

## 시위 방향 비대칭 단면의 복합재료 박벽보의 동특성 연구: I. 단일-셀

김근택<sup>1,†</sup><sup>1</sup>한국항공우주연구원

## Dynamic Characteristics of Composite Thin-Walled Beams with a Chord wise Asymmetric Cross-Section: I. Single-Cell

Keun-Taek Kim<sup>1,†</sup><sup>1</sup>Korea Aerospace Research Institute

## Abstract

In this study, the theoretical dynamic characteristics of a thin-walled composite beam with a single-cell of chordwise asymmetric cross-section was studied. Mathematical modeling was done by considering the transverse shear effects, the warping restraint effects, the constant taper ratio in the longitudinal direction of the beam, and the geometrical cross-section ratio. The mass coefficients, stiffness coefficients, and Eigen frequencies of the selected section were investigated. In particular, the effects of the taper ratio and cross-section ratio of the model on the Eigen frequencies were analyzed and compared when the asymmetry of the section was considered and the warping function was not corrected.

## 초 록

이번 연구에서는 복합재료 박벽보(thin-walled beam)에서 시위 방향으로 단일 셀의 비대칭성 단면을 가지는 모델을 선정하여, 단면의 형상에 대한 이론적인 동특성을 연구하였다. 이를 위해 전단 변형 효과(transverse shear effect)와 와핑 구속 효과(warping restraint effect), 보의 길이 방향으로 일정한 테이퍼비와 기하학적 단면비 등을 고려하고, 비대칭 단면의 와핑 함수 보정을 통해 수학적 모델링을 수행하였다. 그 결과에 따라, 고려한 단면의 질량 계수와 강성 계수 및 고유 진동수 등의 특성을 조사하였다. 특히, 단면의 비대칭성, 와핑 함수를 보정하지 않은 경우, 모델의 테이퍼비와 단면비 등이 고유 진동수에 미치는 영향을 비교 분석하였다.

**Key Words** : Composite Thin-Walled Beam(복합재료 박벽보), Single-Cell Cross-Section(단일 셀 단면), Warping Function(와핑 함수), Transverse Shear Effects(횡 전단 효과), Warping Restraint Effects(와핑 구속 효과)

## 1. 서 론

항공기의 날개와 로터 블레이드 등과 같은 복합재료 박벽보(thin-walled beam)의 이론적 해석을 위해 사용하는 단면은 대부분 극점(pole)을 기준으로 시위 방

향(chordwise) 및 두께 방향(flapwise)으로 대칭적인 형상으로 구성하여 모델링하고 해석을 수행하고 있다 [1-7]. 일반적으로 대칭 단면의 경우에는 극점을 기준으로 비틀림 함수(torsional function)로부터 와핑 함수(warping function)를 유도한다.

그렇지만 일반적으로 항공기 날개 등은 대부분 시위 방향으로 비대칭 단면을 가지므로, 이번 연구에서는 시위 방향으로 비대칭 단면을 가지는 박벽보의 수학적 모델링과 와핑 함수의 보정을 통한 단면 특성을 조사

Received: Sep. 11, 2018 Revised: Nov. 26, 2018 Accepted: Dec. 01, 2018

† Corresponding Author

Tel: +82-42-860-2707, E-mail: [ktkim@kari.re.kr](mailto:ktkim@kari.re.kr)

© The Society for Aerospace System Engineering

하였다. 시위 방향으로 비대칭인 단면의 와핑 함수의 보정을 위해 단면의 임의의 극점을 기준으로 단면 윤곽선의 형상 함수(shape function)를 유도하고, 와핑 평형 조건(equilibrium conditions of the warping constraint)을 만족하도록 극점의 위치를 구하여야 한다. 그 다음, 새로운 위치의 극점을 기준으로 기하학적 단면의 관계식을 수정하고 와핑 함수를 보정하여 지배 방정식에 적용하여야 한다[8].

또한, 이번 연구에서는 특수한 구조적 연성을 나타내는 circumferentially uniform stiffness (CUS) 형상 및 circumferentially asymmetric stiffness (CAS) 형상을 고려하였다[1]. CUS의 특징은 단면의 상하부에서 섬유각의 방향이 동일한 형상으로서, 신장, 굽힘, 신장-굽힘 연성 강성이 단면 전체에서 일정하게 나타나며, 주로 로터 블레이드 등의 해석에 적용한다. CAS는 상하부 섬유각의 방향이 서로 반대인 형상으로서, 항공기 날개의 설계에서 요구하는 굽힘-비틀림 연성을 얻을 수 있다는 특징이 있다. 이번 연구에서는 이러한 특수한 CUS 및 CAS 형상을 모두 고려하여, 비대칭 단면을 갖는 보의 이론적 해석에 대한 다양성을 점검하였다.

단면의 비대칭성이 미치는 영향을 고찰하기 위해, 고려한 모델의 특수한 경우로서, 동일한 시위 길이와 단면 두께를 가지는 대칭성 단면 모델에 대해서 비교 연구를 수행하였다. 그리고 와핑 함수를 보정한 경우와 와핑 함수를 보정하지 않은 경우에 대해서도 비교하였다. 또한, 이번 연구에서는 다양한 설계 매개변수가 보의 동적 특성의 기준을 제공하는 고유 진동수에 미치는 영향을 조사하기 위해, 수치 예제를 통해 면밀하게 분석하여 비교하였다.

