

임계 자기장 선형 모델을 이용한 초전도 결정의 비열 불연속성 이론

김철호*

A Theory of Specific Heat Discontinuity of the Superconducting Crystals by Using the Linear Model for Critical Magnetic Field

Cheol-Ho Kim*

요 약

초전도 결정의 임계 온도 T_{CH} 에서의 비열 불연속 폭을, Gibbs 자유 에너지에 관한 열역학 관계식과 임계 자기장 H_{CT} 의 선형 모델을 이용하여, 인가 자기장 H 의 함수로 이론적으로 구한다. 그리고 구한 비열 불연속 폭을 J. Kacmarcik 등에 의한 MgCNi3 초전도체 결정 대상의 실험 결과와 비교 분석한다. 여기서 구한 비열 불연속 폭은 초전도체 결정의 비열 점프 업 현상을 잘 설명한다.

ABSTRACT

We derive a gap of specific heat discontinuity of superconducting crystals theoretically at the critical temperature T_{CH} as an explicit function of applied magnetic field H by using the thermodynamic relations for Gibbs free energy and the linear model for the critical magnetic field H_{CT} . The derived a gap of specific heat discontinuity is compared with experimental results by J. Kacmarcik et al. for superconducting MgCNi3 crystal. Our specific heat gap function well explain the jump up phenomena of the superconducting crystals.

키워드

Superconductor, Specific Heat Discontinuity, Critical Temperature, Critical Magnetic Field, Superconducting Crystal
초전도체, 비열 불연속성, 임계 온도, 임계 자기장, 초전도체 결정

1. 서론

결정의 열적 성질은 주로 전도 전자와 격자에 의해 정해진다. 전자계의 온도가 T 인 경우, 전자는 Fermi 구 내부 에너지 상태에서 Fermi 구면보다 $k_B T$ 정도 높은 에너지 상태로 전이되는 열적 여기가 일어난다. 여기서 k_B 는 Boltzmann 상수이다. 즉, 온도 T 가 되어 열적으로 여기된 전자는 Fermi 구면에서부터 바깥

으로 $k_B T$ 정도까지의 에너지 영역에 위치하게 된다. 이로부터 온도 T 에서의 전자계의 전체 에너지 $U(T)$ 는 대략 $U(T) \cong E_0 + D(E_F)(k_B T)^2$ 으로 주어진다. 여기서 E_0 는 절대온도 0K에서의 전자계의 전체 에너지, E_F 는 Fermi 에너지, 그리고 $D(E_F)$ 는 Fermi 구 근처에서의 상태 밀도 함수이다. 그러므로 단위 체적당 전자계의 비열 C_e 는 $C_e = (1/V)dU(T)/dT = 2k_B^2 D(E_F) T/V$ 로 된다. 여기서 V 는 결정의 체적

* 교신저자 : 호남대학교 전자공학과
• 접수일 : 2017. 09. 07
• 수정완료일 : 2017. 11. 26
• 게재확정일 : 2018. 02. 15

• Received : Sep. 07, 2017, Revised : Nov. 26, 2017, Accepted : Feb. 15, 2018
• Corresponding Author : Cheol-Ho Kim
Dept. of Electronic Engineering, Honam University,
Email : chkim@honam.ac.kr

이다. 결정의 비열은 전자 외에도 격자의 진동에 의한 기여가 있다. 격자의 진동에 의한 격자 비열은 T^3 에 비례하는 것으로 알려져 있다. 그러므로 결정의 전체 비열 C 는 $C = \gamma T + AT^3$ 이라고 하는 온도 의존성을 갖는다. 이 식의 오른쪽 첫 항은 전자 기여 항이고 두 번째 항은 격자 기여 항이다. 상수 γ 와 A 는 결정의 종류와 상태에 따라 결정되는 양이다[1].

초전도체 결정의 격자에 의한 열적 성질은 상전 상태에서나 초전도 상태에서나 달라지지 않는다. 그러나 전자는 초전도 상태와 상전도 상태에서 다른 열적 성질을 나타낸다. 그 이유는 초전도 상태가 되면 전자의 엔트로피, 질서도 등이 새로이 재편되기 때문이다. 그러므로 임계 온도에서 보여지는 초전도체 결정의 비열 불연속은 전자의 비열 변화에 의한 것이다[2-5].

