

국내 석탑의 강성, 고유진동수 및 감쇠비에 관한 연구

Study on the Joint Stiffness, Natural Frequency and Damping Ratio of Stone Pagodas in Korea

이 성 민* 최 희 수** 이 기 학*** 이 찬 희**** 조 영 훈****
Lee, Sung-Min Choi, Hee-Soo Lee, Ki-Hak Lee, Chan-Hee Jo, Young-Hoon

Abstract

Following the earthquake that shook the city of Gyeongju, Korea, in 2016, it became apparent that research on the safety of cultural heritages against the seismic hazards is necessary in Korea. Predictions of how historically significant stone pagodas would behave the earthquakes anticipated in near future, which are the subject of this study, is also required. In this study, the dynamic characteristics of 15 cultural heritage designated stone pagodas of Korea were investigated, including natural frequency and damping ratio, and the stiffness of the stone material and its contact area were determined using eigenvalue analysis by assuming the stone pagodas to be multi-degree-of-freedom structures. The results of this study enable the structural modeling of stone pagodas using a finite element analysis program and the method is expected to be useful in assessing the structural safety of stone pagodas against vertical loads as well as lateral forces, including earthquakes. Also, by identifying the dynamic characteristics of the structures, the results of this study can be utilized as a nondestructive testing method to determine the rigidity of cultural heritage structures and to identify inherent problems. The natural frequencies of the Korean stone pagodas were measured to be within 3.5~8.3Hz, excluding cases with distinct natural frequency results, and it was determined that the natural frequencies of the stone pagodas are influenced by various parameters including the height and joint stiffness of the structures.

Keywords : Historic masonry stone pagodas, Natural frequency, Dynamic characteristics, Eigenvalue analysis

1. 서론

석탑의 구조안전성은 크게 정적안전성과 동적안전성으로 나누어 생각할 수 있다. 정적안전성은 석재의 연직방향 하중, 석재의 강도 및 구조형식, 석재 접촉면의 상태 등의 영향을 받는다¹⁾. 동적안전성은 지진, 바람 등의 영향에 대한 안전성을 의미하는데, 석탑처럼 치석된 석재를 다층으로 쌓아 올려 구축한 구조물에서는 석재 접촉면의 마찰력, 가력 속

도, 전단강성 등이 그 동적특성에 큰 영향을 미친다²⁾⁹⁾. 본 연구에서는 석탑문화재의 동적특성을 연구함으로써 다음과 같은 사항을 규명해보고자 한다.

2016년 경주 지진의 사례에서 볼 수 있듯 우리나라 지진에 대하여 문화재의 안전성에 대한 연구가 아직 미비한 상태이다. 본 연구의 대상인 석탑문화재에 대해서도 지진이 발생할 경우 어떤 거동을 할지에 대해서도 예측되는 연구가 없는 상황이다.

또 구조물의 짜임새가 느슨해지거나 균열이나 공극 등 결함이 있을 경우 강성이 낮아지므로 동적특성, 특히 고유진동수도 낮아지게 된다. 따라서 동적특성을 파악함으로써 구조체의 견고성을 간접적으로 추정할 수도 있다.

요즘은 비선형해석과 유한요소해석이 가능하며 또 불연속면을 모델링을 통해 구현할 수 있도록 개발된 컴퓨터 프로그램이 사용되고 있다¹¹⁾. 그러나 불연속면의 물성을 파악하지 않고서는 이러한 프로그램을 이용하여 실제 거동을 예측하기란 매우 곤

* 교신저자, 정회원, (재)한국건설품질연구원 부원장, 공학박사
Korea Construction Quality Research Center(KCQR)
Tel: 031-753-0657 Fax: 031-753-0669
E-mail: safecity@empal.com

** 정회원, 탑문화재기술, 이학박사
Top Cultural Heritage Tech.

*** 정회원, 세종대학교 건축공학부 교수, 이학박사
Architectural Engineering, Sejong University

**** 정회원, 공주대학교 문화재보존과학과 교수, 이학박사
Dept. of Cultural Heritage Conservation Science,
Kongju National University

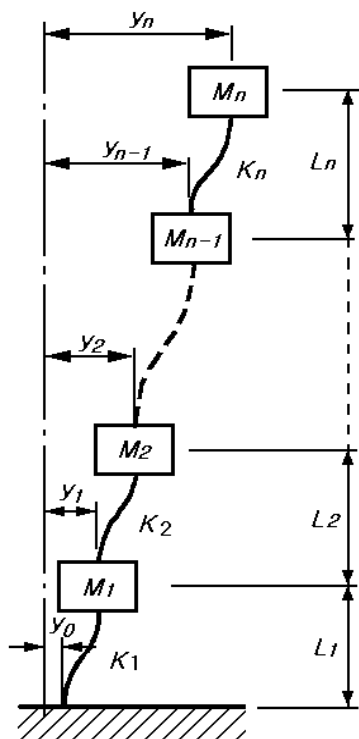
란하다.

