

## 고체 입자형 MPS법을 이용한 토사물 퇴적 시뮬레이션

김경성\* · 유선진\*\* · 안일혁\*\*\*†

\* 동명대학교 조선해양공학부, \*\* 동명대학교 디지털미디어공학부, \*\*\* 동명대학교 기계공학부

## Simulation of Solid Particle Sedimentation by Using Moving Particle Semi-implicit Method

Kyung Sung Kim\* · Sunjin Yu\*\* · Il-Hyuk Ahn\*\*\*†

\* School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Tongmyong University, Busan 48520, Korea

\*\* School of digital Media Engineering, Tongmyong University, Busan 48520, Korea

\*\*\* School of Mechanical Engineering, Tongmyong University, Busan 48520, Korea

**요 약** : 입자기반 전산유체역학 기법은 유체역학에서의 라그랑지안 접근법에 기반을 두고 있다. 입자기반 방식은 입자 각각이 물리량을 가지고 움직이며 이러한 입자의 움직임을 추적하는 방식으로 유체의 거동을 구현할 수 있다. 이러한 방식은 격렬한 움직임에 의한 자유표면 혹은 경계면의 운동 재현에 우수성이 있으나 연속체역학을 위반할 수 있다는 문제점 역시 포함하고 있다. 이를 반대로 말하자면 특별한 조치를 취하지 않는 경우에는 연속체가 아닌 물질에 대한 구현이 매우 쉽게 가능하다는 것이기도 하다. 이에 따라, 기존의 유체에서 사용되는 입자기반 전산해석방식을 지배방정식 단계에서부터 고체입자형으로 변형이 가능하다는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 입자기반 전산해석방식을 고체입자에 알맞은 형태로 변환하였다. 변환을 위해 유체에서 사용되는 점성항을 제거하고 대신 마찰항을 추가하였다. 본 연구에서 개발된 고체입자형 전산해석 프로그램을 이용하여 고체입자의 붕괴를 구현하였으며 이를 유체입자 붕괴와의 비교를 통해 입증하였다. 또한 유체입자가 가질 수 없는 고체입자만의 특성인 안식각을 구현하여 고체입자를 위한 입자기반 전산해석 프로그램을 완성하였다.

**핵심용어** : 전산유체역학, 입자법, 고체입자운동, 고체 입자 상호 연성 모델, 토사물 퇴적

**Abstract** : The particle based computational fluid dynamics (CFD) method, which follow Lagrangian approach for fluid dynamics, fluid particle behavior by tracking all particle calculation physical quantities of each particle. According to basic concept of particle based CFD method, it is difficult to satisfy continuum theory and measure influences from neighboring particle. Article number density and weight function were used to solve aforementioned issue. Difficulties continuum mean simulate non-continuum particles such as solid including granular and sand. In this regard, the particle based CFD method modified solid particle problems by replacing viscous and surface tension forces friction and drag forces. In this paper, particle interaction model for solid particle friction model implemented to simulate solid particle problems. The broken dam problem, which is common to verify particle based CFD method, used fluid or solid particles. The angle of repose was observed in the simulation results the solid particle not fluid particle.

**Key Words** : CFD, Particle based CFD, Solid particle behavior, Particle interaction model for solid particle, Sedimentation

## 1. 서 론

지난 수십년간 수치해석 기법의 발달은 다양한 분야에서 이루어졌다. 그러나 컴퓨터 연산 능력의 한계로 인해 유체 역학 분야에서는 Eulerian 접근법을 사용하는 검사체적상의

유체의 유·출입을 이용한 방식을 주로 사용하였다. 컴퓨터 연산 능력의 발전으로 인해 입자 각각을 추적하여 입자가 가진 물리량을 계산하는 Lagrangian 접근법을 이용한 전산유체역학 기법을 재현할 수 있게 되었다.