## 2. 수학적 모델링

### 2.1 지배 방정식

이번 연구에서는 Fig. 1에서와 같이 단면의 시위 방향으로 비대칭 형상의 단면(variable model)을 가지는 복합재료 박벽의 외팔보를 가정하였다. 고려한 단면은 Fig. 1과 같이, 좌우 두 윤곽선이 만나는 지점을  $x$ -축 상에서 원점(0,0)으로 설정하여 와핑 함수를 보정하였다. 보는 Fig. 2와 같이 보의 길이 방향으로 일정한 테

이퍼비( $\sigma$ )와 단면비( $\xi$ )를 포함하여, 전단 변형 효과(transverse shear effect)와 와핑 구속 효과(warping restraint effect) 등을 함께 고려하여 모델링하였다.

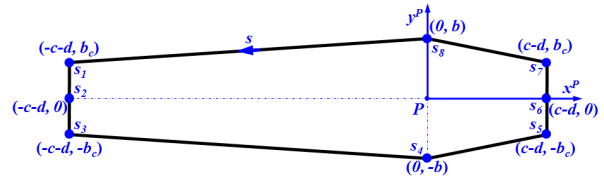


Fig. 1 A Chordwise asymmetric model (1-cell)

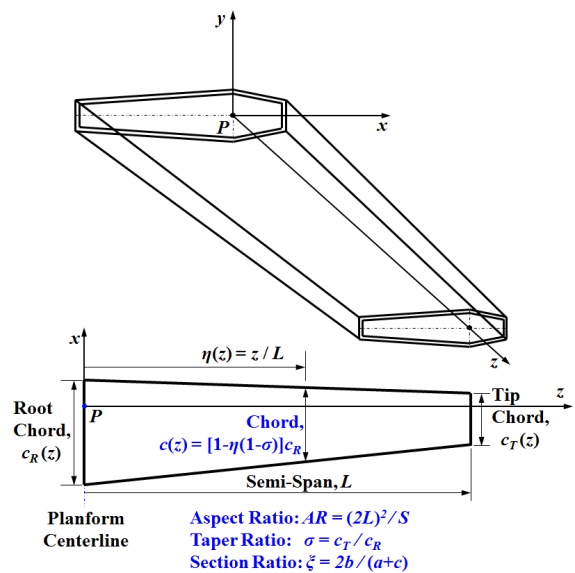


Fig. 2 A Thin walled-beam for modeling

일반적으로 보의 중앙-면에 대해 원주 및 법선 방향으로 그 특성이 모두 변하는 이방성 재료의 보를 가정함으로써, 굽힘-비틀림, 신장-비틀림, 이러한 모든 변형 모드 사이의 연성이 불가피하게 발생한다. 따라서 다음과 같은 다수의 운동학적인 요소를 가정한다.

- (a) 단면의 모든 물리적 치수는 그 평면에서 변하지 않는다. 이것은 보의 단면이 자체 평면에서 강체(즉,  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{xy} = 0$ )이지만, 원래 평면으로부터 와핑은 일어날 수 있다는 의미이다.
- (b) 보 단면에서 횡 방향 전단 변형률은 균일하다.
- (c) 보 벽의 임의의 위치에서 벽의 두께와 곡률반경비는 단위량에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다. 또한, 변위는 미소 변형이라고 가정한다.

보의 이론적 해석을 수행하기 위해 정의한 좌표계를 Fig. 3에 도시한다.

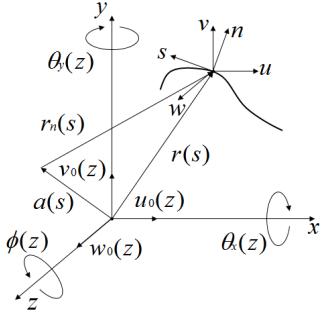


Fig. 3 Coordinate System

3-차원의 탄성 방정식으로부터 등가의 1-차원으로 변환하여 유도한 각 변위 성분은 다음과 같다.

$$(i) \quad u(x, y, z, t) = u_0(z, t) - \left[ y(s, z) - n \frac{dx}{ds} \right] \phi(z, t) \quad (1)$$

$$(ii) \quad v(x, y, z, t) = v_0(z, t) + \left[ x(s, z) + n \frac{dy}{ds} \right] \phi(z, t) \quad (2)$$

$$(iii) \quad w(x, y, z, t) = w_0(z, t) + \theta_y(z, t) \left[ x(s, z) + n \frac{dy}{ds} \right] + \theta_x(z, t) \left[ y(s, z) - n \frac{dx}{ds} \right] - \phi'(z, t) \left[ F_w(s, z) + n a(s, z) \right] = w_0(z, t) + x(s, z) \theta_y(z, t) + y(s, z) \theta_x(z, t) - F_w(s, z) \phi'(z, t) + n \left[ \frac{dy}{ds} \theta_y(z, t) - \frac{dx}{ds} \theta_x(z, t) - a(s, z) \phi'(z, t) \right] \quad (3)$$

$$(iv) \quad \theta_x(z, t) = \gamma_{yz}(z, t) - v_0'(z, t) \quad (4)$$

$$(v) \quad \theta_y(z, t) = \gamma_{xz}(z, t) - u_0'(z, t) \quad (5)$$

$$\text{단, } F_w(s, z) = \int_0^s [r_n(s, z) - \psi(s, z)] ds = F_1(s) \quad (6)$$

$$r_n(s, z) = x(s, z) \frac{dy}{ds} - y(s, z) \frac{dx}{ds} \quad (7)$$

$$a(s, z) = -r_t(s, z) = -x(s, z) \frac{dx}{ds} - y(s, z) \frac{dy}{ds} = F_2(n, s) \quad (8)$$

또한,  $F_1(s)$ 와  $F_2(n, s)$ 는 각각 단면 윤곽선(primary) 및 두께(secondary)의 좌표 함수이다.

