

볼 베어링과 스퀴즈 필름 댐퍼로 지지되는 차량용 터보차저의 회전체동역학 해석: 스퀴즈 필름 댐퍼 설계 인자와 회전체 불균형 질량의 영향

김규만¹ · 류 근^{2,*}

¹한양대학교 대학원 기계설계공학과

²한양대학교 기계공학과

Rotordynamic Analysis of Automotive Turbochargers Supported on Ball Bearings and Squeeze Film Dampers in Series: Effect of Squeeze Film Damper Design Parameters and Rotor Imbalances

Kyuman Kim¹ and Keun Ryu^{2,*}

¹Dept. of Mechanical Design Engineering, Graduate School, Hanyang University

²Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang University

(Received September 19, 2017; Revised December 18, 2017; Accepted December 20, 2017)

Abstract – Modern high-performance automotive turbochargers (TCs) implement ceramic hybrid angular contact ball bearings in series with squeeze film dampers (SFDs) to enhance transient responses, thereby reducing the overall emission levels. The current study predicts the rotordynamic responses of the commercial automotive TCs (compressor wheel diameter = ~53 mm, turbine wheel diameter = ~43 mm, and shaft diameter at the bearing locations = ~7 mm) supported on ball bearings and SFDs for various design parameters of SFDs, including radial clearance, axial length, lubricant viscosity, and rotor imbalance conditions (i.e., amplitudes and phase angles) while increasing rotor speed up to 150 krpm. This study validates the predictive rotor finite element model against measurements of mass, polar and transverse moments of inertia, and free-free mode natural frequencies and mode shapes. A nonlinear rotordynamic model integrates nonlinear force coefficients of SFDs to calculate the transient responses of the TC rotor-bearing system. The predicted results show that SFD radial clearances, as well as phase angles of rotor imbalances, have the paramount effect on the dynamic responses of TC shaft motions.

Keywords – automotive turbochargers(차량용 터보차저), ball bearings(볼 베어링), squeeze film dampers(스퀴즈 필름 댐퍼), rotordynamics(회전체동역학), imbalance(불균형질량)

1. 서 론

차량용 터보차저는 주로 동력손실이 작고 구조가 단순할 뿐 아니라 생산단가가 저렴한 장점이 있는 플로팅 링 베어링 시스템을 사용한다[1]. 한편, 고성능 터보차

저에 사용되는 볼 베어링 시스템은 플로팅 링 베어링 시스템에 비교하여 회전체동역학적으로 안정하며, 저속에서 상당히 낮은 회전저항을 가지고 있는 장점이 있다[2]. 따라서 압축 성능 및 가속 특성 향상에 유리하다. Fig. 1은 볼 베어링으로 지지되는 터보차저의 회전축 베어링 시스템을 반경 방향에서 바라본 도식이다. 터보차저 볼 베어링 시스템은 일반적으로 각접촉 볼베어링(angular contact ball bearings)을 사용하기 때문에 별도의 스러스트 베어링이 필요하지 않다. 또한, 터보차저의

*Corresponding author: kryu@hanyang.ac.kr
Tel: +82-31-400-5242, Fax: +82-31-436-8146
<http://orcid.org/0000-0001-8075-0618>
© 2018, Korean Tribology Society

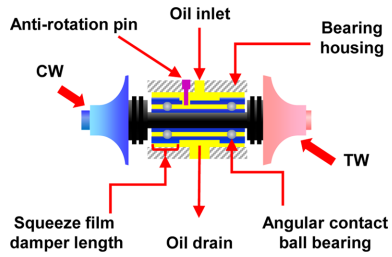


Fig. 1 Schematic view of TC ball bearing system. CW: Compressor wheel. TW: Turbine wheel.

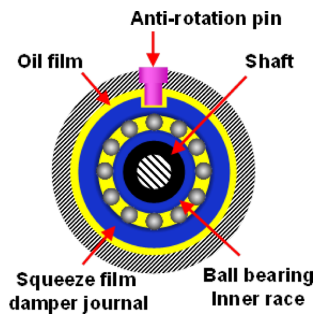


Fig. 2. Schematic view of ball bearing and SFD in series.

파손을 일으킬 수 있는 회전축의 과도한 진동을 억제하기 위한 스퀴즈 필름 댐퍼(squeeze film dampers, SFDs)가 적용되어 있다.

