

# 영구자석 전동기의 불균일하게 자화된 자석에 따른 코깅토크 분석

## Cogging Torque Analysis According to Unevenly Magnetized Magnets in PM Motor

이 동 호\* · 정 채 립\* · 이 승 태\* · 허 진\*

(Dong-ho Lee · Chae-lim Jeong · Seung-Tae Lee · Jin Hur)

**Abstract** - This paper investigated the effect of unevenly magnetized magnets to the cogging torque. First, through qualitative analysis of cogging torque, the generation of slot harmonic component is explained. Second, it is found that the slot harmonic can be suppressed by locating the magnets under specific condition even if the magnets are irregularly magnetized respect to each other. Finally, it is verified with the experimental result.

**Key Words** : Cogging torque, Permanent magnet machine, Torque ripple, Uneven magnets

### 1. 서 론

최근 많은 산업분야에서 영구자석 전동기를 채택하고 있는데, 그 이유는 영구자석 전동기가 높은 출력밀도와 효율 등급을 가지기 때문이다[1],[2]. 하지만 영구자석 전동기는 구조적으로 높은 토크리플을 가진다. 토크리플은 소음과 진동을 야기하기 때문에 이에 민감한 공조기나 정밀 가공장비에서는 치명적인 단점이 된다. 따라서 해당 산업분야들에 영구자석 전동기를 적용하기 위해서는 토크리플의 최소화가 필수이다[3],[4].

영구자석 전동기의 토크리플의 원인은 구조적인 이유로 발생하는 성분과 입력 전원의 고조파 성분에 의한 것, 크게 두 가지로 나뉜다[5]. 이 중 전동기의 설계과정에서 가장 주요하게 다루어지는 것이 구조적인 원인으로 발생하는 코깅토크이다. 코깅토크는 평균 토크에는 기여하지 않고 오로지 토크의 리플 성분만이 된다. 이 때문에 이를 저감하기 위한 연구가 여전히 활발하게 진행되고 있다[6]-[10]. 하지만, 해당 방법들은 전동기가 정상적으로 그리고 자기적으로 이상적이라는 가정 하에 도출하였기 때문에 실제 제작 과정에서 발생하는 제조 공차와 오차를 고려하지 못하는 한계를 가진다. 다시 말하면, 여러 제조 공차와 오차로 인해 이상적인 조건에서 검토된 코깅토크와 달리 항상 예측하지 못한 코깅토크 성분들이 추가로 발생한다. 따라서 코깅토크에 민감한 어플리케이션에서는 전동기를 제작할 때 발생하는 오차들에 대한 고려가 필요하다.

본 논문에서는, 여러 제작 오차 중에서 회전자에 삽입되는 자석들이 서로 불균일한 자화 상태를 가짐으로써 추가적으로 발생

하는 코깅토크의 변화를 분석하고 이를 방지할 수 있는 조건을 제시한다. 자석의 불균일한 자화란, 각 자석들의 착자율이 서로 달라서 그 세기가 서로 다른 경우를 의미한다. 불균일한 착자의 원인은 착자 요크의 가공오차와 슬롯 내 착자 권선 위치의 불균일함, 착자 요크 내 자석의 위치 오차 등에서 비롯된다[11],[12]. 그림 1은 공산품의 품질이 편차를 가짐을 보여주는 예시이다. 모든 제품은 이와 같이 품질의 편차를 가진다. 표 1은 각 자석제조사의 카탈로그에서 제공한 관리 공차를 나타낸다. 두 회사의 제품 모두 잔류자속밀도( $B_r$ )가 특정 범위 내에서 편차를 가지고 있음을 알 수 있다. 현실적으로 이 불균일한 자화를 완전히 제거하는 것은 불가능하기 때문에 자석들의 불균일성은 어느 전동기에도 존재한다.

이 불균일한 세기의 자석들이 회전자에 존재하게 되면 코깅토크의 슬롯 고조파 성분이 발생하는데, 이는 전동기의 설계 단계에서 예측하기 힘든 코깅토크의 변화를 야기한다[13]. 따라서 본 연구에서는, 회전자 내에 불균일하게 착자된 자석들로 인하여 추가적으로 발생하는 코깅토크의 슬롯고조파 성분을 정성적으로 분석하고 이를 통해 그 성분을 최대한 억제할 수 있는 조건을 제시하였다.

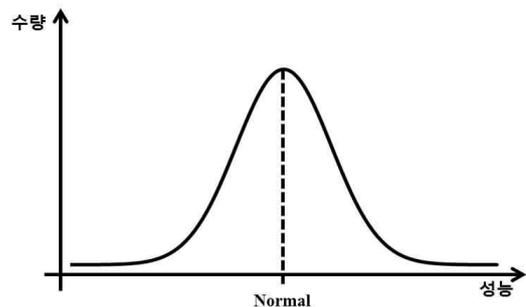


그림 1 생산 품질 분포도 예시

Fig. 1 Example of production quality distribution

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Incheon National University, Korea.  
E-mail: jinhur@inu.ac.kr

\* Dept. of Electrical Engineering, Incheon National University, Korea.

Received : October 31, 2017; Accepted : December 28, 2017

표 1 제조사 별 자석 관리 공차

Table 1 Magnet management tolerance

TDK 社		Hitachi 社	
제품 이름	잔류자속밀도 $B_r$ (mT)	제품 이름	잔류자속밀도 $B_r$ (mT)
NEOREC 40UH	1290 ± 30	NMX-43SH	1295 ± 35
NEOREC 40TH	1285 ± 30	NMX-41SH	1275 ± 35
NEOREC 38UX	1250 ± 30	NMX-39EH	1235 ± 35
NEOREC 35NX	1200 ± 30	NMX-36EH	1195 ± 35