임계 온도 T_C 에서의 비열 변화량 $\Delta C(T_C)$ 에 관한 다음 방정식은 외부 자기장이 주어지지 않았을 때의 비열 불연속을 나타낸 식으로서 Rutgers의 식으로 알려져 있다. 즉, $\Delta C(T_C) = C_s(T_C) - C_n(T_C) = \mu_0 T_{C0} \{ (dH_{CT}/dT)^2 \}_{T=T_C}$. 여기서 첨자 s 와 n 은 각각 초전도 상태와 상전도 상태를 의미하고 μ_0 는 투자 상수, T_{C0} 는 자기장 비인가 시의 임계 온도, 그리고 H_{CT} 는 온도 T 에서의 임계 자기장이다. 이 식은 제곱 항을 포함하고 있으므로 H_{CT} 가 어떤 형태의 함수이더라도 양의 값을 갖는다. 즉, $C_s(T_C) > C_n(T_C)$ 가 항상 성립한다. 이는, 결정의 온도를 내려가는 방향을 기준으로, 임계 온도 T_C 에 도달하면 상전도 상태에서 초전도 상태로 전이 되면서 비열이 불연속적으로 상승함을 나타낸다[5-6].

II. 실험

자기장이 인가되는 경우의 비열 불연속성에 관한 연구도 최근 실험과 이론의 측면에서 보고되고 있다 [7-18]. 실험의 예로서, C. P. Sun 등은 LiTi_2O_4 결정, K. Machida 등은 Sr_2RuO_4 결정, C. L. Huang 등은 $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정, 그리고 J. Kacmarcik 등은 MgCNi_3 결정을 대상으로 자기장 인가에 따른 비열 불연속 특성을 관측하여 그 결과를 각각 보고한 바 있다[7-10].

특히 J. Kacmarcik 등이 2009년 25th International Conference에서 보고한 MgCNi_3 초전도체 결정의 비열 불연속성에 관한 관측 결과는 주목할 만하다[10]. 이들은 MgCNi_3 결정에 인가하는 자기장을 0T에서 8T까지 단계적으로 소폭 상승시키면서, 각 자기장 값에서의 임계 온도 주변의 비열을 측정하여, 그림 1과 같은 그래프로 정리하여 보고하였다. 그림 1은 참고 문헌 10의 Fig. 3을 인용한 것이다.

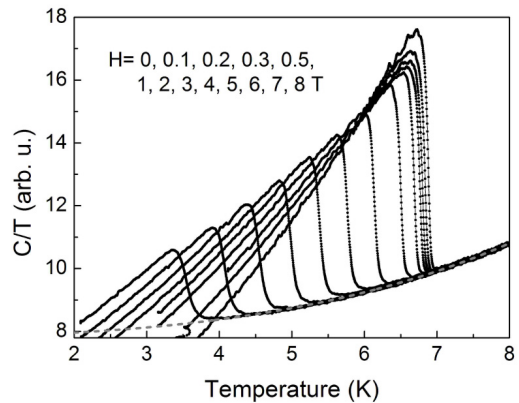


그림 1. 여러 자기장에서 측정된 특이한 모양의 비열. 점선은 공식 $C/T = \gamma + AT^2 + BT^4$ 에 의해 계산된 상전도 상태의 비열에 대응된다.

Fig. 1 Specific heats anomaly measured in various magnetic fields. Dashed line corresponds to the normal state specific heat as calculated from the formula $C/T = \gamma + AT^2 + BT^4$.

그림 1에는 0T에서 8T 사이의 13개의 인가 자기장 값 즉, $H=0\text{T}, 0.1\text{T}, 0.2\text{T}, 0.3\text{T}, 0.5\text{T}, 1\text{T}, 2\text{T}, 3\text{T}, 4\text{T}, 5\text{T}, 6\text{T}, 7\text{T}, 8\text{T}$ 에 대응하는 13개의 비열 곡선이 그려져 있다. 정점이 제일 오른쪽에 있는 곡선 즉, 정점의 온도가 제일 높은 곡선이 $H=0\text{T}$ 인 비열 곡선이고 그 왼쪽 방향으로 순차적으로 자기장 H 가 높아지는 비열 곡선에 대응된다.

그림 1의 초전도체 비열 곡선들은 다음 (a), (b)의 특성을 갖고 있음을 알 수 있다. (a)어떤 인가 자기장 값에 대해서도, 온도가 낮아지는 방향으로 비열을 측정해 갈 때, 임계 온도에서 비열이 급격히 상승하는 비열 점프 업이 일어난다. (b)인가 자기장이 세어질수록 비열 점프 업의 폭은 작아져 간다.

본 논문의 목적은 다음과 같다. 첫째 목적은, 초전도 결정에 자기장이 인가되고 있을 때, 해당 임계 온도에서의 비열 점프 업의 폭 ΔC 를 인가 자기장 H 의 함수로 유도한다. 이를 위해 온도 T 에서의 임계 자기장 H_{CT} 에 관한 모델을 도입한다. 유도 과정은 열역학적 방법을 적용한다. 둘째 목적은, 여기서 유도한 이론식 즉, 비열 점프 업의 폭 ΔC 와 J. Kacmarcik 등의 실험 결과인 특성 (a), (b)를 비교 분석하여 초전도 결정의 비열 불연속 현상을 이론적으로 설명하는 데에 있다.