식 (1) ~ 식 (8)로부터, 단면 박벽보에 대한 자유 진동을 해석하기 위한 지배 방정식은 확장형 해밀턴 원

리(extended hamilton's principle)를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W) dt = 0 \quad (9)$$

$$\text{단, } \delta u_0 = \delta v_0 = \delta w_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = \delta \phi = 0 \quad (t = t_1, t_2) \quad (10)$$

그 결과, 유도한 지배 방정식과 관련 경계 조건은 다음과 같다.

[지배 방정식]

$$\delta u_0: \left[ a_{41} w_0' + a_{42} \theta_y' + a_{43} \theta_x' + a_{44} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{45} (\theta_x + v_0') - a_{46} \phi'' + a_{47} \phi' - (b_1 u_0 - b_2 \ddot{\phi}) = 0 \quad (11)$$

$$\delta v_0: \left[ a_{51} w_0' + a_{52} \theta_y' + a_{53} \theta_x' + a_{54} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{55} (\theta_x + v_0') - a_{56} \phi'' + a_{57} \phi' - (b_1 v_0 + b_3 \ddot{\phi}) + p_y = 0 \quad (12)$$

$$\delta w_0: \left[ a_{11} w_0' + a_{12} \theta_y' + a_{13} \theta_x' + a_{14} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{15} (\theta_x + v_0') - a_{16} \phi'' + a_{17} \phi' - (b_1 w_0 + b_3 \ddot{\theta}_y + b_2 \ddot{\theta}_x - b_7 \ddot{\phi}') = 0 \quad (13)$$

$$\delta \theta_y: \left[ a_{21} w_0' + a_{22} \theta_y' + a_{23} \theta_x' + a_{24} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{25} (\theta_x + v_0') - a_{26} \phi'' + a_{27} \phi' - \left[ a_{41} w_0' + a_{42} \theta_y' + a_{43} \theta_x' + a_{44} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{45} (\theta_x + v_0') - a_{46} \phi'' + a_{47} \phi' - (b_3 \ddot{w}_0 + b_5 \ddot{\theta}_y + b_6 \ddot{\theta}_x - b_9 \ddot{\phi}') + b_{15} \ddot{\theta}_y - b_{13} \ddot{\theta}_x - b_{17} \ddot{\phi}' = 0 \quad (14)$$

$$\delta \theta_x: \left[ a_{31} w_0' + a_{32} \theta_y' + a_{33} \theta_x' + a_{34} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{35} (\theta_x + v_0') - a_{36} \phi'' + a_{37} \phi' - \left[ a_{51} w_0' + a_{52} \theta_y' + a_{53} \theta_x' + a_{54} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{55} (\theta_x + v_0') - a_{56} \phi'' + a_{57} \phi' - (b_2 \ddot{w}_0 + b_6 \ddot{\theta}_y + b_4 \ddot{\theta}_x - b_8 \ddot{\phi}') - b_{13} \ddot{\theta}_y + b_{14} \ddot{\theta}_x + b_{16} \ddot{\phi}' = 0 \quad (15)$$

$$\delta \phi: \left[ a_{71} w_0' + a_{72} \theta_y' + a_{73} \theta_x' + a_{74} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{75} (\theta_x + v_0') - a_{76} \phi'' + a_{77} \phi' + \left[ a_{61} w_0' + a_{62} \theta_y' + a_{63} \theta_x' + a_{64} (\theta_y + u_0') \right]' + a_{65} (\theta_x + v_0') - a_{66} \phi'' + a_{67} \phi' - (b_4 + b_5 + b_{14} + b_{15}) \ddot{\phi} - b_3 v_0 + b_2 u_0 + \left[ -b_7 w_0 - b_9 \ddot{\theta}_y - b_8 \ddot{\theta}_x + b_{10} \ddot{\phi}' - b_{17} \ddot{\theta}_y + b_{16} \ddot{\phi}' \right] = 0 \quad (16)$$

[경계 조건( $z = 0, L$ )]

$$\delta u_0: a_{41} w_0' + a_{42} \theta_y' + a_{43} \theta_x' + a_{44} (\theta_y + u_0') + a_{45} (\theta_x + v_0') - a_{46} \phi'' + a_{47} \phi' = 0 \quad (17)$$

$$\delta v_0: a_{51} w_0' + a_{52} \theta_y' + a_{53} \theta_x' + a_{54} (\theta_y + u_0') + a_{55} (\theta_x + v_0') - a_{56} \phi'' + a_{57} \phi' = 0 \quad (18)$$

$$\delta w_0: a_{11} w_0' + a_{12} \theta_y' + a_{13} \theta_x' + a_{14} (\theta_y + u_0') + a_{15} (\theta_x + v_0') - a_{16} \phi'' + a_{17} \phi' = 0 \quad (19)$$

$$\delta\theta_y: a_{21}w_0' + a_{22}\theta_y' + a_{23}\theta_x' + a_{24}(\theta_y + u_0') + a_{25}(\theta_x + v_0') - a_{26}\phi'' + a_{27}\phi' = 0 \quad (20)$$

$$\delta\theta_x: a_{31}w_0' + a_{32}\theta_y' + a_{33}\theta_x' + a_{34}(\theta_y + u_0') + a_{35}(\theta_x + v_0') - a_{36}\phi'' + a_{37}\phi' = 0 \quad (21)$$