Fig. 2는 볼 베어링과 SFD가 직렬로 연결된 베어링 시스템을 나타낸 그림이다. SFD는 진동하는 저널과 고정된 하우징 사이에 존재하는 유체 막의 점성을 이용하여 진동을 감쇠하는 역할을 한다. 회전축을 지지하는 볼 베어링의 외륜은 회전방지 핀(Anti-rotation pin)에 의해 회전을 하지 않고 병진운동만 하므로 SFD의 저널 역할을 한다. 또한, 볼 베어링의 외륜은 회전축을 지지하는 두 개의 볼 베어링을 모두 감싸고 있는 카트리지 형태로 조립되어 있으며, 볼 베어링이 위치한 곳만 SFD로 작용하도록 가공되어 있다.

윤활유는 베어링 하우징의 위쪽으로 유입되어 SFD와 볼 베어링으로 분배된다. SFD와 볼 베어링 윤활에 사용된 오일은 아래쪽으로 중력에 의해 빠져 나간다.

SFD의 대표적인 설계 인자는 간극과 길이, 그리고 오일의 점성이다. 또한 SFD의 동적 계수는 회전축의 동적 거동 특성에 기인한 저널의 변위에도 영향을 받는다[3, 4]. San Andrés[5]는 고온 및 고속의 가혹한 작동 조건에서 터보차저 회전축-베어링 시스템의 열에너

지의 흐름에 대한 해석적 연구를 진행하였다. 또한 Gjika[6]는 SFD와 단순 슬리브 베어링이 조합된 세미 플로팅 링 베어링 시스템으로 지지되는 터보차저의 동적 특성에 베어링 간극이 미치는 영향을 연구하였다. Brouwer과 Sadeghi[7]는 볼 베어링과 스퀴즈 필름 댐퍼로 지지되는 터보차저 모델을 개발하고 실험 결과와 비교하여 검증하였다. 회전속도 90 krpm까지, 온도와 볼 베어링의 재질에 의한 베어링에 작용하는 하중과 축의 궤적 크기에 대해 연구하였다. Ashtekar와 Sadeghi[8]는 볼 베어링과 SFD로 지지되는 터보차저 회전축 베어링 시스템을 모델링하였고 실험 장치를 통해 검증하였다. 볼 베어링의 예압에 따른 회전축의 궤적과 볼 베어링의 접촉 하중을 수치적으로 예측하였다. Hibner[9]는 볼 베어링과 SFD로 지지되는 다중 축 항공기 엔진을 수치해석적으로 연구하였다. 선형화된 볼 베어링 시스템의 강성 및 감쇠 계수를 사용하여 동기 주파수 응답을 예측하였다. Ertas, Camatti 그리고 Mariotti[3]는 무급유 댐퍼를 사용하는 하이브리드 가스 베어링을 평가하기 위해 SFD와 볼 베어링으로 지지되는 회전축 베어링 시스템을 제작하였다. 수치해석 모델을 사용하여 불균형 질량 크기와 위상에 따른 동기 주파수 응답을 예측하였으며, SFD를 사용하는 고속회전축을 모델링 하는 경우 공동현상을 고려해야 함을 보였다.

본 연구에서는 SFD의 설계 인자 중 간극, 길이, 오일의 온도 변화에 따른 점성, 그리고 회전축 불균형 질량의 크기와 위상이 볼 베어링으로 지지되는 터보차저의 동적 거동 크기에 미치는 영향을 예측하였다.

2. 볼 베어링 터보차저의 유한 요소 모델

Fig. 3은 본 연구에 사용된 회전체-베어링 시스템의 유한요소모델을 나타낸다. 이 모델에는 실제 상용 터보차저의 측정된 회전축 및 베어링 치수를 적용하였다. 터보차저의 압축기 휠과 터빈 휠의 직경은 약 53 mm와 약 42 mm이며, 축의 직경은 약 6.5 mm이다. 회전축의 전체 길이는 약 130 mm이고, 질량은 약 200 g이다. 본 연구에서 사용한 유한요소모델의 지배방정식은 수식 (1)로 나타내어진다. q 는 구하고자 하는 변위 벡터이고, M , G , K_s 는 각각 질량 (관성) 행렬, 자이로스코프 행렬, 그리고 구조 강성 행렬이다. C_b , K_b 는 각각 선형화된 베어링의 동적 댐핑계수 행렬, 동적 강성계수 행렬이다. 우변의 Q 는 가진력벡터이며, Ω 는 시간에 따라 변하지 않는 일정한 회전 속도이다.