Lagrangian 접근법을 따르는 입자법은 기법에 따라 크게 Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH)법과 Moving Particle Semi-implicit(MPS)법으로 나눌 수 있다. SPH법은 천문학으로

\* First Author : keiuskim@tu.ac.kr, 051-629-1655

† Corresponding Author : IHAHN@tu.ac.kr, 051-629-1632

부터 기인한 방식으로 입자 압력 계산에 상태방정식을 이용하는 것으로 시작하여 이 후 압력 계산의 정확도를 개선하기 위해 포아송 압력 계산 방법을 사용하는 iSPH으로 발전되었다(Monaghan, 1992; Crespo et al., 2015). 초기 개발부터 입자 유동 해석을 위해 개발된 MPS법은 압력 해법에 포아송 압력 계산 방법을 사용한다(Koshizuka and Oka, 1996). MPS법의 문제인 압력 진동은 Tanaka and Masunaga(2010)에서 제안된 다항식을 사용하는 포아송 소스항과 Lee et al.(2011)에서 제안된 다중 조건 자유 표면 입자 탐색법을 통해 개선되었다. MPS법은 이 후 그 적용성을 늘려 다상유동 연산을 수행하였다. Khayyer and Gotoh(2013)과 Shakibaeinia et al.(2011)에서는 다상유동시 발생하는 급격한 밀도변화의 완충을 위해 평균 입자수밀도 방식을 사용하여 다상유동 시뮬레이션을 수행하였다. Kim et al.(2014)에서는 Nomura et al.(2001)에서 제안된 표면장력 모델을 개선하고, Shirakawa et al.(2001)에서 제안된 부력수정항의 물리적 강화를 통해 자가부력항을 개발하여 기존의 MPS법에 적용, 3상유체 슬로싱 문제를 시뮬레이션 하였다. SPH법과 MPS법의 특성 차이의 연구는 Bakti et al.(2016)에서 연구되었다.

본 연구에서는 상기 언급된 MPS법의 확장성을 고려하고 입자법의 특성인 입자 추적에 기인한 고체 입자 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 고체 입자의 경우 유체 입자가 가지는 점성항이 없고, 표면장력 역시 존재하지 않는다. 그러나 고체 입자의 특성에서 마찰력과 항력이 존재한다. 이에 따라 기존의 입자법에서 점성항과 표면장력항을 삭제하고 마찰력과 항력항을 추가하였다. 새로이 개발된 고체 입자형 MPS법을 이용하여 고체 입자 기둥의 붕괴를 시뮬레이션하였고, 같은 문제에 대해 기존의 MPS법인 유체 입자를 사용한 시뮬레이션과 비교하여 고체 입자 모델의 적용 효과를 확인하였다. 또한 고체 입자가 붕괴 또는 퇴적 시 생성되는 안식각을 이론식 및 실험값과 비교하여 고체 입자를 위한 MPS법을 개발하였다.

## 2. 고체 입자형 Moving Particle Semi-implicit 법

입자법 중 하나인 Moving Particle Semi-implicit 법은 라그랑지안 접근법을 따른다. 라그랑지안 접근법은 유체의 동적 문제 해석에 적합하도록 설계되었으며 대표적인 동적 문제로는 ‘땀 붕괴 문제’와 ‘슬로싱’이 있다. 입자법은 앞서 언급한 문제의 해석을 위해 지배방정식으로 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 가진다.

$$\frac{d\rho}{dt}=0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \sigma \kappa \vec{n} + \vec{F} \quad (2)$$

여기서  $\rho[kg/m^3]$ 는 유체의 밀도,  $\vec{u}[m/s]$ 는 입자의 속도,  $t[s]$ 는 시간,  $\nabla$ 는 구배,  $P[kg/m^2 \cdot s^2]$ 는 압력,  $\mu[kg/m \cdot s^2]$ 는 점성계수,  $\sigma[kg/s^2]$ 는 표면장력 계수,  $\kappa$ 는 경계면의 곡률,  $\vec{n}$ 는 경계면의 단위법선벡터,  $\vec{F}[kg/m^2 \cdot s^2]$ 는 외력,  $\nabla^2$ 는 라플라시안을 각각 나타낸다. 여기서 외력  $\vec{F}$ 는 중력에 의한 외력만을 고려하였다. MPS법은 라그랑지안 접근법을 따르며 입자간의 영향력을 계산하는 방식이므로 각각의 차분항은 입자법 형태로 바꾸어주어야 한다. 입자법형 차분법의 자세한 내용은 Kim and Kim(2017)에서 찾을 수 있다.