III. 이론

결정의 단위 체적당 Gibbs 자유 에너지 G 의 미분 dG 는 열역학 관계식 $dG = -\mu_0 M dH - E dT$ 로 주어진다[5]. 여기서 M 과 E 는 각각 단위 체적 당 자화와 엔트로피이다. 자기장 H 와 온도 T 는 독립 변수로서 서로 무관한 물리량이다. 이 열역학 관계식으로부터 식 (1-3)이 유도된다.

$$G_s(T, H) = G_s(T, 0) + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \quad (1)$$

$$G_n(T, H) = G_n(T, 0) \quad (2)$$

$$G_s(T, H_{CT}) = G_n(T, H_{CT}) \quad (3)$$

여기서 $G_s(T, H)$ 는 온도 T , 자기장 H 이면서 초전도 상태를 유지하고 있을 때의 Gibbs 자유 에너지이다. 나머지 $G_s(T, 0)$, $G_n(T, H)$, $G_n(T, 0)$, $G_s(T, H_{CT})$, 그리고 $G_n(T, H_{CT})$ 는 $G_s(T, H)$ 의 의미로부터 그 해석이 가능하다. 식 (1)의 유도에는 초전도 상태에서는 자기 유도 B 가 $B = \mu_0(M + H) = 0$ 이 됨을 이용하였다. 식 (2)의 유도에는 일정 온도 T 에서 상전도 상태가 유지되고 있을 때는 $dT = 0$, $M = 0$ 임을 이용하였다. 식 (1-3)으로부터 다음의 식 (4)가 유도된다.

$$G_s(T, 0) - G_n(T, 0) = -\frac{1}{2} \mu_0 H_{CT}^2 \quad (4)$$

$$G_s(T, H) - G_n(T, H) = \frac{1}{2} \mu_0 (H^2 - H_{CT}^2) \quad (5)$$

식 (5)는 식 (1-2)와 식 (4)로부터 유도가 가능하다. 격자의 단위 체적 당 비열 C 는 $-Td^2G/dT^2$ 이므로, 이 식과 식 (5)를 이용하면 초전도 상태와 상전도 상태 간의 비열 차 $\Delta C(T, H)$ 는

$$\Delta C(T, H) = C_s(T, H) - C_n(T, H) = \frac{1}{2} \mu_0 T \frac{d^2}{dT^2} H_{CT}^2 \quad (6)$$

으로 주어진다[11].

H_{CT} 는 임계 자기장의 온도 의존성을 나타낸다. 대부분의 초전도체의 경우, 온도가 올라가면 임계 자기장은 낮아진다. 온도 T 가 영에서 T_{C0} 까지 올라가는 동안 임계 자기장 H_{CT} 는 H_{C0} 에서 영으로 내려간다. 이러한 온도 의존성을 만족하는 임계 자기장의 함수로서 $H_{CT} = H_{C0} \{1 - (T/T_{C0})^\alpha\}$ 가 유용하다. 이 함수는 임계 자기장으로서 $\alpha = 2$ 가 보편적으로 적용되고 있다[1-6]. 본 논문에서는 $\alpha = 1$ 인 선형 모델을 도입한다. 그러면 임계 자기장은 다음과 같다.

$$H_{CT} = H_{C0} \left(1 - \frac{T}{T_{C0}}\right) \quad (7)$$

식 (7)의 양변에서 온도 T 대신에 자기장 H 일 때의 임계 온도 T_{CH} 를 대입하면 식 (8)이 유도된다.

$$T_{CH} = T_{C0} \left(1 - \frac{H}{H_{C0}}\right) \quad (8)$$

식 (6-7)로부터 결정에 자기장 H 가 인가되고 있을 때, 임계 온도 T_{CH} 에서의 비열 불연속의 폭은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta C(T_{CH}, H) &= C_s(T_{CH}, H) - C_n(T_{CH}, H) \quad (9) \\ &= \{\Delta C(T, H)\}_{T=T_{CH}} = \left(\frac{\mu_0 H_{C0}^2 T}{T_{C0}^2}\right)_{T=T_{CH}} \\ &= \frac{\mu_0 H_{C0}^2 T_{CH}}{T_{C0}^2} \end{aligned}$$

식 (9)에 식 (8)을 대입하면 $\Delta C(T_{CH}, H)$ 는 최종적으로 다음과 같은 H 의 함수로 나타내어진다.

$$\Delta C(T_{CH}, H) = \frac{\mu_0 H_{C0}^2}{T_{C0}} \left(1 - \frac{H}{H_{C0}} \right) \quad (10)$$

식 (10)은 자기장 H 가 주어질 때, 임계 온도 T_{CH} 에서의 비열 불연속의 폭을 나타낸 식이다. 즉 식 (10)은 인가 자기장 H 를 특정 값에 고정시켜두고, 상전도 상태에 있는 결정의 비열을 온도를 내려가면서 측정해갈 때, 초전도 상태로 전이가 일어나는 임계 온도에서의 비열 변화 폭을 예측한 식이다. 인가 자기장 H 가 H_{C0} 보다 높으면 상전도 상태만이 가능하다 즉 초전도 상태로 전이되는 임계 온도는 존재하지 않는다. 그러므로 식 (10)은 $0 \leq H \leq H_{C0}$ 의 범위에서 유효한 식이다.