### 2. 코깅토크 분석

코깅토크의 슬롯고조파 성분에 대한 분석에 앞서 코깅토크의 발생 과정에 대해 생각해 볼 필요가 있다. 이를 밝히는데 가장 유용한 방법은 맥스웰 스트레스 텐서를 이용한 해석이다. 맥스웰 스트레스 텐서이론에 따르면, 전자기장 내의 자속밀도의 분포를 알 수 있으면 그에 따른 전자기적 힘을 계산할 수 있다. 그렇기 때문에 가장 직관적으로 전자기 힘을 바라볼 수 있고, 그런 이점 때문에 많은 문헌에서도 이에 기반을 두어 토크를 계산하고 분석한다[14] - [16]. 맥스웰 스트레스 텐서에 따르면  $\theta$ 방향으로 작용하는 전자기적 힘은 아래와 같이 도출할 수 있다[17].

$$f_t = \frac{1}{\mu_0} B_{r,gap} B_{t,gap} \quad (1)$$

$$F_t = \int_0^{2\pi} f_t(\phi_r) R d\phi_r \quad (2)$$

여기서,  $f_t$ 는  $\theta$ 방향으로 작용하는 힘의 밀도이고,  $\mu_0$ 는 공기 중의 투자율,  $B_{r,gap}$ ,  $B_{t,gap}$ 은 각각  $R$ 방향 자속밀도와  $\theta$ 방향 자속밀도,  $F_t$ 는  $\theta$ 방향으로 작용하는 힘,  $R$ 은 맥스웰 응력이 계산되는 원주의 반지름을 의미한다.

그림 2은 1개의 자석이 존재할 때 고정자의 치와 그 위치의 정렬상태에 따라 자속이 변화하는 것을 선형적인 모델로써 도시한 것이다. 이 때 자석의 정 가운데 지점을 기준으로 발생하는 전자기력은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$F_t = F_{tleft} - F_{tright} \quad (3)$$

$$= \int_{-\pi}^0 f_t(\phi_r) R d\phi_r - \int_0^{\pi} f_t(\phi_r) R d\phi_r$$

그림 2(a)의 경우는  $F_{tleft}$ 와  $F_{tright}$ 의 크기가 같은 상태이다. 이 경우, 자석 양쪽에서 발생하는 힘이 서로 상쇄되어서 생성되는 전자기 힘은 '0'이 된다. 반면, 그림 2(b)의 경우는 자석의 왼

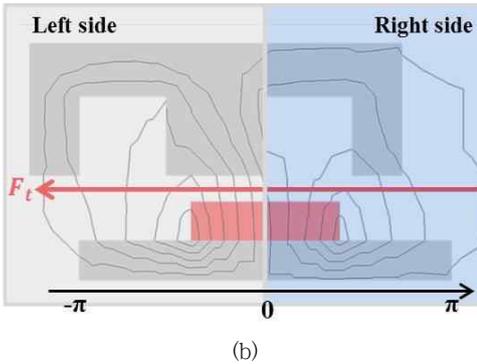
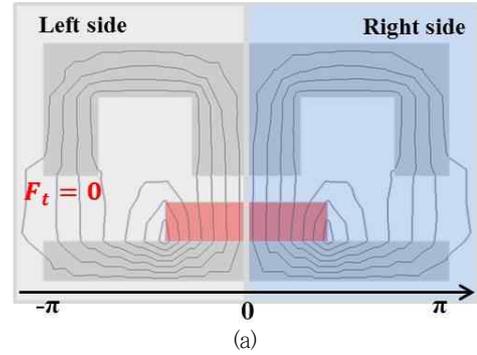


그림 2 자석의 위치에 따른 자속의 분포와 전자기 힘

(a)  $F_{tleft} = F_{tright}$  (b)  $F_{tleft} \neq F_{tright}$

Fig. 2 The distribution of magnetic flux and the magnetic force according to magnet position

(a)  $F_{tleft} = F_{tright}$  (b)  $F_{tleft} \neq F_{tright}$

쪽에 자속이 더 많이 분포하고 있기 때문에  $F_{tleft}$ 의 크기가 더 크고 전자기 힘은 왼쪽 방향으로 발생하게 된다. 이 힘에 의해 발생하는 토크는 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$T = F_t R L_{stk} \quad (4)$$

여기서,  $L_{stk}$ 은 적층 길이를 의미한다.

회전자의 회전에 따른 코깅토크는 전동기에 편심이나 형상의 오차가 없다고 가정 한다면 아래의 푸리에 급수형태로 다시 표현할 수 있다.

$$T_{cog} = RL_{stk} \sum_{k=1}^{\infty} F_{tk} \sin(k\theta_s) \quad (5)$$

$$= RL_{stk} \sum_{k=1}^{\infty} F_{tk} \sin(kS\theta)$$

여기서,  $\theta$ 는 회전자의 회전각,  $\theta_s$ 는 회전 각도를 슬롯수와 곱한 값이고,  $S$ 는 슬롯수를 의미한다.

식 (5)를 그림 3(a)의 예시모델에 적용하여 하나의 자석에 의

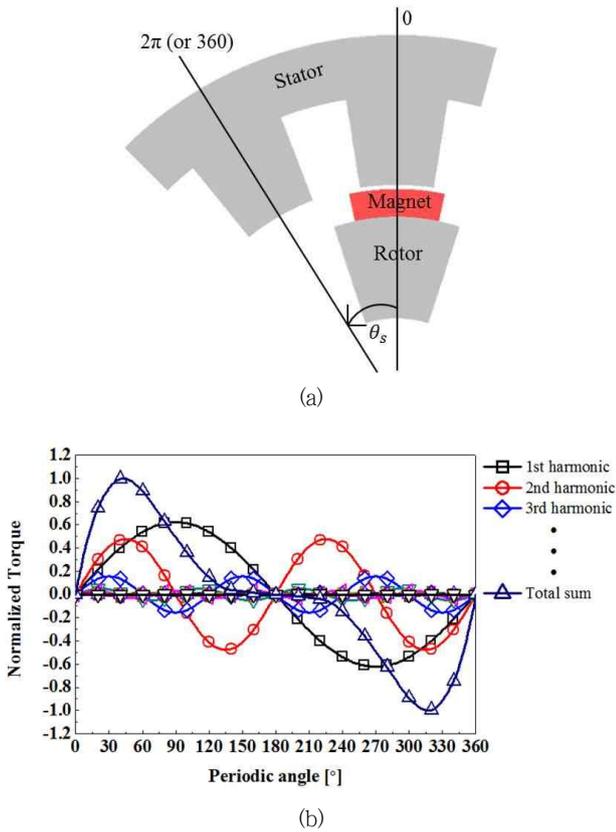


그림 3 1극에 의한 코깅토크 발생 (a) 1극 회전 모델 (b) 1극에 의한 코깅토크 고조파 성분

Fig. 3 Cogging torque of one pole (a) diagram of 1pole rotation (b) Cogging torque harmonic component due to 1pole rotation