이를 위해 본 연구에서는 국내 15개 석탑에 대해 진동을 직접 측정하거나 진동 측정 자료를 통해 대상 문화재의 고유진동수, 감쇠율 등 동적특성을 파악하여 동적특성에 미치는 요인들을 분석하고 고유치해석을 통해 접합부 강성을 산정하였다.

2. 석탑구조물의 동적 모델과 해석

2.1 동적모델 가정

Lee et al.(2004)은 석탑구조물에 대해 <Fig. 1>과 같이 다자유도계 모델로 가정하여 고유치해석을 통해 접합부 강성을 구하는 방법을 연구한 바 있다³⁾. 예를 들어 정림사지 오층석탑은 <Fig. 2>와 같이 29자유도계로 가정할 수 있다⁴⁾.

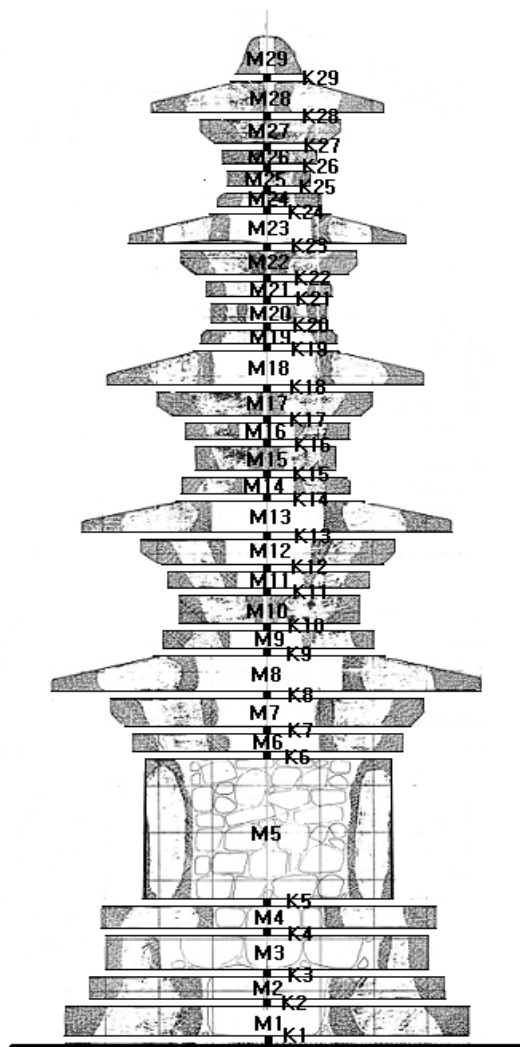


<Fig. 1> Shear mode of lumped mass system

비감쇠 n자유도계 모델의 자유진동을 생각해 보면, 그 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$[M] \{\ddot{y}\} + [K] \{y\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서 질량행렬 $[M]$ 과 강성행렬 $[K]$ 는 각각 식 (3) 및 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.



<Fig. 2> Model of five-story stone pagoda at Jeongnimsa temple site

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & \dots & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2+K_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -K_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & K_{n-1}+K_n & -K_n \\ 0 & 0 & \dots & -K_n & K_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

대상 모델의 고유진동수는 식 (1)의 해를 구하는 과정에서 고유치해석을 함으로써 구할 수 있다. 그런데 대부분의 석탑구조물은 자유도계의 차수가 높기 때문에 컴퓨터 프로그램을 사용하지 않고서는 이 다항식의 해를 구하기가 어렵다. 본 연구에서는 수학적 프로그램인 'Maple 12'를 사용하여 고유치 해석을 수행하였다.