$$\delta\phi: a_{71}w_0' + a_{72}\theta_y' + a_{73}\theta_x' + a_{74}(\theta_y + u_0') + a_{75}(\theta_x + v_0') - a_{76}\phi'' + a_{77}\phi' + \left[ a_{61}w_0' + a_{62}\theta_y' + a_{63}\theta_x' + a_{64}(\theta_y + u_0') + a_{65}(\theta_x + v_0') - a_{66}\phi'' + a_{67}\phi' \right]' + \left( -b_7w_0 - b_9\theta_y - b_8\theta_x + b_{10}\phi'' - b_{17}\theta_y + b_{16}\theta_x + b_{18}\phi'' \right) = 0 \quad (22)$$

$$\delta\phi': - \left\{ a_{61}w_0' + a_{62}\theta_y' + a_{63}\theta_x' + a_{64}(\theta_y + u_0') + a_{65}(\theta_x + v_0') - a_{66}\phi'' + a_{67}\phi' \right\} = 0 \quad (23)$$

여기서  $a_{ij}$ 는 강성 계수(stiffness coefficients)이고  $b_j$ 는 질량 계수(mass coefficients)를 나타낸다[1].

## 2.2 자유 와핑 및 구속 와핑

박벽보가 끝 단면에서 크기가 같고 방향이 반대인 하중을 받고, 양단에서 아무런 구속 조건이 없을 때, 그 보의 자유 비틀림이 나타난다. 이 경우, 보의 각 단면에서는 단지 전단 응력만이 발생한다. 이러한 응력 분포의 법칙은 단면 형상에 따라 의존적이며, 모든 단면에서 같다. 그리고 보의 축을 따라 비틀림각의 변화율  $\phi' (= d\phi/dz)$ 은 일정하다.

단면이 와핑으로부터 자유롭지 못하거나 혹은, 비틀림 모멘트가 보의 길이 방향에 따라 변한다면, 와핑 변위는 보를 따라 변하고, 길이 방향의 섬유에 대한 인장이나 압축으로 인해 비틀림을 수반한다. 그 결과, 비틀림 각  $\phi$ 의 변화율  $\phi'$ 은 상수가 아니며, 길이 방향 좌표  $z$ 의 함수로서,  $\phi' = \phi'(z, t)$ 이다.

보의 단면이나 보의 축을 따라 발생하는 비틀림 모멘트의 변동은 비균일 비틀림 거동에 영향을 미치는 요소이다. 그 결과, 작용력을 평형으로 유지하려는 1차 응력 시스템뿐만 아니라, 와핑 변위에 대한 구속이 일어나는 경우, 해당 단면에서 법선 및 접선 응력에 대한 자동 평형 시스템이 발생한다. 보가 비틀림 모멘트만을 받을 때, 구속 와핑인 경우, 2차 응력 시스템과 연계한 합성 힘과 합성 굽힘 모멘트는 “0”이어야 한다는 평형 조건이 필요하다.

## 2.3 와핑 함수

단일-셀의 폐단면 보에서 길이 방향의 변위는 다음과 같다.

$$w(s, z, n, t) = w_0(z, t) + \theta_y(z, t) \left( x + n \frac{dy}{ds} \right) + \theta_x(z, t) \left( y - n \frac{dx}{ds} \right) - \phi'(z, t) \left\{ F_1(s) + F_2(n, s) - 2n \int_0^s \left[ \frac{\beta}{h(s) G_{sz}(s) \mathcal{L}} - 1 \right] ds \right\} \quad (24)$$

여기서,  $F_1(s)$ 와  $F_2(n, s)$ 는 각각 단면의 윤곽선(1차) 및 두께(2차)의 와핑 함수로서,

$$F_1(s) \equiv \int_0^s [r_n(s) - \psi(s)] ds \quad (25)$$

$$F_2(n, s) \equiv -nr_t(s) \quad (26)$$

이며, 각각 중앙선 내외부의 위치에 대응한다.

$$\text{여기서, } \mathcal{L} = \oint 1/[h(s) G_{sz}(s)] ds \quad (27)$$

$$\psi(s) = 2\Omega/(h(s) G_{sz}(s) \mathcal{L}) \quad (28)$$

이며,  $\psi(s)$ 를 비틀림 함수(torsional function)라고 한다. 두께와 박막 전단 계수가 보 원주를 따라 균일할 경우, 비틀림 함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\psi = \oint r_n ds / \oint r_n ds = 2\Omega/\beta \quad (29)$$

단,  $\Omega$ 와  $\beta$ 는 각각 보 단면의 윤곽선으로 둘러싸인 면적과 둘레의 길이를 나타낸다. 그리고 자유 비틀림의 경우  $\phi(z)$ 는  $z$ -좌표의 선형 함수이고(비틀림률(rate of twist)은 일정), 구속 비틀림의 경우  $\phi(z)$ 는  $z$ -축에 대한 임의의 함수라는 점에 주의한다.

또한, 순수 비틀림에서 와핑 변위는 와핑 함수와 비틀림률의 곱으로 구할 수 있다.

$$w(s, z, t) = F_1(s) \phi'(z, t) \quad (30)$$

$$\text{단, } F_1(s) = \int_0^s (\lambda - r_n) ds + C \quad (31)$$

여기서 자유 와핑 조건을 만족하기 위하여 상수  $C$ 는

$$\oint F_1(s) ds = 0 \quad (32)$$

를 만족하여야 하며, 이를 위해

$$\oint_K \frac{\partial w}{\partial s} ds = 0, \quad [K = (1, \dots, N)] \quad (33)$$

이어야 하고, 그 역도 또한 같아야 한다는 것이다.