해서 발생하는 코깅토크를 각 고조파 성분별로 구분하여 도시하면 그림 3(b)와 같이 나타난다. 여기서, 각 고조파 성분들의 크기는 전체 합산 토크에 대해 정규화 하여 나타내었다. 만일 그림 2(a)의 모델에 기존의 극 과 같은 크기와 세기를 가지는 극이 하나 더 추가된다면, 이 추가 된 극에서 발생하는 코깅토크는 그림 3(b)의 파형과 그 크기는 같고 위상만 다르게 존재 하게 된다. 이를 적용하여 여러 개의 극수와 슬롯수를 가지는 모터의 코깅토크를 다시 정리하면 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T_{cog} &= T_{p1} + T_{p2} + T_{p3} + \dots + T_{pP} \\
 &= RL_{stk} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} F_{t1k} \sin(kS\theta) \right. \\
 &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_{t2k} \sin(kS(\theta + (n_2 - 1) \frac{2\pi}{P})) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_{t3k} \sin(kS(\theta + (n_3 - 1) \frac{2\pi}{P})) + \dots \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} F_{tPk} \sin(kS(\theta + (n_P - 1) \frac{2\pi}{P})) \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

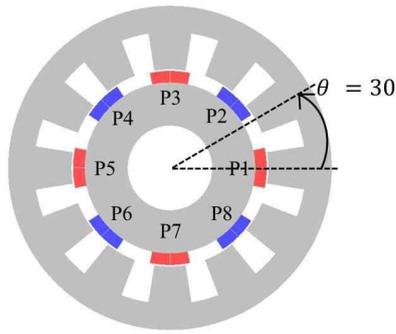
식 (6)에서,  $T_{p1} \dots pP$ 는 각 극에서 발생하는 토크이고,  $F_{t1} \dots tP$ 는 각 극에서 발생하는  $k$ 차 고조파 항의 전자기 힘이고,  $n_1 \dots pP$ 은 극의 순서를 의미한다. 각 극에서 발생하는 토크의 위상차는  $360[^\circ]$  (또는  $2\pi[\text{rad}]$ )를 극수로 나눈 값과 같다.

### 3. 코깅토크의 슬롯 고조파성분 분석

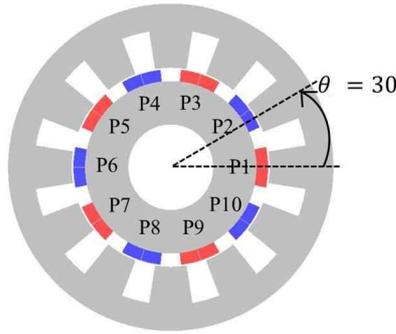
이번 장에서는 서론에서 언급한 자석의 불균일한 세기에 의한 코깅토크의 슬롯고조파가 발생하는 과정을 분석한다. 코깅토크의 슬롯 고조파란, 회전자가  $360^\circ$ 의 회전을 할 때 슬롯 개수만큼의 주파수를 가지는 토크성분을 말한다. 식 (6)에서, 각 극에서 발생하는 토크의 1차고조파( $k=1$ ) 성분이 회전자의 회전각( $\theta$ )에 대해서 슬롯 개수만큼 반복되기 때문에 이를 슬롯 고조파 토크라 할 수 있고 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T_{slot} &= RL_{stk} [F_{t11} \sin(S\theta) \\
 &\quad + F_{t21} \sin(S(\theta + (n_2 - 1) \frac{2\pi}{P})) \\
 &\quad + F_{t31} \sin(S(\theta + (n_3 - 1) \frac{2\pi}{P})) + \dots \\
 &\quad + F_{tP1} \sin(S(\theta + (n_P - 1) \frac{2\pi}{P}))] \quad (7)
 \end{aligned}$$

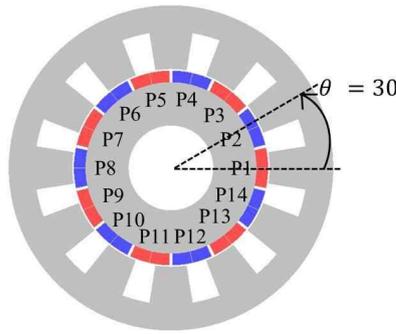
만일, 회전자의 자석들이 서로 균일한 착자에 의해서 잔류자속 밀도( $B_r$ )가 동일하다면,  $F_{t11}$ 부터  $F_{tP1}$ 까지 각 극에 의해 생성되는 전자기 힘이 같을 것이고 그 위상차에 의해 서로 상쇄되어 총 힘이 '0'이 되게 된다. 이는 슬롯의 개수가 극수의 정수배가 되는 조합이 아니라면 어떠한 극수와 슬롯수의 조합에서도 항상 '0'이 된다. 즉, 이상적인 상태에서는 슬롯고조파 토크가 발생하지 않는다. 하지만 각 자석들이 서로 불균일한 자속밀도를 가지게 된다면, 그에 의해 생성된 힘들이 서로 완전히 상쇄될 수 없고 슬롯고조파 토크가 발생하게 된다. 이 현상을 보다 직관적으로 분석하기 위해 몇 가지 예시를 검토하였다. 그림 4의 (a)~(c)는 각각 12개의 슬롯수를 가지는 8극, 10극, 14극의 전동기 형상을 나타낸다. 이 모델들은 극의 두께와 극호가 서로 같고, 각각 1극에 대해서 3%의 불균일한 자석을 가정하였다. 그림 5는 그 결과로써, 각 모델에 따라 발생하는 슬롯고조파 성분과 이를 포함한 전체 코깅토크를 이상적인 경우와 불균일 자석의 경우에 대해 함께 보여준다. 극의 숫자를 제외한 극의 두께와 극호, 그리고 고정자의 형상도 다 같기 때문에 불균일한 자석에 의해 발생하는 슬롯고조파는 3가지 모델 모두에서 그 크기가  $0.185 [\text{Nm}_{pk-pk}]$ 로 일정하다. 다만 그림 5의 결과에서 보듯이, 나머지 토크의 합성에 의해서 발생하는 힘이 슬롯고조파 토크( $T_{slot}$ )보다 월등히 큰 (a)의 경우는 그 영향이 미미하다. 하지만 (b)와 (c)의 경우에는 슬롯고조파의 영향이 점차 늘어나 코깅토크의 왜곡이 심각해지는 것을 확인할 수 있다. 이는 극수의 증가에 따라 각 극에서 발생하는 토크의 위상차가 줄어들기 때문이다. 위상차의 감소는 각 극에 의해 발생하는 토크의 합성과정에서 그 힘의 상쇄구간이 늘