2.2 고유치해석과 불연속면의 스프링상수

석재 접촉부의 스프링상수는 응력 크기에 따라 변화하는 것으로 연구된 바 있으나^{4),11)} 본 연구에서는 각 층 석재 접촉부의 스프링상수 및 각 층 석재의 질량 밀도는 동일한 것으로 가정하고 진동 성분으로는 전단진동만 고려한다. 단위 면적당 스프링상수를 $k(\text{kg/cm}^2/\text{cm})$ 라고 하고, 단위 체적당 질량을 m 이라고 하면 i 층의 스프링상수 K_i 및 질량 M_i 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_i = k \cdot A_i \quad (\text{kg/cm}^2/\text{cm}) \quad (4a)$$

$$M_i = m \cdot V_i \quad (\text{kg}) \quad (4b)$$

여기서 A_i 는 각 층 석재 접촉면의 투영 면적, V_i 는 각 층 석재의 부피이다.

고유치해석을 통해 계산된 1차 고유진동수 f_1 과 측정된 고유진동수 f_{act} 로부터 스프링상수를 구하는 식은 다음과 같다.

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = f_{act} \quad (\text{Hz}) \quad (5)$$

3. 동적특성 측정

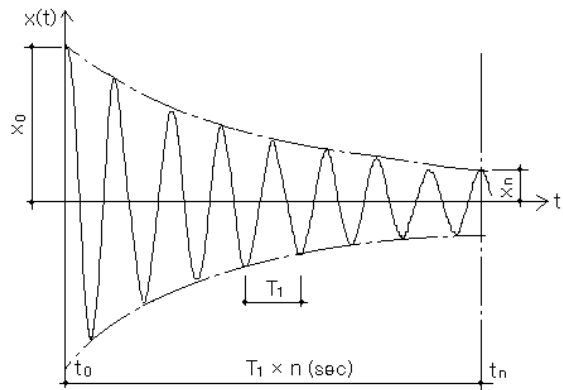
3.1 고유진동수 측정

서정리 구층석탑, 성주사지 오층석탑, 성주사지 삼층석탑의 고유진동수는 Yoon(2003)이 연구한 보고서⁷⁾를 참고하였고, 나머지 문화재들의 고유진동수는 본 연구진이 직접 측정한 자료를 바탕으로

판단하였다. 본 연구진이 직접 진동을 측정할 경우, 진동 장비로 BlastmateIII를 사용하였고, 석탑 전체의 거동특성을 파악하는 것이 목적이므로 최대한 상부에 센서를 설치하였다. 문화재가 대상물이므로 고무망치를 이용하여 인력 가진을 하였다. 고유진동수를 측정하면 당연히 남-북방향과 동-서방향의 고유진동수가 다르게 나타난다. 또 석재 날개 단위의 진동성분이 나타나기도 한다. 이중 낮은 방향의 1차 진동수를 1차모드 고유진동수, 높은 방향의 1차 진동수를 2차모드 고유진동수라고 할 때 본 논문에서는 1차모드 고유진동수를 대상으로 하였다.

3.2 감쇠비 산정

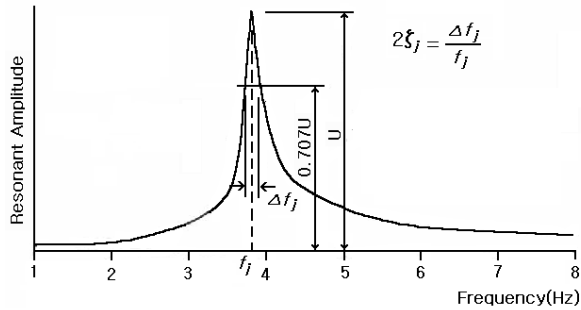
감쇠비는 가진을 할 경우와 자유진동을 할 경우가 다르며 가진 방법이나 가진력의 크기에 따라 서로 차이가 있다. 감쇠비를 산정하는 첫째 방법으로, 대상구조물이 점성감쇠 형태를 가진 것으로 가정하고, 시간이력데이터에서 자유진동곡선을 이용하여 식 (7)과 같이 감쇠비 ζ 를 산정하였다.



<Fig. 3> Free decay curve method

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n} \quad (6)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \approx \frac{\delta}{2\pi} \quad (7)$$



<Fig. 4> Half power bandwidth method

그런데 측정된 시간이력 파형이 전반적으로 예민하고 여러 진동 성분이 함께 나타나기 때문에 시간이력파형을 이용하여 감쇠율을 산정하기가 곤란한

경우가 많았다. 이 경우 2번째 방법으로 하프파워법을 사용하였는데, FFT 분석을 통한 파워 스펙트럼을 이용하여 <Fig. 4>의 방식으로 감쇠율 ξ 를 구하였다.