## 3. 수치 해석

### 3.1 재료의 물성치

테이퍼형 복합재료 얇은 벽 외팔보로 모사한 항공기

날개 단면 특성 비교 연구를 위해 사용한 재료 (T300/5208 carbon/epoxy)의 물성치와 단면의 치수는 다음과 같다.

$$E_1 = 206.75 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 5.17 \text{ GPa}$$

$$G_1 = 3.10 \text{ GPa}, G_2 = G_3 = 2.55 \text{ GPa}$$

$$\nu_{21} = \nu_{31} = 0.00625, \nu_{32} = 0.25, \rho = 1528.15 \text{ kg/m}^3$$

단면 시위  $c=0.1 \text{ m}$ ,  $b=\xi \times c \text{ m}$  (단  $\xi$ 는 단면비)  
보의 길이  $L=2.0 \text{ m}$ , 단면 두께  $h=0.004 \text{ m}$

### 3.2 해석 결과 및 논의

시위 방향으로 비대칭성 모델(Fig. 1)과 대칭성 모델의 비교 분석을 위해 다음 Fig. 4와 같이 대칭성을 가지는 모델(base model)을 고려한다.

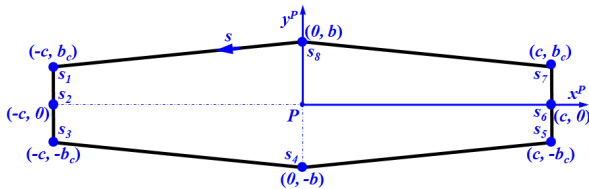


Fig. 4 Symmetrical model for comparison

#### (1) 단면 특성: 질량 계수 및 강성 계수

고려한 시위 방향의 비대칭 단면에 대한 특성을 조사하기 위해, 고려한 모델의 CUS 및 CAS 형상에 대해 각각 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 를 각각 구하였다. 그 결과, 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 가 대칭성의 단면과 비교하여 “0”이 아닌 값을 가지는 경우를 Table 1과 Table 2로 각각 정리하였다. 비교를 위해 표에서 대칭성 단면의 경우는 “S”, 비대칭성 단면의 경우는 대칭성 단면의 경우에 비해 추가적으로 값을 가지는 요소에 대해 “A”로 표시하여 구분하였다.

질량 계수  $b_j$ 는 CUS와 CAS 모두,  $b_3, b_8, b_{16}$ 에서 대칭성의 단면보다 추가로 “0”이 아닌 값을 가진다 (Table 1). 또한,  $b_2, b_6, b_7, b_9, b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{17}$ 에서는 어떠한 경우에도 값을 가지지 않는다.

강성 계수( $a_{ij} = a_{ji}$ )는 CUS 형상에서  $a_{12}, a_{27}, a_{36}, a_{46}$  등에서(Table 2[a]), CAS 형상에서  $a_{12}, a_{24}, a_{36}$ ,

$a_{67}$  등에서(Table 2[b]) 대칭성의 단면보다 추가로 “0”이 아닌 값을 가진다.

Table 1 Mass coefficients  $b_j$  for CUS & CAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9
S		A	S	S			A	
10	11	12	13	14	15	16	17	18
S				S	S	A		S

Table 2 Stiffness coefficients  $a_{ij}$

[a] CUS

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	6	7
1	S	A					S
2		S			S		A
3			S	S		A	
4				S		A	
5					S		
6			Sym.			S	
7							S

[b] CAS

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	6	7
1	S	A		S			
2		S		A			
3			S			A	S
4				S			
5					S	S	
6			Sym.			S	A
7							S

날개의 끝단( $\eta=1.0$ )에서 테이퍼비  $\sigma=0.6$ , 단면비  $\xi=0.4$ 인 경우에 대한 비대칭성 모델의 CUS 형상 및 CAS 형상으로 구분하고, 각각 강성 계수를 구하여 다음과 같이 Fig. 5에 제시하였다. 그림으로부터 알 수 있는 것은 시위 방향으로 비대칭인 단면의 경우에도 와핑 함수를 보정하여 적용할 경우, 대칭성 단면과 동일하게 섬유각  $90^\circ$ 를 기준으로 모든 강성 계수는 좌우 대칭을 이룬다는 것을 확인할 수 있다.

#### (2) 단면의 비대칭성의 영향

다음은 대칭성 단면(base model)을 기준으로 섬유각( $\theta$ )에 따른 비대칭성 단면(variant model)의 비대칭성의 영향을 조사하기 위해, 고유 진동수의 변화 특성에 대한 해석 결과를 Fig. 6에 제시한다.

그림으로부터 알 수 있듯이, CUS 형상의 경우 두 모델 모두 섬유각  $90^\circ$ 를 기준으로 고유 진동수가 대칭

성을 가지지만, CAS 형상의 경우 비대칭성 모델은 섬유각 90°를 기준으로 섬유각을 따라 비대칭성을 나타내는 차이가 발생하고 있다. 특히, 고유 진동수(lateral mode)의 차수가 커질수록, 비대칭성이 더 확연히 나타남을 알 수가 있다.