(a)



(b)



(c)

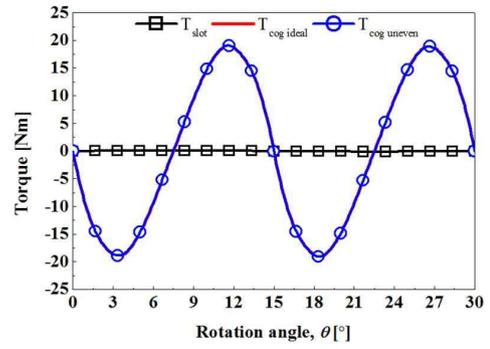
그림 4 예시 모델 (a) 8극 12슬롯, (b) 10극 12슬롯, (c) 14극 12슬롯

Fig. 4 Example model (a) 8pole 12slot, (b) 10pole 12slot, (c) 14pole 12slot

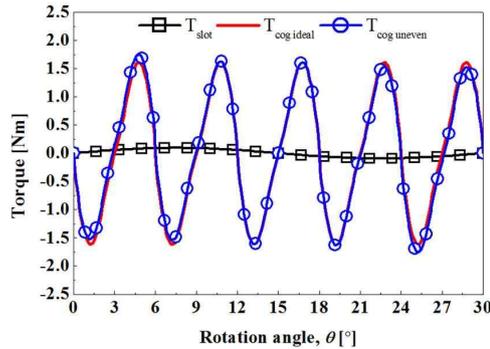
표 2 예시모델의 코깅토크 해석 결과 데이터

Table 2 Analysis result of cogging torque of example model

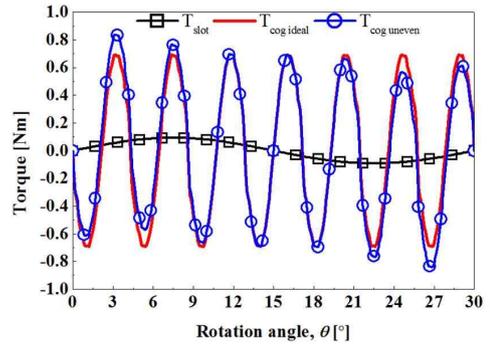
Case	$T_{1pole}$ [Nm $pk-pk$ ]	극당 토크 위상차 [°]	$T_{slot}$ [Nm $pk-pk$ ]	$T_{cogideal}$ [Nm $pk-pk$ ]	$T_{coguneven}$ [Nm $pk-pk$ ]	$T_{cog}$ Inc. ratio [%]
(a)	4.826	15.00	0.185	37.97	38.12	0.40
(b)	4.826	6.00	0.185	3.22	3.50	8.70
(c)	4.826	4.29	0.185	1.38	1.68	21.74



(a)



(b)



(c)

그림 5 예시모델의 코깅토크와 슬롯고조파 성분 (a) 8극 12슬롯, (b) 10극 12슬롯, (c) 14극 12슬롯

Fig. 5 Cogging torque and slot harmonic torque component (a) 8pole 12slot, (b) 10pole 12slot, (c) 14pole 12slot

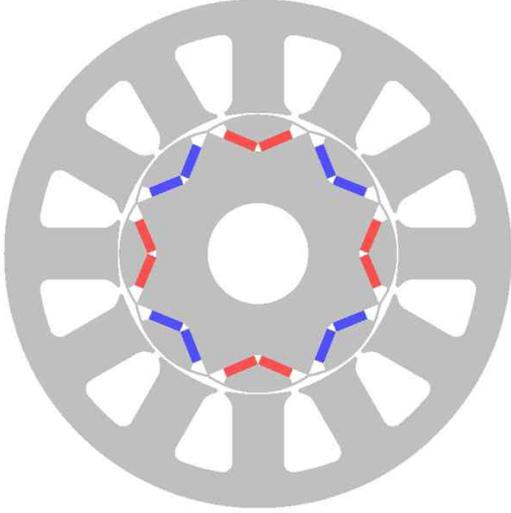


그림 6 실험 모델 IPM 8극 12슬롯

Fig. 6 IPM 8pole 12slot model for experiment

어나게 만들고, 이로 인해서 전체 코깅토크가 줄어 상대적으로 슬롯고조파의 영향력이 증가하게 되는 것이다. 이 결과 값들을 표 2에 순차적으로 나타내었다.