4. 분석 및 평가

4.1 석탑의 고유진동수에 대한 검토

15개의 대상 석탑문화재의 1차 모드 고유진동수를 측정된 결과, 1.8~13.0Hz 범위였다. 이중 수치가 두드러진 무량사 오층석탑과 서정리 구층석탑을 제외하면 전반적으로 3.5~8.3Hz 범위 내에 있는 것으로 판단되었다. 여기서 성주사지 오층석탑의 경

<Table 1> Dynamic test result of stone pagodas

| No. | Name of cultural heritage | Classification number | Height (m) | Natural frequency(Hz) | Joint Stiffness $kgf/cm/cm^2$ | Deg. of freecom | Damping ratio(%) |
|-----|--|-----------------------|------------|-----------------------|-------------------------------|-----------------|------------------|
| 1 | Five-story stone pagoda at Jeongnimsa temple site | National Treasure 9 | 8.9 | 4.5 | 9.9 | 29 | 1.2 |
| 2 | Five-story stone pagoda of Muryangsa temple | Treasure 185 | 7.4 | 13.0 | 26.7 | 19 | 3.7 |
| 3 | Three-story stone pagoda at Heungbeopsa temple site | Treasure 464 | 3.8 | 8.3 | 5.9 | 13 | 2.3 |
| 4 | Three-story stone pagoda at Seollimwon temple site | Treasure 444 | 4.7 | 5.3 | 8.0 | 13 | 1.7 |
| 5 | Nine-story stone pagoda in Seojeong-ri | Treasure 18 | 5.9 | 1.8 | - | 21 | 0.8 |
| 6 | Five-story stone pagoda at Seongjusa temple site | Treasure 19 | 6.3 | 3.9 | - | 17 | 1.1 |
| 7 | West three-story stone pagoda at Seongjusa temple site | Treasure 47 | 4.0 | 7.7 | - | 12 | - |
| 8 | Five-story stone pagoda in Tamni-ri | National Treasure 77 | 9.6 | 3.9 | 2.0 | 8 | 1.9 |
| 9 | Stupa of stone pagoda Jigwang from Beopcheonsa temple site | National Treasure 101 | 5.4 | 7.4 | 11.0 | 12 | 0.8 |
| 10 | Seven-story stone pagoda of Naksansa temple | Treasure 499 | 4.3 | 6.8 | 5.30 | 20 | 2.0 |
| 11 | Seven-story stone pagoda in Tappyeong-ri, Chungju | National Treasure 6 | 14.5 | 5.5 | 18.8 | 24 | 3.5 |
| 12 | Seven-story stone pagoda of Simgoksa temple | Jeonbuk Local 192 | 3.4 | 5.2 | - | 13 | 1.3 |
| 13 | Multi-story brick pagoda of Silleuksa temple | Treasure 226 | 9.4 | 5.8 | - | - | 0.9 |
| 14 | Thirteen-story stone pagoda at Jeonghyesa temple site | National Treasure 40 | 5.9 | 4.3 | - | 14 | 2.4 |
| 15 | Five-story stone pagoda at Bonggeopsa temple site | Treasure 435 | 6.0 | 3.6 | 2.0 | 13 | 2.0 |

우 참고문헌⁷⁾에서는 1차 고유진동수를 4.957Hz로 판단하였으나, 연구자료를 분석한 결과 본 연구진은 1차모드 고유진동수를 3.9Hz로 판단하였다.

석탑의 높이와 고유진동수의 관계성을 분석한 결과, 전반적으로 높이가 높아질수록 고유진동수는 낮아지는 것으로 파악되었다. 여기서 높이가 증가한다는 의미를 2가지로 판단해볼 수 있는데, 첫째는 자유도수가 높아진다는 의미이고 둘째는 질량이 증가한다는 의미이다. 석탑문화재는 변동계수가 높으므로 앞으로 실측을 더 많이 하여 표본 수를 늘리면 더 신뢰성이 있는 결론을 내릴 수 있을 것이다.