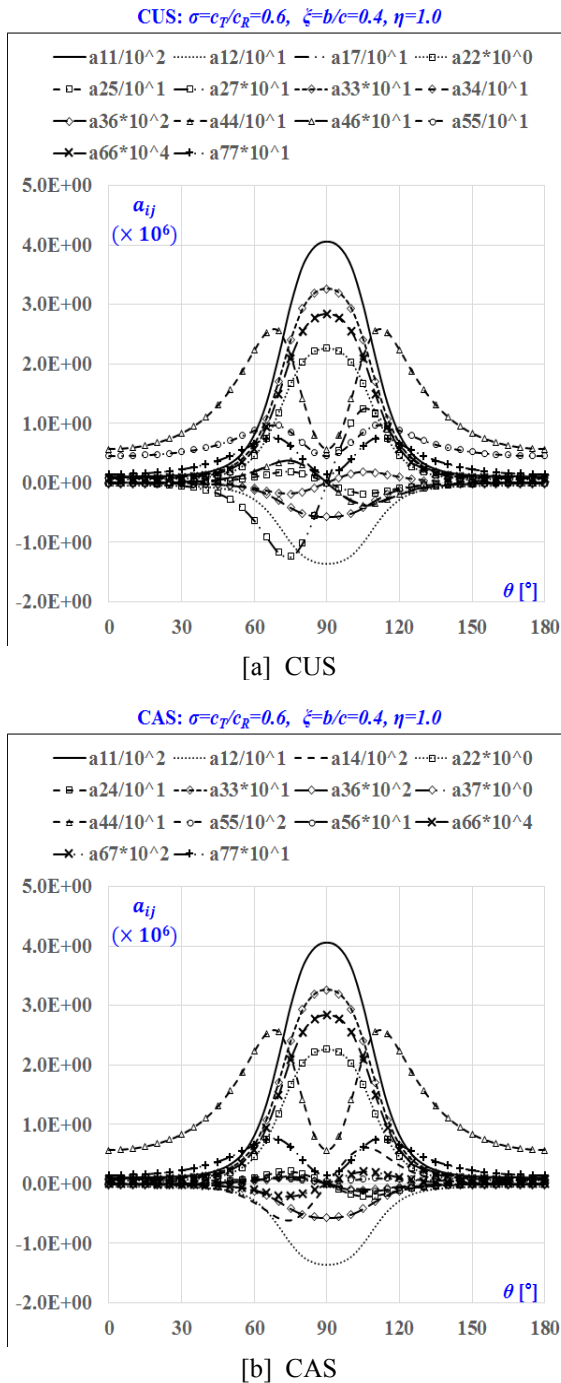


Fig. 5 Stiffness coefficients

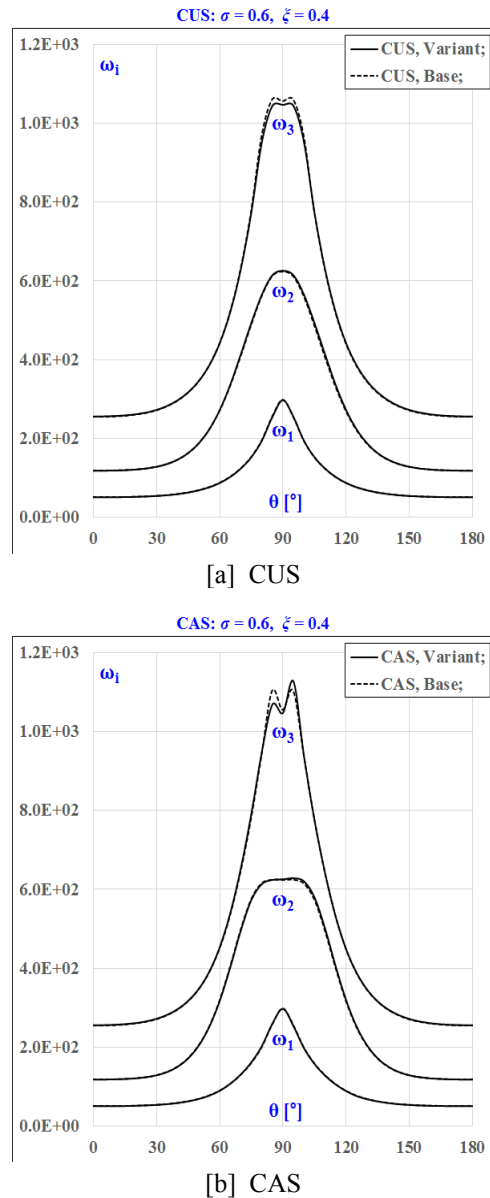


Fig. 6 Eigenfrequencies of asymmetric (variant) vs. symmetric (base) models

(3) 외평 함수 보정의 영향

다음은 섬유각( $\theta$ )을 기준으로 외평 함수를 보정한 경우(corrected warping, CW)와 보정하지 않은 경우(non-corrected warping, NCW)의 비교를 위해 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, 각 경우에 대해 다음과 같이 Fig. 7에 제시한다.

그림으로부터 알 수 있듯이, CUS와 CAS 모두 외평 함수를 보정하지 않은 경우, 그 차이는 미미하게 나타나지만, 이것은 고려한 형상이 단순하기 때문이다. 앞

서 단면 특성 연구 결과(3.2절 (1)항)에서 살펴 본 바와 같이, 와핑 함수로 인해, 질량 계수는 CUS와 CAS 모두,  $b_8$ ,  $b_{16}$ 에서 추가로 값을 가지며(Table 1), 강성 계수는 CUS 형상에서  $a_{36}$ ,  $a_{46}$ 에서(Table 2[a]), CAS 형상에서  $a_{36}$ ,  $a_{67}$ 에서(Table 2[b]) 추가로 값을 가진다. 이것은 고려 대상 형상에 따라 지배 방정식(Eq. (11) ~ Eq. (16))에 영향을 미칠 수 있기 때문에, 와핑 함수 보정하지 않으면 비대칭 단면을 가진 해석 모델의 정확한 동적 특성을 구할 수 없다[8].

