

# 반복작업 PERT 네트워크의 확률기반 주공정 산정기법

## Probability-based Critical Path Estimation for PERT Networks of Repetitive Activities

이 규 진\*

Yi, Kyoo-Jin\*

Professor, Department of Civil, Safety, and Environmental Engineering, Hankyong National University, Anseong, Kyeonggi-do, 17579, Korea

### Abstract

Network-based scheduling methods can be classified into CPM method and PERT method. In the network scheduling chart, critical path can be estimated by performing the forward calculation and the backward calculation though the paths in the network chart. In PERT method, however, it is unreasonable to simply estimate the critical path by adding the sum of the activity durations in a specific path, since it does not incorporate probabilistic concept of PERT. The critical path of a PERT network can change according to the target period and deviation, and in some cases, the expected time of the critical path may not be the path with longest expected time. Based on this concept, this study proposes a technique to derive the most-likely critical path by comparing the sum of estimated time with the target time. It also proposes a method of systematically deriving all alternate paths for a network of repetitive activities. Case studies demonstrated that the most-likely critical path is not a fixed path and may vary according to the target period and standard deviation. It is expected that the proposed method of project duration forecasting will be useful in construction environment with varying target date situations.

Keywords : PERT, network, scheduling, critical path, repetitive project

## 1. 서 론

### 1.1 연구의 배경 및 목적

네트워크를 기반으로 하는 공정계획 기법은 크게 CPM(Critical Path Method)기법과 PERT(Program Evaluation and Review Technique)기법이 있다. 이중 PERT는 불확실성을 전제로 한 통계적 기법으로서 프로젝트 수행기간의 산정에서 3점추정법을 기반으로 확률적 결과를 산정하는 기법이다.

네트워크 공정표에서는 전체 기간의 산정은 네트워크상의 여러 대안 경로 가운데 가장 여유시간이 적은 경로, 즉 주공정선(Critical Path)을 전체 기간으로 산정한다. CPM기법에서는 각 액티비티의 소요기간이 고정된 값으로 제시되므로 이를 기반으로 하여 주공정선의 산정이 용이하다. 그러나 PERT기법에서는 각 액티비티별로 소요기간이 고정된 값이 아니라 추정 값이며 각 액티비티마다 확률이 주어진다.

기존의 PERT기법의 주공정 산정방식의 경우, 경로별로 기간을 합산하여 가장 큰 값을 주공정선을 구한 다음 주공정을 구성하는 액티비티들의 분산을 합산하여 표준편차를 구한다. 여기서 주공정선을 구하는 방식은 CPM방식에서 사용하는 것과 큰 차이가 없고 표준편차가 주어진다라는 점에서 차이가 있다. 그러나 이러한 방식에 의해 주공정선을 구하는 것은 액티비티의 기간이 특정되어 있지 않고 확률적으로만 주어지는 PERT기법에서는 부정확한 결과를 도출할 수도

Received : July 6, 2018

Revision received : September 14, 2018

Accepted : October 29, 2018

\* Corresponding author : Yi, Kyoo-Jin

[Tel: 82-31-670-5285, E-mail: helden@hknu.ac.kr]

©2018 The Korea Institute of Building Construction, All rights reserved.

있다. 경로별 표준편차가 예상기간의 분포에 영향을 줄 수 있으며, 표준편차와 크기와 목표기간과 경로별 기간의 차이에 따라 예상 주공정선에 변화가 발생할 수 있기 때문이다. 예를 들어 CPM기법에서는 주공정선은 단일 주공정선으로 표현되기 때문에 목표기간(target time)을 고려할 필요가 없으나, PERT기법에서는 목표기간과 표준편차에 따라 주공정선이 변화할 수 있다.

PERT기법은 소요기간이 확률적으로 제시되므로 주공정선 역시 각 경로별로 확률적으로 제시되는 것이 적절하다. 즉 목표기간과의 관계에 따라 모든 경로에 대해 주공정선이 될 확률이 제시되어야 할 것이다. 이는 존재하는 모든 대안 경로별로 예상 소요기간을 산정하고 표준편차를 제시하는 확률적 모델로서 구현될 수 있다.

컴퓨터의 연산능력이 크게 향상됨에 따라 주공정선 이외의 모든 경로를 대상으로 예상기간과 표준편차를 구하는 것이 가능해졌으며, 이를 통해 프로젝트 기간산정과 관련된 리스크를 보다 명확하게 산정할 수 있다. 특히 반복공정이 많은 프로젝트의 경우 다양한 대안 경로가 형성될 수 있으므로 각 경로별 예상기간을 산정하는 것이 프로젝트 기간예측의 리스크 산정에 유용한 정보로 활용될 수 있다.