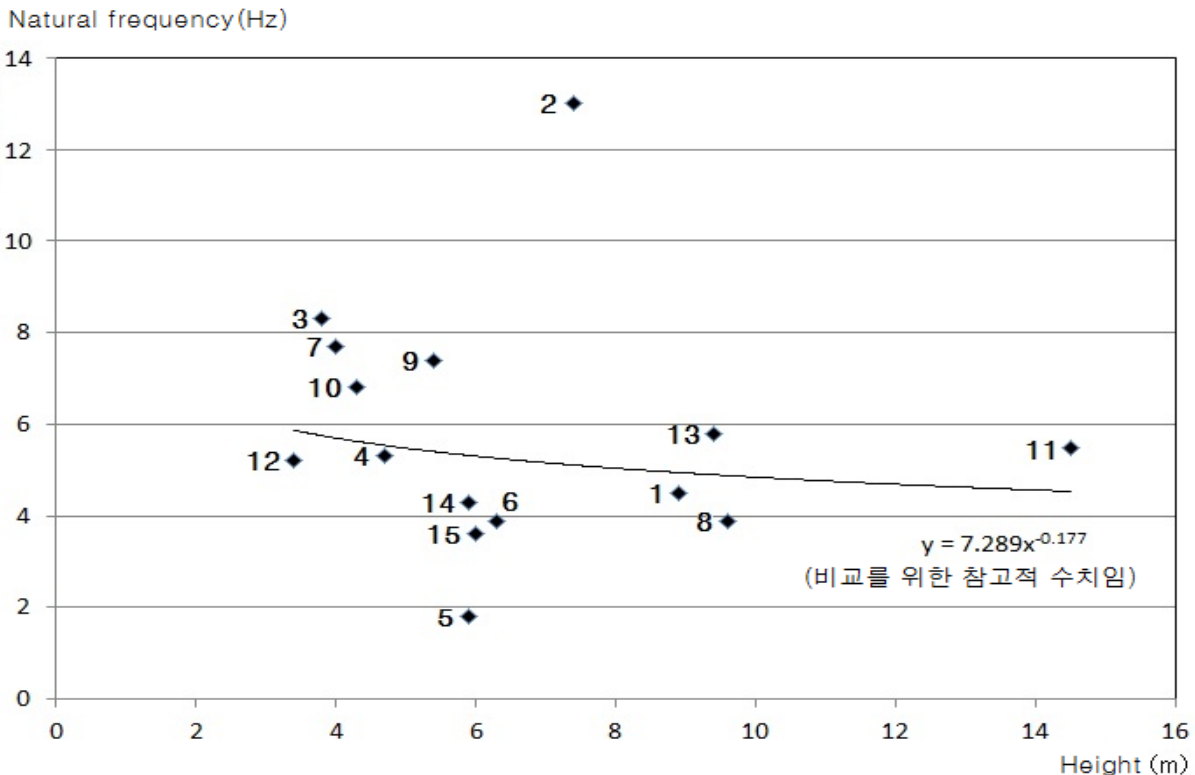
무량사 오층석탑과 법천사지 지광국사탑의 고유진동수가 특히 높은 것은 두 문화재가 해체복원을 한 이력이 있는 점이 그 원인으로 추정된다. 특히 무량사 오층석탑은 해체복원 시 옥개석과 탑신석 사이에 모르타르를 채워 넣었다. 이로 인해 접합부의 강성이 증가하며 고유진동수도 증가하는 것으로 판단되었다. 이는 개별적인 접합부의 건전성이 석탑의 강성에 영향을 미친다는 의미로도 볼 수 있다.