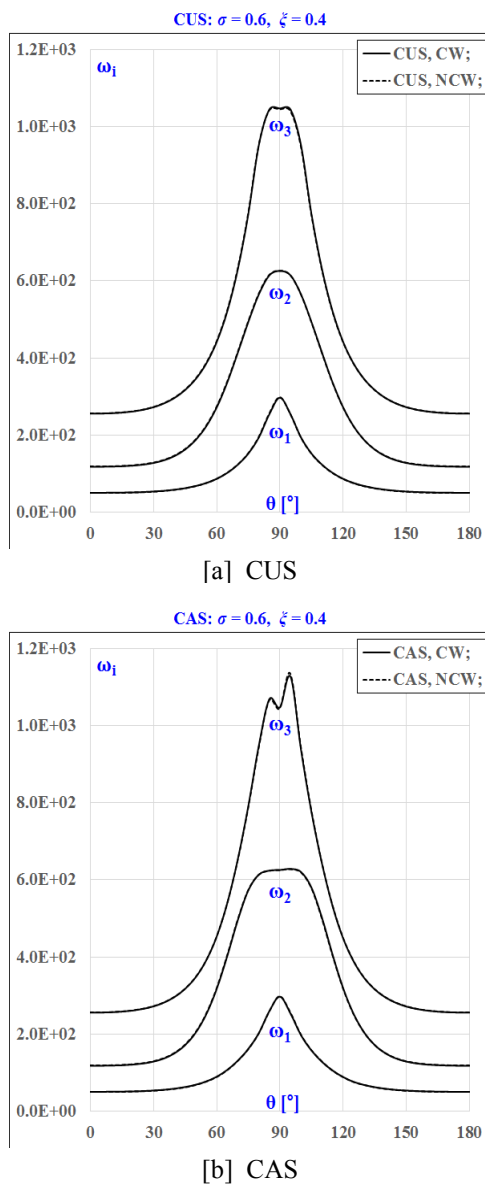


Fig. 7 Eigenfrequencies for CW and NCW cases

(4) 테이퍼비의 영향

테이퍼비( $\sigma$ )을 기준으로 비대칭성 모델의 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, CUS와 CAS 형상에 대해 다음과 같이 Fig. 8로 제시한다. 그림으로부터 알 수 있는 것은, 비대칭성 모델의 CUS 및 CAS 형상에서 고유 진동수는 차수가 높아질수록 테이퍼비의 영향이 점차 커져간다는 점이다. 1차 및 2차 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 감소하는 경향을 나타내며, 3차 이상의 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 증가하는 경향을 나타내고 있다.

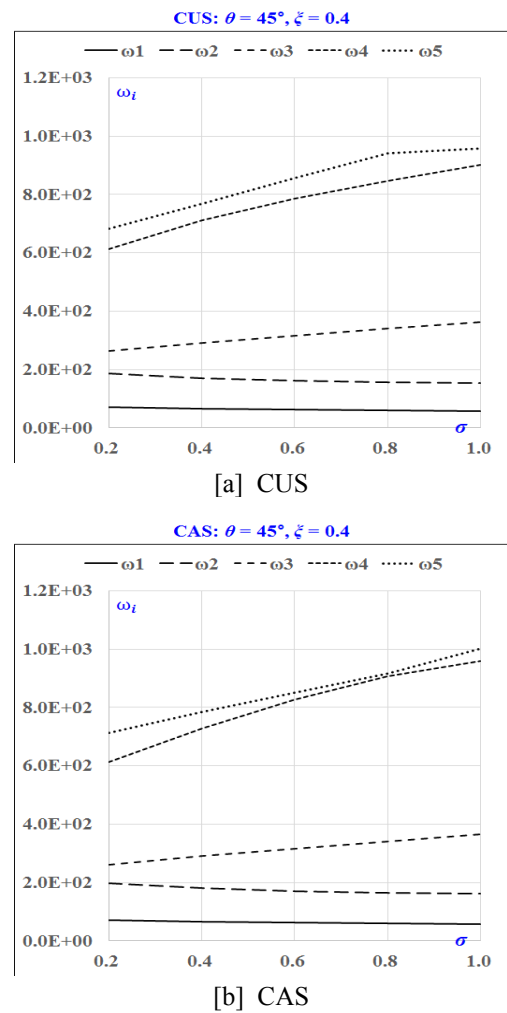


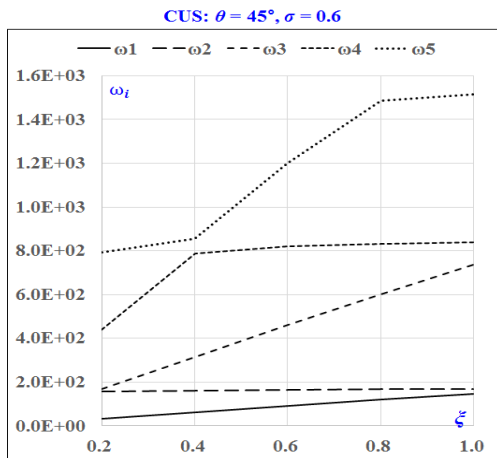
Fig. 8 Eigenfrequencies for taper ratio

(5) 단면비의 영향

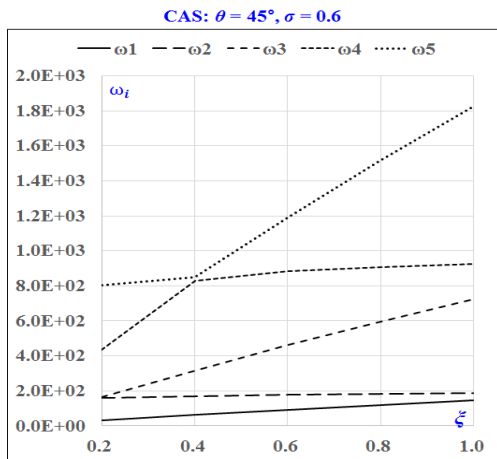
단면비( $\xi$ )을 기준으로 비대칭성 모델의 고유 진동수의 변화 특성을 조사하여, CUS와 CAS 형상에 대해 다음과 같이 Fig. 9로 제시한다.