상기 기술한 바와 같이 입자법은 유체역학의 해석을 위한 설계를 바탕으로 이루어졌기 때문에 Dumping 문제와 같은 고체 입자 해석을 위해서는 입자법 지배방정식의 수정이 필요하다. 식(2)에 있는 점성항과 표면장력항은 고체입자에서는 사용되지 않으며, 이와 대응되는 항인 항력과 마찰력 항으로 수정하면 위의 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \vec{F}_f + \vec{F}_D + \vec{F} \quad (3)$$

여기서  $\vec{F}_f$ 는 마찰력 그리고  $\vec{F}_D$ 는 항력을 나타낸다. 항력은 물체는 지나가는 유동에 의해 발생한다. 고체 입자 주위에 액체유동이 존재하지 않을 시 공기 등에 발생하는 항력은 다른 힘들에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다. 따라서 본 연구에서는 항력이 존재하지 않는 경우의 문제를 해석하였으며, 이에 따라 항력항을 제외하였다.

입자 간 영향력 계산을 위해 중심입자에 대한 주변입자의 영향은 가중치 함수를 통해 계산된다. 가중치 함수는 중심입자에 대한 주변 입자의 영향을 함수로 표현한 것이다. 이를 통해 입자간 상호작용을 계산할 수 있으며, 입자법에서 위배될 수 있는 연속체 역학을 만족시킬 수 있다. 본 연구에 사용된 가중치함수는 다음과 같다.

$$w(r_{ij}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{r_{ij}}{r_e}\right)^3 \left(1 + \frac{r_{ij}}{r_e}\right)^3 & (0 \leq r_{ij} < r_e) \\ 0 & (r_e < r_{ij}) \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $r_{ij}$ 는 중심입자  $i$ 와 주변입자  $j$ 사이의 거리이며,  $r_c$ 는 유효입계거리이다. 본 연구에서  $r_c$ 는  $2.1 \times l_0$ 이며  $l_0$ 는 초기 입자 배치에서 입자간 거리이다. 본 연구에서  $r_c$ 값은 수치 테스트를 통해 설정하였다. 식(4)에 의하면 중심입자와 주변입자의 거리가 유효입계거리를 벗어나게 되면 주변입자는 중심입자에 영향을 끼치지 않는다.

입자법의 입자간 상호작용을 위한 또 다른 특별한 처리는 입자수밀도이다. 입자수밀도는 중심입자의 가중치함수의 합으로 구할 수 있으며 이는 유체역학적 관점의 밀도를 입자법의 형식으로 대체한다. 가중치 함수와 입자수밀도를 통해 입자와 입자사이의 불연속성을 완화하여 연속체를 유지할 수 있다. 본 연구에서 사용한 입자수밀도는 다음과 같다.

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(r_{ij}) \quad (5)$$

본 연구에서는 고체 입자의 연성을 위해 새로이 마찰력 모델을 도입하였다. 마찰력은 수직 방향의 힘과 마찰력계수의 조합으로 구할 수 있다. 수직 방향의 힘 중 하나인 관성력은 가속도에 기인한 힘으로, 이를 위해 Fig. 1과 같이 중심입자와 주변입자의 상대속도를 통한 상대가속도를 사용하여 계산하였다.

$$\vec{F}_{inertia} = \sum_{j \neq i} \frac{1}{2} (\mu_i + \mu_j) [\rho_j \vec{a}_{n,j} - \rho_i \vec{a}_{n,i}] \vec{t}_{ij} \quad (6)$$

(when  $\rho_j a_{n,j} - \rho_i a_{n,i} > 0, \vec{F}_{inertia} = 0$ )

여기서  $\vec{a}$ 는 입자의 가속도,  $\vec{t}_{ij}$ 는 마찰력의 단위 접선 벡터이다. 식(6)에서 보이는  $\mu_i$  및  $\mu_j$ 는 중심입자  $i$ 와 주변입자  $j$ 의 점성계수이다.

