논리연구 21-1(2018) pp. 1-37

전기 비트겐슈타인과 유형 이론*

박 정 일

【국문요약】 잘 알려져 있듯이, 비트겐슈타인은 『논리-철학 논고』에서 러셀의 유형 이론을 명시적으로 비판한다. 그렇다면 러셀의 유형 이론에 대한 비트겐슈타인의 비판의 요점이란 무엇인가? 이 물음에 대답하기 위하여 나는 철학적인 측면과 논리학적인 측면에서 유형 이론을 살펴보고자 한다. 『논리-철학 논고』에서 비트겐슈타인의 논리적 구문론은 말하자면 러셀의 유형 이론에 대한 대안이다. 논리적 구문론은 『논리-철학 논고』의 표기법의 기호 규칙들이며 특히 형성 규칙들이다. 비트겐슈타인의 말하기-보이기 구분은 논리적 구문론의 가장 근본적인 근거이다. 비트겐슈타인은 러셀의 유형 이론에 대한 비판과 함께 논리적 문법의 임의성(자의성)과 선험성으로 나아간다. 유형 이론에 대한 이러한 비트겐슈타인의 비판은 결국 프레게와 러셀의 논리학관에 대한 도전이다. 논리학은 세계에 속하는 일반적인 진리나 특성들을 다루지 않으며, 논리학을 이루는 동어반복은 아무것도 말하지 않는다.

【주제 분류】 논리학, 논리철학, 수학철학

【주요어】 비트겐슈타인, 러셀, 『논리-철학 논고』, 유형 이론, 논리적 구문론

투고일: 2017. 9. 29 심사 및 수정 완료일: 2017. 11. 11 게재확정일: 2017. 11. 11
* 본 연구는 숙명여자대학교 2015학년도 교내연구비 지원에 의해 수행되었음.

1. 들어가는 말

잘 알려져 있듯이, 비트겐슈타인은 『논리-철학 논고』(이하, ‘『논고』’로 약칭함)에서 러셀의 유형 이론을 명시적으로 비판한다. 그렇다면 러셀의 유형 이론에 대한 비트겐슈타인의 비판의 요점이란 무엇인가? 나는 이 글에서 바로 이 물음에 대해 대답하고자 한다.

그런데 이러한 비트겐슈타인의 비판을 해명하는 것은 결코 쉽지 않다. 또한 나는 이렇게 생각하는데, 이러한 문제에 체계적으로 대답하기 위해서는 반드시 다음의 물음이 선행되어야 한다. 러셀의 유형 이론을 비판한다는 것은 무엇인가? 또는 러셀의 유형 이론에 대한 비판은 어떻게 이루어지는가? 비트겐슈타인뿐만 아니라 어느 누구든 러셀의 유형 이론을 비판하고자 한다면 그러한 비판에서 수행되어야 하는 것은 무엇인가? 이 물음에 대한 대답이 주어질 때, 우리는 비로소 비트겐슈타인이 러셀의 유형 이론을 어떻게 비판했는지를 공정하게 조명할 수 있을 것이다.

이 물음은 다시 다음 세 가지로 구체화할 수 있다. 첫째, 러셀이 『수학의 원리들』(1903)에서 최초로 제안했던 유형 이론은 단순 유형 이론이고, 『수학 원리』(1910-1913)에서 제시했던 것은 분지 유형 이론이다. 러셀의 유형 이론은 러셀 논리학 체계의 형성 규칙이며, 또 이를 위한 이론이다. 그렇기 때문에 유형 이론에 따라 어떤 명제는 적법한 것으로, 또 어떤 다른 것은 부적법한 것으로 규정된다. 그렇다면 그러한 유형 이론의 철학적 근거는 무엇인가? 나중에 살펴보겠지만, 『수학 원리』에서 러셀 자신이 제시하는 가장 중요한 근거는 악순환 원리이다. 그렇다면 악순환 원리는 설득력 있는가?

둘째, 러셀의 유형 이론은 형성 규칙을 위한 이론일 뿐만 아니라, 『수학 원리』에서 환원 가능성 공리와 무한성 공리를 요구한다는 점에서 논리학적 이론이기도 하다. 그렇다면 환원 가능성 공리

와 무한성 공리는 논리학의 근본 원리로서 정당하고 정합적인가? 이에 대한 러셀 자신의 생각은 과연 설득력 있는가?

셋째, 잘 알려져 있듯이, 러셀이 『수학 원리』(1910-1913)에서 분지 유형 이론을 제시한 것은 (소위 수학의 위기를 가능하게 했던) 러셀의 역설, 칸토어의 역설, 거짓말쟁이 역설 등, 역설의 문제를 해결하기 위해서였다. 그렇다면 러셀은 유형 이론을 통하여 역설의 문제를 성공적으로 해결했는가? 그의 해결 방법은 적절한가?

이 세 가지 물음은 긴밀하게 얽혀 있다. 그럼에도 불구하고 우리는 대충 첫 번째 물음이 유형 이론의 철학적 측면을 문제 삼고 있고, 두 번째와 세 번째 물음이 유형 이론의 논리학적 측면을 문제 삼고 있다고 말할 수 있다. 이제 우리는 이러한 물음들을 염두에 두면서, 비트겐슈타인이 논리학적 측면과 철학적 측면에서 러셀의 유형 이론에 대해 어떻게 비판하였는지를 살펴보아야 할 것이다.

나는 다음의 순서로 논의하고자 한다. 먼저 우리는 우리의 논의를 위해 러셀의 유형 이론을 간략하게 정리하는 것이 좋을 것이다. 러셀의 유형 이론은 『수학 원리』에서는 일종의 형성 규칙이고 또 이를 위한 이론이다. 러셀은 분지 유형 이론에서 서술적 함수와 비서술적 함수를 구분한다. 그의 악순환 원리는 가령 “자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들”이라는 ‘지시어’를 ‘포괄적 자기 지시어’로 해석해서는 안 된다는 원리이다. 러셀은 이를 통하여 여러 역설들을 해결하고자 하였다(2절). 러셀은 유형 이론을 일관성 있게 견지하기 위해 환원 가능성 공리와 무한성 공리를 요청하였다. 또한 그는 유형 이론에 입각해서 집합에 관한 명제를 함수에 관한 진술로 환원함으로써 러셀의 역설을 해결하려고 하였다(3절). 비트겐슈타인은 환원 가능성 공리가 논리적 명제가 아니며, 반례가 존재한다는 것을 보인다. 또한 그는 러셀의 역설에 대한 자신의 해결책을 제시한다. 러셀의 역설에 대한 러셀의 해결책과 비트겐슈타인의 그

것은 어떤 점에서는 유사하다. 반면에 우리는 비트겐슈타인이 러셀의 분지 유형 이론을 거부하고 있고, 오직 수정된 단순 유형 이론에 입각한 해결책만을 제시하고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 비트겐슈타인은 무한성 공리가 동일성 개념에 대한 러셀의 오해와 혼동과 유사한 방식으로 유래하였다고 간주한다(4절). 『논고』에서 비트겐슈타인의 논리적 구문론은 말하자면 러셀의 유형 이론에 대한 대안이다. 논리적 구문론은 『논고』의 기호법의 기호 규칙들이며 특히 형성 규칙들이다. 비트겐슈타인의 말하기-보이기 구분은 논리적 구문론의 가장 근본적인 근거이다(5절). 러셀의 유형 이론에 대한 비판과 함께 비트겐슈타인은 논리적 문법의 임의성(자의성)과 선험성으로 나아간다(6절). 유형 이론에 대한 이러한 비트겐슈타인의 비판은 결국 프레게와 러셀의 논리학관에 대한 도전이다(7절).

2. 러셀의 유형 이론과 역설

러셀은 여러 역설에 대한 해결책으로서 유형 이론을 제시한다. 그는 『수학의 원리들』(*The Principles of Mathematics*)(1903)에서 단순 유형 이론(simple theory of types)을 제시했으며, 이후 『수학 원리』(*Principia Mathematica*)(1910-1913)에서 분지 유형 이론(ramified theory of types)을 제시한다.

간단히 말하면, 단순 유형 이론에서는 개별자(individual)가 “대상의 가장 낮은 유형”(the lowest type of object)이고, 그 다음 높은 유형은 “개별자들의 집합들”이고, 그 다음 높은 유형은 “개별자들의 집합들의 집합들”이며, 계속 이와 같이 유형들이 형성된다. 다시 말해 그는 개별자, 개별자들의 속성, 개별자들의 속성의 속성 등을 구분하고 있는 것이다. 마찬가지로 2항 관계와 3항 관계 등등에 대해서도 유형을 정의할 수 있다. 그리하여 가령 “$x \in y$”나 “$x \notin$

y”와 같은 표현은 오직 y가 x보다 유형이 하나 더 클 때에만 적법하다. 이에 따라 “x $\not\in$ x”는 무의미하고, 러셀의 역설은 S = {x | x $\not\in$ x}로부터 발생하므로, 집합 S는 애초에 존재하지 않으며, 모순은 제거된다.

그러나 단순 유형 이론은 러셀의 역설을 해결할 수는 있지만, 거짓말쟁이 역설, 그렐링의 역설 등은 해결할 수 없다. 그리하여 러셀은 분지 유형 이론을 제시한다. 분지 유형 이론에서는 “외관[속박] 변항의 값들의 범위”를 문제 삼으며, 다소 복잡한 것으로 분지된다. 가령 다음의 (1)과 (2)는

(1) 나폴레옹은 지도력이 있다. La
(2) 나폴레옹은 위대한 장군의 모든 속성들을 지니고 있다. $(\phi)\{f(\phi!\hat{z}) \supset \phi!a\}$

단순 유형 이론에서는 동일한 유형으로 분류되지만, 분지 유형 이론에서는 외관[속박] 변항의 범위와 위계에 따라 상이한 차수가 부여된다. 다시 말해 러셀의 분지 유형 이론에서 특징적인 것은 동일한 변항의 명제 함수에 대해서 차수(order)가 상이하게 부여되는 경우가 있다는 점이다. 러셀은 $(y).\psi(x, y)$와 $(\phi).\ F(\phi!\hat{z}, x)$가 둘 다 x의 함수이지만, 전자를 1차 함수, 후자를 2차 함수라고 부르고 있다. 가령, “x는 용감하다”와 “x는 위대한 장군이 지니는 모든 속성을 지니고 있다”는 둘 다 x의 명제 함수이지만, 전자는 x의 1차 명제 함수(또는 1차 속성)이고, 후자는 x의 2차 명제 함수(또는 2차 속성)이다.[1)]

또한 러셀은 “x는 용감하다”와 “x는 위대한 장군이 지니는 모든 속성을 지니고 있다”가 중요한 차이를 지니고 있다고 간주한다. 그는 이 차이를 서술적 함수(predicative function)와 비-서술적 함수

1) 참고: 박정일 (2017a), pp. 74-78.

