

위상수학적 데이터 분석법을 이용한 수학학습 불안 분석 사례¹⁾

Mathematics Anxiety Analysis using Topological Data Analysis

고 호 경 · 박 선 정

ABSTRACT. Recently, Topological Data Analysis (TDA) has attracted attention among various techniques for analyzing big data. Mapper algorithm, which is one of TDA techniques, is used to visualize the cluster diagram. In this study, students were clustered according to the characteristics and degree of mathematics anxiety using a mapper, and students were visualized according to mathematics anxiety. In order to do this, Mathematical Anxiety Scale (Ko & Yi, 2011) in the aspect of mathematical instability in terms of teaching - learning, ie, Nature of Mathematics, Learning Strategy, Test/Performance is used. And the number of questions that measure the anxiety of mathematics can be extracted by extracting the most relevant items among the items that measure the anxiety of mathematics.

I. 서론

수학 불안이란 수학 교과 자체에 대하여 또는 수학과 관련된 일이나 문제에 직면했을 때 긴장하고 두려워하거나 걱정, 염려하는 심리 상태라 할 수 있다(Fennema & Sherman, 1976, 1977). 불안에 대한 원인이나 설명은 다양한데, 행동심리학자들에 따르면, 불안은 충격적인 사건에 대해 잘못 학습된 반응의 결과이며, 충격을 준 사건과 당시의 주위환경이 연관(Richardson, et al., 1980; Sarason, et al., 1960)되어 초조

Received February 19, 2018; Accepted February 24, 2018.

1) 이 논문은 2016년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음 (NRF-2016S1A5A2A01023238).

2010 Mathematics Subject Classification: 97U50

Key Words: Topological Data Analysis, Big data analysis, Affective domain

한 감정을 불러일으키는 방아쇠 역할을 한다는 것이다.

수학 불안의 원인이 무엇이든 간에 수학불안은 수학에 대한 관심, 흥미, 태도를 비롯한 긍정적인 정의적 영역 함양에 장애를 주며 수학 불안이 지속된다면 수학교과에 대한 가치인식의 수준이 저하될 뿐 아니라 더 나아가 수학과 관련된 문제나 일에 관해 기피하게 되고 수학 학습에 부정적인 영향을 준다는 것이 일반적인 주장이다(Cooper & Robinson, 1991).

따라서 21세기 수학교육을 논하는데 있어서 개인의 전문적 능력의 증진과 창의·인성 중심의 수학교육이 되기 위해서는 수학 불안에 영향을 미치는 변인들이나 수학 불안을 감소시킬 수 있는 방안이 마련되어야 함을 주장하고 있다(Sherman & Wither, 2003; Shores & Shannon, 2007).

수학불안을 측정할 수 있다는 것은 이를 토대로 수학 불안을 감소시킬 방안을 개발하고 이를 적용해 나가는 데 있어서 주요한 지표가 될 수 있다. 이에 본 연구에서는 수학불안을 가지고 있는 학생들에 대한 특징을 시각적으로 보이고자 한다. 수학불안을 가지고 있는 학생들을 클러스터링 함으로써 이 학생들의 특징을 시각적으로 살펴보는 것은 수학불안을 가지고 있는 학생들에 대한 담론을 제기하는 계기가 될 수 있을 것이다.

빅데이터 분석 기법은 기존 데이터 분석과 융합하면서 데이터를 통한 새로운 통찰을 가지고 올 수 있다는 가능성으로 인해 사회 각 영역에서 활발히 시도되고 있는 분석 방법이다. 또한 근래 들어 빅데이터를 분석할 수 있는 다양한 기법 중에서 Topological Data Analysis(TDA)가 주목 받고 있다. TDA 기법의 하나인 매퍼(Mapper algorithm, MAPPER, Singh, G. et al., 2007)는 군집도를 시각화하기 위하여 활용된다.

따라서 본 연구는 매퍼를 활용해서 중등학생을 대상으로 수학학습 불안의 특징을 시각화 하고 또한 검사 문항 중 가장 관련성이 높은 문항을 선별하고자 한다. 수학 불안에 영향을 주는 문항을 선별함으로써 중등학생을 대상으로 한 불안 검사지는 중등학생을 위한 수학불안 간편 버전(short version)으로 활용될 수 있을 것이다.