마찰력을 구성하는 요소 중 다른 하나는 중심 입자 상부에 쌓인 주변입자들의 무게이다. 입자가 쌓이는 상황에서 누적된 입자의 무게는 정수압과 비슷한 형태이며, 마찰력을 계산하기 위해서는 반드시 필요한 요소이다. Fig. 2에서와 같이 중심입자 상부부터 자유표면까지의 입자 배치를 분석하고 중심입자의 x방향으로  $a \times l_0$  떨어진 거리에 있는 상부 입자를 더하여 누적입자무게를 계산하였다.

$$p_{h,i} = \sum_{j \neq i} \rho_j g \quad (7)$$

if only  $z_j > z_i$  and  $x_i - a \times l_0 < x_j < x_i + a \times l_0$

$$p_{s,ij} = \frac{p_{h,i} + p_{h,j}}{2} \quad (8)$$

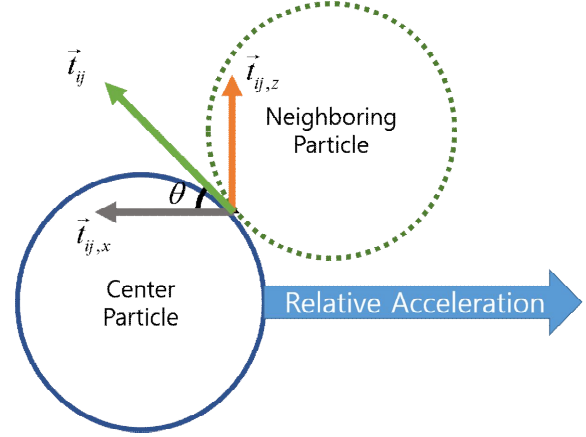


Fig. 1. Schematic Diagram of Friction Force Direction.

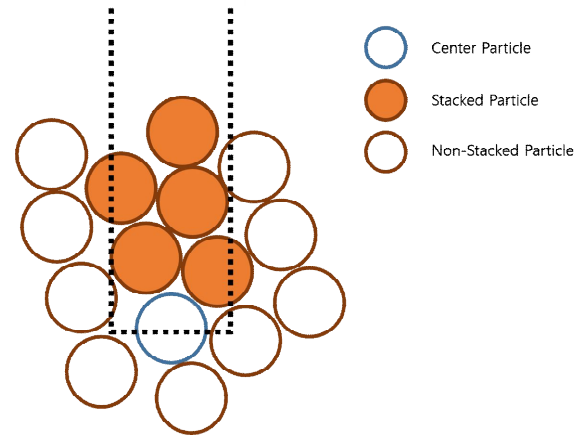


Fig. 2. Particle Stacking Effects Model.

여기서  $p_{h,i}$ 는 누적입자에 대한 무게,  $p_{s,ij}$ 는 누적 입자 무게를 평균 무게로 환산한 무게, 이며  $x$ 와  $z$ 는 입자의 좌표 계상의 위치를 나타낸다. 본 연구에서는 입자의 누적 무게의 과대평가를 피하기 위해  $a$ 의 값을 수치 실험을 통해 0.65를 도출하였다. 수치 실험 방식은 입자를 적층시켜 놓고 압력을 측정하고 이를 이론값과 비교하였다. 누적 무게로 인한 마찰력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\vec{F}_{f,accumulate} = \sum_{j \neq i} \frac{1}{2} (\mu_j + \mu_i) p_{s,ij} \sin \theta_{ij} \vec{t}_{ij} \quad (9)$$

마찰력을 구성하는 요소 2가지로부터 중심입자의 마찰력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{friction} &= \vec{F}_{i,inertia} + \vec{F}_{i,accumulate} \\ &= \frac{1}{2} (\mu_j + \mu_i) \sum_{j \neq i} [(\rho_j \vec{a}_{n,j} - \rho_i \vec{a}_{n,i}) + p_{s,ij} \sin \theta_{ij}] \vec{t}_{ij} \end{aligned} \quad (10)$$

마찰력은 일반적으로 정지마찰력과 운동마찰력 간의 차이가 존재한다. 정지마찰력과 운동마찰력 간의 차이는 본 연구의 목적인 토사의 경우 그 값이 매우 작다. 따라서 본 연구에서는 문제의 단순화를 위해 정지마찰력만을 고려하였다.