#### 4. 코깅토크의 슬롯 고조파 성분 억제 조건

앞선 장에서는 영구자석의 불균일한 세기에 의한 코깅토크 슬롯고조파 성분의 발생과 그 영향력에 대해 검토를 하였다. 그 결과 코깅토크의 크기가 작을수록 슬롯고조파 성분에 의한 영향이 커질 수 있음을 보였다. 따라서 코깅토크의 크기를 작게 설계할수록 영구자석의 불균일성을 고려할 필요가 있다. 이를 고려하기 위해서는 각 극에서 발생하는 코깅토크의 위상에 주목할 필요가 있다. 그림 4에서 제시한 예시모델들은 모두 동일한 토크위상을 가지는 극들이 존재한다. 예를 들어 그림 4(a) 모델을 식 (6)에 적용하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T_{cog} &= RL_{stk} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} F_{t1k} \sin(k12\theta) \right. \\
 &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_{t2k} \sin\left(k12\left(\theta + \frac{2\pi}{8}\right)\right) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_{t3k} \sin\left(k12\left(\theta + 2\frac{2\pi}{8}\right)\right) + \dots \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} F_{t8k} \sin\left(k12\left(\theta + 7\frac{2\pi}{8}\right)\right) \right] \\
 &= RL_{stk} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (F_{t1k} + F_{t3k} + F_{t5k} + F_{t7k}) \sin(k12\theta) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} (F_{t2k} + F_{t4k} + F_{t6k} + F_{t8k}) \sin(k12\theta + \pi) \right]
 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서 첫 번째 극의 토크와 두 번째 극의 토크의 위상차

는  $3\pi$ 이다. 즉, 극 순서에 따라 토크의 위상이  $180^\circ$ 씩 변화하기 때문에  $F_{t3k}$ ,  $F_{t5k}$ ,  $F_{t7k}$ 는  $F_{t1k}$ 와 같은 위상을 가진다. 위 식에서 슬롯 고조파 성분만을 표현하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T_{slot} &= RL_{stk} [(F_{t1_1} + F_{t3_1} + F_{t5_1} + F_{t7_1}) \sin(12\theta)] \\
 &\quad + [(F_{t2_1} + F_{t4_1} + F_{t6_1} + F_{t8_1}) \sin(12\theta + \pi)]
 \end{aligned} \quad (9)$$

이 때,  $T_{slot}$ 이 '0'이 되기 위해서는 ' $F_{t1_1} + F_{t3_1} + F_{t5_1} + F_{t7_1} = F_{t2_1} + F_{t4_1} + F_{t6_1} + F_{t8_1}$ '의 조건이 성립해야 한다. 이 8극 12슬롯 전동기에 형상 오차와 자석의 위치오차가 없다고 가정하면, 전자기 힘( $F_t$ )은 오로지 자석의 세기에 의해 결정된다. 즉, 같은 토크 위상을 가지는 자석들의 자속밀도 합이 다른 자석 쌍들의 합과 같은 조건( $B_{r1} + B_{r3} + B_{r5} + B_{r7} = B_{r2} + B_{r4} + B_{r6} + B_{r8}$ )을 만족하도록 자석들을 위치시킨다면 각 자석들의 세기가 서로 다르더라도 코깅토크의 슬롯고조파 성분이 발생하는 것은 억제할 수 있다.

극수 슬롯 수 조합에 따라 극당 토크의 위상차는 변동되기 때문에 10극 12슬롯 모델과 14극 12슬롯 모델의 경우 위의 조건과는 다른 조건을 만족해야 한다. 극 수 슬롯 수에 따라 토크의 위상이 같은 자석 쌍의 상대적 위치는 아래 식을 통해 계산할 수 있다.

$$N = \left\lfloor \frac{P}{(S-P)} \right\rfloor \quad (10)$$

여기서,  $N$ 은 같은 토크 위상을 갖는 자석의 위치를 자석의 순서로써 나타낸 값을 의미한다. 식 (10)을 이용해 10극 12슬롯 모델과 14극 12슬롯 모델의 자석 쌍의 상대위치를 구하면 각각 '5'와 '7'이 된다. 즉, 회전자 내의 임의의 자석으로부터 5번째와 7번째 위치에 그와 같은 토크 위상을 갖는 자석이 존재한다는 뜻이다. 이에 따라 10극 모델의 경우에는 ' $B_{r1} + B_{r6} = B_{r2} + B_{r7} = B_{r3} + B_{r8} = B_{r4} + B_{r9} = B_{r5} + B_{r10}$ '의 조건을 만족해야 하고 14극 모델의 경우에는 ' $B_{r1} + B_{r8} = B_{r2} + B_{r9} = B_{r3} + B_{r10} = B_{r4} + B_{r11} = B_{r5} + B_{r12} = B_{r6} + B_{r13} = B_{r7} + B_{r14}$ '의 조건을 최대한 만족하도록 자석들을 배치해야 슬롯 고조파 성분을 최소화할 수 있다.

#### 3. 실험 결과 및 토의

위에 제시한 조건을 실제 모델에 적용하여 검증하는 방법은 다음과 같다. 실험대상 모델의 형상과 사양은 그림 6과 표 3에 나타나 있다. 실험 모델은 8극 12슬롯의 Interior Permanent Magnet(IPM)형 전동기이다. 검증은 비교 실험을 통해 진행되었는데, 해당 모델에 대해 동일한 형상을 가진 2개의 회전자와 하나의 고정자를 제작하였다. 그리고 첫 번째 회전자는 앞 장에서 제시한 조건에 따라 자석을 배치하였고 두 번째 회전자는 해당 조건에 위배되도록 하였다. 이 후, 두 개의 회전자를 하나의 고정

자에 번갈아가며 조립하여 코깅토크를 측정하였다. 회전자에 사용될 자석들은 그림 7과 같이 모두 가우스메타(ATM1000, SCMI)를 이용해 그 가우스 값을 측정하였고, 결과를 표 4에 나타냈다. 가우스측정은 자석 1개당 6개의 지점에 대해서 총 3번의 측정을 한 값에 대해 평균을 내어 나타냈다.