고유진동수가 상대적으로 낮은 석탑은 서정리 구층석탑과 안성 봉업사지 오층석탑이다. 서정리 구층

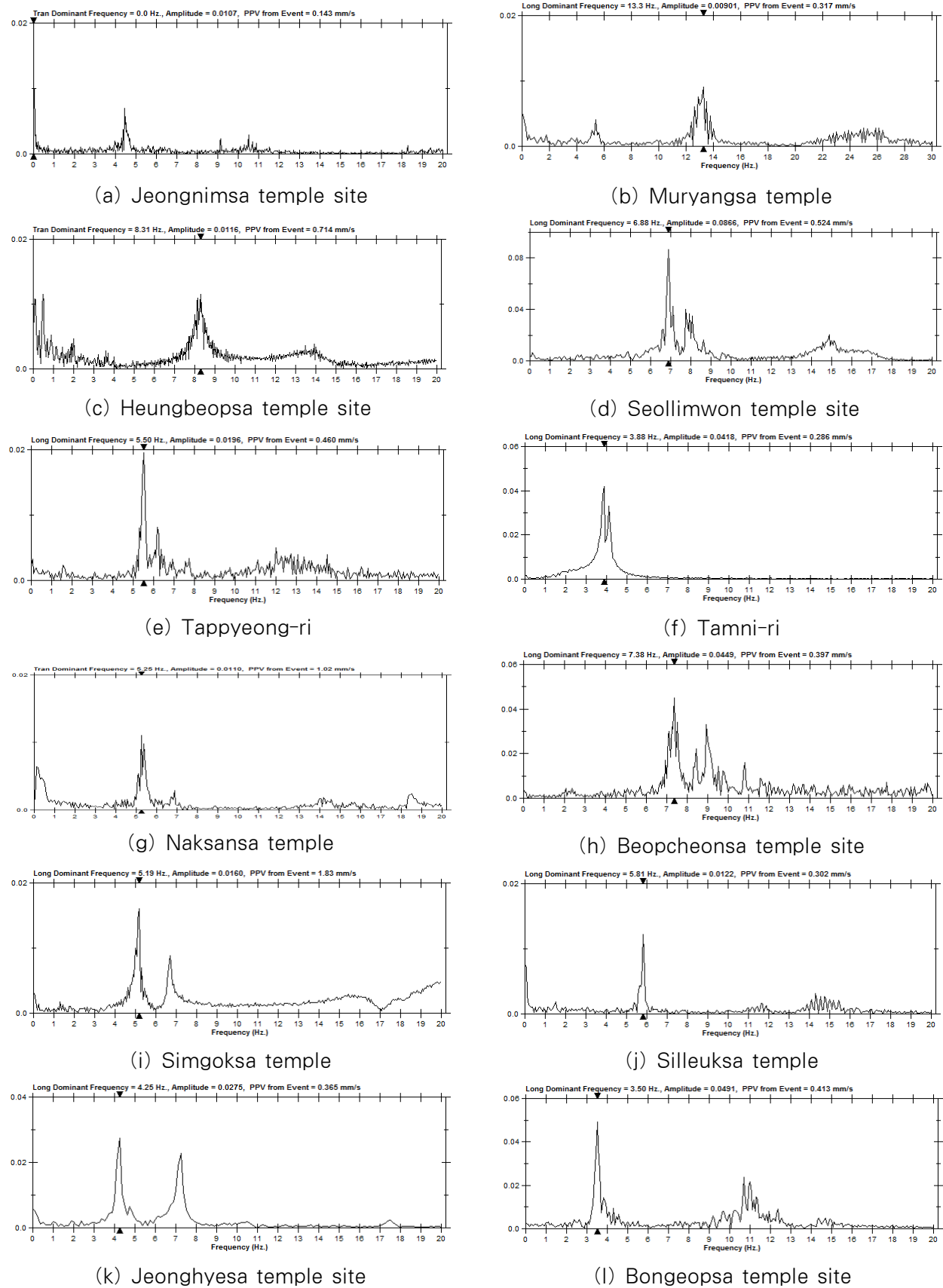
석탑은 다른 삼층석탑이나 오층석탑보다 높이가 높지는 않지만 자유도수가 21자유도계로 높기 때문에 고유진동수가 낮은 것으로 추정된다. 또 안성 봉업사지 오층석탑은 탑신부의 적심석이 침하됨으로 인해 상부가 텅 빈 상태로 있어 강성이 낮아진 것이 원인으로 판단된다<Fig. 8>.

반면 정혜사지 십삼층석탑은 층수가 높기는 하지만, 옥개석과 탑신석을 하나의 부재로 만들었기 때문에 자유도수는 14자유도에 그쳤고, 따라서 상대적으로 고유진동수가 낮지 않은 것으로 나타났다. 특히 일제시대에 파손된 부분을 보수를 하였고 그 당시에 접합부 일부에 모르타르를 사용하였다는 기록이 있음을 보아 모르타르로 인한 강성 증가도 그 이유 중 하나인 것으로 추정된다. 또 1977년 해체복원을 하였다는 기록⁸⁾이 있는 것으로 보아 해체복원 후 강성이 높아지면서 고유진동수도 높아진 것도 하나의 이유일 수 있다. 이는 홍예교의 해체복원 사례에서도 알 수 있다⁹⁾.