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

토사의 투하 문제에 대한 시뮬레이션을 하기 이전에 고체 입자 연성 모델을 검증하였다. 검증 문제는 입자법에서 기본적으로 검증에 Fig. 3 과 같은 사용하는 2차원 댐 붕괴 문제에 각각 유체 입자와 고체 입자를 적용한 시뮬레이션을 수행 후 비교하였다. 시뮬레이션을 위한 입자의 특성은 Table 1에 나타나 있다. 본 시뮬레이션에서는 총 3,700개의 입자를 사용하였으며 이 중 붕괴 유체 또는 고체 입자로는 1,800개를 사용하여 초기 입자간 거리를 0.005 m로 설정하였다. 여기서 초기 입자간 거리는 수치실험을 통한 민감도 분석을 통해 결정되었다. 입자간 거리는 전체 사용한 입자수와 관계가 있으며 이는 결과의 정확도와 관계가 있다. 많은 입자를 사용하면 정확도는 상승하지만 연산시간 역시 상승하는 단점이 있다. 따라서 적절한 입자간 거리 설정을 통해 사용된 입자수의 설정은 중요하다.

고체입자의 경우 입자의 형상이 중요한 요소가 된다. 그러나 입자법 중 하나인 MPS법에서는 입자의 형태는 직접적으로 설정하지 않는다. 즉, 입자를 하나의 점으로 표현하며, 기하학 또는 부피 등의 공간에 관한 오류는 앞서 언급한 가중치함수를 통해 설정할 수 있다. 즉, 입자의 형태는 질점으로 표현되지만 가중치함수로 인해 원형의 입자로 인식될 수 있다. 고체 형상에 대한 연구는 지속적으로 수행해 나갈 예정이다.

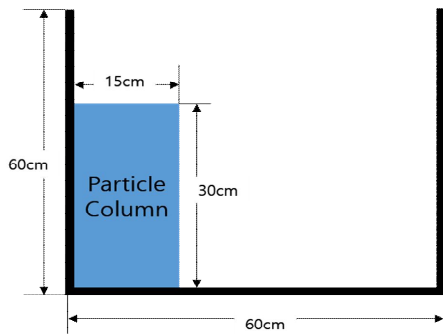


Fig. 3. Schematic Diagram of Simulation Model.

Table 1. Characteristics of Fluid and Solid Particle

Particle	Density ( $kg/m^3$ )	Viscosity ( $m^2/s$ )	Friction Coefficient
Fluid1	1000	$1.0 \times 10^{-2}$	-
Fluid2	1000	$1.0 \times 10^{-6}$	-
Solid1	1000	-	0.2
Soild2	1000	-	0.4

Fig 4는 입자 붕괴 시뮬레이션의 시간 별 결과를 보여주 고 있다. Fig. 4 (a)와 (b)는 동점성계수가 각각  $1.0 \times 10^{-2}$ 일 때와  $1.0 \times 10^{-6}$ 일 때의 결과이다. (a)의 경우 높은 점성에 의해 비-뉴턴 유체에서 나타나는 독특한 형태의 Leading Edge가 관찰되고, 낮은 점성을 가진 (b)의 경우는 (a)에 비해 날카로운 형태를 가진다. 또한 점성력은 입자의 진행에 저항하는 힘으로 작용하므로 (a)의 경우 (b)에 비해 상대적으로 낮은 속도를 가지게 되며 이로 인해 오른쪽 벽을 충격하는 힘이 적어 (b)와 같이 분쇄되는 형태는 나타나지 않는다.

(a)와 (b)의 경우와는 달리 고체 입자를 적용한 (c)와 (d)의 경우는 다른 형태를 보인다. 유체 입자를 적용한 경우 유체의 압력에는 강하나 아주 작은 전단응력에도 지속적으로 변하는 특성으로 인해 입자 기둥의 아랫부분부터 붕괴가 시작된다. 그러나 (c)와 (d)의 고체 입자를 적용한 경우, 유체 입자의 특성이 나타나지 않으며 벽으로 지지되는 왼쪽면은 큰 움직임이 관측되지 않았으며, 반면 지지력이 없는 오른쪽면이 마찰력을 넘어서는 중력의 영향으로 이탈되어 떨어져 나오는 형태를 보인다. 이는 고체 입자의 경우, 토사의 붕괴를 고려하였을 시 상부 입자들의 누적 중량에 의한 하부 밀림이 관찰되나 두드러진 움직임은 상부 입자의 입자 기둥 이탈에 의한 낙하에 기인한 형태인 고체 입자의 특성을 잘 따르고 있다고 사료된다.