본 연구의 목적은 목표기간별 최가능 주공정선 산정기법을 제안하는 것이다. 확률을 기반으로 하는 PERT기법에서는 목표기간에 따라 주공정선이 변화할 수 있다는 점에 착안하고 있으며, 이에 따라 목표기간에 따른 최가능주공정선이라는 개념을 도입한다. 이와 더불어 네트워크 공정표에서 체계적으로 대안 경로를 도출하여 각 경로별 예상기간 및 표준편차를 이용, 최가능 주공정선(most-likely critical path)을 도출하고 목표기간에 따라 적정 최가능 주공정선을 산정하는 기법을 제시한다.

## 1.2 연구의 방법 및 범위

건설공사의 네트워크 공정표는 여러 가지 형태가 있으나 본 연구에서는 체계적인 경로 도출을 위해  $n$ 개의 공정과  $m$ 개의 구획으로 이루어진  $m \times n$  형태의 반복작업 형태의 네트워크 공정표로 범위로 한정하여 연구를 진행한다.

본 연구는 다음과 같은 방법으로 진행한다.

- 1)  $m \times n$  형식의 반복공정을 대상으로 대안 경로 발굴 방식을 제시한다.
- 2) 각 경로별로 예상기간과 표준편차를 구하여 목표기간을 초과할 확률을 구한다.

- 3) 산정된 확률에 기반하여 목표기간별 최가능 주공정선 산출방식을 제시한다.
- 4) 제시된 기법을 사례적용하여 다수의 목표기간별 최가능 주공정선 산출하고 목표기간의 변화에 따라 최가능 주공정선이 변화할 수 있음을 예시한다.

## 2. PERT이론 및 기존연구 고찰

### 2.1 PERT이론

PERT기법은 액티비티별로 낙관적 기간( $t_o$ , optimistic time), 비관적 기간( $t_p$ , pessimistic time), 최가능 기간( $t_m$ , most-likely time) 등의 추정치를 통해 예상기간( $t_e$ , expected time for an activity)과 표준편차( $\sigma$ )를 다음 식에 의해 구하는 기법이다.

$$t_e = \frac{t_o + 4t_m + t_p}{6}, \sigma = \frac{t_p - t_o}{6} \quad \text{-----} \quad (1)$$

### 2.2 기존연구 고찰

본 연구의 범위에 해당하는 반복작업 네트워크와 관련된 공정계획분야 연구로는 O'Brien[1]를 필두로 하여 다양한 연구 있었으나 이를 PERT와 연계시키는 연구는 많지 않았다. 기존의 PERT기법과 관련된 연구는 기법의 단순화, 기간산정의 합리화, 자원 및 비용할당의 합리화 등의 세 분야로 분류할 수 있다.

첫째, PERT기법을 단순화하기 위한 시도의 예는 다음과 같다. Cottrell[2]은 3점 추정법 대신 2점 추정법(most-likely, pessimistic)만을 이용해서 PERT 기법을 단순화 방식을 제시하였으며, Pontrandolfo[3]는 가능한 모든 PERT-path별 기간과 프로젝트 기간과의 관계를 분석하여 공사기간을 산정하는 알고리즘을 제시하였는데, 경로를 도출하는 방법을 제시하지 않았으며 목표기간과 주공정선과의 관계에 대해서는 다루고 있지 않다. Lu and Abou Rizk[4]는 시뮬레이션을 통해 PERT 계산법의 정확성을 향상시키려는 방식을 제안하였다. 이러한 연구들은 기존의 복잡한 PERT 계산방식의 단순화를 위한 시도로서 목표기간과 주공정선과의 관계분석은 포함하지 않고 있다.

두 번째 분야는 PERT에서 공사기간을 산정하는 방식의 합리화의 시도이다. Abbasi and Mukattash[5]는 주공정에 추가 비용의 투자를 통해 비관적 기간의 최소화하는 기법

을 제시하였다. Wei et al.[6]는 PERT 기법과 TOC(theory of constraint) 기법을 비교하여 장점과 단점을 제시하였으며, 자원이 제한된 경우를 대상으로 하고 있다. Zhong and Zhang[7]는 주공정외의 경로의 여유시간을 계산을 통해 PERT의 불확실성을 감소시키려는 시도를 하였다. Castroa et al.[8]는 네트워크 공정표가 계획대로 수행되지 않을 경우 단축 또는 지연기간을 산정하는 기법을 제시하였다.

Hajdua and Bokor[9]는 액티비티 분포에 의한 프로젝트 기간에의 영향에 대해 분석을 하였는데, 액티비티의 확률분포곡선이 기간산정에 미치는 영향을 주요 주제로 다루고 있다. Gładysz et al.[10]는 프로젝트 리스크관리를 위한 수학적 모델을 통해 불가피한 리스크와 제거가능한 리스크를 구분하는 기법을 제시하였다. 이상의 연구들은 PERT기법을 이용한 공사기간 합리화 또는 공사기간 산정방식의 합리화가 주목적으로 하고 있어, 목표기간과 주공정선과의 관계에 대한 고찰이 없으며, 목표기간의 변화에 따른 주공정의 변화는 고려하고 있지 않다.