(non-predicative function)라는 개념으로 설명한다. 전자는 서술적 함수이고, 후자는 비-서술적 함수이다. 그에 따르면, “하나의 변항을 갖는 함수는 그것이 그것의 논항의 차수 위의 다음 차수이면”[2] 서술적 함수이다. 가령 $(\phi).g(\phi!\hat{z},\ \psi!\hat{z})$와 $(x).F(\phi!\hat{z},\ x)$는 각각 $\psi!\hat{z}$와 $\phi!\hat{z}$의 서술적 함수이지만, $(\phi).F(\phi!\hat{z},\ x)$는 x의 함수이면서, 비-서술적 함수이다. 러셀이 지적하듯이, 일반적으로 “n차의 비-서술적 함수는 n차의 서술적 함수로부터 (n-1)차의 모든 논항들을 외관 변항으로 바꿈으로써 획득된다.”[3]

러셀은 분지 유형 이론의 근거로서 악순환 원리(vicious-circle principle)와 직접 검사(direct inspection)를 제시한다. 그는 악순환 원리를 다음과 같이 규정한다. “한 모임의 **모든** 것을 포함하는 것은 무엇이든 그 모임의 하나여서는 안 된다.” “만일, 어떤 한 모임이 어떤 한 전체를 지닌다고 할 때, 그것이 단지 그 전체에 의해 정의 가능한 원소들을 지니고 있다면, 그 말해진 모임은 어떤 전체도 지니지 않는다.”[4] 러셀에 따르면, 역설들은 모두 악순환 원리를 어겼기 때문에 발생한다. 또한 러셀에 따르면, 우리가 예컨대 “$\phi\hat{x}$는 사람이다”나 “‘$\hat{x}$는 사람이다’는 사람이다”와 같은 것을 직접 검사해 보면 그것들이 무의미하다는 것을 알 수 있다.[5]

러셀의 악순환 원리가 겨냥하는 것을 우리는 다음과 같이 해명할 수 있다. 다음을 살펴보자.

(3) (눈은 노랗다, 1 + 2 = 5)

(4) 이[(3)의] 괄호 안에 있는 모든 문장들은 거짓이다.

---

2) Russell & Whitehead (1910), p. 53.

3) Russell & Whitehead (1910), p. 54.

4) Russell & Whitehead (1910), p. 37.

5) Russell & Whitehead (1910), pp. 47-48.

(5) (눈은 노랗다, 1 + 2 = 5, 이[(5)의] 괄호 안에 있는 모든 문장들은 거짓이다)

여기에서 (4)는 참이지만, (5)의 “이 괄호 안에 있는 모든 문장은 거짓이다”로부터는 모순이 산출된다. 우리는 (4)에서의 지시를 “외부 지시”, 또 (5)에서의 지시를 “포괄적 자기 지시”라고 부를 수 있다. 또한 (4)를 “외부 지시 문장”, (5)를 “포괄적 자기 지시 문장”, 그리고 (4)의 “이 괄호 안에 있는 모든 문장”을 “외부 지시어”, (5)의 “이 괄호 안에 있는 모든 문장”을 “포괄적 자기 지시어”라고 부를 수 있다. (5)에서는 포괄적 자기 지시에 의해 “이 괄호 안에 있는 모든 문장”의 모임 안에 바로 그 문장 자신이 포함되며, 이는 러셀의 악순환 원리를 어기는 것이다. 반면에 (4)에서는 외부 지시에 의해, “이 괄호 안에 있는 모든 문장”의 모임에 (4) 자신이 포함되지 않는다. “이 문장은 거짓이다”와 같은 자기 지시 문장 또한 “이 문장”의 모임 안에 그 문장 자신이 포함되는 것이므로 악순환 원리를 어기고 있다. 마찬가지로 “(다음 문장은 참이다, 앞 문장은 거짓이다)”에서와 같은 “순환 지시”의 경우에도 외관상으로는 외부 지시인 것처럼 보이지만, 악순환 원리를 어기고 있다.

반면에 “나폴레옹은 위대한 장군의 모든 속성들을 지니고 있다”는 문장을 지시하는 외부지시 문장도 아니고 포괄적 자기 지시 문장도 아니다. 그러나 “이 괄호 안에 있는 모든 문장”이 (4)에서와 같이 외부 지시어로 사용되고 (5)에서와 같이 포괄적 자기 지시어로 사용되는 것과 마찬가지로, “위대한 장군의 모든 속성들”은 외부 지시어로 해석될 수도 있고 포괄적 자기 지시어로 해석될 수도 있다. 전자의 경우, 가령 ‘지도력 있음’, ‘총명함’, ‘용감함’, ‘행정력 있음’이 위대한 장군이 지니는 모든 속성이라고 가정할 때, “나폴레옹은 위대한 장군의 모든 속성들을 지니고 있다”는 나폴레옹이

지도력이 있고, 총명하고, 용감하며, 행정력이 있다는 것을 말하며, 후자의 경우, 그 문장은 나폴레옹이 그러한 (1차) 속성들뿐만 아니라 "위대한 장군의 모든 속성들을 지니고 있음"이라는 (2차) 속성도 지니고 있다는 것을 말하게 된다. 러셀의 악순환 원리가 배제하는 것은 후자의 경우이다. "자기 자신에게 들어맞지 않는 모든 속성들의 속성"도 마찬가지이다. "자기 자신에게 들어맞지 않는 모든 속성들"이라는 지시어가 포괄적인 자기 지시어로 해석되면 그렐링의 역설이 발생한다. 또한 "자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들의 집합"도 "자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들"을 포괄적인 자기 지시어로 해석하면 러셀의 역설이 도출된다.[6] 요컨대 분지 유형 이론과 함께 악순환 원리는 자기 지시, 순환 지시, 포괄적 자기 지시를 엄격하게 금지하면서 오직 외부 지시만을 허용하는 원리이다.

그렇게 되면 "자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들의 집합"에서 "자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들"은 포괄적 자기 지시어로 해석될 수 없다. 다시 말해 "자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들"은 자기 자신의 원소가 아닌 모든 집합들의 집합을 지시할 수 없다. 그리하여 $S = \{x \mid x \notin x\}$일 때, "$S \in S$"나 "$S \notin S$"와 같은 표현은 차단되므로, 역설은 제거된다. 러셀은 분지 유형 이론에 의해 러셀의 역설이 어떻게 해결될 수 있는지를 다음과 같이 밝히고 있다.

> 자기 자신의 원소들이 아닌 집합들의 집합에 관한 모순을 해결하기 위해서, 우리는, (…) 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수, 즉 그 집합의 원소들에 의해서만 만족되고 다른 논항들에 의해서는 만족되지 않는 함수에 관한 진술로 항상 환원되어야 한다고 가정할 것이다. 그리하여 한 집합은 예컨대 $(x).\phi x$가 함수 $\phi\hat{x}$를 전제하는 것과 마찬가지로, 한 함수로부터 도출되고 그 함수를 전제하는

---

[6] 베리의 역설, 리샤르의 역설, 칸토어의 역설, 부랄리-포티의 역설도 마찬가지이다.

대상이다. 따라서 한 집합은, 악순환 원리에 의해서, 그것을 정의하는 함수의 논항이 유의미하게 될 수 없으며, 다시 말해, 만일 우리가 $\phi\hat{z}$에 의해 정의된 집합을 "$\hat{z}(\phi z)$"로 나타낸다면, 기호 "$\phi\{\hat{z}(\phi z)\}$"는 무의미해야만 한다. 따라서 한 집합은 그것을 정의하는 함수를 만족하지도 않고 만족하지 않지도 않으며, 그리하여 (…) 자기 자신의 원소도 아니고 자기 자신의 원소가 아닌 것도 아니다. (…) 그리하여 만일 α가 한 집합이라면, "α는 α의 한 원소가 아니다"는 항상 무의미하며, 그러므로 "자기 자신의 원소들이 아닌 집합들의 집합"이라는 문구는 어떤 뜻도 지니지 않는다. 따라서 그러한 집합이 존재한다고 가정하는 것으로부터 발생한 모순은 사라진다.[7)]

이 인용문에서 우리는 다음 두 가지를 주목해야 한다. 첫째, 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 항상 환원된다는 러셀의 가정이다. 나중에 살펴보겠지만 비트겐슈타인 또한 이러한 가정을 필요한 수정을 덧붙이면서 받아들이고 있다. 둘째, 러셀에 따르면, 한 집합이 그것을 정의하는 함수의 논항이 유의미하게 될 수 없다는 것은 악순환 원리의 귀결이다. 이는 결국 한 함수가 그 자신의 논항이 될 수 없다는 것은 악순환 원리의 귀결이라는 주장과 대동소이하다.[8)] 반면에 나중에 살펴보겠지만, 비트겐슈타인은 그러한 주장을 받아들이지 않는다.

---

7) Russell & Whitehead (1910), pp. 62-63.

8) 이 점에 대해 러셀은 다음과 같이 말한다. "우리는, 악순환 원리에 따라, 한 함수의 값들은 그 함수에 의해 단지 정의가능한 항들을 포함할 수 없다는 것을 살펴보았다. 이제 함수 $\phi\hat{x}$가 주어지면, 그 함수에 대한 값들은 모두 ϕx 형식의 명제들이다. 그리하여 x가 $\phi\hat{x}$를 포함하는 값을 지니는, ϕx 형식으로 된 어떤 명제들도 존재하지 않아야 한다는 것이 따라 나온다. (…) 따라서 논항 $\phi\hat{x}$를 지니는, 또는 $\phi\hat{x}$를 포함하는 어떤 논항을 지니는, $\phi\hat{x}$에 대한 값과 같은 것은 존재하지 않아야 한다."(Russell & Whitehead (1910), p. 40)

3. 환원 가능성 공리, 무한성 공리, 러셀의 역설

악순환 원리와 분지 유형 이론에 따르면, 자기 지시, 순환 지시, 포괄적 자기 지시가 금지되고 오직 외부 지시만 허용되므로, 거짓말쟁이 역설, 그렐링의 역설, 베리의 역설, 러셀의 역설 등은 모두 제거된다. 그러나 함수와 속성을 위계에 따라 구분하는 것이 여러 역설들을 해소하는 데 성공적이었다고 할지라도, 이러한 분지 유형 이론은 매우 심각한 문제들을 유발한다.[9] 분지 유형 이론을 받아들이면, 예컨대 닐이 지적하는 바와 같이, "공집합이 아닌 상계(upper bound)를 지닌 실수의 집합은 모두 최소 상계(the least upper bound)를 갖는다"라는 수학의 정리는 정식화될 수 없다.[10] 최소 상계란 한 실수 집합의 모든 상계들 중에서 가장 작은 상계이다. 여기에서 "한 실수 집합의 모든 상계들"을 포괄적 자기 지시어로 해석하지 않는다면(다시 말해 악순환 원리를 고수한다면), 저 수학의 정리는 정식화될 수 없다.

