400×4×3×800)이므로, 위에서 제시한 실험 설계에 따라 3,840,000개의 정규분포 난수를 발생시켰다. 이를 바탕으로 모델 (7)의 선형계획법을 통해 최적해를 도출하였으며 그 결과는 다음과 같다. 먼저 SLBM의 발사 후보지와 도착지에 대한 전략(y_m^*)은 Fig. 5와 같이 나타났다. Fig. 5는 세부 격자별로 매우 미세한 값들을 갖는 결과를 도출함에 따라 Fig. 3의 ①~⑨ 구역으로만 구분하여 합산한 결과이다. SLBM의 발사 후보지 중 ①~④, ⑥, ⑨ 구역은 $y_m^*=0$으로 나타났으며, 이는 이 구역들은 발사 후보지로 전혀 고려되지 않았음을 의미한다. 나머지 구역인 ⑤, ⑦, ⑧ 에서는 Fig. 5와 같이 양수의 y_m^*가 도출되었다. 이는 SLBM 공격 플랫폼 입장에서 볼 때 이 구역들이 상대적으로 탐지될 확률이 낮도록 설계됨에 따라 선택된 것으로 해석된다. 또한 비행궤적 측면에서 볼 경우, 디프레스 궤적으로 설정할 경우 다른 궤적에 비해 탐지확률이 낮게 나타나도록 p_{km}를 난수 발생하였으므로 디프레스 궤적만을 선택하는 결과로 도출된 것으로 해석된다. 도착지 별로 분석해 볼 때, 상대적으로 탐지확률이 높게 나타나도록 설계된 도착지 3($j=3$)에 모두 $y_m^*=0$으로 나타났고 나머지 도착지(1, 2, 4)에 대해서만 표적으로 고려하는 결과가 도출되었다.

다음으로, 상대방의 이런 전략에 대한 구축함 배치 전략은 Fig. 6과 같이 도출되었다. 구축함 배치 전략 또한 세부 격자별로 매우 미세한 값을 갖는 결과가 나옴에 따라 총 800개(= 40 × 20)의 격자를 32개의 그룹으로 묶어 제시하였다. 공격 플랫폼의 다양한 출발-도착 노드 집합과 비행궤적에 대해 가장 강건한 배치 전략을 의미하며, 특히 전체 구역의 상 · 하단에 배치되었을 때 가장 탐지확률이 높게 나타남을 알 수 있고 그 중에서도 최상단에 배치하는 것이 탐지확률을 더욱 높일 수 있음을 보여준다. 이러한 결과가 나온 것은 Fig. 5에서 전반적으로 구역 상단에서 높은 탐지확률이 생성되도록 실험을 설계한 것과 도착지 4($j=4$)인 경우에 하단에서 탐지확률이 높게 나타나도록 설계한 것이 영향을 미친 것으로 해석된다.

이상의 계산 실험 결과에서 나타나듯이 2인 제로섬 게임 기반의 이지스구축함 배치 문제는 상대방의 의사결정을 고려한 상황에서 최적의 전략을 도출하는데 이용될 수 있음을 보여준다. 본 실험에서는 가상의 데이터를 바탕으로 실험을 설계하였으며, 탐지확률에 대한 데이터를 어떻게 생성하느냐에 따라 배치 전략은 달리 나타날 수 있음을 고려해야 할 것이다.

5. 결론 및 향후 연구 방향

북한 SLBM이 큰 위협으로 인식되고 있는 가운데, 본 논문은 이를 게임 이론적 접근 방식을 통해 우리의 방어 플랫폼인 이지스구축함을 어떻게 운용하는 것이 효과적인지에 대해 고찰해 보았다. 이지스구축함의 넓은 탐지반경과 공격/방어 플랫폼간의 활동 영역이 다른 점을 고려하여, 본 문제에서는 전체 네트워크를 모니터링하기 위한 방어 플랫폼의 후보지는 네트워크 외부에 별도의 위치로 정하였고, 공격 플랫폼은 중간 노드들을 고려하지 않고 출발-도착 노드간의 이동 방식으로 SLBM을 발사함과 동시에 비행궤적을 추가로 고려하였다. 공격 플랫폼은 탐지가 되지 않는 최적의 출발지와 도착지내의 특정 비행궤적을 선택할 수 있음을 고려한 상황 하에서 방어 플랫폼은 상대방의 탐지를 최대화할 수 있는 위치에 구축함을 배치하고자 하는 문제를 2인 제로섬 게임을 이용하여

모델링하였다. 이러한 게임 상황에서 각자의 혼합전략을 도출함과 함께 게임의 균형점을 구할 수 있었다. 또한 각자의 혼합전략을 통해 상대방이 취할 가능성이 높은 전략과 더불어 우리의 방어 플랫폼을 어떻게 배치하는 것이 효과적인지 제시함으로써 정책적인 의사결정에 참고자료로 활용될 수 있음을 보여주었다.