세 번째로 PERT 네트워크를 자원할당이나 비용할당 등의 문제를 중심으로 분석을 시도한 연구들이 있다. Azaron et al.[11]의 연구는 PERT 네트워크에 자원할당을 위한 multi-objective 모델로서 주공정의 합리적 산정은 다루지 않고 있다. Azaron and Tavakkoli-Moghaddam[12]는 multi-objective 모델을 통해 시간-비용 trade-off 문제를 해결하는 기법을 제시하였으며, 역시 주공정 산정에 대해서는 다루고 있지 않다.

### 3. 반복작업 PERT 네트워크의 주공정 산정

#### 3.1 반복작업 네트워크 공정표의 정의

반복작업 네트워크의 경우 대안경로의 체계적 도출이 용이하기 때문에 본 연구는 반복작업 네트워크를 대상으로 진행한다. 반복작업 공정표가 아닌 경우에도 네트워크 상의 모든 대안경로가 빠짐 없이 도출할 수 있는 경우 본 연구에서 제시한 기법의 적용이 가능하다.

건설공사의 네트워크 공정표는 일련의 작업구획(zone)과 동일한 작업공정(process)이 반복적으로 이루어지는 반복작업 네트워크로 구성되는 경우가 많다. 이런 유형의 공정표는 LOB(line of balance) 형태로 표현하기 용이하여 네트워크 방식의 공정표로 작성할 경우 일종의 매트릭스 형태의

공정표로 구성된다. 예를 들어  $n$ 개의 공정과  $m$ 개의 작업구획으로 이루어진 네트워크 공정표의 경우 Figure 1과 같은 형태가 된다. Figure 1에서는  $m$ 개의 작업구획과  $n$ 개의 작업공정이 서로 교차하며 진행하며, 붉은 색으로 표시된 부분이 주공정선이 될 수 있다. 작업구획  $Z_1$ 에서 공정  $P_1, P_2, \dots, P_n$  순으로 진행되며, 각각의 공정  $P_i$ 는 구획  $Z_1$ 에서 작업이 종료되면 그 다음 구획  $Z_2, \dots, Z_m$  순으로 이동하며 작업을 진행한다. 본 연구에서는 이러한 반복작업 네트워크의 각각의 액티비티를 편의상 [Process, Zone]과 같은 형태로 표기한다. 예를 들어 구획  $Z_j$ 에서 공정  $P_i$ 가 진행되는 액티비티를  $[P_i, Z_j]$ 와 같이 표기한다. 또한  $m$ 개의 구획과  $n$ 개의 공정으로 구성된 반복작업 네트워크 공정표를  $m \times n$  네트워크로 칭한다.

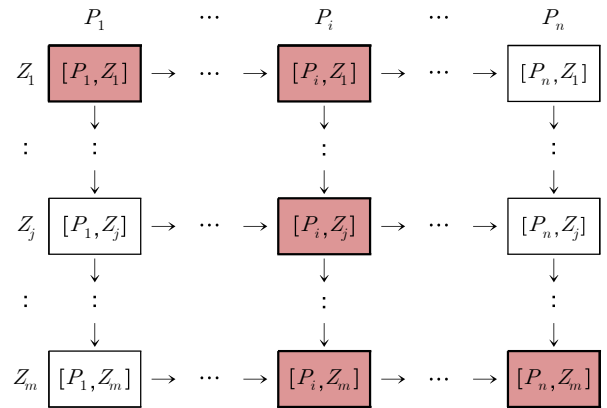


Figure 1. Network diagram for  $m \times n$  repetitive activities

		Process									
		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Zone	J	48620	24310	11440	5005	2002	715	220	55	10	1
	I	24310	12870	6435	3003	1287	495	165	45	9	1
	H	11440	6435	3432	1716	792	330	120	36	8	1
	G	5005	3003	1716	924	462	210	84	28	7	1
	F	2002	1287	792	462	252	126	56	21	6	1
	E	715	495	330	210	126	70	35	15	5	1
	D	220	165	120	84	56	35	20	10	4	1
	C	55	45	36	28	21	15	10	6	3	1
	B	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figure 2. Estimating the number of paths for  $m \times n$  repetitive activities

Table 1. Number of paths for  $m \times n$  repetitive activities

Number of Zones ( $m$ )	Number of processes ( $n$ )	Number of Paths
2	2	2
2	3	3
3	3	6
3	4	10
4	4	20
4	5	35
5	5	70
5	6	126
6	6	252
6	7	462
10	10	48620

### 3.2 대안경로의 도출

네트워크 공정표에는 다수의 경로가 존재한다. 일반 네트워크 공정표에서와는 달리 반복작업의 경우 네트워크상에 존재하는 경로의 개수를 일정한 방식에 의해 산정할 수 있다.  $m \times n$  네트워크에서는  $m$ 과  $n$ 의 크기에 따라 대안 경로의 개수가 결정된다. 예를 들어  $2 \times 2$  네트워크에는 2개의 경로가,  $3 \times 3$  네트워크에는 6개의 경로가 존재한다.  $m \times n$  네트워크에 존재하는 경로의 개수는 Figure 2와 같은 방식에 의해 구할 수 있으며, 이 중 일부를 표로서 정리하면 Table 1과 같다.