II. 연구 방법

1. 연구 도구

Ko & Yi(2011)가 개발한 학생용 수학 불안검사(Mathematics Anxiety Scale for Students: MASS)는 4개의 요인으로 구성되어 있으며 각 요인에 대한 세부 요인은 <표 1>과 같다.

<표 1> 학생용 수학 불안검사의 요인 및 세부 요인

요인	세부 요인
수학 내적 요인 (Nature of Mathematics)	문제 해결력 요인(Problem Solving) 수학 표상 요인(Mathematical Representation) 수학적 의사소통 요인(Mathematical Communication) 추상성 요인(Abstraction)
학습 방법 요인 (Learning Strategy)	학습 방법 및 경험 요인 (Learning Method and Experience) 자기통제 요인 (Self Control) 동기유발 요인 (Motivation)
시험 및 성적 요인 (Test/Performance)	성적 요인 (Performance) 시험 요인 (Test)
수학 외적 요인 (Environment)	인적 환경 요인 (Friends/Teachers) 교수요인 (Teaching Method) 사교육 요인 (Private Tutoring)

수학 불안검사를 구성하는 각 문항은 리커트 5점 척도로 구성되어 있으므로, 문항평균이 5에 가까울수록 수학 불안의 정도가 높고 문항평균이 1에 가까울수록 수학 불만의 정도가 낮음을 의미한다. 각 요인을 구성하는 문항수가 다르기 때문에 본 연구에서는 요인 별로 점수를 합한 값이 수학불안점수가 된다.

2. 위상수학적 데이터 분석

위상수학이란 연속성에 의해 변하지 않는 형태와 성질을 연구하는 학문이다. 위상수학적인 테크닉을 이용하여 데이터를 분석하는 것을 Topological Data Analysis(TDA)라 한다.

유클리드 공간 \mathbb{R}^n 상의 유한개의 점들의 모임을 포인트클라우드(Point-cloud) 데이터 집합이라 부른다. 또한 모든 데이터는 다양한 방법으로 포인트클라우드 데이터 집합으로 표현할 수 있다.

TDA에서는 데이터 집합 X 가 어떤 좋은 위상공간 M 의 점들을 샘플링하여 얻어진 포인트클라우드라 가정하고, 위상수학적인 방법으로 M 을 찾아서, X 의 성질을 분석하고자 한다. TDA에서 잘 알려진 방법으로 Persistent Homology 기법과 Mapper가 있다. 여기서는 Mapper를 다루고자 한다.

1) Mapper 알고리즘

Mapper 알고리즘은 Gurjeet Singh, Facundo Memoli, Gunnar Carlsson(2007)에 의해 고안된 위상수학적 데이터 분석법이다. Mapper의 원리는 다음과 같다.

(1) 주어진 데이터 집합 X 에 대해서, 필터함수 $f: X \rightarrow S$ 를 선택한다. 여기서 S 는 \mathbb{R} , S^1 , \mathbb{R}^d 등과 같은 좋은 위상공간이 될 수 있다. 여기서 S 를 덮는 커버

$S \subseteq \cup_{\alpha} U_{\alpha}$ 를 고르자.

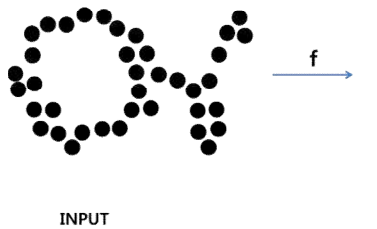
각 U_{α} 의 역상 $f^{-1}(U_{\alpha})$ 를 $V_{\alpha, \beta}$ 로 클러스터링 하자. 이미 알려져 있는 다양한 클러스터링 방법을 사용할 수 있다. 그래프를 그리자. 꼭지점은 각 $V_{\alpha, \beta}$ 이고, $U_{\alpha} \cap U_{\alpha'} \neq \emptyset$ 과 $V_{\alpha, \beta} \cap V_{\alpha', \beta'} \neq \emptyset$ 를 만족할 때마다 선 $(V_{\alpha, \beta}, V_{\alpha', \beta'})$ 를 그린다. 예를 들어, 주어진 데이터가 그림과 같이 평면 \mathbb{R}^2 위에 뿌려진 점들의 모양과 같다고 하자.