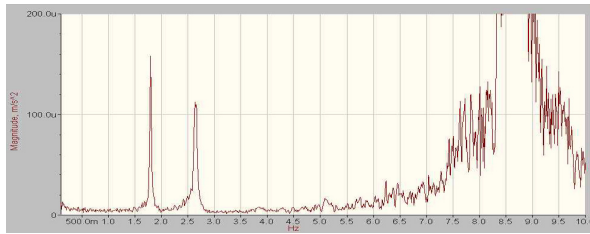
심곡사 칠층석탑도 옥개석과 탑신석을 일체로 제작하였기 때문에 13자유도이다. 그럼에도 20자유도계인 낙산사 칠층석탑에 비해 고유진동수가 낮게



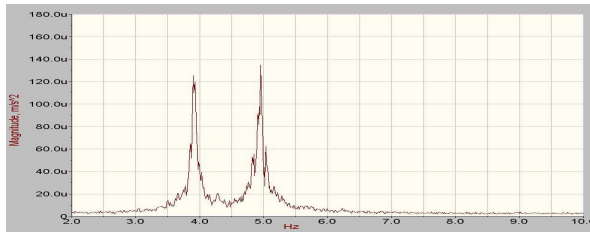
<Fig. 5> Relationship between measured natural frequency and height of pagoda



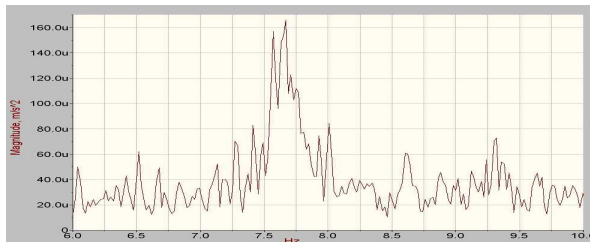
〈Fig. 6〉 Power spectrum of pagodas



(a) Seojeong-ri



(b) Seongjusa temple site(Five-story)



(c) Seongjusa Temple site(Three-story)

(Fig. 7) Power spectrum of pagodas⁷⁾



(Fig. 8) Infill material of Bongeopsa temple site pagoda



(Fig. 9) Joint of Silleuksa Pagoda

나온 것은, 2012년 해체 수리 과정에서 금동불 등 유물이 나온 것을 볼 때 해체 이력이 없는 것으로 보이고, 이것이 요인일 것으로 추정된다.

신록사 전탑의 경우 벽돌을 쌓아서 만들었기 때문에, 전반적으로 석탑에 비해 강성이 낮고 따라서 고유진동수도 낮을 것으로 예상되었으나 오히려 다소 높게 나온 것은 <Fig. 9>와 같이 줄눈부를 모르타르로 채웠기 때문에 접합부의 강성이 상대적으로 높고, 또 연속체 모델로서 탑의 전체적인 강성이 높아졌기 때문으로 판단된다.

4.2 접합부의 강성에 대한 분석

지금까지는 석재의 접합면의 강성에 관한 연구자료가 없었으며, 지반의 절리면과 같은 고응력이 발생하는 불연속면에 관한 연구만 있었다. Kim(2013)에 의해 석탑모형을 제작하는 과정에서 측정된 강성은 $1.19\sim 1.91\text{kgf/cm/cm}^2$ 로 산정된 바 있다⁶⁾. 본 연구에서는 탑의 실측 도면을 입수할 수 있었던 석탑에 대해 고유치해석을 수행하였는데, 접합부의 강성은 석재 자체의 강성에 비하여 크게 낮은 것으로 계산되었다. 석재 접촉면의 틈 높이를 1cm로 가정할 때 $2.0\sim 26.7\text{kgf/cm/cm}^2$ 로 분석되었다. 여기서 무량사 오층석탑의 접합부 강성이 가장 높은 것으로 나타났는데, 이는 접합면에 모르타르를 사용했기 때문인 것으로 사료된다. 다만, 수치를 볼 때 모르타르 사용을 전면적으로 하지 않고 물이 들어가지 않도록 줄눈을 메우는 정도로 했을 가능성이 높다. 또 봉업사 오층석탑은 1층 탑신 내부 적심석이 침하되어 큰 공동이 발생한 관계로 접합부 강성이 가장 낮게 평가되었다. 접합부 강성은 석재의 거칠기, 철편 등 이음철물의 유무, 해체보수 유무, 존속 기간 등의 요인에 따라 영향을 받는 점을 고려해야 할 것이다.

4.3 감쇠율에 대하여

상시진동 또는 미진동상태에서의 감쇠율을 개략적으로 산정한 결과, 가장 낮은 것은 지광국사탑의 0.8%이고 가장 높은 것은 무량사 오층석탑의 3.7% 정도의 수준이었다. 그러나 감쇠율과 고유진동수의

관계성은 현재로서는 판단하기가 곤란하며, 이 부분에 대한 연구는 향후 더 많은 표본을 통해 보완되어야 할 것으로 사료된다.