러셀은 이러한 문제들을 해결하기 위해 환원 가능성 공리를 제시한다. 환원 가능성 공리란 임의의 비-서술적 함수에 대해서 그것과 형식적으로 동등한 서술적 함수가 존재한다는 공리를 말한다. 두 개의 함수 $\phi\hat{x}$와 $\psi\hat{x}$는 가능한 모든 논항 x에 대해서 ϕx가 ψx와 동치일 때 "형식적으로 동등"(formally equivalent)하다. 요컨대 $(x)(\phi x \equiv \psi x)$가 성립하면, 함수 $\phi\hat{x}$와 $\psi\hat{x}$는 형식적으로 동등하다. 그리하여 환원 가능성 공리는 다음과 같다.

$$\vdash (\exists\psi)(x)(\phi x \equiv \psi ! x)$$

---

9) 참고: 윌리엄 닐 & 마사 닐 (2015), pp. 416-417, pp. 426-428, 정인교 (1999).
10) 윌리엄 닐 & 마사 닐 (2015), p. 416.

그렇다면 환원 가능성 공리가 참인 근거는 무엇인가? 러셀에 따르면, “나폴레옹은 위대한 장군의 모든 속성을 지니고 있다”는 어떤 술어들의 선언(가령 “위대한 장군 A는 t_1에 태어났고, B는 t_2에 태어났고, …, Z는 t_n에 태어났다”로부터 얻어지는 “t_1에 태어났거나 t_2에 태어났거나, …, t_n에 태어났다”)에 대해서, 이 술어를 F라고 부른다면, F(나폴레옹)과 동등하다. 그리고 그에 따르면, F(나폴레옹)은 서술적 함수이고, 그러한 F가 존재한다는 것은 확실하다. 이는 결국 비-서술적 함수에서 술어는 어떤 서술적 함수들의 술어들의 연언이나 선언과 동일하다는 주장과 같다.[11)]

한편 분지 유형 이론은『수학 원리』에서 또 다른 난점을 불러일으킨다. 러셀은 자연수를 어떤 집합의 수로 간주하였다. 그에 따르면, 수 0은 공집합의 원소의 수이다. 1은 원소가 하나인 집합의 수이며, 원소가 하나인 집합의 집합이다. 마찬가지로 2는 원소가 두 개인 집합의 수이며, 원소가 두 개인 집합의 집합이다. 일반적으로 “수는 ‘비슷함’(similarity)이라고 불리는 속성들을 지니는 집합들의 집합”이며, 두 집합 사이의 원소들 간에 일대일 대응이 성립하면 그 두 집합은 비슷하다. 그러나 러셀에 따르면, 가령 세계에 정확하게 9개의 개별자들이 존재한다고 가정하면, 이러한 수의 정의에 따르면, (9 + 1로 정의된) 10은 공집합이 되어 버린다. 왜냐하면 “n + 1은 x를 빼버릴 때 n개의 원소들의 집합이 남는, 그러한 모든 집합들의 모임”인데, “이 정의를 적용하면, 9 + 1은 집합들이 아닌 것으로 이루어지는 집합, 즉 공집합이기 때문이다.”[12)] 그렇게 되면 10 이상의 수들은 모두 공집합이 되어 버린다. 마찬가지로 세계에 정확하게 n개의 개별자들이 존재한다고 가정하면 n + 1은 공

11) Russell & Whitehead (1910), pp. 56-59. 또한 러셀은 환원 가능성 공리가 옳다는 근거로 “귀납적 증거”도 제시한다(Russell & Whitehead (1910), pp. 59-60)

12) Russell (2007), p. 132.

집합이 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해 러셀은 무한성 공리(the axiom of infinity)를 제시한다. 무한성 공리는 다음과 같다: “만일 n이 임의의 귀납적 기수라면, n개의 원소들을 지니는 개별자들의 집합이 최소한 하나 존재한다.”[13] 러셀에 따르면, 이 공리가 참이라면, 세계에 존재하는 개별자들의 수는 어떤 임의의 귀납적 수보다 크며, 그리하여 무한하다.

러셀은 이러한 유형 이론을 토대로 러셀의 역설을 해결하려고 한다. 앞에서 우리는 러셀 자신이 러셀의 역설을 해결하는 방법의 얼개를 살펴보았다. 그러한 방법에서 가장 중요한 것은 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 항상 환원된다는 러셀의 가정이다. 그렇다면 러셀은 어떻게 집합에 관한 명제를 그 집합을 정의하는 명제 함수에 관한 진술로 환원하였는가?

러셀은 “유도 함수”(derived function)를 도입한다. 러셀은 이를 다음과 같이 정의한다. 주어진 함수 $f(\psi!\hat{z})$에 대해서 유도 함수 “$f\{\hat{z}(\phi z)\}$”는 다음과 같다: “$\phi\hat{z}$와 형식적으로 동치이고 f를 만족하는 서술적 함수 $\psi!\hat{z}$가 존재한다.”[14] 그리하여 러셀은 이를 다음과 같이 기호로 나타내고 있다.

$$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\} \quad \mathrm{Df.}$$

유도 함수에 대한 이 정의에 의해서 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 환원된다.

그리하여 러셀은 다음과 같은 과정을 거쳐, $S = \{x \mid x \notin x\}$일 때, “$S \in S$”나 “$S \notin S$”와 같은 표현이 무의미하다는 것을 보인

---

[13] Russell (2007), p. 131.

[14] Russell & Whitehead (1910), pp. 74-75.

다.[15)]

x가 개별자일 때, “$x \in \hat{z}(\phi z)$”의 경우:

$$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\} \quad \text{Df.}$$
$$(\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : x \in \psi!\hat{z}$$
$$x \in \psi!\hat{z}. =. \psi!x \quad \text{Df.}$$
$$(\exists\psi): \phi y. \equiv_y . \psi!y : \psi!x$$

x가 개별자들의 집합일 때, “$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$”의 경우:

$$f\{\hat{z}(\phi z)\}. = : (\exists\psi): \phi x. =_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\} \quad \text{Df.}$$
$$(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$$
$$x \in \psi!\hat{z}. =. \psi!x \quad \text{Df.}$$
$$(\exists\psi): \phi x. \equiv_x . \psi!x : \psi!(\psi!\hat{z})$$

α가 집합들의 집합일 때, “$\hat{\alpha}f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$”의 경우:

$$F\{\hat{\alpha}f(\alpha)\}. = : (\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : F\{g!\hat{\alpha}\} \quad \text{Df.}$$
$$(\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : g!\hat{\alpha} \in g!\hat{\alpha}$$
$$\beta \in g!\hat{\alpha} =. g!\beta \quad \text{Df.}$$
$$(\exists g): f\beta. \equiv_\beta . g!\beta : g!(g!\hat{\alpha})$$

러셀에 따르면, “$\hat{z}(\phi z) \in \hat{z}(\phi z)$”와 “$\hat{\alpha}f(\alpha) \in \hat{\alpha}f(\alpha)$”는 무의미하다. 전자가 무의미한 이유는 “$\psi!\hat{z} \in \psi!\hat{z}$”, 즉 “$\psi!(\psi!\hat{z})$”가 무의미하기 때문이며, 후자가 무의미한 이유는 “$g!\hat{\alpha} \in g!\hat{\alpha}$”, 즉 “$g!(g!\hat{\alpha})$”가 무의미하기 때문이다.

---

15) 참고: 박정일 (2017b), pp. 184-190.

4. 비트겐슈타인의 유형 이론 비판: 논리학적 측면

비트겐슈타인은 『논고』에서 러셀의 환원 가능성 공리, 무한성 공리, 그리고 러셀의 역설에 대한 러셀 자신의 해결 방법을 모두 비판한다. 먼저 환원 가능성 공리에 대한 비트겐슈타인의 비판은 그 공리에 대한 반례가 존재한다는 것이다. 즉 (1) 무한하게 많은 대상들이 존재하고, (2) 오직 한 개의 관계만 존재하며, (3) 그 관계는 오직 무한하게 많은 대상들 사이에서만 성립하고, 유한하게 많은 대상들 사이에서는 성립하지 않으며, (4) 그 관계는 그 대상들 각각의 모든 것과 그것들과 다른 각각의 모든 대상들 사이에서는 성립하지 않는 그러한 세계에 대해서, 그 대상들에 대해서 성립하는 서술적 속성을 적절하게 정의하면, 이러한 세계에서는 환원 가능성 공리는 성립하지 않는다.[16] 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 환원 가능성 공리가 적용되지 않는 세계가 생각될 수 있다. 그러나 논리학이 우리의 세계가 실제로 그러한가 또는 그렇지 않은가 하는 물음과 아무 관계도 없다는 것은 분명하다.(6.1233)[17]

그런데 환원 가능성 공리에 대한 비트겐슈타인의 비판을 가능케 한 가장 근본적인 생각은 일반성 개념에 대한 비트겐슈타인의 파악이다. 『논고』에 따르면, "ξ의 값들이 x의 모든 값들에 대한 함수 fx의 값 전체라면, $N(\bar{\xi}) = \sim(\exists x).fx$가 된다."(5.52) 이 정의에 따르면, 보편 명제는 (ξ-조건 하에서)[18] 무한 연언 명제와 동일하고,

---

16) 참고: 박정일 (2017a), pp. 84-90.

17) 이 글에서는 『논고』의 번역으로 대부분 비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김을 따르고 있다.

존재 명제는 무한 선언 명제와 동일하다. 즉『논고』에 따르면, x의 모든 값들이 a, b, c, d, …라면, 다음이 성립한다.

$$(x)fx = fa \ \& \ fb \ \& \ fc \ \& \ fd \ \& \ \cdots$$
$$(\exists x)fx = fa \vee fb \vee fc \vee fd \vee \cdots$$

그리하여 유한 연언 명제와 무한 연언 명제가 본질적인 차이가 없다고 간주되면, 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수 간의 구분은 의의를 잃게 된다. 왜냐하면 가령 비-서술적 함수 $(\phi)F(\phi!\hat{z}, x)$는『논고』에 따르면, ϕ의 모든 값들이 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, …라면, $F(\phi_1!\hat{z}, x) \ \& \ F(\phi_2!\hat{z}, x) \ \& \ F(\phi_3!\hat{z}, x) \ \& \ \cdots$가 될 것이며, 이는 그저 연언 명제가 될 것이기 때문이다. 그렇기 때문에 임의의 비-서술적 명제 함수에 대해서 그것과 형식적으로 동등한 서술적 함수가 존재한다는 환원 가능성 공리는 불필요하다.[19]

더 나아가 러셀의 생각과 같이 어떤 유한한 속성들의 선언을 하나의 속성으로 간주하는 것이 가능한 경우가 있다면, “x는 위대한 장군의 모든 속성을 지니고 있다”와 같은 비-서술적 함수는 “x는 t_1에 태어났거나 t_2에 태어났거나, …, t_n에 태어났다”와 같은 서술적 함수와 동등하다. 그러나 이는 속성들이 유한하게 많은 경우에만

---

18) 참고: 박정일 (2014).