### 3.3 대안경로별 예상기간 및 표준편차의 산정

대안경로별 예상기간 및 표준편차는 각 경로상에 존재하는 액티비티의 예상기간과 분산의 합으로부터 산정할 수 있다. 예를 들어  $a_1, \dots, a_k$ 의 액티비티로 구성된 대안경로의 경우 액티비티  $a_i$ 의 예상기간과 표준편차를 각각  $TE[a_i]$ 과  $\sigma[a_i]$ 라고 하면,  $a_k$ 에 이르는 경로의 예상기간  $TE[a_1, \dots, a_k]$ 의 표준편차  $\sigma[a_1, \dots, a_k]$ 은 아래와 같이 산정한다.

$$TE[a_1, \dots, a_k] = \sum_{i=1}^k TE[a_i] \quad \text{-----} \quad (2)$$

$$\sigma[a_1, \dots, a_k] = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sigma^2[a_i]} \quad \text{-----} \quad (3)$$

### 3.4 최가능 주공정의 산정

기존의 네트워크 분석기법에서는 전진계산과 후진계산에 의해 전체기간의 예상값이 가장 큰 액티비티를 연결한 경로를 주공정으로 산정한다. PERT기법에서 이러한 방식에 의

해 주공정을 산정하게 되면 확률을 고려하지 않게 되므로 완전한 방법으로 볼 수 없다. PERT기법에서는 예상기간이 목표기간(target time)을 초과할 확률이 가장 큰 경로를 주공정으로 보는 것이 보다 적절할 것이다. 본 연구에서는 이를 최가능 주공정선(most-likely critical path)으로 정의한다. 예상기간은 확률적으로 주어지므로 목표기간이 변하면 최가능 주공정선도 변경될 수 있다.

네트워크 공정표 상에는 여러 대안경로(alternative path)가 존재하므로 각각의 대안경로별로 예상 기간과 표준편차에 의해 목표기간을 초과할 확률을 산정할 수 있다. 확률을 기초한 PERT기법에서는 존재하는 모든 대안경로에 대해 목표기간을 초과할 확률을 구하고 그 확률 순으로 예상 주공정선을 정할 수 있다. 이와 같은 방식에 의한 경우 목표기간과 표준편차에 따라 예상 주공정선이 달라질 수 있으며, 예상기간이 최대인 경로가 아닌 경우에도 확률적으로는 주공정선이 될 수 있다.

예를 들어 Table 2에서와 같이 Path-A와 Path-B의 두 개의 경로가 존재하는 공정표가 있다고 할 때, 예상기간 TE는 Path-A보다 Path-B가 크므로 기존의 기법대로라면 Path-B가 주공정이 되어야 한다. Path-A와 Path-B의 표준편차가 같거나(case III), 목표기간 TT가 예상기간 TE보다 작은 경우(case II)에는 최가능 주공정은 Path-B가 된다. 즉 확률적으로 Path-B가 주공정이 될 가능성이 Path-A가 주공정이 될 가능성보다 크다. 그러나 목표기간 TT가 예상기간 TE보다 크고 Path-A의 표준편차가 Path-B보다 크다면(case I), 예상기간 TE가 목표기간 TT를 초과할 확률은 Path-A이 Path-B보다 크므로, Path-A가 최가능 주공정이 된다. 즉 Path-A의 예상기간이 Path-B보다 작음에도 불구하고 확률적으로 Path-A가 주공정이 될 가능성이 크다. 마찬가지로 Path-A의 표준편차가 Path-B보다 작은 경우, 목표기간 TT가 예상기간 TE보다 작다면(case IV), 최가능 주공정은 Path-A가 될 수 있다.

이와 같이 PERT 방식의 네트워크 공정표에서는 주공정이 목표기간에 따라 변경될 수 있으므로 기존의 전진계산과 후진계산에 의한 주공정 산정 기법은 확률을 기반으로 한 공정표에서는 적절하지 않다. 따라서 PERT에서는 대안경로별 목표기간 초과확률을 기반으로 한 최가능 주공정을 제시하는 것이 바람직하다.