가우스 측정 결과를 기반으로 자석들은 2개의 회전자에 각각 그림 8과 표 5와 같이 배치하였다. 회전자 A는 위에서 설

명한 슬롯구조와 제거를 위해 같은 토크위상을 가지는 자석 쌍들의 세기의 합( $B_1 + B_3 + B_5 + B_7$ )이 다른 한 쌍의 합( $B_2 + B_4 + B_6 + B_8$ )과 서로 같게 배치하였고 회전자 B는 서로 다른 값을 가지도록 배치하였다. 그런 후 2개의 회전자를 하나의 고정자에 번갈아 조립하며 코깅토크메타(ATM- 5KA, Sugawara)를 이용하여 코깅을 측정하였다. 그림 9는 제작된 시료의 사진과 코깅토크 실험사진이다.

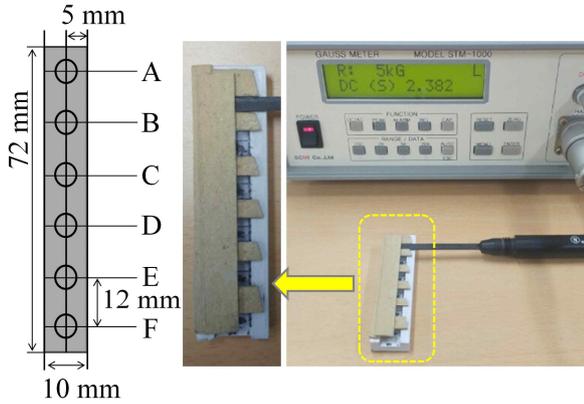


그림 7 자석의 표면 가우스 측정  
Fig. 7 Gauss measurement on magnet surface

표 3 실험 모델 IPM 8극 12슬롯 사양

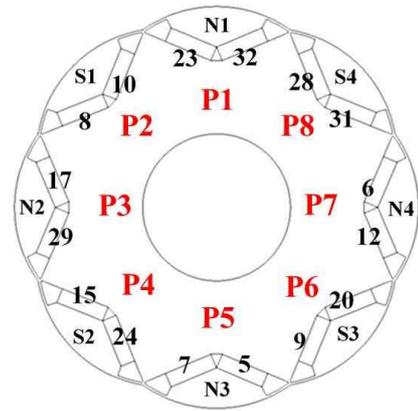
Table 3 Specification of experiment model IPM 8pole 12slot

Item	Unit	Appearance
극 수	-	8
슬롯 수	-	12
회전자 직경	mm	41.0
고정자 직경	mm	75.0
적층 길이	mm	72.0
공극	mm	0.6
상당 직렬 턴 수	Turn	20
자석 $B_r$	T	1.2

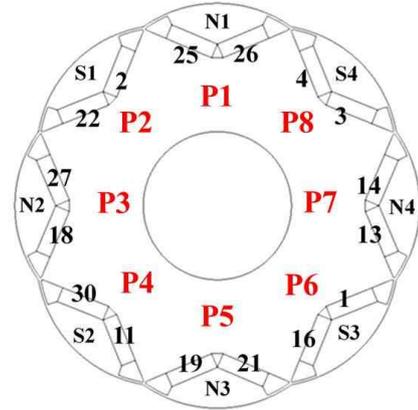
표 4 자석의 표면 가우스 측정 결과

Table 4 Gauss measurement results of magnet surface

Magnet No.	Gauss avg. (mT)						
1	228.7	9	223.9	17	223.4	25	221.1
2	226.3	10	231.3	18	222.2	26	220.1
3	229.5	11	228.4	19	222.3	27	221.6
4	230.7	12	228.6	20	222.7	28	221.5
5	228.1	13	224.1	21	222.8	29	223.4
6	230.1	14	226.0	22	226.6	30	226.8
7	226.2	15	228.5	23	222.3	31	221.6
8	229.0	16	228.5	24	224.4	32	220.5



(a)



(b)

그림 8 영구자석 배치도 (a) 회전자 A, (b) 회전자 B  
Fig. 8 Magnet position (a) Rotor A, (b) Rotor B

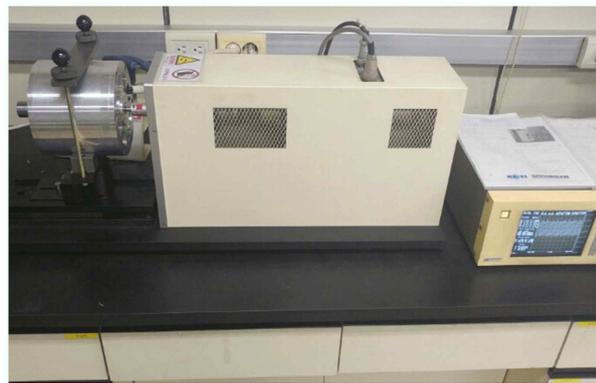
표 5 회전자 A와 B의 자석 배치

Table 5 Magnet position of rotor A and B

회전자 A		회전자 B	
Magnet position & No.	Gauss avg.(mT)	Magnet position & No.	Gauss avg.(mT)
N1 & 32	220.5	N1 & 26	220.1
N1 & 23	222.3	N1 & 25	221.1
N2 & 17	223.4	N2 & 27	221.6
N2 & 29	223.4	N2 & 18	222.2
N3 & 07	226.2	N3 & 19	222.3
N3 & 05	228.1	N3 & 21	222.8
N4 & 12	228.6	N4 & 13	224.1
N4 & 06	230.1	N4 & 14	226.0
S1 & 10	231.3	S1 & 02	226.3
S1 & 08	229.0	S1 & 22	226.6
S2 & 15	228.5	S2 & 30	226.8
S2 & 24	224.4	S2 & 11	228.4
S3 & 09	223.9	S3 & 16	228.5
S3 & 20	222.7	S3 & 01	228.7
S4 & 31	221.6	S4 & 03	229.5
S4 & 28	221.5	S4 & 04	230.7
$B_{P1} + B_{P3} + B_{P5} + B_{P7}$	1802.6	$B_{P1} + B_{P3} + B_{P5} + B_{P7}$	1780.2
$B_{P2} + B_{P4} + B_{P6} + B_{P8}$	1802.9	$B_{P1} + B_{P3} + B_{P5} + B_{P7}$	1825.4
Difference (mT)	0.3	Difference (mT)	45.2