19) 램지는 바로 이러한 비트겐슈타인의 생각을 받아들인다. 램지는 “유한한 수의 원자 명제들의 진리 함수”를 ‘기본(elementary) 명제’라고 부르고, 그 값이 기본 명제인 개별자들의 함수를 ‘기본 함수’라고 부른다(Ramsey (1931). p. 25) 그렇게 되면 러셀의 환원 가능성 공리는 램지의 어법에 따르면, “모든 비-기본 함수에 대해 동치인 기본 함수가 존재한다는 주장(p. 28)과 같다. 그러나 램지에 따르면, ‘기본’과 ‘비-기본’은 명제를 구분하는 특성이 아니다. 동일한 명제가 기본 명제이면서 비-기본 명제일 수 있다. 예컨대 ‘ϕa’와 ‘ϕa: $(\exists x).\phi x$’는 ‘$(\exists x).\phi x$’가 무한 선언 명제일 때, 전자는 기본 명제이고 후자는 비-기본 명제이지만 동일한 명제이다(pp. 34-35).

성립할 뿐이다. 대상들과 속성들이 무한하게 많은 경우에는 러셀은 그러한 속성들의 연언이나 선언을 생각할 수 없을 뿐 아니라, 그러한 무한한 속성들의 연언이나 선언으로서의 속성이 과연 존재하는지도 말할 수 없다. 그렇기 때문에 대상들과 속성들이 무한하게 많은 경우를 생각한다면, 환원 가능성 공리는 만일 그것이 참인 경우가 있다면 그저 운 좋은 우연에 의해 그럴 수 있을 뿐이다. 또한 그것은 어떤 경우에는 참일 수 있고 다른 경우에는 거짓일 수 있으므로, 논리적 명제, 즉 동어반복이 아니다.[20] 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 논리적인 일반적 타당성은 가령 “모든 사람은 죽는다”라는 명제의 우연적인 일반적 타당성과는 대조적으로, 본질적이라고 불릴 수 있을 것이다. 러셀의 “환원 가능성 공리”와 같은 명제들은 논리적 명제들이 아니다. 그리고 이는 다음과 같은 우리의 느낌을 설명해 준다: 그 명제들이 참이라고 하더라도, 그것들은 오직 운 좋은 우연에 의해서만 참일 수 있을 것이다.(6.1232)

한편 비트겐슈타인은 기본적으로 러셀의 환원 가능성 공리를 거부하고 있지만, 그럼에도 불구하고 집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수에 관한 진술로 환원된다는 러셀의 생각을 필요한 수정을 덧붙여서 받아들이고 있다. 이는 러셀의 유도 함수와 1913년 비트겐슈타인이 노르웨이에서 러셀에게 보낸 편지의 내용을 비교함으로써 알 수 있다. 그 편지에서 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 만일 선생님의 환원 가능성 공리가 성립하지 않는다면, 많은 것들이 변경되어야 할 것입니다. 다음을 집합들의 정의로 사용하는 것은 어떤지요?
>
> $$F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi x \equiv_x \psi x . \supset_\psi . F(\psi) \text{ Def.}$$[21]

20) 참고: 박정일 (2017a), pp. 92-93.

이를 러셀의 유도 함수에 대한 정의($f\{\hat{z}(\phi z)\}. =: (\exists\psi): \phi x. \equiv_x \psi!x : f\{\psi!\hat{z}\}$ Df.)와 비교하면, 러셀의 정의에는 환원 가능성 공리와 서술적 함수가 포함되어 있지만, 비트겐슈타인의 정의에는 그렇지 않다는 것을 알 수 있다. 요컨대 집합에 관한 명제를 그 집합을 정의하는 함수로 환원하는 그들의 방식은 상이하다.

비트겐슈타인은 자신의 유도 함수의 정의에 따라 러셀의 해결 방법과 유사하게 다음의 과정을 거쳐 러셀의 역설을 해결한다.[22) α가 집합들의 집합일 때,

$$F[\hat{z}(\phi z)] =: \phi x \equiv_x \psi x. \supset_\psi. F(\psi) \text{ Def.}$$
$$F\{\hat{\alpha} f(\alpha)\}. =: f\beta. \equiv_\beta . g\beta. \supset_g. F(g) \text{ Df.}$$
"$\hat{\alpha} f(\alpha) \in \hat{\alpha} f(\alpha)$"의 경우:
$$f\beta. \equiv_\beta . g\beta. \supset_g. g\hat{\alpha} \in g\hat{\alpha}$$
$$\beta \in g\hat{\alpha} =. g\beta \quad \text{Df.}$$
$$f\beta. \equiv_\beta . g\beta. \supset_g. g(g\hat{\alpha})$$

비트겐슈타인은 3.333에서 $g(g\hat{\alpha})$에서 외부 함수 g와 내부 함수 g는 의미가 상이하게 되므로, "$\hat{\alpha} f(\alpha) \in \hat{\alpha} f(\alpha)$"는 허용되지 않는다고 주장한다. 여기에서 $g(g\hat{\alpha})$에 해당하는 것이 3.333의 F(F(fx))이다.

그렇기 때문에 한편으로는 러셀의 역설에 대한 비트겐슈타인의 해결 방법은 러셀의 방법과 유사하다. 반면에 우리는 다음과 같이 세 가지 차이를 지적할 수 있다. 첫째, 러셀과 달리 비트겐슈타인은 서술적 함수와 비-서술적 함수 구분을 거부한다. 둘째, 집합에 관한 명제를 그 집합을 정의하는 함수로 환원하는 그들의 방법은

21) Wittgenstein (1961), p. 127, p. 128. 참고: 박정일 (2017b), p. 191, 각주 36.
22) 참고: 박정일 (2017b), pp. 190-193.

다르다. 셋째, (나중에 살펴보겠지만) 비트겐슈타인은 분지 유형 이론을 거부하고 있으며, 러셀의 역설을 해결하는 데 수정된 단순 유형 이론으로 충분하다고 생각한다.

러셀의 무한성 공리에 대한 비트겐슈타인의 비판은 동일성 개념과 깊은 관련이 있다. 먼저 비트겐슈타인이 러셀의 무한성 공리에 대해 최초로 어떻게 비판했는지를 살펴보자. 1913년 비트겐슈타인은 노르웨이에서 러셀에게 보낸 편지에서 다음과 같이 말한다.

모든 논리학의 명제들은 동어반복들의 일반화들이고 동어반복들의 모든 일반화들은 논리학의 명제들입니다. 이것들을 제외하면 어떤 논리적 명제들도 없습니다. (저는 이것이 결정적이라고 생각합니다.) "(∃x) x = x"와 같은 명제는 예를 들어 실제로 물리학의 명제입니다. 명제 "(x): x = x. ⊃. (∃y). y = y"는 논리학의 명제입니다: **어떤 것이 존재하는지를** 말하는 것은 물리학의 일(Sache)입니다. 동일한 것이 무한성 공리에 관해서도 성립합니다. $\aleph_0$ 개의 사물이 존재하는지는 경험이 해결해야 하는 것입니다(그리고 경험은 그것을 결정할 수 없습니다.).[23)]

이 인용문으로부터 우리는 비트겐슈타인이 1913년 당시 무한성 공리를 물리학적 명제로 간주하였다는 것을 알 수 있다. 그러나 그러한 비판은 불완전한 것이었으며, 『논고』에서 비트겐슈타인은 무한성 공리에 대해 다음과 같이 비판한다.

그러므로 동일성 기호는 개념 표기법의 본질적 구성 요소가 아니다. (5.533)

그리고 이제 우리는 "a = a", "a = b.b = c. ⊃ a = c", "(x).x = x", "(∃x).x = a" 등과 같은 사이비 명제들은 올바른 개념 표기법에서는 아예 적힐 수조차 없다는 것을 안다. (5.534)

그와 동시에 그러한 사이비 명제들과 연결되어 있던 모든 문제들도 사라진다. 러셀의 "무한성 공리"가 야기하는 모든 문제들은 이미 여기서 해결될 수 있다.

---

23) Wittgenstein (1961), p. 126, p. 127.

무한성 공리가 말하려 하는 것은 상이한 의미를 지닌 무한히 많은 이름들이 존재한다는 점에 의하여 언어에서 표현될 수 있을 것이다. (5.535)

나는 이미 비트겐슈타인이 프레게의 동일성 개념과 러셀의 동일성 정의에 대해 어떻게 비판했는지를 논구했다.[24] 그 비판의 핵심은 “프레게와 러셀은 동일성 진술들이 사물에 관한 것이면서 또 규칙에 관한 것으로 간주함으로써, 또 이를 토대로 수를 정의함으로써 중대한 혼란을 불러일으키고 있다”[25]는 것이었다. 러셀과 같이 『수학 원리』(1910-1913)에서 사물들 전체를 “x = x”를 만족하는 모든 x의 집합으로 정의하는 것은 거대한 혼란의 서막이다.[26] 가령 샛별과 3은 “x = x”를 만족하며, 러셀에게는 샛별과 3은 사물(thing)이지만, 비트겐슈타인의 관점에서는 샛별은 세계에 실재하는 사물이고, 3은 형식적인 개념이다. 러셀은 동일성 진술을 한편으로는 표현(상징)의 규칙인 것으로 사용하고 다른 한편으로는 세계에 실재하는 사물에 관한 것으로 사용하면서 거대한 혼동을 초래하고 있다.[27] 이러한 혼란을 제거하기 위한 방안으로서 비트겐슈타인은 『논고』에서 ‘등식’의 개념을 도입한다. 등식은 사물에 관한 것이 아니며, 우리의 논리적ㆍ구문론적 사용 규칙이다. 더 나아가 동일성 기호는 올바른 개념 표기법에서 제거될 수 있다(5.531-5.533).

그렇기 때문에 개별자들이 세계에 무한하게 많이 존재한다거나 유한하게 많이 존재한다고 하는 것은 결코 수학적 명제나 논리적 명제가 될 수 없다. 반면에 비트겐슈타인은 무한의 개념을 거부하지 않는다.[28] 오히려 무한은 우리의 언어의 표현들이나 개념들, 그

---

24) 참고: 박정일 (2016).