자세한 고체 입자의 특성을 파악하기 위해 유체 입자와 비교하여 가장 두드러진 특징인 안식각에 대한 연구를 수행하였다. Fig. 4 (a)-(d)에서 보이는 것과 같이 유체의 경우 공기층 또는 유체 외의 입자와의 경계를 이루는 자유표면은 항상 지표면과 평행한 형태로 놓이게 되지만, 고체 입자의 경우 안식각을 가지고 정지하여 힘 평형 상태에 놓이게 되는 차별화되는 특징을 가지고 있다. Glover(1995) 등에 의해 실험된 안식각의 이론적 근사식은 다음과 같다.

$$\tan(\theta) \approx \mu_i \tag{11}$$

여기서  $\theta$ 는 지표면과 붕괴 후 정지한 고체 입자와의 각도, 즉 안식각이며,  $\mu_i$ 는 관찰하고자 하는 물체의 마찰계수이다.

고체 입자형 MPS법을 이용한 토사물 퇴적 시뮬레이션

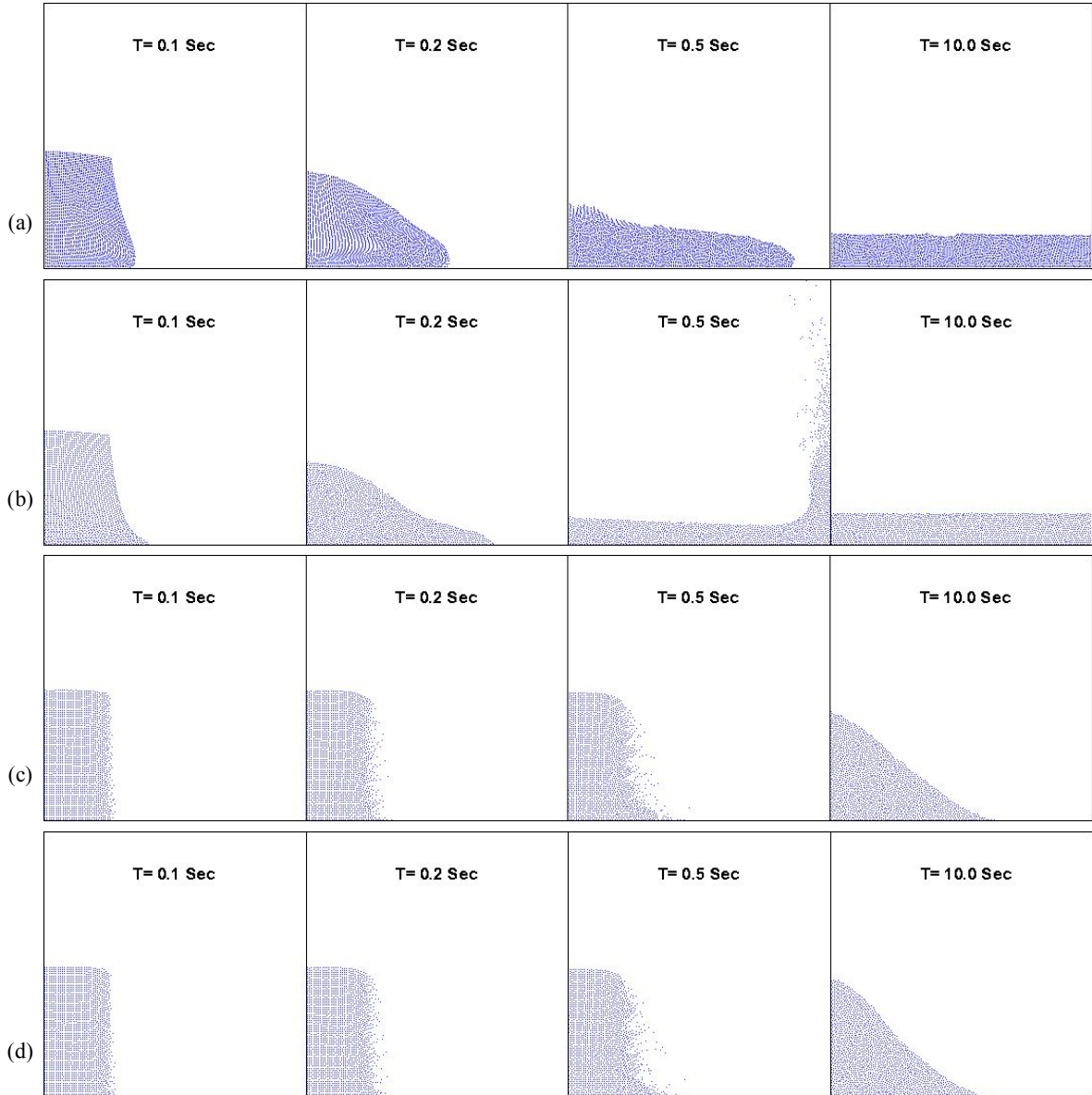


Fig. 4. Snapshots from Fluid and Solid Particle Simulation (a)  $\nu=1.0 \times 10^{-2}$ , (b)  $\nu=1.0 \times 10^{-6}$  (c) Friction coef. = 0.2, (d) Friction coef.= 0.4.