5. 결론

본 논문에서는 우리나라 15개 석탑문화재의 1차 고유진동수를 통해 석탑의 동적특성에 미치는 영향을 검토하였으며, 그 결론은 다음과 같다.

1) 15개의 대상 석탑문화재의 1차 모드 고유진동수를 측정된 결과, 1.8~13.0Hz 범위였는데, 이중 수치가 두드러진 석탑을 제외하면 전반적으로 4.0~8.0Hz 범위 내에 있는 것으로 판단되었다.

2) 석탑의 고유진동수는 전반적으로 석탑의 높이가 증가할수록 낮아지는 경향을 보였다. 그러나 편차가 커서 그 관계성을 추세선이나 함수로 표현하기는 곤란하였다. 이를 보완하기 위해 앞으로 더 많은 표본 연구가 필요할 것으로 사료된다.

3) 석탑의 층수가 높을수록 고유진동수는 낮아질 것으로 예측되었지만 실측 결과 층수와 고유진동수의 관계를 명확히 파악하기는 어려웠다. 다만, 해체 복원을 한 석탑은 고유진동수가 상대적으로 높았고, 석탑의 짜임새가 느슨하면 고유진동수가 낮은 것을 알 수 있었다.

4) 측정된 석탑의 고유진동수와 수치해석을 통해 계산한 고유진동수를 동일한 것으로 가정하고, 석재 접촉면의 틈 높이를 1cm로 가정을 할 때, 접합부의 강성은 2.0~26.7kgf/cm/cm²로 분석되었다. 무량사 오층석탑 등의 사례를 볼 때 옥개석과 탑신석 사이의 접촉면에 모르타르를 사용할 경우 접합부의 강성 증가에 따라 고유진동수도 증가하는 것으로 판단되었다.

5) 본 논문을 통해 조사된 석탑 문화재의 미지동 또는 상시진동상태에서의 감쇠율은 0.8~3.7% 정도의 수준이었다.

References

1. Lee, S. M., Shon, H. W., & Lee, S. G., "Dynamic Characteristics and Compressive Stress of Multi-Layered Stone Masonry Model", Journal of the Korean Geophysical Society, Vol.7, No.1, pp.31~40, 2004
2. Lee, S. M., "Dynamic Characteristics of Traditional Stone Masonry Structures in Korea", Ph.D. Dissertation, Department of Architectural Engineering, Chonnam National University, pp.140, 2002
3. Lee, S. M., Shon, H. W., & Lee, S. G., "Stiffness and Natural Frequency of Stone Masonry Pagoda", Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection, Vol.8, No.3, pp.263~270, 2004
4. Lee, S. M., Lee, K. H., Park, S. W., Suh, M. C., & Lee, C. H., "Computational Modelling Method by Using the Natural Frequencies of Five-Story Stone Pagoda in Chongnimsa Site", Journal of the Korean Association for Spatial Structures, Vol.8, No.5, pp.67~74, 2008
5. Lee, S. G., Lee, S. M., & Song, C. Y., "The Influence of Spandrel Wall and Fill on the Dynamic Characteristics of Historic Stone Masonry Arch Bridges", Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection", Vol.9, No.3, pp.161~168, 2005
6. Kim, B. H., "Developing the vibration-based structural safety evaluation technique for a masonry heritage", Research Report, National Research Institute of Cultural Heritage, pp.118~121, 2013
7. Yoon, M. H., "Development of Hazard Estimation System for Preservation of Stone Relics", Research Report, National Research Institute of Cultural Heritage, 2003

8. "Stone Pagodas of Gyeongsangbuk-do I", National Research Institute of Cultural Heritage, pp.294~321, 2003
 9. Scholz, C. H., "The Mechanics of Earthquakes and Faulting", Cambridge University Press, pp.88~89, 1990
 10. Logan, J. M., & Teufel, L. W., "The Effect of Normal Stress on the Real Area of Contact During Frictional Sliding in Rocks", Pure and Applied Geophysics, Vol.124, No.3, pp.471~485, 1986
 11. Bićanićet, N. C., Stirling, C., & Pearce, C. J., "Discontinuous Modelling of Structural Masonry", Fifth World Congress on Computational Mechanics, July, 2002, Vienna, Austria, pp.7~12
-
- Received : October 21, 2017
 - Revised : November 12, 2017
 - Accepted : November 13, 2017