25) 박정일 (2016), p. 289.

26) Russell & Whitehead (1910), p. 229.

27) 참고: Wittgenstein (1979), p. 146.

28) 참고: Wittgenstein (1980), p. 119. 여기에서 비트겐슈타인은 자신이 『논고』에서 무한을 하나의 수로 다루었다는 것을 지적하고 있다.

리고 이와 관련된 연산과 관련 있는 것이다. 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다. “무한성 공리가 말하려 하는 것은 상이한 의미를 지닌 무한히 많은 이름들이 존재한다는 점에 의하여 언어에서 표현될 수 있을 것이다.”(5.535)

5. 비트겐슈타인의 유형 이론 비판: 철학적 측면

앞에서 우리는 비트겐슈타인이 『수학 원리』의 논리학적 이론을 어떻게 비판했는지를 살펴보았다. 비트겐슈타인은 환원 가능성 공리는 논리적 명제가 아니고 반례를 지니며, 무한성 공리는 기껏해야 물리학적 명제이고, 표현의 규칙과 경험적 명제를 혼동한 결과에 불과하며, 러셀의 역설에 대한 러셀 자신의 해결보다 더 적절한 해결책이 제시될 수 있다고 생각하였다. 그렇다면 이제 남은 문제는 비트겐슈타인이 철학적 측면에서 러셀의 유형 이론에 대해 어떻게 비판했느냐 하는 것이다. 앞에서 지적했듯이, 러셀의 분지 유형 이론의 가장 중요한 철학적 근거는 악순환 원리이다. 그렇다면 비트겐슈타인은 악순환 원리에 대해서 어떤 비판을 하고 있는가? 그리고 만일 악순환 원리와 분지 유형 이론을 거부한다면, 다른 대안이 필요하게 될 것이다. 그렇다면 『논고』에서 비트겐슈타인의 그 대안이란 무엇인가?

먼저 악순환 원리에 대해 논의하기로 하자. 앞에서 우리는 러셀에게는 함수가 자기 자신의 논항이 될 수 없다는 것이 악순환 원리의 귀결이었음을 살펴보았다. 반면에 비트겐슈타인이 생각하는, 함수가 자기 자신의 논항이 될 수 없는 근거는 러셀과 다르다. 그는 다음과 같이 말한다.

함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 왜냐하면 함수 기호는 이미 그것의 논항의 원형을 포함하고 있으며, 또 그것은 자기 자신을 포함할 수 없기 때문이다.

요컨대 함수 F(fx)가 자기 자신의 논항이 될 수 있을 거라고 가정해 보자. 그렇다면 “F(F(fx))”라는 명제가 주어질 것이다. 그리고 이 명제에서 외부 함수 F와 내부 함수 F는 상이한 의미를 가져야 한다. 왜냐하면 그 내부 함수는 Φ(fx)의 형식을 지니고, 외부 함수는 Ψ(Φ(fx))의 형식을 지니기 때문이다. 그 두 함수에는 단지 “F”라는 문자만이 공통적인데, 그러나 그 문자는 그 자체로는 아무것도 지칭하지 않는다. (3.333)

비트겐슈타인에 따르면, “함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 왜냐하면 함수 기호는 이미 그것의 논항의 원형을 포함하고 있으며, 또 그것은 자기 자신을 포함할 수 없기 때문이다.” 가령 Wx(…는 현명하다)라는 명제 함수 기호는 이미 그것의 논항 s, t, r …의 원형 x를 포함하고 있고, 원형 x는 자기 자신을 포함할 수 없다. 나는 이러한 비트겐슈타인의 생각은 필요한 수정을 가하면, 러셀의 단순 유형 이론과 (집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 명제 함수로 환원된다는 주장과 함께) 정합적이라고 생각한다. 왜냐하면 위의 인용문에서 분명하듯이, 비트겐슈타인은 Φ(fx)의 형식과 Ψ(Φ(fx))의 형식을 지니는 함수를 인정하고 있고, 더 나아가 위계구조를 인정하고 있기 때문이다(“위계구조는 실재로부터 독립해 있으며, 또 그래야 한다.”(5.5561)). 또한 그가 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수 구분에 대해 비판적이었다는 것은 그가 러셀의 분지 유형 이론을 거부한 반면 단순 유형 이론은 필요한 변경을 가하여 부분적으로 수용하였다는 것을 강력하게 암시한다.

그렇기 때문에 혹자가 주장하듯 비트겐슈타인이 러셀의 유형 이론을 전적으로 부정하거나 불필요하다고 간주한 것은 아니다. 오히려 그는 부분적으로 필요한 수정을 덧붙여서 러셀의 단순 유형 이론을 인정하고 있다. 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다. “어떤 명제도 자기 자신에 관해 무엇인가를 진술할 수 없다. 왜냐

하면 명제 기호는 자기 자신 속에 포함될 수 없기 때문이다. (이것이 "유형 이론"의 전부이다.)"(3.332) 이 언급에서 중요한 점은, 나는 이렇게 생각하는데, 비트겐슈타인이 자기 지시 문장, 순환 지시 문장, 포괄적 자기 지시 문장을 무의미한 것으로 거부했다는 것이다. 왜냐하면 "자기 자신에 관해 무엇인가를 진술할 수" 있는 문장은 바로 그러한 것들이기 때문이다. 그렇게 되면 거짓말쟁이 역설 등은 제거된다.

3.332와 관련하여 세 가지가 지적될 필요가 있다. 첫째, 3.332는 단순 유형 이론과 (집합에 관한 명제는 그 집합을 정의하는 함수로 환원된다는 주장과 함께) 정합적이다. 왜냐하면 결국 단순 유형 이론에서는 외부 지시만 허용될 것이기 때문이다. 둘째, 반면에 『논고』에서는 또 다른 근거가 있다. 『논고』에 따르면, 요소 명제는 이름들의 연쇄(4.22)이고, 명제는 요소 명제들의 진리 함수(5)이다. 그렇기 때문에, "명제 기호는 자기 자신 속에 포함될 수 없다"(3.332). 그리하여 『논고』의 체계에서는 자기 지시 문장 같은 것은 들어설 곳이 없다.

셋째, 나는 이렇게 생각하는데, 비트겐슈타인은 비록 『논고』에서 자기 지시 문장과 포괄적 자기 지시 문장을 거부했지만, 지시어가 포괄적 자기 지시어로 해석되는 모든 경우를 거부하지는 않았다. 이는 그가 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수 구분을 거부했다는 것, 그리고 그가 러셀의 악순환 원리와 분지 유형 이론을 거부했다는 것의 귀결이다. 물론 가령 "자기 자신의 원소들이 아닌 모든 집합들의 집합"에서 지시어 "자기 자신의 원소들이 아닌 모든 집합들"이 포괄적 자기 지시어로 해석되면 역설이 발생한다. 반면에 "나폴레옹은 훌륭한 장군들이 지니는 모든 속성들을 지니고 있다"에서 지시어 "훌륭한 장군들이 지니는 모든 속성들"을 포괄적 자기 지시어로 해석한다 하더라도(다시 말해 훌륭한 장군들이 지니

는 모든 속성들을 지니고 있음이라는 속성을 지시하는 것으로 해석된다 하더라도) 모순은 발생하지 않을 수 있다. 가령 "이 반의 모든 학생들 중에서 가장 키가 큰 학생은 철수이다"에서 지시어 "이 반의 모든 학생들"이 그 중의 한 명으로 "이 반의 모든 학생들 중에서 가장 키가 큰 학생"을 지시한다 하더라도 모순은 발생하지 않는다. 오히려 그 명제는 (이 반에 속하는 학생들이 확정되어 있을 때) "철수는 영희보다 키가 크다"와 같은 명제의 연언이기 때문에, 『논고』에서는 사실을 묘사하는 그림이다. 그렇기 때문에 비트겐슈타인은 지시어가 포괄적 자기 지시어로 해석되는 모든 경우를 거부할 필요가 없다. 그리하여 비트겐슈타인에게는 러셀의 역설을 해소하기 위한 장치로서 악순환 원리와 분지 유형 이론은 과도한 해결책이며, 그저 "함수는 자기 자신의 논항이 될 수 없다"(3.333)라는 원리로 충분하다.[29]

비록 비트겐슈타인이 러셀의 단순 유형 이론을 부분적으로 받아들였지만, 그렇다고 해서 러셀이 제시한 바로 그것 자체를 인정한 것은 아니다. 앞에서 살펴보았듯이, 러셀은 동일성에 대한 정의와 무한성 공리에서 세계에 존재하는 개별자와 3과 같은 형식적 개념을 혼동한다. 이러한 혼동은 러셀이 자신의 유형 이론을 서술할 때에도 그대로 드러난다. 가령 그는 단순 유형 이론과 분지 유형 이론을 서술할 때 세계에 속하는 개별자들과 속성들, 관계들, 그리고 개별자의 전체를 언급한다. 그러나 비트겐슈타인에 따르면 이런 것은 허용되지 않는다. 그렇기 때문에 비트겐슈타인은 다음과 같이

---

29) 「수학의 기초들」(The Foundations of Mathematics)(1925) (Ramsey(1931), pp. 1-61)에서 여러 역설들을 수학 또는 논리학의 용어들로 이루어지는 역설들과 인식론적인 역설들로 구분한 것은 램지 자신의 고유한 생각이다. 반면에 램지는 『논고』의 일반성 개념, 비트겐슈타인의 환원 가능성 공리의 반례 증명, 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수 구분의 불필요성, 분지 유형 이론은 불필요하고 단순 유형 이론으로 충분하다는 비트겐슈타인의 생각을 받아들이고 있다.

말한다.