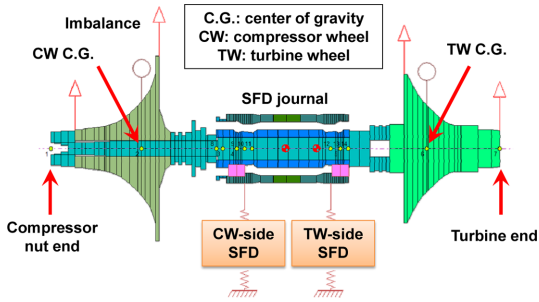


Fig. 3. Finite element rotor-bearing structural model of ball bearing supported turbocharger.

$$M\ddot{q}(t) + (C_b + \Omega G)\dot{q}(t) + (K_s + K_b)q(t) = Q(\dot{q}, q, \Omega, t) \quad (1)$$

회전체 모델의 질량, 무게중심, 관성모멘트, 자유단 조건에서의 고유진동수 및 모드 형상을 실제 회전축을 이용한 측정치와 비교함으로써, 해석 모델의 신뢰성을 검증하였다. 그림에서 원형 모양의 요소는 압축기 및 터빈의 질량과 관성모멘트를 적용한 디스크 요소를 나타낸다. 회전축과 SFD 저널 사이를 이어주는 사각형 요소는 볼 베어링을 나타낸다. 볼 베어링은 높은 강성을 갖는 선형 스프링으로 가정하였다. 압축기와 터빈의 양 끝단과 뒷면에 위치한 화살표 요소는 불균형 질량을 나타낸다. SFD 저널에 유체막의 압력장은 레이놀즈 방정식으로부터 얻어질 수 있다. 저널은 공동현상(Cavitation)을 동반한 원형의 동기 휘돌림 운동(Circular synchronous whirl motion)을 하며, 무한 소폭 길이를 갖는 댐퍼로 가정되었다. 휘돌림 운동하는 저널에 작용하는 압력장에 대한 적분은 접선 방향 힘과 반경방향 힘을 표현하는 식 (2)와 (3)을 유도한다. 여기에서 $\mu, R, L, C, \varepsilon, \omega, e$ 는 각각 오일 점도, 댐퍼의 반경, 댐퍼의 축방향 길이, 댐퍼 반경 간극, 저널과 댐퍼의 편심률, 휘돌림 속도, 저널의 편심 크기이다. 그리고 아래첨자 X 와 Y 는 각각 회전축 시스템의 수평, 수직 방향을 의미한다. 수식 (2)와 (3)의 우변에는 저널의 접선 방향의 선 속도 (ωe)가 포함되어 있기 때문에 이것을 양변으로 나누어 주면 감쇠 계수를 구할 수 있다. 따라서 SFD의 동적 감쇠 계수 (C_{XX}, C_{YY})는 수식 (4)와 (5)로 표현되며, 각 감쇠계수는 계산 이후 시스템의 지배방정식에 적용된다[10]. C_{XX} 은 직접감쇠계수(Direct damping coefficient)이며 C_{XY} 는 연성감쇠 계수(Cross-coupled damping coefficient)을 나타낸다.

$$F_x = \frac{\mu RL^3 \pi \omega e}{2C^3 (1-\varepsilon^2)^{3/2}} \quad (2)$$

$$F_y = \frac{2\mu RL^3 \varepsilon \omega e}{C^3 (1-\varepsilon^2)^2} \quad (3)$$

$$C_{XX} = \frac{\mu RL^3 \pi}{2C^3 (1-\varepsilon^2)^{3/2}} \quad (4)$$

$$C_{XY} = \frac{2\mu RL^3 \varepsilon}{C^3 (1-\varepsilon^2)^2} \quad (5)$$

3. 모델링 조건 및 해석 방법

3-1. 기준 모델 (Baseline model)