Data



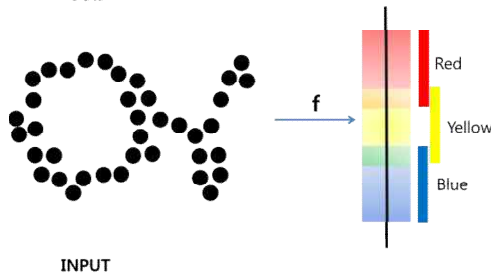
이때 필터함수 f 를 높이함수 $f(x, y) = y$ 로 하자.

Data



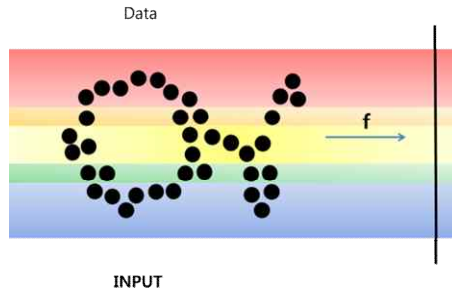
(2) 필터함수 f 의 치역을 빨간색영역 U_1 , 노란색영역 U_2 , 파란색 영역 U_3 을 가지고 덮을 수 있다.

Data



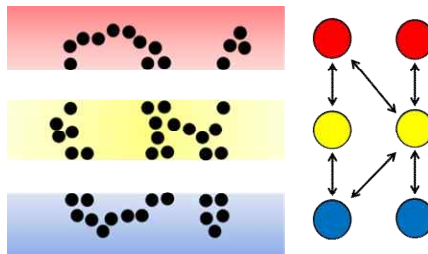
이때, 모양은 거리함수에 따라 결정된다. 여기서 함수 f 를 무엇으로 줄지 결정하고, 이미지를 몇 개로 쪼갤 것인지, 그리고 얼마나 겹칠지를 결정하면서 크러스터링 해 나간다.

(3) 함수 f 의 U_1, U_2, U_3 에 대한 역을 보면 다음과 같다.



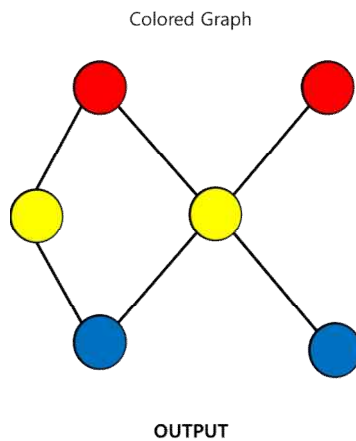
빨간 부분, 노란 부분, 파란 부분을 보는 것으로서, 예를 들어 주황색은 겹친 것을 나타낸 것이며 이는 얼마나 세세히 쪼갤 것인지를 결정한다.

(4) $f^{-1}(U_1), f^{-1}(U_2), f^{-1}(U_3)$ 는 다음과 같이 각각 두 덩어리로 클러스터링이 가능하다.



쪼개는 것은 빨강, 노랑, 파랑으로 만난 것은 겹친 것이고 이것을 그래프로 최종적으로 정리한 것이 다음이다.

(5) 교집합이 있는 곳을 연결하여, 최종적으로 다음과 같은 그래프를 얻을 수 있다.



세세히 쪼개는 것을 결정하는 것에서 잘 알려진 다른 방법을 넣어서 하기도 하는데, 여기서는 위계(hierarchy)를 주어서 결정한 방법이다.