이러한 고찰로부터 러셀의 “유형 이론”을 살펴보자: 러셀의 오류는 그가 기호 규칙들을 세울 적에 기호들의 의미에 관해 이야기하지 않으면 안 되었다는 점에서 드러난다.(3.331)

다시 말해 논리학은 자연과학과 같은 세계에 속하는 사물들에 관한 학문이 아니기 때문에, 논리학의 형성 규칙과 그 기호들이 어떻게 지칭하는지에 대한 해명은 기호들의 의미, 가령 사물이나 속성, 개별자들의 전체 등에 관해 이야기하지 않고서 수립되어야 한다.[30] 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

논리적 구문론에서 기호의 의미는 어떤 역할도 해서는 안 된다. 논리적 구문론은 기호의 **의미**에 관해 이야기하지 않고서도 수립될 수 있어야 한다. 논리적 구문론은 **오직** 표현들의 기술들만을 전제할 수 있다. (3.33)

이 지점에서 우리는 『수학 원리』에서 유형 이론에 해당되는 것이 바로 『논고』에서는 논리적 구문론, 즉 “논리적 문법”(3.325)이라는 것을 알 수 있다. 말하자면 『논고』에서 논리적 구문론은 비트겐슈타인에게는 유형 이론의 대안이다.[31] 그렇다면 논리적 구문론이

---

30) 러셀과 같이 기호들의 의미에 대해 언급하는 것은, Davant(1975)가 지적하듯이 “구문론과 의미론을 혼동”(p. 104-105)하는 것이다. 반면에 Davant(1975)는 비트겐슈타인이 유형 이론의 비판과 관련하여 우리를 오도했다고 주장하는데(p. 106), 이는 오해에 불과하다. 그는 3.333을 전혀 정확히 이해하지 못하고 있다. 한편 Ishiguro(1981)는 3.331과 관련해서 비트겐슈타인에게는 “명제 함수임과 대상임은 우리 언어의 어떤 논리적 범주들의 상관자들”이고 “명제 함수들과 대상들은 테이블과 동물들이 상이한 종류들인 것처럼 상이한 사물들이 아니다”라고 말한다(p. 45). 그러나 이는 “구문론과 의미론의 혼동”이라는 지적과 비교하면 대단히 피상적이다.

31) 논리적 구문론과 유형 이론이 매우 밀접한 관계를 지니고 있다는 것은 비트겐슈타인의 다음 언급들로부터도 알 수 있다. “문법은 ‘논리적 유형들의 이

란 무엇인가? 그리고 논리적 구문론은 어떻게 형성되는가? 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 이러한 오류들을 피하려면 우리는 같은 기호를 상이한 상징으로 사용하지 않음으로써, 그리고 상이한 방식으로 지칭하는 기호들을 외면상 같은 방식으로 사용하지 않음으로써 그러한 오류들을 배제하는 기호 언어를 사용해야 한다. 그러니까, **논리적** 문법－논리적 구문론－에 따르는 기호 언어를 사용해야 한다.
> (프레게와 러셀의 개념 표기법은, 물론 모든 결함들을 다 배제하지는 못하고 있지만, 그러한 언어이다.) (3.325)

“논리적 구문론”이라는 용어는 『논고』에서는 3.325에서 처음 등장한다. 여기에서 비트겐슈타인은 “논리적 구문론에 따르는 기호 언어”가 같은 기호를 상이한 상징으로 사용하지 않으면서 동시에 상이한 방식으로 지칭하는 기호들을 외면상 같은 방식으로 사용하지 않는 언어, 요컨대 상이한 기호는 상이한 상징으로, 그리고 동일한 기호는 동일한 상징으로 사용하는 언어임을 밝히고 있다.

그렇다면 논리적 구문론은 어떻게 형성되는가? 이 물음에 대답하기 위해서는 다음의 언급을 꼼꼼히 살펴볼 필요가 있다.

> 논리적 구문론의 규칙들은 각각의 기호가 어떻게 지칭하는지를 우리들이 알기만 하면 저절로 이해되어야 한다. (3.334)

먼저 우리는 이 인용문에서 “논리적 구문론의 규칙들”이라는 표현으로부터 논리적 구문론이 규칙들, 즉 『논고』의 표기법의 형성 규칙들로 이루어진다는 것을 알 수 있다. 그런데 그러한 형성 규칙들은 기호들을 포함한다. 이 기호들에 대해 우리에게 필요한 것은 그

론’이다.”(Wittgenstein (1975), p. 14) “모든 문법은 논리적 유형들의 이론이다. 그리고 논리적 유형들은 언어의 적용에 관해서는 이야기하지 않는다. 러셀은 이것을 보지 못하고 있다.”(Wittgenstein (1980), p. 13)

것들이 어떻게 지칭하느냐 하는 것을 아는 것이다. 다시 말해 논리적 구문론은 기호들의 지칭 방법에 대한 해명을 포함한다. 바로 이러한 해명이 "표현들의 기술들"(3.33)이다. 즉 "논리적 구문론은 **오직** 표현들의 기술들만을 전제할 수 있다."(3.33)

그렇다면 "표현들의 기술들"이란 구체적으로 무엇인가? 이 물음에 대답하기 위해서는 우리는 먼저 다음의 물음을 다루어야 한다. 논리적 구문론의 근거란 무엇인가? 왜 우리는 기호의 의미들을 언급하지 않으면서 구문론을 수립해야 하는가? 요컨대 의미론과 구문론을 엄격하게 구분해야 하는 근거는 무엇인가? 그 근거는 『논고』의 유명한 말하기-보이기 구분이다("보여질 **수 있는** 것은 말해질 **수 없다**."(4.1212)) 비트겐슈타인이 말하기-보이기 구분을 최초로 제시한 것은 "노르웨이에서 무어에게 구술한 단상들"(1914년 4월)에서이다. 그는 다음과 같이 말한다.

> 소위 논리적 명제들은 언어의, 그리하여 우주의 논리적 속성들을 **보여주지만(shew)**, 아무것도 **말하지(say)** 않는다.
> 이는 그것들을 단지 바라봄으로써 당신은 이들 속성을 **볼** 수 있는 반면에, 진정한(proper) 명제에서는, 당신은 그것을 바라봄으로써 참인 것을 볼 수 없다는 것을 의미한다.[32)]

더 나아가 말하기-보이기 구분이 유형 이론과 관련이 있음은 다음의 언급으로부터 알 수 있다.

> 논리적 명제들은 어떤 것을 **보여준다**. **왜냐하면** 그것들이 표현되어 있는 언어는 **말해질** 수 있는 모든 것을 각각 **말**할 수 있기 **때문**이다.
> 언어에 의해서 **보여질** 수 있지만 **말해질** 수 없는 것 간의 그 동일한 구분은 유형들에 관해－예컨대, 사물들, 사실들, 속성들, 관계들 간의 차이에 관해－느끼게 되는 어려움을 설명해 준다. M이 **사물**(thing)이라는 것은 **말해질** 수 없다. 그

32) Wittgenstein (1961), p. 107. 참고: 6.12.

것은 무의미하다. 그러나 상징 "M"에 의해 **어떤 것**이 **보여진다**. 동일한 방식으로, 한 **명제**가 주어-술어 명제라는 것은 말해질 수 없으며 오히려 그 상징에 의해 **보여진다**.[33)]

이 언급에서 '유형들'이란 "사물들, 사실들, 속성들, 관계들"임을 주목하자. 그것들은 '차이'를 지니기 때문에 유형이 다르다. 그리고 이는 러셀의 '유형' 개념과 같다. 러셀에 따르면, 개별자들, 속성들, 관계들은 유형이고, 특히 개별자는 대상의 가장 낮은 유형이다.[34)] 그런데 비트겐슈타인에 따르면, M이 사물일 때 "M은 사물이다"라고 우리는 말할 수 없다. 마찬가지로 한 명제에 대해서 그것이 주어-술어 명제라고 또는 주어-술어 형식이라고 우리는 말할 수 없다. 그렇다면 그 근거는 무엇인가? 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

예컨대, 한 주어-술어 명제로, 만일 그것이 어떤 의미든 지니고 있다면, 당신이 그 형식을 **본다**는 것은 **명백**하다. 그것이 참이거나 거짓인지를 알지 못함에도 불구하고, 당신이 그 명제를 **이해**하자마자 말이다. "M은 사물이다" 형식의 명제들이 **존재한다** 할지라도, 그것들은 쓸모없는데 (동어 반복적인데) 왜냐하면 이것이 말하려고 하는 것은 당신이 "M"을 볼 때 이미 **보여진** 것이기 때문이다.[35)]

비트겐슈타인에 따르면, 가령 "지금 비가 온다"라는 명제는 단지 그 명제를 바라봄으로써 그것이 참인지를 볼 수 없는 반면, 논리학적 명제는 그저 바라봄으로써 우주와 언어의 논리적 속성을 볼 수 있는 것("소위 논리적 명제들은 언어의, 그리하여 우주의 논리적 속성들을 **보여주지만**, 아무것도 **말하지** 않는다.")과 마찬가지로, 상징 "M"을 바라볼 때 우리는 M이 사물이라는 것을 이미 본다. 그

---

33) Wittgenstein (1961), p. 108. 참고: 6.113.

34) Russell (1992), p. 497.

35) Wittgenstein (1961), p. 109.

렇기 때문에 “M은 사물이다”는 쓸모없고 동어 반복적이며, 말할 수 없다. 요컨대 “지금 비가 온다”라는 명제는 사실을 묘사하는 그림인 반면, “M은 사물이다”는 그림이 아니다. 그리고 M이 사물이라는 것은 그저 상징 “M”에 의해 보여진다.

말하기와 보이기의 구분에 관해서 비트겐슈타인은『논고』출판 이후, 1930년대 초에 슐리크와 바이스만과의 대화에서 다음과 같이 말한다.

> 말하기(saying)와 보이기(showing) 간의 차이는 언어가 표현하는 것과 문법이 말하는 것 간의 차이이다. “보여진다”(it is shown)라는 표현을 선택한 이유는 기호법에서 한 연관을 우리가 본다는 것이었다. 우리가 기호법으로부터 배우는 것은 언어가 표현하는 것과는 사실상 다른 것이며, 이는 결국 우리는 **사실들**로부터 문법을 도출할 수 없다는 것을 의미할 뿐이다. 달리 말하면, 문법은 언어의 사용 전에 확립될 수 있다. 나중에서야 어떤 것은 언어로 말해진다. 내가 언어를 사용하기 전에, 즉 내가 어떤 것을 말하기 전에, 나는 오직 문법으로부터만 내적인 관계들을 배운다.[36]

이 인용문에 따르면, “말하기와 보이기 간의 차이”는 “언어가 표현하는 것”과 “문법이 말하는 것” 간의 차이이다. 가령 “지금 비가 온다”는 언어가 표현하는 것이며, “$\sim(p \ \& \ q) \equiv \sim p \vee \sim q$”는 문법이 말하는 것이다. 논리적 구문론에서의 형성 규칙들은 모두 문법이 말하는 것이다. 여기에는 가령 “p를 부정하는 모든 명제들을 형성할 때 따라야 하는 규칙”, “p 또는 q를 긍정하는 모든 명제들을 형성할 때 따라야 하는 규칙”(5.514) 등이 포함된다. 그리고 우리는 기호법에서 기호들 간의 연관을 보는데, 이는 언어가 표현하는 것과 다르다. 그리하여 문법은 사실들로부터 도출될 수 없다.

그렇다면 논리적 구문론에서 기호들은 구체적으로 어떻게 지칭하

---

36) Wittgenstein (2003), p. 131.