상용 터보차저 볼베어링 시스템의 실제 치수를 기반으로 한 기준 모델 (Baseline model)의 설계 인자는 압축기 쪽 SFD와 터빈 쪽 SFD의 간극 (=각각 60 μm 로 동일), 압축기 쪽 SFD 길이 (=4.5 mm)와 터빈 쪽 SFD의 길이 (=3.5 mm)로 정하였으며, 두 SFD의 오일의 온도는 60°C로 일정하다고 가정하였다. 또한 실제 터보차저의 불균형 질량의 크기와 위상을 정확하게 알 수 없기 때문에, 회전축의 불균형 질량 위치에 0.2 g-mm의 불균형 질량을 동일한 위상으로 가정하여 배치하였다.

3-2. SFD의 간극, 길이, 오일 온도 및 회전체 불균형 질량의 크기와 위상에 따른 Case 1에서 Case 10의 상세 조건

Table 1은 SFD와 불균형 질량 및 오일의 온도 조건에 따른 10가지 해석 조건 (Case 1에서 Case 10)을 나타낸다.¹ 불균형 질량의 위상이 역위상 (out of phase)인 경우, 압축기의 끝단과 뒷면의 불균형 질량의 위상 (=0°)이 터빈의 끝단과 뒷면의 불균형 질량 위상과 정 반대 방향, 즉 180°를 가지는 것으로 설정하였다.

3-3. 해석 방법

150 krpm까지 10 krpm 간격으로 준 정상상태 (quasi steady state)의 회전축의 비선형 과도응답을 Wilson - theta 해석 기법을 사용하여 구하였다[11]. 비선형 해석 시 시간간격 (time step size: Δt)과 전체 해석 시간은

¹오일 온도의 증가 및 감소에 따른 회전축, 베어링 카트리지 및 베어링 하우징의 팽창 및 수축은 고려하지 않았다.

Table 1. Cases 1 through 10: SFD radial clearance, length, imbalance amplitude and phase, and oil temperature

Cases	Radial clearance (μm)	Length of SFD CW/TW (mm)	Imbalance amplitude (g-mm)	Imbalance phase	0W-30 Oil temperature ($^{\circ}\text{C}$)
Case1 (Baseline)	60	4.5 / 3.5	0.2	In phase	60
Case2	40	4.5 / 3.5	0.2	In phase	60
Case3	80	4.5 / 3.5	0.2	In phase	60
Case4	60	2.25 / 1.75	0.2	In phase	60
Case5	60	6.75 / 5.25	0.2	In phase	60
Case6	60	4.5 / 3.5	0.1	In phase	60
Case7	60	4.5 / 3.5	0.3	In phase	60
Case8	60	4.5 / 3.5	0.2	Out of phase	60
Case9	60	4.5 / 3.5	0.2	In phase	30
Case10	60	4.5 / 3.5	0.2	In phase	90

(maximum integration time) 0.03 μs 와 0.5 s로 설정하였다. 또한, 해석결과를 주파수 도메인으로 후처리 하는 과정에서 시간 간격의 수 (number of time steps: N)는 8388608($=2^{23}$)로 설정하였다. 샘플링 주파수 (sampling frequency: SF)는 수식 (6)와 같이 시간 간격의 역수이다. 수식 (7)으로 부터, 최소 주파수 간격 (minimum frequency step size: Δf)은 3.974 Hz로 결정된다. 해석 결과는 동기주파수 성분의 최대 변위 값을 추출한 것이다. 각 조건에서의 최대 변위 값은 기준 모델 (baseline model)에서의 결과를 기준으로 정규화 (normalization) 하여 비교된다.