여기서 사용한 Mapper 코드는 홈페이지 <http://comptop.stanford.edu/programs> 에 공개되었던 Matlab 기반의 코드이다. 현재 이 홈페이지는 폐쇄된 상태이다. 또한 파이썬 기반의 코드는 홈페이지 <http://danifold.net/mapper/index.html> 에서 얻을 수 있다. 공개된 Matlab 함수 코드 mapper.m은 다음과 같이 정의된다.

```
[adja, nodeInfo, levelIdx] = mapper(d, filter, 1./filterSamples, overlapPct, magicFudge);
```

따라서 mapper함수를 작동하기 위해서, 거리함수 d , 필터함수 $filter$, 커버링에 관한 정보 $filterSamples$ 와 $overlapPct$, 그리고 각 커버링의 역상의 클러스터링에 관한 정보 $magicFudge$ 를 정의해야 한다. 지금부터는 간단히 표시하기 위해 mapper함수의 매개변수들 $filterSamples$, $overlapPct$, $magicFudge$ 를 각각 fS , oP , mF 로 표시하기로 한다. 일반적으로 fS 가 커지면 그래프의 노드 수가 증가하고, oP 가 커지면 연결성이 커지며, mF 가 커질 경우 각 노드의 사이즈가 작아진다. 즉 같은 색을 가진 노드의 수가 증가한다.

IV. 결과 분석 및 논의

1. 데이터 분석 절차

엑셀데이터로 업로드 한 후 행렬데이터로 만든 후 거리함수를 결정하였으며, 필터함수 $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ 을 정의하고 필터함수의 치역을 덮을 수 있는 커버를 찾았다.

$filterSamples = n$; % 필터함수의 최댓값은 b , 최솟값을 a 라 한다면, 각 커버 U_α 의 길이는 $(b-a)/n$ 이 된다. 따라서 몇 개로 쪼갤 것인지를 결정하기 위하여 쪼개는 것의 길이를 결정하였다.

$overlapPct = p$; % 만나는 두 커버 U_α 와 $U_{\alpha'}$ 은 $p\%$ 겹치는데 얼마나 겹칠 것인지를 결정하고, $magicFudge = m$; % 역상 $f^{-1}(U_\alpha)$ 를 얼마나 세분하여 클러스터링을 할 것인지를 결정하였다.

그래프를 이미지 파일로 얻기 위해서 GraphViz라는 소프트웨어를 활용하였다. 결과로 나타나는 컬러 그래프에서 같은 색을 가지는 꼭짓점들은 필터함수 값이 같은 커버에 속한다는 것을 뜻한다. 즉, 같은 색을 가지는 꼭짓점이 여러 개 있다는 뜻은 커버의 역상 $f^{-1}(U_\alpha)$ 이 여러 개로 클러스터링이 되었다는 뜻이다. 그리고 각 꼭짓점에 적힌 숫자는 $V_{\alpha, \beta}$ 에 속하는 데이터 포인트들의 개수이다. 서로 다른 두 꼭짓점 $V_{\alpha, \beta}$ 와 $V_{\alpha', \beta'}$ 를 연결하는 선이 있다는 것은 두 꼭짓점에 동시에 속하는 데이터 포인트가 있다는 것이다.

2. Mapper를 이용한 분석 결과

수학불안지수 검사를 위해 사용된 설문 조사 결과를 Mapper를 이용하여 분석한 결과는 다음과 같다. 먼저, 여기서 사용한 데이터는 약 2400명을 대상으로 한 수학불안검사 결과이다. 그러나 이 중 모든 문항에 답을 하지 않은 대상을 제외하고, 모든 문항에 대답한 1460명의 결과를 Mapper 코드를 통하여 분석연구를 진행하였다. 클러스터링한 결과를 그림 1~5로 나타냈는데, 그림은 한 클러스터 안에 몇 명이 있는가에 따라서 동그라미의 사이즈가 달라지고, 색은 필터 값의 크기에 의존한다(진한 파랑일 수록 값이 작다.) 또한 두 클러스터가 같은 학생을 동시에 포함하는 경우에 연결이 된다.

또한 Ko & Yi(2011)에서는 153개의 수학불안 초기 문항을 SPSS 15.0. Principal axis factoring을 이용하여 108개의 문항과 65개의 문항으로 줄여서 제시한 바 있다. 본 연구에서는 수학불안을 보이는 학생들을 클러스터링 하기 위하여 108개의 문항과 65개의 문항 그리고 마지막으로 그 수를 더 줄여서 48개의 문항으로 분석하였다.