는가? 이 점에 관해서 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 그러므로 **유형들의 이론**(a THEORY *of types*)는 불가능하다. 그것은 우리가 상징들에 관해서 단지 이야기할 수 있을 때, 유형들에 관해 어떤 것을 말하려고 시도한다. 그러나 상징들에 관해서 우리가 말하는 **것**은 이 상징이 저 유형을 지닌다는 것이 아니며, 이는 동일한 이유로 무의미하게 될 것이다. 오히려 우리는, 오해를 방지하기 위해, 그저 **이것**은 상징이라고 말한다. 예를 들어, “aRb”에서, “R”은 상징이 **아니며**, 오히려 “R”이 한 이름과 다른 이름 사이에 있다는 **것**이 기호화한다[지칭한다]. 여기에서 우리는 이 상징이 저 유형의 것이 아니고 저 유형의 것이라고 말하지 **않았으며**, 단지 **이것**이 기호화하고 저것은 그렇지 않다고 말했을 뿐이다. 이는 다시 동일한 오류를 범하고 있는 것으로 보이는데, 왜냐하면 “기호화하다”는 “전형적으로 애매”하기 때문이다. 참된 분석은 다음과 같다: “R”은 고유 명사가 아니며, 그리고 “R”이 “a”와 “b” 사이에 있다는 것이 한 **관계**를 표현한다.[37]

비트겐슈타인에 따르면, “M은 사물이다”, “F는 속성이다”, “R은 관계이다”와 같은 것은 모두 말할 수 없는 것이며, 그렇기 때문에 유형들, 즉 가령 사물들, 속성들, 관계들에 관해 말할 수 없고, 그리하여 “유형들의 이론은 불가능하다.” 요컨대 “이 상징은 저 유형을 지닌다”는 무의미하다.[38] 그리고 예컨대, “aRb”에서, 기호화[지칭]

---

37) Wittgenstein (1961), pp. 108-109.

38) 비트겐슈타인은 또한 다음과 같이 말한다. “위의 표현 “aRb”에서, 우리는 단지 이 특수한 “R”에 관해 이야기했으며, 반면에 우리가 하고자 했던 것은 비슷한 모든 상징들에 관해 이야기하는 것이다. 우리는 다음과 같이 말해야 한다: 이 형식의 **어떤** 상징에서든, “R”에 대응하는 것은 고유 이름이 아니며, “R”이 “a”와 “b” 사이에 있다는 사실이 한 관계를 표현한다. 이는 다음과 같은 무의미한 주장에 의해서 표현되려고 추구되는 것이다: 이것과 같은 상징들은 어떤 한 유형으로 되어 있다. 그것을 당신은 말할 수 없는데, 왜냐하면 그것을 말하기 위해서는 당신은 먼저 그 상징이 무엇인지를 알아야만 하고, 또 이것을 알 때 당신은 그 유형을 **보며**, 그리하여 또한 기호화된 것의 유형을 보기 때문이다. 즉 기호화하는 **것**을 알 때, 당신은 알아야 하는 모든 것을 당신은 알고 있다. 당신은 그 상징에 **관해** 어떤 것도 **말**할 수 없다.”(Wittgenstein (1961), p. 109)

하는 것은 “R”이 아니며, 오히려 “R”이 이름 “a”와 “b” 사이에 있다는 **것**이 기호화[지칭]한다. 마찬가지로 “fa”에서 지칭하는 것은 “f”와 “a”가 아니며, 오히려 “f”가 “a”의 왼쪽에 있다는 것과 “a”가 “f”의 오른쪽에 있다는 것이 지칭한다.[39] 그리하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> “초록색이 아님이라는 속성은 초록색이 아니다”(the property of not being green is not green)가 **무의미**한 이유는 우리가 “초록색이다”(green)가 한 이름의 오른쪽에 있다는 사실에 의미를 단지 주었을 뿐이고, “초록색이 아니라는 속성”은 명백하게도 **그러하지** 않기 때문이다.[40]

더 나아가 비트겐슈타인에 따르면, 대상이나 속성과 같은 것은 사이비 개념이다. 그리고 “x”는 대상이라는 사이비 개념의 고유 기호이다(4.1272). 그렇기 때문에, “대상”, “사물”, “속성”은 개념 표기법상으로는 가변적 이름에 의해 표현되며, 예를 들어 “…한 2개의 대상이 존재한다”는 명제에서 그것은 “(∃x, y)…”로 표현된다(4.1272). 그리하여 명제들을 분석할 때, “사물”, “속성”, “사실”, 등의 낱말은 제거되고 사라진다.[41]

6. 논리적 문법의 임의성(자의성)과 선험성

지금까지 우리는 비트겐슈타인이 논리학적 측면과 철학적 측면에서 러셀의 유형 이론을 어떻게 비판했는지를 살펴보았다. 이러한

---

39) 이는 『논고』의 대상 개념과 프레게의 맥락원리와 관련이 있다. 참고: 박정일 (2015), pp. 24-25. 한편 Ruffino(1994)는 프레게의 맥락 원리가 구문론적으로 변형되어 비트겐슈타인의 ‘기호법 이론’으로 정립되었다고 주장한다.

40) Wittgenstein (1961), p. 115.

41) Wittgenstein (1961), p. 110.

비판은『논고』에서 비트겐슈타인이 프레게와 러셀의 동일성 진술에 대해서 등식 개념을 제시하는 것과 유사하다. 다시 말해 러셀이 동일성 진술을 한편으로는 표현(상징)의 규칙인 것으로 사용하고 다른 한편으로는 사물에 관한 것으로 사용하면서 거대한 혼동을 초래하고 있는 것과 마찬가지로,『수학 원리』의 유형 이론은 세계에 존재하는 개별자들과 속성들에 대해 논의함으로써 중대한 혼란을 불러일으키고 있다. 이러한 혼란을 잠재우는 것이『논고』의 논리적 구문론이다. 그리하여 비트겐슈타인은『논고』 출판 이후, 1919년 8월 19일 러셀에게 보낸 편지에서 다음과 같이 말한다.

> "나의 견해로는, 유형들의 이론은 올바른 기호법의 이론이네: 한 단순한 상징은 어떤 복합적인 것도 표현하기 위해 사용되어서는 안 되네: 더 일반적으로, 한 상징은 그것의 의미와 동일한 구조를 지녀야만 하네." 바로 그것이 정확하게 우리가 말할 수 없는 것입니다. 선생님께서는 하나의 상징이 표현하기 위해 사용**될 수도 있는** 것을 그 상징에 부여할 수 없습니다. 하나의 상징이 표현**할 수 있는** 모든 것을, 그것은 표현**할 수 있습니다**. 이것은 짧은 대답이지만 참입니다![42]

여기에서 비트겐슈타인이 말하는 "정확하게 우리가 말할 수 없는 그것"이란 무엇인가? 이는 지금까지의 논의로부터 분명하다. 즉 "한 상징은 그것의 의미와 동일한 구조를 지녀야만 한다"라는 러셀의 언급이다. 논리적 구문론은 상징 또는 기호의 **의미**에 관해 이야기하지 않고서 수립될 수 있어야만 한다(3.33).

이러한 러셀의 유형 이론에 대한 논의와 비판은 "논리학에 관한 단상들"(1913년 9월)에서 짧게 주어지고, "노르웨이에서 무어에게 구술한 단상들"(1914년 4월)에서는 핵심적인 논의 주제로 등장하고 있다. 약 5개월 후『일기 1914-1916』가 시작되는 첫날인 1914년 8월 22일, 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

---

42) Wittgenstein (2003), pp. 129-130.

> 논리학은 자기 자신을 돌보아야만 한다.
>
> 만일 함수들에 대한 구문론적 규칙들이 **도대체** 세워질 수 있다면, 사물들, 속성들, 등등에 대한 전체 이론은 불필요하다. 또한 이 이론이 『근본법칙』이나 『수학 원리』에서 문제가 되었던 것은 아니라는 점은 모두 너무 명백하다. 한 번 더: 논리학은 자기 자신을 돌보아야만 한다. **가능한** 기호는 또한 지칭할 수도 있어야만 한다. 도대체 가능한 모든 것은 또한 합법적이다. (허용된다.) 왜 "소크라테스는 플라톤하다"(Socrates ist Plato)가 무의미한지 기억하기로 하자. 즉, 왜냐하면 **우리**가 임의적(자의적)인 규정(willkürliche Bestimmung)을 하지 않았기 때문이지, 우리는 이렇게 말할 것인데, 한 기호가 그 자체로 불법이기 때문은 **아니다**.[43)]

이 언급은 『논고』에서는 다음과 같이 바뀐다.

> 논리학은 스스로를 돌보지 않으면 안 된다.
>
> **가능한** 기호는 또한 지칭할 수도 있어야 한다. 논리학에서 가능한 모든 것은 또한 허용되어 있다. "소크라테스는 동일하다"는, "동일하다"라고 불리는 속성이 존재하지 않기 때문에, 아무것도 뜻하는 것이 없다. 그 명제가 무의미한 것은 우리가 자의적인 확정(willkürliche Bestimmung)을 하지 않았기 때문이지, 그 기호 자체가 허용되어 있지 않기 때문은 아니다. (5.473)

위의 『일기 1914-1916』의 언급은 이제 비트겐슈타인이 러셀의 유형 이론에 대한 비판을 마무리하고 새로운 주제로 나아가고 있음을 말해주고 있다. 올바른 개념 표기법을 위한 논리적 구문론에서는 사물들, 속성들 등에 대한 논의는 필요하지 않다. 필요한 것은 "함수들에 대한 구문론적 규칙들"을 세우는 것이다. 우리는 논리적 구문론에서 형성 규칙들과 그 기호(상징)들이 어떻게 지칭하는지를 해명하면 충분하다. 바로 그렇기 때문에 논리학은 세계에 존재하는 사물들이나 속성들 등에 대한 논의 없이 구축될 수 있으며, 그리하여 "논리학은 자기 자신을 돌보아야만 한다."

이는 앞에서 지적했듯이, 문법은 사실들로부터 도출될 수 없다는

43) Wittgenstein (1961), p. 2.

것을 뜻한다. 다시 말해 어떤 기호가 의미를 지니느냐 하는 것은 우리의 임의적인 규정(자의적인 확정, willkürliche Bestimmung)의 문제이지, 세계에 속하는 사실들로부터 결정되는 문제가 아니다. 그리하여 비트겐슈타인은 약 열흘 후 1914년 9월 2일, 『논고』의 5.4733에 해당되는 내용을 언급하고 있다.