그림으로부터 알 수 있는 것은, 비대칭성 모델의 CUS 및 CAS 형상에서 고유 진동수는 임의의 단면 두께비에 따라 고유 진동수는 테이퍼비가 커질수록 점차 증가하는 경향을 나타내고 있다. 또한 단면비에 따라 고유 진동수의 변화는 존재하지만, 테이퍼비의 경우와 달리 단면비의 구간에 따라 고유진동수의 변곡 구간이 나타나는 것은, 원, 타원 혹은 네 변의 길이가 같은 정사각형 및 마름모와 같은 상/하, 좌/우 대칭인 도형은 1차 외평 함수가 존재하지 않기 때문에("0") [1], 고유 진동수에 실질적인 영향을 미치는 인자는 단면비에 따른 윤곽선의 기하학적 형상 함수가 더 지배적이라는 것을 의미한다.



[a] CUS



[b] CAS

Fig. 9 Eigenfrequencies for thickness ratio

### 4. 결 론

이번 연구에서는 단일-셀의 복합재료 박벽보의 시위 방향으로 비대칭성 단면을 가지는 모델을 선정하여, 전단 변형 효과와 외평 구속 효과, 날개 길이 방향으로 일정한 테이퍼비( $\sigma$ )와 날개의 단면비( $\xi$ ) 등을 고려하고, 비대칭 단면의 외평 함수 보정을 통해 수학적 모델링을 수행하였다.

외평 함수를 보정한 시위 방향으로 비대칭성 단면 모델의 CUS 및 CAS 형상에 대해 각각 복합재료 박벽보로 모델링한 보의 질량 계수  $b_j$ 와 강성 계수  $a_{ij}$  및 고유 진동수  $\omega_i$  등의 특성을 조사하여 고찰하였다. 또한, 고려한 모델의 단면 형상과 동일한 시위 길이와 단면 두께를 가지는 대칭성 단면 모델에 대해서도 비교 연구를 수행하고 그 결과를 제시하였다.

그리고 단면의 동특성 연구에서 여러 설계 변수가 고유 진동수  $\omega_i$ 에 미치는 영향을 분석하였고, 그 결과를 요약하여 정리하면 다음과 같다.

단면의 비대칭성	대칭성 단면보다 질량 및 강성 계수에서 외평 함수와 관련된 계수 항이 나타나며, 이에 대한 고려가 필요함	
외평 함수 보정	외평 함수로 인해, 추가적인 질량 및 강성 계수가 나타나며, 외평 함수 보정이 필요함	
매개 변수	테이퍼비( $\sigma$ )	테이퍼비에 따라 고유 진동수에 변화를 나타냄
	단면비( $\xi$ )	단면비에 따라 고유 진동수의 변화가 있지만, 단면 형상에 따라 단면비에 따른 변곡 구간이 존재함

단일-셀에 대한 이번 연구에 이어, 다음으로 동일한 해석 기준의 다중-셀로 모델링한 박벽보의 동특성에 대한 연구를 Part II에서 제시한다.

### 후 기

이 논문은 현재 다부처 사업으로 수행 중인 “국민 안전 대응 무인항공기 융합시스템 구축 및 운용” 사업 (과제번호: 10080047)의 연구 결과 중 일부이다.



## References

- [1] L. Librescu and O. Song, *Thin-Walled Composite Beams: Theory and Application, Solid Mechanics and its Applications*, Volume 131, Springer, ISBN-10 1-4020-3457-1, 2006.
- [2] O. Song, *modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials*, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.
- [3] O. Song and L. Librescu, "Free Vibration of Anisotropic Composite Thin-Walled Beams of Closed Cross-Section Contour", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, No. 1, pp. 129-147, 8 Oct. 1993.
- [4] L. Librescu, L. Meirovitch, and O. Song, "Refined Structural modeling for Enhancing Vibrational and Aeroelastic Characteristics of Composite Aircraft Wings", *La Recherche Aéronautique*, Vol. 1996, No. 1, pp. 23-35, 1996.
- [5] Z. Qin and L. Librescu, "Static and Dynamic Validations of a Refined Thin-Walled Composite Beam model", *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 12, pp. 2422-2424, Technical Notes, Dec. 2001.
- [6] S. Na, H. Yoon, and L. Librescu, "Effect of Taper Ratio on Vibration and Stability of a Composite Thin-Walled Spinning Shaft", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, No. 3, pp. 362-371, Mar. 2006.
- [7] K-T Kim and O. Song, "Aileron Reversal of Nonuniform and Swept Composite Aircraft Wings," *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 3, pp. 681-693, May-Jun. 2013.
- [8] K-T Kim, "A Study on the Correction of the Warping Functions of Composite Thin-Walled Beams with a Chordwise Asymmetric Closed Cross-Section," *Journal of Aerospace System Engineering*, Vol. 12, No. 4, pp. 9-17, Aug. 2018.