1) 수학불안 검사지 108문항 데이터 분석

먼저 수학불안 검사지 108문항을 대상으로 데이터 클러스터링을 시도하였다. 이때 거리 d 는 L2-distance (유클리드 거리 공간 식)이고 필터함수는 요인별 점수의 normalization의 합으로 하였다. 여기서 Mapper의 매개변수인 fS 는 {5, 8, 10}, oP 는 {30, 50}, mF 는 {5, 10, 20}으로 변화시키면서 관찰하였다.

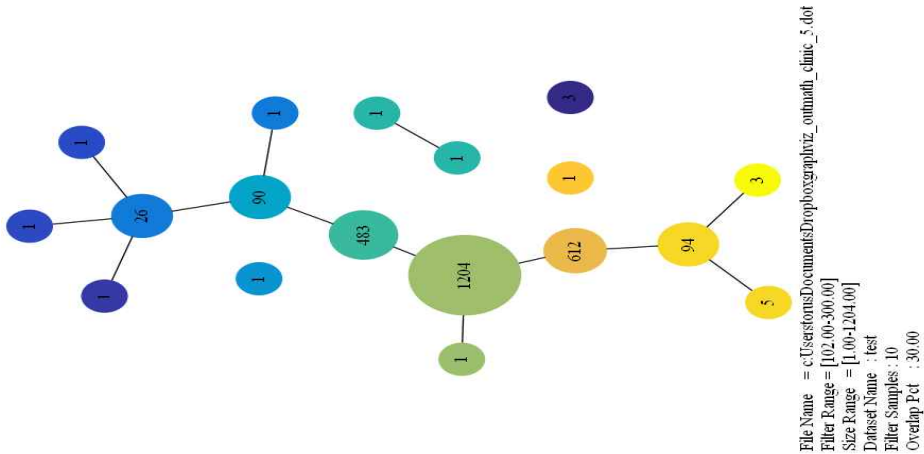
[그림 1]에서와 같이 108문항을 대상으로 학생들을 클러스터링 한 결과 수학불안 점수가 비슷한 학생들로 클러스터링이 이루어지기는 하지만 각 그룹에 포함되는 학생들의 특징을 보기가 어려웠다. 예를 들어 필터함수가 낮지만 (파랑색으로 표시) 구별이 이루어진 3명그룹과 19명그룹을 비교했을 때 두드러진 특징을 찾기 어려웠고, 특히 19명 사이에는 모든 문항에 같은 답을 한 학생들이 포함되는 등 의미 있는 구분이 어려웠다. 좀 더 세세한 구분을 위해 oP 를 줄이고 mF 를 키울 경우 [그림 2]와 같이 필터함수에 따라 클러스터링이 이루어진다.

불안에 대한 특징을 가진 학생들을 중심으로 밀도 있게 보기 위하여 일부 학생들 중 점수차가 큰 학생들만 뽑아서 즉, Highcontrast를 보여주는 학생 300명 데이터로 분석하였다. 이때 거리함수 d 는 L2-distance이고 필터함수는 요인별 점수의 normalization의 합으로 하였다. 여기서 Mapper의 매개변수인 fS 는 {5, 8, 10}, oP 는 {30, 50}, mF 는 {5, 10, 20}으로 변화시키면서 관찰하였다.

[그림 3]에서와 같이 mF 가 작을 경우 필터함수에 의한 정렬이 일어나고, mF 가 클 경우 너무 많은 문항으로 인하여 수학불안 특징이 대비되는 학생들로 나뉘어지기는 하나 너무나 다양한 특성을 가진 학생들로 갈라짐에 따라 수학불안의 대표 특징 그룹으로 클러스터링 하기는 어렵다. fS 를 키울 경우 좀더 다양하게 구분되기는 하지만, $fS=5$ 일 때와 큰 차이는 없다. 따라서 수학불안 문항을 줄여서 분석하는 것이 더 타당해 보

2) 수학불안 검사지 65문항 데이터로 하여 분석

다음 수학불안 검사지 65문항을 대상으로 데이터 클러스터링을 시도하였다. 65문항으로 줄인 데이터를 통한 분석에서 거리함수는 여전히 L2-distance이고 필터함수는 총합을 활용하여 보았다. 매개변수들은 각각 fS는 {10, 20}, oP는 {30, 50}, mF는 {5, 10, 20}으로 변화시켰다. 그러나 그림 4와 같이 너무 많은 학생들이 같은 그룹에 들어가기 때문에 의미 있는 결과를 얻기가 어려웠다. 지난 분석 결과를 볼 때 필터함수를 바꿔서 분석하는 것이 타당해 보인다.