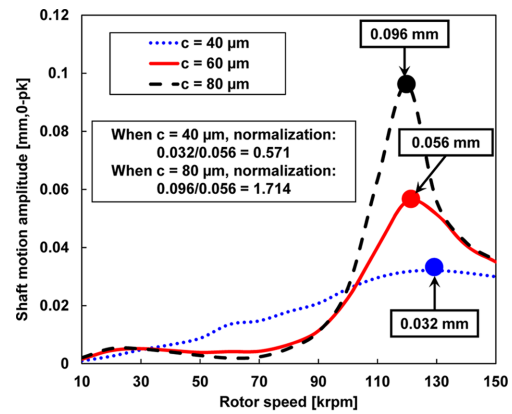
$$SF = \frac{1}{\Delta t} \quad (6)$$

$$\Delta f = \frac{SF}{N} \quad (7)$$

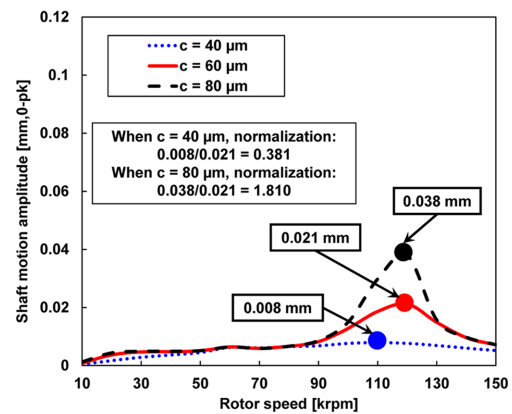
4. 해석 결과 및 토의

4-1. SFD간극의 영향: Case 1, Case 2, Case 3

Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)는 회전속도에 따른 압축기 끝단과 압축기 쪽 SFD 위치에서 회전축 동적 변위의 크기를 보여준다. Case 2와 Case 3은 반경 방향 간극을 기준 모델 (Case 1) 대비 20 μm (약 33%) 감소 및 증가시켰다. 여기서, 최대 진폭의 크기가 나타나는 임계속도 (critical speed)에서의 진동 크기는 점으로 표기하였다. Case 2와 Case 3의 최대 진폭은 간극이 60 μm 인 Case 1을 기준으로 정규화된 후 비교된다. 간극이 약



(a) Synchronous responses at compressor end



(b) Synchronous responses at CW-side SFD

Fig. 4. Case 1, Case 2, and Case 3: Dynamic response amplitudes versus rotor speed. c = SFD radial clearance.

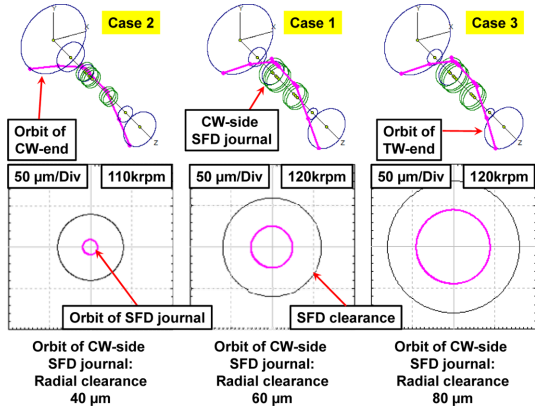


Fig. 5. Case 1, Case 2, and Case 3: Shaft motion amplitudes and orbits of CW-side SFD journal at critical speed.

33% 증가한 경우, 압축기 끝단의 최대 진폭 크기는 약 1.7배, 압축기쪽 SFD 위치에서의 최대 진폭 크기는 약 1.8배 증가하였다. 간극이 약 33% 감소된 경우, 압축기 끝단의 최대 진폭 크기는 약 0.6배, 압축기 쪽 SFD 위치에서의 최대 진폭 크기는 약 0.4배 감소하였다.

Fig. 5는 Case 1, Case 2, Case 3의 압축기 쪽 SFD 변위응답에서 확인한 임계속도 (critical speed)일 때 회전축 움직임을 3차원적으로 형상과 궤적 그래프로 나타낸다. 본 논문에서 임계속도는 Vance[12]의 정의를 따르며, 동기 주파수 응답이 최대로 나타나는 회전 속도이다. 임계속도에서 모드 형상은 1차 굽힘 모드로 나타나는 것을 알 수 있다. 압축기 끝단은 간극의 변화에 무관하게 항상 가장 큰 변위를 보이고 있다. 아래의 세 원형 궤적 그래프는 임계 속도에서 압축기 쪽 SFD 저널의 움직임을 보여준다. 임계속도에서 SFD 저널의 궤적크기는 SFD 간격크기 보다 작으므로 저널의 최대 진폭은 모든 운전영역에 걸쳐서 간극에 근접하지 않는다. SFD 반경 방향 간극이 40 μm, 60 μm, 80 μm 순으로 증가할 때, SFD 저널의 궤적 반경 크기를 SFD 반경 방향 간극으로 나눈 값은 각각 0.2, 0.35, 0.475이다. SFD 반경 방향 간극과 이 비율은 선형적인 관계를 가진다.