Table 2. The effect of standard deviation ( $\sigma$ ) and target time (TT) on most-likely critical path

Case	Path	Expected time, $TE$	Standard deviation, $\sigma$	Target time, $TT$	$P(TE > TT)$	most-likely critical path
Case I: $\sigma(A) > \sigma(B)$ , $TD > TE$	Path-A	20	10	23	0.38	Path-A
	Path-B	21	2	23	0.16	
Case II: $\sigma(A) > \sigma(B)$ , $TD < TE$	Path-A	20	10	19	0.54	Path-B
	Path-B	21	2	19	0.84	
Case III: $\sigma(A) = \sigma(B)$ , $TD > TE$	Path-A	20	2	22	0.16	Path-B
	Path-B	21	2	22	0.31	
Case IV: $\sigma(A) < \sigma(B)$ , $TD < TE$	Path-A	20	2	19	0.69	Path-A
	Path-B	21	10	19	0.58	

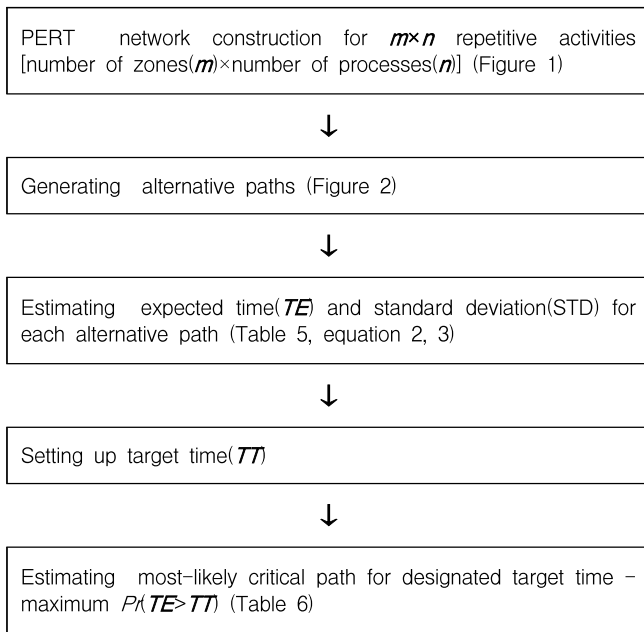


Figure 3. Critical path estimation procedure for PERT network

이상에서 설명한 개념에 의해 반복작업 PERT 공정표에서의 최가능 주공정 산출 절차는 Figure 3과 같이 정리할 수 있다. 반복작업 네트워크를 주 대상으로 하고 있는 이유는 대안경로의 체계적 도출이 용이하기 때문이다. 반복작업 공정표가 아닌 경우에도 이러한 절차의 적용은 가능하며, 이 경우 정확한 주공정의 산출을 위해서는 대안경로가 빠짐 없이 도출되어야 한다.

#### 4. 사례 연구

본 연구에서는 반복작업 PERT기법에서의 최가능 주공정 산정기법을 사례적용을 통해 예시한다. 사례 공정표는

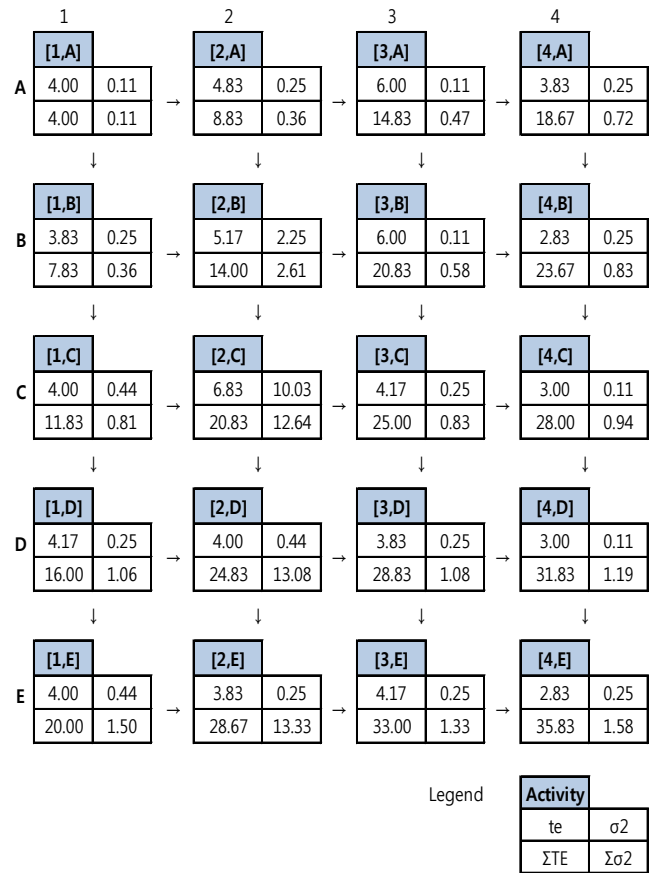


Figure 4. Case study: network diagram

Table 3과 같이 4개의 연속된 공정과 5개의 연속된 작업구획으로 교차 진행되며, Table 4와 같은 액티비티들로 구성된다. 이를 네트워크 공정표로 표현하면 Figure 4와 같은 반복작업 공정표가 된다. 액티비티 선후관계에 따라 총 35개의 대안경로가 도출될 수 있으며 각 경로별 예상기간과 표준편차를 분석하면 Table 5와 같다.