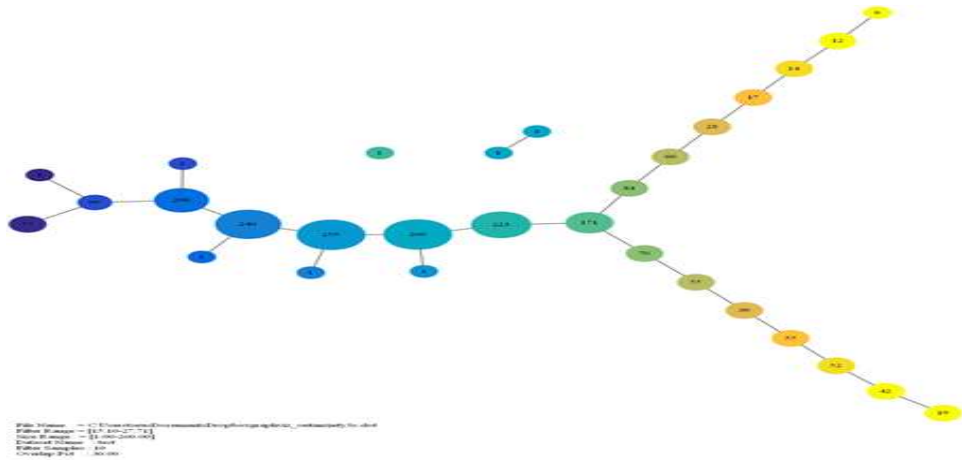
[그림 4] 수학불안 65문항을 대상으로 클러스터링 한 결과 [fS=10, oP=30, mF=10]

3) 수학불안 검사지 48문항 데이터 분석

좀 더 확실한 차이를 보기 위해서, Highcontrast를 보여주는 48문항을 데이터로 하여 분석하였다. 여기서 선별된 문항은 수학불안 문항 중에서 학생들의 값 차이가 크게 난 문항들로 자동 선별되어 이루어졌다(표준편차를 계산해서 값이 큰 상위 48 문항 추출). 거리함수 d는 L2-distance로 동일하지만, 필터함수는 중간값으로부터의 거리 즉, 중간값으로부터 얼마나 떨어져 있는가에 따라 결정되는 centrality function을 활용하였다. 매개변수는 fS는 {10, 20}, oP는 {30, 50}, mF는 {5, 10, 20}으로 변화시켰다.

[그림 5]는 수학불안 48문항으로 클러스터링한 결과 수학 불안이 있는 집단과 수학불안이 없는 집단을 확실하게 구분이 가능하였다. 파란색 부분은 평범한 학생들을 뜻하고, 노란색으로 갈린 부분은 한쪽은 수학불안이 전혀 없는 집단이고, 다른 한쪽은 수학불안이 심한 집단이다. 수학 불안이 평범한 학생들도 특징별로 구분해주길 원했으나, 안타깝게도 중간 단계의 학생들의 두드러지는 특징을 찾을 수 없었다.