> 프레게는 말한다. 정당하게 형성된 명제는 뜻을 가져야 한다고. 그런데 나는 이렇게 말한다. 즉 가능한 명제는 정당하게 형성되어 있으며, 만일 그것이 뜻을 가지고 있지 않다면, 이는 단지 우리가 그 명제의 몇몇 구성 요소들에 아무 **의미**를 주지 못했다는 데에 그 까닭이 있을 수 있다고. (5.4733)

자, 그렇다면 프레게와 비트겐슈타인의 차이는 정확하게 무엇인가? 프레게에는 정당하게 형성된 명제는 모두 뜻을 가져야만 한다. 그래서 그러한 뜻은 모두 결정되어 있다. 반면에 비트겐슈타인에게는 가능한 명제는 비록 정당하게 형성되어 있을지라도 뜻을 가지지 않을 수 있다. 왜냐하면 우리가 그 명제의 구성 요소에 의미를 부여하지 않았을 수 있기 때문이다. 그렇게 되면 그 가능한 명제는, 예컨대 “소크라테스는 동일하다”는 무의미하다. 다시 말해, 궁극적으로 한 명제에 뜻을 부여하는 것은 바로 **우리**이다. 문법은 사실로부터 도출될 수 없으며, 논리적 구문론은 우리의 임의적인 규정에 따르는 것이다.[44] 그런 한에서 문법은 임의적(자의적)이며, 사용에 앞

---

44) Jolley(2004)는 5.4733을 근거로 비트겐슈타인이 “형성 규칙들을 거부”했다고 주장한다(p. 288). 그러면서 그는 러셀이 문장들을 잘 형성된(well-formed) 것과 잘못 형성된(ill-formed)된 것으로 구분한 반면 비트겐슈타인은 형성된(formed) 것과 형성되지 않은(unformed) 것으로 구분했다고 주장한다. 그러나 『논고』에서 논리적 구문론은 의미론과 대조되는 것으로서 “기호 규칙들”로 이루어진다. 그렇다면 형성 규칙들을 제외한 구문론이란 무엇인가? 여기에는 어떤 내용도 남지 않게 될 것이다. 또한 5.4733에 따르면, 가능한 명제는 모두 정당하게 형성되어 있지만 모두 뜻을 지니는 것은 아니다. 그럼에도 불구하고 가능한 명제와 명제가 아닌 것은 구분되어야 한다. 그렇기 때

서 우리에게 주어지는 것이고, 그리하여 선험적이다.[45)]

7. 맺는 말: 비트겐슈타인의 유형 이론 비판

지금까지 우리는 비트겐슈타인이 러셀의 유형 이론을 어떻게 비판했는지, 그 논리학적 측면과 철학적 측면에서 살펴보았다. 또한 그러한 비판의 가장 근원적인 근거는 말하기-보이기 구분이었고, 또 러셀의 유형 이론에 대한 비트겐슈타인의 대안이 논리적 구문론이었다는 것, 그리고 비트겐슈타인은 이에 대한 반성으로부터 논리적 문법의 임의성(자의성)과 선험성으로 나아갔다는 것을 살펴보았다. 그러나 이러한 비판은 성공적이었는가?

먼저 우리는 비트겐슈타인이『논고』출판 이후에『논고』의 일반성 개념을 포기했다는 것을 알고 있다. 앞에서 살펴보았듯이,『논고』의 일반성 개념은 러셀의 서술적 함수와 비-서술적 함수 구분을 거부하는 근거였다. 또한 지시어를 포괄적 자기 지시어로 해석하는 경우를 모두 거부할 필요는 없다는 것을 근거로 비트겐슈타인은 악순환 원리와 분지 유형 이론을 비판하였다. 그렇기 때문에『논고』의 일반성 개념을 포기하였다는 것은 이제 분지 유형 이론에 대한 비판이 수정되어야 한다는 것을 뜻한다.[46)] 또한 그는『논고』를 포

문에 형성 규칙은 필요하다.

45) 이 점에 관해서 비트겐슈타인은 Wittgenstein (1980)에서 다음과 같이 말한다. "문법적 규칙들은 임의적(자의적)이지만, 그것들의 적용은 그렇지 않다."(p. 58) "우리는 문법을 정당화할 수 없다. (…) 문법이 정당화될 수 없다는 뜻에서, 문법은 임의적(자의적)이다."(p. 49)

46) 비트겐슈타인은『쪽지』692에서 다음과 같이 말한다. "이런 문제를 제기해 보자: 러셀의 유형 이론은 어떤 실천적 목적에 도움이 될 수 있는가? − 러셀은 일반성 표현으로부터 바람직하지 않은 귀결들을 이끌어 내는 것을 피하기 위해서는 우리가 때때로 일반성의 표현을 제한해야 한다는 점에 우리의 주의를 환기시킨다."

기한 후에 자기 지시 문장과 같은 것을 인정하고 있다.[47] 이는 거짓말쟁이 역설에 대한 『논고』의 해결책이 적절하지 않았음을 인정하는 것이다. 그렇게 되면 비트겐슈타인은 러셀의 역설에 대한 『논고』의 해결책에도 중요한 허점이 있음을 인정하지 않을 수 없다.

그럼에도 불구하고 나는 이렇게 생각하는데, 러셀의 유형 이론에 대한 비판은 비트겐슈타인의 독자적인 논리학관이 정립되고 있다는 것을 뜻한다는 점에서 매우 중요하다. 프레게와 러셀에게는 논리학은 가장 일반적이고 보편적인 진리를 다루는 학문이었다. 프레게에 따르면, “논리학은 가장 일반적인 진리의 법칙들의 학문이다.”[48] 또한 러셀에 따르면, “논리학은 동물학과 마찬가지로 실제 세계를 다루며, 하지만 세계의 더 추상적이고 일반적인 특성들(features)을 다룬다.”[49] 바로 이러한 프레게와 러셀의 논리학관은 동일성에 대한 그들의 생각에서, 그리고 러셀의 유형 이론에서 극명하게 드러난다. 반면에 비트겐슈타인은 이러한 논리학관을 거부한다. 『논고』에 따르면, 논리학은 동어반복들로 이루어지며, 동어반복은 아무것도 말하지 않는다. 그렇기 때문에 『논고』에서 논리학은 전혀 세계에 속하는 진리나 특성들을 다루지 않는다. 논리적 문법은 임의적(자의적)이고 선험적이다. 이러한 논리적 문법(구문론)이 주어질 때 우리는 비로소 세계의 사실들에 관해 말할 수 있다.[50]

---

47) 비트겐슈타인 (2010), pp. 317-320.

48) Frege (1997), p. 228.

49) Russell (2007), p. 169.

50) 이 자리를 빌려 이 논문의 초고에 대해 날카롭게 비판을 해준 세 분의 심사위원께 깊이 감사드린다.

참고문헌

박정일 (2014), 「『논리-철학 논고』의 일반성 개념에 관하여」, 『논리연구』, 제17집 제1호, pp. 1-31.

박정일 (2015), 「프레게와 전기 비트겐슈타인의 대상 개념」, 『논리연구』, 제18집 제1호, pp. 1-38.

박정일 (2016), 「『논리-철학 논고』의 동일성 개념에 관하여」, 『논리연구』, 제19집 제2호, pp. 253-293.

박정일 (2017a), 「비트겐슈타인과 환원 가능성 공리」, 『논리연구』, 제20집 제1호, pp. 69-96.

박정일 (2017b), 「전기 비트겐슈타인과 러셀의 역설」, 『논리연구』, 제20집 제2호, pp. 163-196.

정인교 (1999), 「유형론적 이론들과 표현력의 한계」, 『인문논총』, 제29집, pp. 191-205.

비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김, 『논리-철학 논고』, 책세상.

비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김, 『쪽지』, 책세상.

비트겐슈타인 (2010), 박정일 옮김, 『비트겐슈타인의 수학의 기초에 관한 강의』, 올.

윌리엄 닐 & 마사 닐 (2015), 『논리학의 역사 2』, 박우석 외 옮김, 한길사.

Davant, J. B. (1975). “Wittgenstein on Russell’s Theory of Types,” *Notre Dame Journal of Formal Logic*, volume XVI, No.1, pp. 102-108.

Ishiguro, H. (1981), “Wittgenstein and the Theory of Types,” in Ian Block (ed.), *Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein*, Oxford: Basil Blackwell, pp. 43-59.

Jolley, K. D. (2004), “Logic’s Caretaker-Wittgenstein, Logic, and The Vanishment of Russell’s Paradox,” *The Philosophical Forum*, volume XXXV, No.3, pp. 281-309.

Frege, G. (1997), *The Frege Reader*, edited by M. Beaney, Blackwell Publishing.

Ramsey, F. P. (1931), *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, London: Routledge & Kegan Paul LTD.

Ruffino, M. A. (1994), “The Context Principle and Wittgenstein’s Criticism of Russell’s Theory of Types,” *Synthese* 98, pp. 401-414.

Russell, B. (1992), *The Principles of Mathematics*, London: Routledge.

Russell, B. & Whitehead, A. N. (1910), *Principia Mathematica*, volume 1, Merchant Books.

Russell, B. (2007), *Introduction to Mathematical Philosophy*, Cosimoclassics, New York.

Wittgenstein, L. (1961), *Notebooks 1914-1916*, translated by G. E. M. Anscombe, New York and Evanston: Harper & Row, Publishers.

Wittgenstein, L. (1922), *Tactatus Logico-Philosophicus*, translated by C. K. Ogden, London, Boson and Henley: Routledge & Kegan Paul LTD.

Wittgenstein, L. (1980), *Wittgenstein's Lectures, Cambridge, 1930-1932*, edited by Desmond Lee, The University of Chicago Press.

Wittgenstein, L. (1975), *Philosophical Remarks,* edited by R. Rhees, translated by R. Hargreaves and R. White, Basil Blackwell.

Wittgenstein, L. (2003), *The Voices of Wittgenstein*, translated by G. Baker, et al. Routledge, London and New York.

숙명여자대학교 기초교양대학
Sookmyung Women's University, College of General Education
willsam@sookmyung.ac.kr

The Early Wittgenstein on the Theory of Types

Jeong-il Park

As is well known, Wittgenstein criticizes Russell's theory of types explicitly in the *Tractatus*. What, then, is the point of Wittgenstein's criticism of Russell's theory of types? In order to answer this question I will consider the theory of types on its philosophical aspect and its logical aspect. Roughly speaking, in the *Tractatus* Wittgenstein's logical syntax is the alternative of Russell's theory of types. Logical syntax is the sign rules, in particular, formation rules of notation of the *Tractatus*. Wittgenstein's distinction of saying-showing is the most fundamental ground of logical syntax. Wittgenstein makes a step forward with his criticism of Russell's theory of types to the view that logical grammar is arbitrary and *a priori*. His criticism of Russell's theory of types is after all the challenge against Frege-Russell's conception of logic. Logic is not concerned with general truth or features of the world. Tautologies which consist of logic say nothing.

Key Words: Wittgenstein, Russell, *Tractatus*, Theory of Types, Logical Syntax