본 연구에서는 모델링과 함께 간단한 예제 및 가상 환경 하에서 랜덤으로 생성된 데이터를 통하여 구축함의 최적 배치 위치 및 그에 따른 혼합전략을 제시하였는데, 실제 문제에 적용하기 위해서는 다음과 같은 몇 가지가 고려되어야 할 것이다. 첫째, 위치에 따른 실제 탐지확률에 대한 측정 또는 보다 정확한 추정이 요구된다. 이 값에 따라 최적 혼합전략은 달라질 수 있기 때문이다. 둘째, 게임 당사자 간에 취할 수 있는 행위가 많아질수록 본 문제의 이득 행렬은 많은 수의 행 또는 열을 가지는 거대한 행렬이 될 수 있다. 실제 2인 제로섬 게임에서 행렬의 크기가 큰 경우에 대하여 반복적인 알고리즘에 의한 해법 또는 전통적 최적화 기법 등 추가적인 고찰이 필요하다.

마지막으로, 본 연구에서는 단일 후보지 센서 배치에 대하여 고려하였는데, 실제 문제에서는 여러 군데에 센서를 설치할 필요성이 대두될지도 모른다. 만약 배치할 센서 숫자가 1 이상인 경우 또는 동일한 센서가 아닌 다양한 형태의 센서 배치가 요구되는 경우 등에 대해서는 모델링이 다른 형태로 진행되어야 할 것이며, Bilevel Programming(Bard, 1999)의 더욱 일반적인 모델이 요구될 것이다. 향후 연구에서 이러한 추가적인 부분들이 고려된다면 보다 현실성이 높고 의미 있는 결과를 도출할 수 있을 것으로 기대된다.

References

Bard, J. F. (1996) *Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications*, Springer, New York.

Bertsimas, D. and J. N. Tsitsiklis (1997) *Introduction to Linear Optimization*, Athena Scientific, New Hampshire.

Choi, G.-G., S.-K. Han, H.-J. Jo, H.-T. Kim, K.-T. Kim, S.-C. Song and Y.-J. Na (2012), "A study on signal processing of ballistic missile warhead discrimination using ESPRIT in milimeter-wave (Ka-band) seeker," *The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, 23(2), 266-269.
(최각규, 한승구, 조희진, 김효태, 김경태, 송성찬, 나영진 (2012), "밀리미터파 탐색기에서 ESPRIT 기법을 이용한 탄도 미사일 탄두 식별 신호처리 기법 개발", *한국전자파학회논문지*, 23(2), 266-269).

Cormican, K., D. P. Morton and R. K. Wood. (1998), "Stochastic network interdiction", *Operations Research*, 46(6), 184-197.

Israeli, E. and R. K. Wood. (2002), "Shortest-path network interdiction", *Networks*, 40(2), 97-111.

Kim, J. W., Y. S. Kwon, N. Kim, D. M. Kim and Y. H. Park (2015), "A Study on the development of a sea based sensor platform for the detection of a SLBM," *Journal of Korea Navigation Institute*, 19(5), 363-369.
(김지원, 권용수, 김남기, 김동민, 박영한 (2015), "잠수함 발사 탄도미사일 탐지를 위한 해상 센서플랫폼의 배치에 관한 연구", *한국항행학회논문지*, 19(5), 363-369).

Kim, K.-H. (2012) *Negotiation and Strategy: Economics of Independence and Intuition*, Yulgockbooks.
(김기홍 (2012) "게임이론의 관점에서 본 협상과 전략", 율곡출판사).