Table 3. List of processes and zones for case study

Process ( <i>n</i> )		Zone ( <i>m</i> )	
Symbol	Description	Symbol	Description
1	Process 1	A	Zone A
2	Process 2	B	Zone B
3	Process 3	C	Zone C
4	Process 4	D	Zone D
		E	Zone E

Table 4. Case study: list of alternative paths

No	Path	$\Sigma TE$	$\sqrt{\Sigma \sigma^2}$
P01	[1,A][2,A][3,A][4,A][4,B][4,C][4,D][4,E]	30.3	1.20
P02	[1,A][2,A][3,A][3,B][4,B][4,C][4,D][4,E]	32.5	1.14
P03	[1,A][2,A][3,A][3,B][3,C][4,C][4,D][4,E]	33.8	1.14
P04	[1,A][2,A][3,A][3,B][3,C][3,D][4,D][4,E]	34.7	1.20
P05	[1,A][2,A][3,A][3,B][3,C][3,D][3,E][4,E]	35.8	1.26
P06	[1,A][2,A][2,B][3,B][4,B][4,C][4,D][4,E]	31.7	1.86
P07	[1,A][2,A][2,B][3,B][3,C][4,C][4,D][4,E]	33.0	1.86
P08	[1,A][2,A][2,B][3,B][3,C][3,D][4,D][4,E]	33.8	1.89
P09	[1,A][2,A][2,B][3,B][3,C][3,D][3,E][4,E]	35.0	1.93
P10	[1,A][2,A][2,B][2,C][3,C][4,C][4,D][4,E]	33.8	3.66
P11	[1,A][2,A][2,B][2,C][3,C][3,D][4,D][4,E]	34.7	3.67
P12	[1,A][2,A][2,B][2,C][3,C][3,D][3,E][4,E]	35.8	3.69
P13	[1,A][2,A][2,B][2,C][2,D][3,D][4,D][4,E]	34.5	3.70
P14	[1,A][2,A][2,B][2,C][2,D][3,D][3,E][4,E]	35.7	3.72
P15	[1,A][2,A][2,B][2,C][2,D][2,E][3,E][4,E]	35.7	3.72
P16	[1,A][1,B][2,B][3,B][4,B][4,C][4,D][4,E]	30.7	1.86
P17	[1,A][1,B][2,B][3,B][3,C][4,C][4,D][4,E]	32.0	1.86
P18	[1,A][1,B][2,B][3,B][3,C][3,D][4,D][4,E]	32.8	1.89
P19	[1,A][1,B][2,B][3,B][3,C][3,D][3,E][4,E]	34.0	1.93
P20	[1,A][1,B][2,B][2,C][3,C][4,C][4,D][4,E]	32.8	3.66
P21	[1,A][1,B][2,B][2,C][3,C][3,D][4,D][4,E]	33.7	3.67
P22	[1,A][1,B][2,B][2,C][3,C][3,D][3,E][4,E]	34.8	3.69
P23	[1,A][1,B][2,B][2,C][2,D][3,D][4,D][4,E]	33.5	3.70
P24	[1,A][1,B][2,B][2,C][2,D][3,D][3,E][4,E]	34.7	3.72
P25	[1,A][1,B][2,B][2,C][2,D][2,E][3,E][4,E]	34.7	3.72
P26	[1,A][1,B][1,C][2,C][3,C][4,C][4,D][4,E]	31.7	3.40
P27	[1,A][1,B][1,C][2,C][3,C][3,D][4,D][4,E]	32.5	3.42
P28	[1,A][1,B][1,C][2,C][3,C][3,D][3,E][4,E]	33.7	3.44
P29	[1,A][1,B][1,C][2,C][2,D][3,D][4,D][4,E]	32.3	3.45
P30	[1,A][1,B][1,C][2,C][2,D][3,D][3,E][4,E]	33.5	3.47
P31	[1,A][1,B][1,C][2,C][2,D][2,E][3,E][4,E]	33.5	3.47
P32	[1,A][1,B][1,C][1,D][2,D][3,D][4,D][4,E]	29.7	1.45
P33	[1,A][1,B][1,C][1,D][2,D][3,D][3,E][4,E]	30.8	1.50
P34	[1,A][1,B][1,C][1,D][2,D][2,E][3,E][4,E]	30.8	1.50
P35	[1,A][1,B][1,C][1,D][1,E][2,E][3,E][4,E]	30.8	1.50