Glover(1995)를 포함한 다수의 연구자들의 의견에 따르면 고체입자의 경우 고려해야할 요건, 즉 입자의 크기, 형태, 수분의 포함정도에 따라 다양하게 바뀔 수 있기 때문에 식(11)은 일반적으로 사용되지만 정확한 이론값이라 볼 수 없다. 따라서 실험으로 구하여진 값과의 비교를 통해 시뮬레이션 결과의 검증을 시도하였다. 본 연구에서 고체 입자를 위해 사용된 물리량값인 점토(clay)의 마찰력계수는 0.25~0.4이며 이에 대한 실험으로 구한 안식각은  $25^\circ \sim 40^\circ$ 이다. Fig. 5와 Fig. 6는 마찰력 계수가 각각 0.2와 0.4인 시뮬레이션에서의

최종 시뮬레이션 결과로부터 안식각을 구한 것이다. 안식각 측정은 실험과 유사한 방식으로 바닥면과 무너진 토사간의 각도를 측정하였다. 시뮬레이션 결과에서 지면상부의 경우 안식각이 조금 더 크게 나타남을 알 수 있다. 이는 입자의 적층 압력이 하부보다 낮기 때문으로 사료된다. 안식각의 실험값과의 비교를 통해 고체 입자 모델을 이용한 MPS법이 고체 입자의 특성과 그로 인한 물리적 현상을 잘 표현하고 있다.

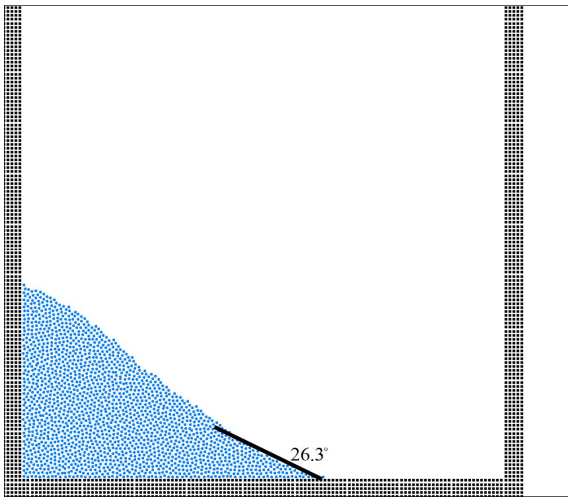


Fig. 5 Angle of Repose for 0.2 Friction Coefficient.

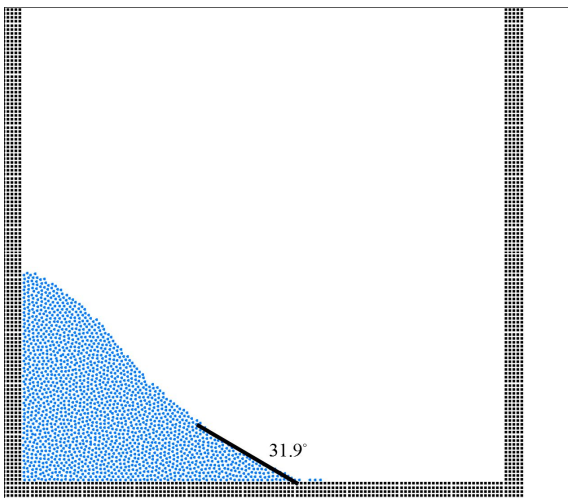


Fig. 6 Angle of Repose for 0.4 Friction Coefficient.