(a)



(b)

그림 9 코깅토크 실험관련 사진 (a) 제작된 시료사진 (b) 코깅토크 측정사진

Fig. 9 Cogging torque measurement set up (a) Manufactured motor (b) Cogging torque measurement

코깅토크 실험 결과, 회전자 A의 경우 213.4[mNmpk-pk], 회전자 B는 219.2[mNmpk-pk]의 토크를 보였고 결과 그래프는 그림 10에 나타냈다. 이 결과를 더욱 자세하게 분석을 위하여 Fast Fourier Transform(FFT)을 이용하여 그림 11과 같이 코깅토크의 고조파 성분들을 도사하였다. 두 측정 결과의 고조파 성분을 보면, 본 논문이 제시한 조건에 따라 제작한 회전자 A의 결과에서 슬롯 고조파성분이 눈에 띄게 줄어든 것을 확인할 수 있다. 이로써 해당 조건을 따르면 영구자석들이 서로 불균일한 세기를 가지더라도 그에 따른 부정적 영향을 최소화 시킬 수 있음

을 검증하였다. 하지만 슬롯 고조파성분 이외에 무시할 수 없는 크기의 다른 고조파성분 역시 함께 나타내는데 이는 본 논문에서 고려하지 않았던 제작공차에 의해 발생한 것이다.

그 대표적인 성분이 극 수 고조파이다. 극 수 고조파는 주로 제작 시 발생하는 고정자의 형상 오차에 의해 발생 하는 것으로 알려져 있다. 이 역시도 설계단계에서 고려하기 힘든 코깅토크에 악영향을 주는 요인이므로 추후에는 그 보완방법이 연구되어야 할 필요가 있다.

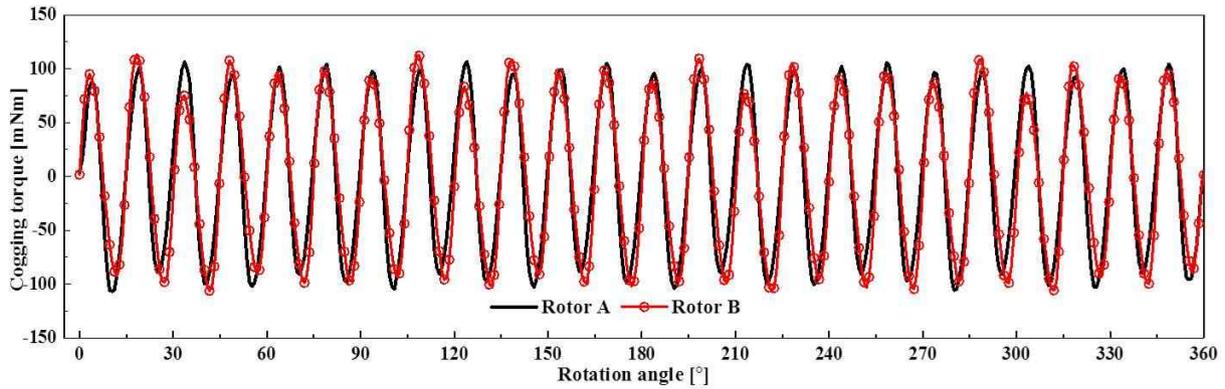


그림 10 코깅토크 실험 결과  
 Fig. 10 Experiment result of cogging torque

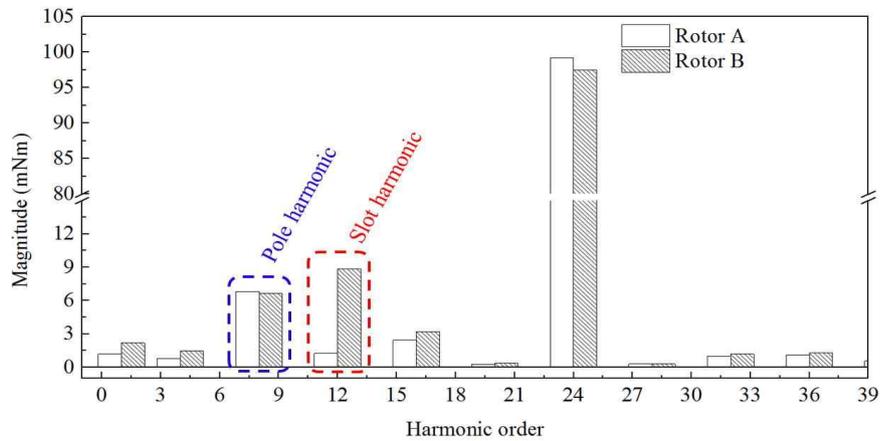


그림 11 코깅토크 실험 결과 고조파 스펙트럼  
 Fig. 11 Harmonic spectra of measured cogging torque

## 6. 결 론

본 논문에서는, 영구자석 전동기의 제작 시 존재하는 불균일한 세기의 자석들이 코깅토크에 어떠한 영향을 끼치는지 정성적인 분석을 진행하였다. 이를 통해 불균일한 자석들로 인한 슬롯고조파 토크의 발생과정을 분석하였고 더 나아가 자석들을 특정 조건하에 위치시키면 각각의 영구자석들이 서로 다른 세기를 가지고 있다 하더라도 슬롯고조파 성분이 발생하지 않음을 보였다. 이를 검증하기 위해 표 4와 같이 서로 불균일한 세기를 가진 자석들을 이용하여 두 개의 조건하에 회전자를 제작하였다. 첫 번째 회전자(Rotor A)는 본 연구에서 제시한 조건에 따른 것이고 두 번째 회전자(Rotor B)는 해당 조건에 위배되도록 하였다. 제작한 두개의 회전자를 동일한 고정자에 번갈아 조립하며 코깅토크 측정을 진행하였고, 그 결과 본 연구에서 제시한 조건에 따른 회전자(Rotor A)의 슬롯고조파 성분이 그렇지 않은 회전자(Rotor B)에 비해 눈에 띄게 줄어드는 것을 확인할 수 있었다.