Table 5. Case study: activities, durations, and predecessors

Activity	Duration					Predecessor I	Predecessor II
	$t_o$	$t_m$	$t_p$	$TE$	$\sigma^2$		
[1,A]	3	4	5	4.0	0.11		
[2,A]	3	5	6	4.8	0.25		[1,A]
[3,A]	5	6	7	6.0	0.11		[2,A]
[4,A]	2	4	5	3.8	0.25		[3,A]
[1,B]	2	4	5	3.8	0.25	[1,A]	
[2,B]	1	5	10	5.2	2.25	[2,A]	[1,B]
[3,B]	5	6	7	6.0	0.11	[3,A]	[2,B]
[4,B]	1	3	4	2.8	0.25	[4,A]	[3,B]
[1,C]	2	4	6	4.0	0.44	[1,B]	
[2,C]	1	5	20	6.8	10.03	[2,B]	[1,C]
[3,C]	3	4	6	4.2	0.25	[3,B]	[2,C]
[4,C]	2	3	4	3.0	0.11	[4,B]	[3,C]
[1,D]	3	4	6	4.2	0.25	[1,C]	
[2,D]	2	4	6	4.0	0.44	[2,C]	[1,D]
[3,D]	2	4	5	3.8	0.25	[3,C]	[2,D]
[4,D]	2	3	4	3.0	0.11	[4,C]	[3,D]
[1,E]	2	4	6	4.0	0.44	[1,D]	
[2,E]	2	4	5	3.8	0.25	[2,D]	[1,E]
[3,E]	3	4	6	4.2	0.25	[3,D]	[2,E]
[4,E]	1	3	4	2.8	0.25	[4,D]	[3,E]

Table 6. Case study: Pr(TE>TT) for five longest paths

No	$\Sigma TE$	$\sqrt{\Sigma \sigma^2}$	Pr(TE>TT)						
			TT=32	33	34	35	36	37	38
P12	35.8	3.69	85%	78%	69%	59%	48%	38%	28%
P05	35.8	1.26	100%	99%	93%	75%	45%	18%	4%
P14	35.7	3.72	84%	76%	67%	57%	46%	36%	27%
P15	35.7	3.72	84%	76%	67%	57%	46%	36%	27%
P22	34.8	3.69	78%	69%	59%	48%	38%	28%	20%

최대 예상기간을 기준으로 하여 목표기간을 정하고 예상 기간 상위 5개 경로에 대해 목표기간별로 예상기간이 목표기간을 초과할 확률을 구하면 Table 6과 같다. 경로 P12와 P05는 모두 예상기간(TE)가 35.8일로 같으나, 표준편차가 각각 3.69와 1.26으로 P12가 표준편차가 더 크다. 만약 목표기간(TT)가 32일로 설정될 경우 P05가 목표기간을 초과할 확률은 100%로 P12의 85%보다 크므로 P05를 주공정으로 관리해야 할 것이다. 반면 목표기간이 38일로 설정될 경우 P12가 목표기간을 초과할 확률은 28%로 P05의 4%보다 크므로 P12가 주공정으로 관리되어야 할 것이다. P22의 예상기간은 34.8로 P05의 35.8보다 작지만 목표기간이 38일로 설정되면 목표기간 초과확률은 20%가 되어 4%에 불과한 P05보다 크다. 이러한 결과가 의미하는 것은 PERT 기반의 네트워크 공정표에서는 주공정이 단순히 예상기간의 합산

에 의해 산정될 수 없으며, 예상기간을 목표기간과 비교하여 확률적으로 산정되어야 한다는 것이다. 주공정은 단일 경로가 아닐 수 있으며, 목표기간에 따라 주공정선이 될 확률이 달라질 수 있다.

## 5. 결 론

기존의 전진계산과 후진계산에 의한 주공정의 산출방식은 CPM 네트워크를 기준으로 하고 있으므로 PERT를 기반으로 한 네트워크에서는 적절하지 않은 점을 개선하기 위해 진행된 본 연구에서는 확률을 기반으로 한 주공정산출기법을 제시하였다. 이 기법은 반복작업 네트워크상의 대안경로를 도출하고, 설정된 목표기간별로 확률적 최가능 주공정기간을 산출하는 기법이다. 본 연구의 결과는 다음과 같다.

네트워크 공정표에서는 다수의 대안 경로가 존재하며,  $m$  개의 작업구획(zone)과 개의 공정(process)에 의해 진행되는  $m \times n$  반복작업 네트워크 공정표의 경우 대안경로의 개수는 Figure 2와 같은 방식에 의해 산출할 수 있었다.

PERT기반 공정표에서는 주공정은 단일 경로로 정해질 수 없고 경로별 확률로 표시되어야 한다. 본 연구에서는 경로별 예상기간과 표준편차를 기준으로 해당 경로가 목표기간을 초과할 확률을 구하였으며, 그 확률이 가장 큰 경로를 최가능 주공정(most-likely critical path)라고 정의하였다.

5×4형태의 사례 네트워크 공정표를 대상으로 다수의 목표기간을 설정하고 목표기간별 최가능 주공정을 산출하였으며, 그 결과 목표기간에 따라 최가능 주공정이 변화할 수 있음이 확인되었다. 즉 목표기간과 표준편차에 따라 주공정이 달라질 수 있으며, 예상기간이 최대인 경로가 아닌 경우도 확률적으로 주공정이 될 수 있었다.