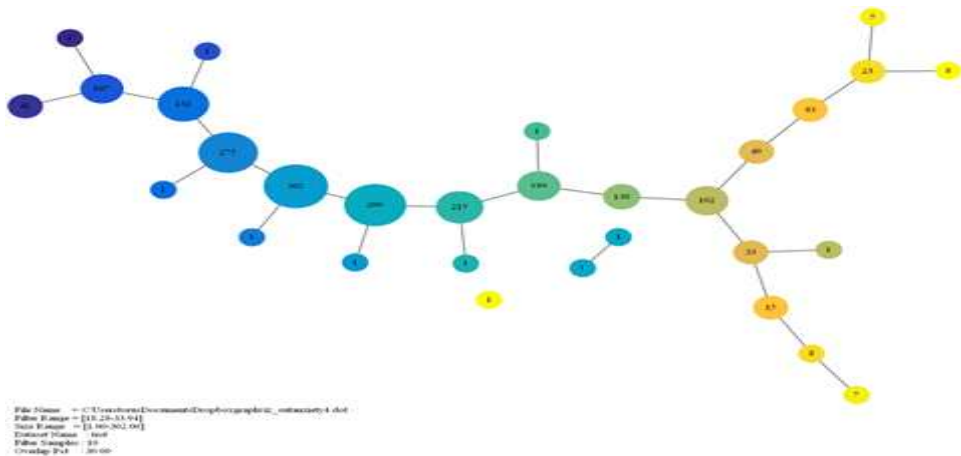
검사 데이터에서는 수학 불안 관련 설문 조사와 함께 개인의 성향을 묻는 24개의 추가 데이터가 있다. 이 데이터를 통해 새로운 정보를 얻을 수 있는 확인하기 위해 추가 분석을 진행하였다.



[그림 5] 수학불안 48문항을 대상으로 클러스터링 한 결과 [fS=10, oP=30, mF=10]

[그림 6]은 수학불안을 수학불안 검사 중 학생 스스로 자신의 성향과 관련하여 응답한 데이터를 추가로 함께 넣어 분석한 것이다. 앞선 분석과 마찬가지로 거리함수는 L2-distance, 필터함수는 centrality를 이용하였다. [그림 6] 그래프도 그림 5 그래프와 같이 크게 세 갈래로 갈라지는 것으로 나오는 것을 확인하였다. 일부 학생들의 이동이 있었으나, 결과를 유의미하게 바꾸는 이동은 없었다.

참고로 Matlab 내장 거리함수인 'seuclidean', 'hamming', 'cosine', 'mahalanobis' 등으로도 분석을 하였으나, 거리함수에 따른 특별한 특성을 찾을 수 없었다.



[그림 6] 성향 데이터를 추가로 넣어 클러스터링 한 결과 [fS=10, oP=30, mF=10]

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 수학불안의 특징과 정도에 따라 학생들을 클러스터링 하여 수학불안에 따라 학생들이 특징지어짐을 시각적으로 보였다. 이를 위하여 교수-학습 측면에서의 수학적 불안의 요인 즉, '수학 자체 특성', '학습 전략' 측면 '시험'이나 그 외의 '환경적' 측면에서의 수학불안 검사지(Ko & Yi, 2011)를 활용하였다. 또한 수학불안을 측정하는 문항 중 가장 연관성이 높은 문항들을 추출하여 수학불안을 측정하는 적절한 문항 수를 산출할 수 있는 예시를 제시하였다.

이런 과정에서 얻어진 결과 중 하나는 수학불안은 요인과 강도에 따라 다양한 형태로 나타나고 특정 요인을 수학불안의 주요 원인으로 볼 수 없다는 점이다. 학습태도가 좋음에도 불구하고, 수학불안을 가지고 있는 집단이 있다. 이는 한 가지 요인이나 형태로 수학불안이 나타나지 않음을 보이고 있다. 즉 수학불안은 다양한 형태로 나타남과 동시에 그 요인도 한가지로 설명하기 어렵다는 것이다.

그럼에도 불구하고 기존의 많은 연구에서 수학 불안은 수학에 대한 흥미 및 학습에 지대한 영향을 미친다고 보고하고 있는 현실이다(예, Adams, et al., 1986; Bajtelsmit, 1978; Hembree, 1990; Ma, 1999). 따라서 학교는 모든 학생들의 다양한 욕구를 충족시킬 방안을 늘 강구해야 할 필요성이 있다는 주장을 받아드린다면 수학 교수-학습에서 수학 불안과 같은 정의적 영역을 정확히 측정하고 이를 돕기 위한 방안을 찾는 것은 무엇보다 중요하다 할 수 있다(Betz, 1978; Brush, 1978; Hendel, 1980). 따라서 학생들이 보이는 수학 불안 요인에 따라 어떻게 학생들의 불안감을 조절 시켜가며 효과적인 교수방법을 쓸 수 있는가 하는 것은 후속연구로 제안하는 바이다.