Case 1에서 Case 3에 대해, Fig. 6는 압축기 끝단, 압축기의 무게중심, 압축기 쪽 SFD, 터빈 쪽 SFD, 터빈의 무게중심, 터빈 끝단에서 최대 회전축 동적 거동의 크기, 즉 임계속도에서의 회전축 진동의 크기를 나타낸다. Case 2와 Case 3의 결과는 기준 모델인 Case 1의 결과로 정규화하여 표기하였다. 즉, Case 1의 정

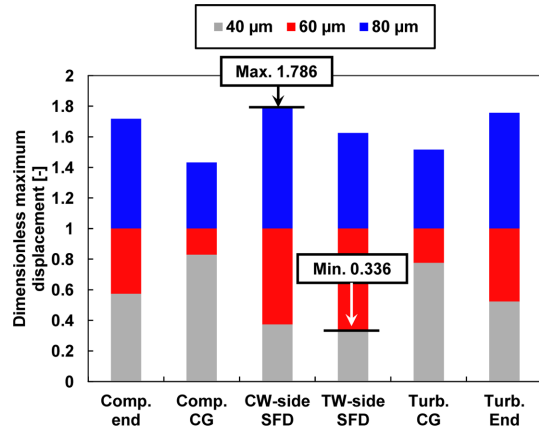


Fig. 6. Case 1, Case 2, and Case 3: Effect of SFD radial clearance on normalized shaft motion amplitudes for various TC rotor locations.

규화한 최대 변위값은 1을 가진다. Case 2와 Case 3의 터보차저의 양 끝 단과 SFD의 저널 부분의 변위는 Case 1의 결과와 비교하였을 때 70% 이상 매우 크게 변한 것을 알 수 있다.

4-2. SFD길이의 영향: Case 1, Case 4, Case 5

Case 1, Case 4, Case 5에 대해, Fig. 7는 압축기 끝단, 압축기의 무게중심, 압축기 쪽 SFD, 터빈 쪽 SFD, 터빈의 무게중심, 터빈 끝단에서의 최대 회전축 동적 거동의 크기를 나타낸다. Case 4와 Case 5의 결과는 기준 모델인 Case 1의 결과로 정규화하여 표기하였다. SFD 길이 증가는 회전축 진동의 크기를 다소 감소시키며, 특히 SFD 위치의 축 변위는 약 36%까지 크게 감

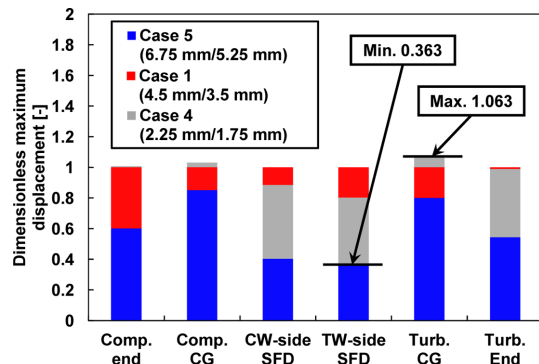


Fig. 7. Case 1, Case 4, and Case 5: Effect of SFD length on normalized shaft motion amplitudes for various TC rotor locations.

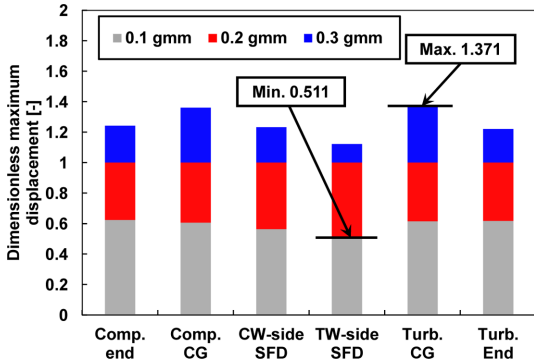


Fig. 8. Case 1, Case 6, and Case 7: Effect of rotor imbalance amplitude on normalized shaft motion amplitudes for various TC rotor locations.

소시켰다. 반면 SFD 길이의 감소는 터빈 쪽의 회전축 진동 크기에는 영향을 다소 미치지만, 압축기 쪽의 회전축 거동에는 거의 영향을 미치지 않는다.