Kim, S, S,-R. Jin, J.-W. Son and D.-J. Park (2010), "Filtering algorithms for position evaluation and tracking of tactical objects," *Journal of the Korea Society for Simulation*, 19(4), 199-208.
(김석권, 진승리, 손재원, 박동조 (2010), "전술객체 위치 모의 및 추적을 위한 필터링 알고리즘 연구", *한국시뮬레이션학회 논문지*, 19(4), 199-208).

Kim, Y. H. (2010) "Its current status and South Korea's policy choice," *The Korean Journal of International Studies*, 50(5), 151-164.
(김영호 (2010), "탄도미사일 방어: 현황과 한국의 선택", *국제정치논총*, 50(5), 151-164).

Lee, J.-Y. and K.-H. Kwak (2008), "The optimal allocation model for SAM using multi-heuristic algorithm: Focused on theater ballistic missile defense," *IE Interfaces*, 21(3),, 262-273.
(이재영, 곽기훈 (2008), "복합-휴리스틱 알고리즘을 이용한 지대공 유도무기(SAM) 최적배치 방안: 탄도미사일 방어를 중심으로", *산업공학*, 21(3), 262-273).

Lee, K.-H., H,-P. Seo, Y.-S. Kwon and J. Kim (2015), "Analysis of the flight trajectory characteristics of

North Korea SLBM," *Journal of the Korea Society for Simulation*, 24(3), 9-16.
(이경행, 서형필, 권용수, 김지원 (2015), "북한 SLBM의 비행특성 해석", *한국시뮬레이션학회 논문지*, 24(3), 9-16).

Lee, S.-H. and I,-C. Jeong (2006), "Optimal allocation model of KDX for missile defense," *Journal of the Korea Society for Simulation*, 15(4), 69-77.
(이상헌, 정인철 (2006), "미사일 방어를 위한 KDX 최적배치모형 연구", *한국시뮬레이션학회 논문지*, 15(4), 69-77).

Littlestone, N. and M. K. Warmuth. (1994), "The weighted majority algorithm", *Information and Computation*, 108(2), 212-261.

Moon, K.-S. (2016) *Why do we need nuclear-powered submarines?*, Planet Media.
(문근식 (2016) "왜 핵추진 잠수함인가", 플래닛미디어).

Morton, D. P. (2011) "*Stochastic network interdiction*", Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, edited by James J. Cochran, John, Wiley & Sons, Inc.. New Jersey.

Morton, D. P., F. Pan and K. J. Saeger. (2007), "Models for nuclear smuggling interdiction", *IIE Transactions*, 39(1), 3-14.

Neheme, M. V. (2009) "*Two-person sum games for stochastic network interdiction: Models, methods, and complexities*", Ph.D. Dissertation, University of Texas at Austin.

Pan, F. and D. P. Morton (2008), "Minimizing a stochastic maximum-reliability path", *Networks*, 52(3), 111-119.

Park, H.-R. (2016) "An analysis on the strategic implication of the North Korean SLBM development and South Korea's necessary measures", *Journal of Strategic Studies,* 23(2), 85-114.
(박휘락 (2016) "북한 SLBM 개발의 전략적 의미와 대응 방향", 전략연구, 23(2), 85-113).

Park, T.-Y. and J.-S. Lim (2015) "RCS of ballistic missile based on radar position", *Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences,* 40(1), 209-216.
(박태용, 임재성 (2015) "레이더 위치에 따른 탄도미사일의 RCS 특성", 한국통신학회논문지, 40(1), 209-216).

Park, T.-Y. and J.-S. Lim (2016) "Method on radar deployment for ballistic missile detection probability improvement", *Journal of Korea Institute of Information and Communication Engineering,* 20(3), 669-676.
(박태용, 임재성 (2016) "탄도미사일 탐지확률 향상을 위한 레이더 배치 방안", 한국정보통신학회논문지, 20(3), 669-676).

Washburn, A. (2001), "A new kind of fictitious play", *Naval Research Logistics*, 48(4), 270-280.

Wood, R. K. (1993), "Deterministic network interdiction", *Mathematical and Computer Modeling*, 17(2), 1-18.

이 진 호 (jinho7956@gmail.com)

2002 해군사관학교 전기공학 학사
2006 연세대학교 산업공학 석사
2012 University of Texas at Austin 경영과학 박사
2012~ 현재 해군사관학교 국방경영학과 교수

관심분야 : 확률적 최적화, 시뮬레이션, 네트워크 최적화