물론, 회전자에 자석을 조립한 후 착자를 하는 대부분의 양산 공정에서는 이 조건을 고려하기 어렵다. 하지만 고객 맞춤형 모터를 제작하는 경우, 이미 착자된 상용자석을 이용하기 때문에 각기 다른 세기를 가진 자석들의 위치를 직접 결정할 수 있다. 이 때, 위의 조건을 고려하여 자석을 삽입한다면, 설계과정에서 예측할 수 없는 코깅토크의 슬롯고조파 성분이 발생하는 것을 최대한 억제할 수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 산업통상자원부(MOTIE)와 한국산업기술평가관리원(KEIT)의 산업원천기술개발사업(No.10062426) 및 한국에너지기술평가원(KETEP)의 에너지효율향상사업(No. 2016 2010103940)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다.

## References

- [1] S. T. Lee, and J. Hur, "Detection technique for stator inter-turn faults in BLDC motors based on third harmonic components of line currents," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 53, no. 1, pp. 143-150, Jan/Feb. 2017.
- [2] J. K. Park, C. L. Jeong, S. T. Lee, and J. Hur, "Early detection technique for stator winding inter-turn fault in BLDC motor using input impedance," IEEE Transaction on Industry Applications, vol. 51, no. 1, pp. 7655-7665, Jan/Feb. 2015.
- [3] G. Feng, C. Lai, and N. C. Kar, "An analytical solution to optimal stator current design for PMSM torque ripple minimization with minimal machine losses," IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 64, no. 10, pp. 7655-7665, Nov. 2017.
- [4] C. Lai, G. Feng, K. Mukherjee, and N. C. Kar, "Investigations of the influence of PMSM parameter variations in optimal stator current design for torque ripple minimization," IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 32, no. 3, pp. 1052-1062, Sep. 2017.
- [5] J. F. Gieras, "Analytical approach to cogging torque calculation of PM brushless motors," IEEE Transaction on Industry Applications, vol. 40, no. 5, pp. 1310-1316, Sep. 2004.
- [6] I. Petrov, P. Ponomarev, Y. Alexandrova, and J. Pyrhonen, "Unequal teeth widths for torque ripple reduction in permanent magnet synchronous machines with fractional-slot non-overlapping windings," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 51, no. 2, Feb. 2015.
- [7] G. J. Li, B. Ren, Z. Q. Zhu, Y. X. Li, and J. Ma, "Cogging torque mitigation of modular permanent magnet machines" IEEE Transaction on Magnetics, vol. 52, no. 1, Jan. 2016.
- [8] Y. U. Park, J. H. Cho, and D. K. Kim, "Cogging torque reduction of single-phase brushless DC motor with a tapered air-gap using optimizing notch size and position," IEEE Transaction on Industry Applications, vol. 51, no. 6, pp. 4455-4463, Nov. 2015.
- [9] W. Ren, Q. Xu, Q. Li, and L. Zhou, "Reduction of cogging torque and torque ripple in interior PM Machines with asymmetrical V-type rotor design," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 52, no. 7, Jul. 2016.
- [10] Y. D. Yao, D. R. Huang, J. C. Wang, S. H. Liou, S. J. Wang, T. F. Ying, and D. Y. Chiang, "Simulation study of the reduction of cogging torque in PM motors," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 33, no. 5, pp. 4095-4097, Sep. 1997.
- [11] C. J. Lee, C. I. Lee, and G. H. Jang, "Source and reduction of uneven magnetization of PM of HDD spindle motor," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 47, no. 7, pp. 1929-1932, Jul. 2011.
- [12] A. Hartman, "Undriven vibrations in brushless DC motors," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 37, no. 2, pp. 789-792, Mar. 2001.
- [13] S. J. Sung, S. J. Park, and G. H. Jang, "Cogging torque of brushless DC motors due to the interaction between the uneven magnetization of a permanent magnet and teeth curvature," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 47, no. 7, pp. 1923-1928, Jul. 2011.
- [14] D. Zarko, Drago Ban, and T. A. Lipo, "Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 44, no. 1, pp. 52-65, Jan. 2008.
- [15] A. B. Proca, A. Keyhani, A. EL-Antably, W. Lu, and M. Dai, "Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets," IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 13, no. 3, pp. 386-391, Sep. 2003.
- [16] A. Bermudez, A. L. Rodriguez, and I. Villar, "Extended formulas to compute resultant and contact electromagnetic force and torque from Maxwell stress tensor," IEEE Transaction on Magnetics, vol. 53, no. 4, Apr. 2017.
- [17] W. Zhu, S. Pekarek, B. Fahimi, and B. J. Denken, "Investigation of force generation in a permanent magnet synchronous machine," IEEE Transaction on Energy Conversion, vol. 22, no. 3, pp. 557-565, Sep. 2007., "IEEE Trans. on VLSI systems, vol. 1, No. 1, pp.63-71, March 1993.

## 저 자 소 개



## 이 동 호 (Dong-ho Lee)

2016년 인천대학교 전자과 졸업, 공학 학사,  
2016년~현재, 인천대학교 대학원 전기공학부  
석사과정.



**정 채 립 (Chae-lim Jeong)**

2012년 울산대학교 전기공학부 졸업, 공학사, 2012년~2014, 울산대학교 대학원 전기공학부, 공학석사. 2016~현재, 인천대 전기공학부 박사과정.



**이 승 태 (Seung-Tae Lee)**

2012년 울산대학교 전기공학부 졸업, 공학사, 2013년~2015년, 울산대학교 대학원 전기공학부 졸업, 공학 석사. 2016~현재, 인천대 전기공학부 박사과정.



**허 진 (Jin Hur)**

1999년 공학박사, 한양대(전기공학), 1999년~2000년 Texas A&M Univ. Postdoctoral Research Associate, 2000년~2001년 한양대 연구교수, 2002년~2008년 전자부품연구원 지능메카트로닉스연구센터장/책임연구원, 2008년~2015년 울산대 전기공학부 부교수, 2015년~현재, 인천대 전기공학부 교수.