4-3. 회전체 불균형질량 크기의 영향: Case 1, Case 6, Case 7

Case 1, Case 6, Case 7에 대해, Fig. 8은 압축기 끝단, 압축기의 무게중심, 압축기 쪽 SFD, 터빈 쪽 SFD, 터빈의 무게중심, 터빈 끝단에서의 최대 회전축 동적 거동의 크기를 나타낸다. Case 6과 Case 7의 결과는 기준 모델 Case 1의 결과로 정규화된 무차원 변위 응답이다. Case 6의 결과에서 알 수 있듯이, 불균형 질량의 크기를 0.2 g-mm에서 0.1 g-mm로 50% 감소시켰을 때, 회전축 전반에 걸쳐 동적 변위의 크기가 40~50% 가량 감소하였다. 불균형 질량의 크기가 0.3 g-mm일 때에는

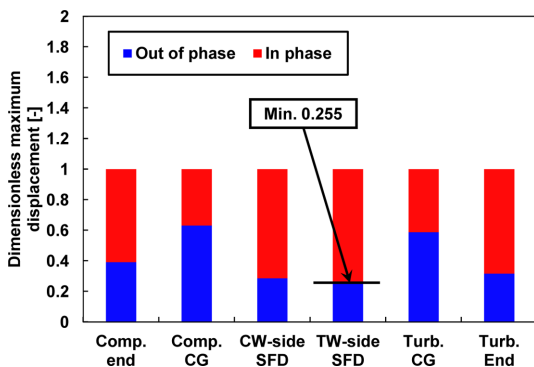


Fig. 9. Case 1 and Case 8: Effect of rotor imbalance phase on normalized shaft motion amplitudes for various TC rotor locations.

(즉, Case 7), 동적 변위의 증가량이 약 10-40%임을 알 수 있었다.

4.4. 회전체 불균형질량 위상의 영향: Case 1, Case 8

Case 1과 Case 8에 대해, Fig. 9은 압축기와 터빈에 위치하는 불균형 질량의 위상 조건에 따른 회전축 동적 거동의 크기를 나타낸다. 역위상 조건을 고려한 Case 8은 동위상 조건의 Case 1보다 축의 동적 변위 크기가 최대 약 75%까지 감소되는 것을 알 수 있다.

4.5. 오일 온도에 따른 점성 변화의 영향: Case 1, Case 9, Case 10

Fig. 10은 SAE 0W-30 윤활유의 온도 변화에 따른 점성을 나타낸다. Fig. 11는 Case 1, Case 9, Case 10에 대하여, 회전축 각 위치에서의 최대 동적 변위의 크기를 나타낸 것이다. 앞서 기술하였듯이, 모든 수치는 기준 모델인 Case 1의 해석 결과를 기준으로 정규화하였

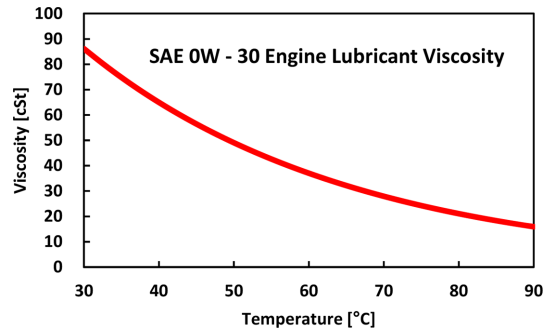


Fig. 10. Viscosity of SAE 0W-30 engine lubricant versus temperature.

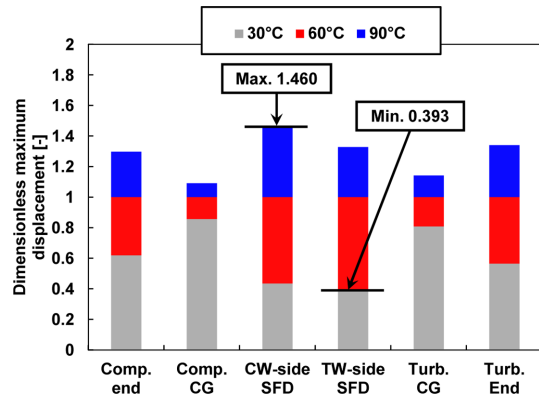


Fig. 11. Case 1, Case 9, and Case 10: Effect of oil temperature on normalized shaft motion amplitudes for various TC rotor locations.