#### 4. 결론

본 연구에서는 유체 입자만을 사용하였던 입자법을 고체 입자 수치 시뮬레이션에 적용하였다. 고체 입자가 가진 특성을 구현하기 위해 마찰력 항을 추가로 도입하였으며, 고체 입자에서 사용하지 않는 점성항은 배제하여 고체 입자 시뮬레이션 기법에 대한 연구를 수행하였다.

시뮬레이션 결과 동일 문제에 대해 유체 입자를 이용한 시뮬레이션은 점성이 높은 경우에 대해서도 바닥면과 평행하게 자유표면이 생성되는 것을 확인할 수 있었으며, 고체 입자 모델을 적용한 경우 고체 입자만의 고유 특성인 안식각을 가지며 안정화를 가짐을 확인하였다. 이는 기존의 유체 입자만을 모사하는 방식을 벗어나 라그랑지안 접근법의

적용이 적합한 고체 입자의 수치해석에도 사용할 수 있음을 알 수 있다. 더 나아가 향후 유체 중 고체 입자의 운동 등에 대한 수치해석을 통해 토사의 퇴적, 침식 등에 대한 다양한 문제에 대한 입자법을 이용한 접근이 용이함을 확인하였다.

#### 후 기

이 논문은 2017학년도 동명대학교 교내학술연구비 지원에 의하여 연구되었음 (과제번호/ 2017F030).

#### References

- [1] Bakti, F. P., M. H. Kim, K. S. Kim, J. C. Park(2016), Comparative study of standard WC-SPH and MPS solvers for free-surface academic problems, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 26(3), pp. 235-243.
- [2] Crespo, A. J. C., J. M. Domínguez, B. D. Rogers, M. Gómez-Gesteira, S. Longshaw, R. Canelas, R. Vacondio, A. Barreiro and O. García-Feal(2015), DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), *Computer Physics Communications*, 187, pp. 204-216.
- [3] Glover, T. J.(1995), *Pocket Ref.* Sequoia Publishing, ISBN 978-1885071002.
- [4] Khayyer, A. and H. Gotoh(2013), Enhancement of performance and stability of MPS mesh-free particle method for multiphase flows characterized by high density ratios, *J. Comput. Phys.*, 242, pp. 211-233.
- [5] Kim, K. S., M. H. Kim and J. C. Park(2014), Development of Moving Particle Simulation Method for Multiliquid-Layer Sloshing, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, dx.doi.org/10.1155/2014/350165.
- [6] Kim, K. S. and M. H. Kim(2017), Simulation of the Kelvin-Helmholtz Instability using a multi-liquid moving particle semi-implicit method, *Ocean Engineering*, 130(2017), pp. 531-541.
- [7] Koshizuka, S. and Y. Oka(1996), Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear science and engineering*, 123(3), pp. 421-434.
- [8] Lee, B. H., J. C. Park, M. H. Kim and S. C. Hwang(2011), Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads, *Comput. Methods Appl Mech Eng.*, 200(9), pp. 1113-1125.

- [9] Monaghan, J. J.(1992), Smoothed Particle Hydrodynamics, *Annu. Rev Astron Astrophys*, 30, pp. 543-574.
- [10] Nomura, K., S. Koshizuka, Y. Oka, and H. Obata(2001), Numerical analysis of drop breakup behavior using particle method, *J. Nucl. Sci. Tech.*, 38(12), pp. 1057-1064.
- [11] Shirakawa, N., H. Horie, Y. Yamamoto, and S. Tsunoyama (2001), Analysis of the Void Distribution in a Circular Tube with the Two-Fluid Particle Interaction Method, *J. Nucl. Sci. Tech.*, 38(6), pp. 392-402.
- [12] Tanaka, M. and T. Masunaga(2010), Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility, *J. Comput. Phy.*, 229(11), pp. 4279-4290.

---

Received : 2017. 12. 07.

Revised : 2018. 01. 15. (1st)

: 2018. 02. 06. (2nd)

Accepted : 2018. 02. 26.