기존의 PERT 기간 산정합리화와 관련된 연구들은 네트워크 공정표 자체만을 분석대상으로 하고 있으나, 본 연구에서는 목표기간과 주공정과의 관계를 통해 최가능 주공정을 산정하는 방식을 제안하였다. 즉 기존의 단일 경로로 제시되던 주공정 산정방식과는 달리 본 연구에서 제시된 기법은 목표기간별에 따라 주공정선이 변경될 수 있음을 보여주고 있다. 이는 공기단축이나 공사기간 연장과 같이 목표기간이 변화할 수 있는 상황에서 유용할 것이며, 네트워크 외적 상황의 변화를 포함한 프로젝트 기간예측과 리스크산정에 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다.

## 요 약

건설공사의 공정 계획에 많이 사용되는 네트워크 방식의 공정표는 CPM방식과 PERT 방식으로 분류할 수 있다. 네트워크 공정표에서는 주공정선의 산정은 전진 계산과 후진 계산을 통하여 가장 합계기간이 크게 산출되는 경로를 선택하는 방식에 의하는 것이 일반적이다. CPM 기법에서는 각 액티비티의 소요기간이 고정된 값으로 제시되므로 이를 기반으로 하여 주공정선의 산정이 용이하다. 그러나 PERT 네트워크에서는 소요기간이 확률적으로 주어지므로 단순히 특정 경로 상 액티비티 기간의 합계만으로 주공정은 정하는 것은 불합리하며, 확률에 기반하여 산정된 예상기간에 의해 최가능 주공정으로 제시되어야만 PERT의 목적에 부합할 것이다. 이는 목표 기간에 따라 주공정선이 변화할 수 있으며, 경우에 따라서는 예상 기간이 더 작은 경로가 최가능 주공정이 될 수 있음을 의미한다. 이러한 개념에 의거하여 본 연구에서는 PERT 네트워크 공정표에서 경로별로 예상기간의 비교를 통해 확률적 의미를 가진 최가능 주공정을 도출하는 기법을 제안하는 것을 목적으로 진행한다. 체계적인 대안 경로 도출을 위해 작업 구획과 작업 공정이 교차하여 반복적으로 진행되는 방식의 네트워크 반복 작업 공정표를 대상으로 하여 대안 경로 도출 방식을 제시하였으며, 도출된 경로를 대상으로 예상 기간과 표준 편차를 산출하여 예상 기간이 목표 기간을 초과할 확률을 기반으로 하여 최가능 주공정을 산출하는 기법을 제안하였다. 사례 연구를 통해 최가능 주공정은 고정된 경로가 아니며 목표 기간과 표준 편차에 따라 변화할 수 있음을 예시한다. 본 연구에서 제시된 기법은 건설 공사와 같이 목표 공사기간이 변화하는 상황에서 유용하게 활용될 수 있을 것이며 기간 예측의 리스크를 명확화하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다.

**키워드** : 공정표, 네트워크, 공정관리, 주공정, 반복작업

## References

1. O'Brien JJ. Scheduling handbook. New York: McGraw-Hill Inc; 1969. p. 8-72.
2. Cottrell WD. Simplified program evaluation and review

- technique(PERT). *Journal of Construction Engineering and Management*. 1999 Jan;125(1):16–22.
3. Pontrandolfo P. Project duration in stochastic networks by the PERT–path technique. *International Journal of Project Management*. 2000 Jun;18(3):215–22.
  4. Lu M, AbouRizk SM. Simplified CPM/PERT simulation model. *Journal of Construction Engineering and Management*. 2000 Mar;126(3):219–26.
  5. Abbasi GY, Mukattash AM. Crashing PERT networks using mathematical programming. *International Journal of Project Management*. 2001 Apr;19(3):181–8.
  6. Wei CC, Liub PH, Tsaic YC. Resource–constrained project management using enhanced theory of constraint. *International Journal of Project Management*. 2002 Oct;20(7):561–7.
  7. Zhong DH, Zhang JS. New method for calculating path float in program evaluation and review technique. *Journal of Construction Engineering and Management*. 2003 May;129(5):501–6.
  8. Castro J, Gomez D, Tejada J. A project game for PERT networks. *Operations Research Letters*. 2007 Nov;35(6):791–8.
  9. Hajdu H, Bokor O. The effects of different activity distributions on project duration in PERT networks. *Social and Behavioral Sciences*. 2014 Mar;119:766–75.
  10. Gladysz B, Skorupka D, Kuchta D, Duchaczek A. Project risk time management – a proposed model and a case study in the construction industry. *Computer Science*. 2015 Aug;64:24–31.
  11. Azaron A, Katagiri H, Sakawa M, Kato K, Memariani A. A multi–objective resource allocation problem in PERT networks. *European Journal of Operational Research*. 2006 Aug;172(3):838–54.
  12. Azaron A, Tavakkoli–Moghaddam R. Multi–objective time–cost trade–off in dynamic PERT networks using an interactive approach. *European Journal of Operational Research*. 2007 Aug;180(3):1186–200.