본 연구에서 실시한 데이터 분석은 기존의 통계 분석 방법과 다른 방법인 TDA를 활용하여 분석하였다. 근래에 빅데이터 분석 방법 중 하나로 주목받고 있는 TDA 분석 기법은 그 활용 분야가 매우 넓다는 것과 그 효용 가치에 주목할 필요가 있다. 본 연구에서는 나타나는 현상과 이에 영향을 미치는 요인들을 도출해 내는 작업으로 관련 데이터를 통해 변수 간 분석을 통해 요인의 도출을 시도했고 이러한 분석은 연구 방법론 측면에서도 매우 의미 있는 시사점을 제공하고 있다고 본다.

본 연구 산출물 중 하나는, 중등학생들을 대상으로 수학불안 검사지를 간편 버전으로 구성하기 위하여 대표로 몇 개의 문항만으로 설문을 구성하고자 할 때에는 위에서 제시한 방법을 통해 주요한 문항만을 선별적으로 뽑아 활용할 수 있다

참고문헌

- Adams, N. A., & Holcomb, W. R. (1986). Analysis of the relationship between anxiety about mathematics and performance. *Psychological Reports*, 59(2), 943-948.
- Bajtelsmit, J. W. (1978). *The effects of test anxiety, intelligence, and test format on adult academic achievement*. Unpublished doctoral dissertation. Boston University School of Education.
- Betz, N. (1978). Prevalence, distribution, and correlates of math anxiety in college students. *Journal of Counseling Psychology*, 25, 441 - 448.
- Brush, L. R. (1978). A validation study of the Mathematics Anxiety Rating Scale (MARS). *Educational and Psychological Measurement*, 38, 485-490.
- Cooper, S. E., & Robinson, D. A. G. (1991). The relationship of mathematics self-efficacy beliefs to mathematics anxiety and performance. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 24(1), 4-11.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1976). Mathematics Attitude Scales: Instruments designed to measure attitudes toward learning mathematics by females and males. *Psychology*, 6(3), 1~32.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American Educational Research Journal*, 14(1), 51-71.
- Singh, G. F., Mémoli & Carlsson, G. (2007), *Topological Methods for the Analysis of High Dimensional Data Sets and 3D Object Recognition*, Eurographics Symposium on Point Based Graphics, *European Association for Computer Graphics*, pp. 91-100.
- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 33-46.
- Hendel, D. D. (1980). Experimental and Affective Correlates of Math Anxiety in I. G. (Ed.), *Test Anxiety: Theory, Research, and Applications*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Ko, H., & Yi, H. (2011). Development and Validation of Mathematics Anxiety Scale for Students. *Asia Pacific Education Review*, 12(6), 509-521.
- Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationship between anxiety in

- mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 520-540.
- Richardson, F. C., & Woolfolk, R. L., (1980). Mathematics Anxiety. In Sarason, I. G. (Ed.), *Test Anxiety: Theory, Research, and Applications*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Sarason, S. B., Davidson, K. S., Lighthall, F. F., Waite, R. R., & Ruebush, B. K. (1960). *Anxiety in elementary school children*. New York: John Wiley.
- Sherman, B., & Wither. D. P. (2003). Mathematics Anxiety and Mathematics Achievement. *Mathematics Education Research Journal*, 15(2), 138-150.
- Shores, M., & Shannon, D. M. (2007). The effects of self-regulation, motivation, anxiety, and attributions on mathematics achievement of fifth- and sixth-grade students. *School Science and Mathematics*, 107(6), 225 - 236.

Ko, Ho Kyoung
Ajou University
Suwon, 16499 Korea
E-mail address: kohoh@ajou.ac.kr

Park, Seonjeong
Osaka City University
Osaka-shi, 558-8585 Japan
E-mail address: seonjeong1124@gmail.com