다. Case 1의 경우보다 30°C 높은 저점도 조건인 Case 9는 회전축의 진동 크기가 전반적으로 증가하였으며, 특히 압축기 쪽 SFD에서의 축 진동의 크기가 약 46% 증가하는 것을 알 수 있다. 반면, 오일 온도 감소로 인한 점도의 증가는 터빈 쪽 SFD에서의 축 진동의 크기를 60% 가량 크게 감소시켰다.

5. 결론 및 향후 계획

SFD의 설계 인자와 불균형 질량의 크기 및 위상이 블 베어링과 SFD로 지지되는 차량용 터보차저 회전축의 동적 거동의 크기에 미치는 영향을 해석적으로 연구하였다.

회전축 변위 응답 변화에 매우 큰 기여도를 보이는 인자는 SFD의 간극과 불균형 질량의 위상임을 알 수 있었다. 초기 기준 모델의 간극으로부터 ±20 μm (±33%)의 간극 변화만으로도 축 양 끝단과 SFD가 위치한 축의 변위는 최대 80% 가량 크게 달라졌다. 한편, 압축기와 터빈의 불균형 질량의 위상 배치가 역위상을 가질 때에는 동위상을 가질 때와 비교하여 최대 회전축 진동의 크기가 40% 가량 감소하였다. 그리고, SFD 오일의 점성 또한 회전축 진동의 동적 변위에 크게 영향을 주는 것을 알 수 있었다. 향후 실험을 통해 얻은 결과를 본 연구에서 도출한 해석 결과와 비교하여 그 신뢰성을 검증할 예정이다.

Acknowledgements

이 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2017R1C1B1011839).

References

[1] Lee, D., Kim, Y., Kim, B., "Stability analysis of floating ring bearing supported turbocharger", *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, Vol. 31, No. 6, pp. 302-307,

2015.
 [2] Brouwer, M. D., Sadeghi, F., Lancaster, C., Archer, J., Donaldson, J., "Whirl and friction characteristics of high speed floating ring and ball bearing turbochargers", *Journal of Tribology*, Vol. 135, No. 4, p. 041120, 2013.
 [3] Ertas, B. H., Camatti, M., Mariotti, G., "Synchronous response to rotor imbalance using a damped gas bearing", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 132, No. 3, p. 032501, 2010.
 [4] Vance, J., Zeidan, F., Murphy, B., *Machinery Vibration and Rotordynamics*, Chap. 4, p.123, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010.
 [5] San Andrés, L., Barbarie, V., Bhattacharya, A., Gjika, K., "On the effect of thermal energy transport to the Performance of (Semi) floating ring bearing systems for automotive turbochargers," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 134, No. 10, p. 102507, 2012.
 [6] Gjika, K., San Andrés, L., Larue, G. D., "Nonlinear dynamic behavior of turbocharger rotor-bearing systems with hydrodynamic oil film and squeeze film damper in series: Prediction and experiment", *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 5, No. 4, p. 041006, 2010.
 [7] Brouwer, M. D., Sadeghi, F., "Investigation of turbocharger dynamics using a combined explicit finite and discrete element method rotor-cartridge model," *Journal of Tribology*, Vol. 139, No. 1, p. 012201, 2016.
 [8] Ashtekar, A., Sadeghi, F., "Experimental and analytical investigation of high speed turbocharger ball bearings", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 133, No. 12, p. 122501, 2011.
 [9] Hibner, D. H., "Dynamic Response of viscous-damped multi-shaft jet engines," *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 4, pp. 305-312, 1975.
 [10] Barrett, L. E., Gunter, E. J., "Steady-state and transient analysis of a squeeze film damper bearing for rotor stability," NASA-CR-2548, 1975.
 [11] Chen, W. J., Gunter, E. J., *Introduction to Dynamics of Rotor-Bearing Systems*, Chap. 7, pp. 328, Trafford Publishing, BC, Canada, 2007.
 [12] Vance, J., Zeidan, F., Murphy, B., *Machinery Vibration and Rotordynamics*, Chap. 3, p.84, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010.