IV. 결론

그림 2는 식 (10)을 그린 것이다. 그림 2에서 가로축은 인가 자기장 H 를 나타내는 축이고, 세로축은 각 자기장 값에 대응되는 임계 온도에서의 비열 불연속의 폭 $\Delta C(T_{CH}, H)$ 를 나타내는 축이다. 그림 2는 $0 \leq H \leq H_{C0}$ 의 범위 내에서 어떤 세기의 자기장이 인가되더라도 $\Delta C(T_{CH}, H)$ 가 양의 값을 갖는다. 이는 $C_s(T_F, H) > C_n(T_F, H)$ 가 성립함을 의미한다. 즉 온도를 내리는 과정에서 임계 온도 T_{CH} 가 되면 상전이 상태에서 초전도 상태로 전이되면서 비열이 불연속적으로 상승함을 의미하는 것으로 그림 1의 특성 (a)와 일치한다.

또한 그림 2는 $0 \leq H \leq H_{C0}$ 의 범위에서 H 가 증가함에 따라 $\Delta C(T_{CH}, H)$ 가 선형적으로 감소해 감을 보이고 있다. 이는 각 H 값에 대해, 임계 온도 T_{CH} 에서 상전도-초전도 전이가 일어날 때 발생하는 불연속적 비열 상승 폭이, 인가 자기장 H 가 세어질수록 선형적으로 작아져 감을 의미하는 것이다. 이 역시 그림 1의 특성 (b)와 잘 일치한다. 앞의 그림 1에서, 비열 곡선들이 보여주고 있는 비열 상승 폭들은 자기장 증

가에 대해 거의 선형적으로 감소해 감을 잘 보이고 있다.

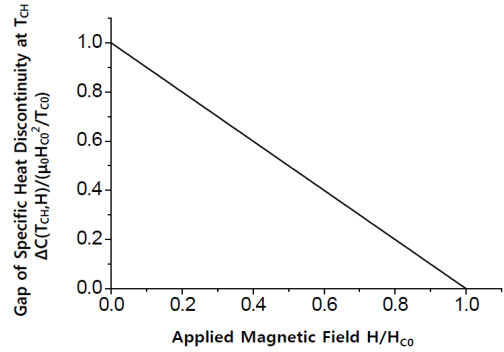


그림 2. 인가 자기장 H 그리고 이에 대응되는 임계 온도 T_{CH} 에서의 비열 불연속 폭 그래프

Fig. 2 Graph of gap of specific heat discontinuity at applied magnetic field H and corresponding critical temperature T_{CH}

결론적으로 이론식 식 (10) 혹은 이를 그린 그림 2는 J. Kacmarcik 등이 관측한 그림 1의 특성 (a), (b)를 잘 설명하고 있다. 즉, 초전도체 결정 $MgCNi_3$ 결정의 자기장에 인가에 따른 비열 불연속 현상을 열역학적 방법으로 유도된 식 (10) 혹은 그림 2로 정성적으로 잘 설명할 수 있었다. 이로부터, 본 논문의 이론적 접근을 위해 도입한 임계 자기장 선형 모델, 식 (7)도 간단하면서도 유용한 모델이라고 평가할 수 있다. 식 (10)의 T_{C0} 와 H_{C0} 는 결정의 종류에 따라 결정되는 양이다. 그러므로 식 (10)을 이용하여 추후 다양한 결정의 비열 불연속성을 정량적으로 논의해 볼 수 있다.

감사의 글

본 논문은 2016년도 호남대학교 학술연구비 지원을 받아 연구되었음

References

- [1] H. Kamimura and K. Nakao, *Theory of Electronic Properties of Materials*, Tokyo: Baifukan 1995, pp.

- 91-109.
- [2] T. Sakudo, *Solid State Physics, Magnetism and Superconductivity*, Tokyo: Shokabo 1993, pp. 84-101.
- [3] S. Kishino, *Physics of Superconductor Electronics*, Tokyo: Maruzen 1993, pp. 63-91.
- [4] N. Mikoshiba and K. Suzuki, *Introduction to Physics of Superconductivity*, Tokyo: Baifukan 1995, pp. 1-41.
- [5] M. Yamamura, *Superconductor Engineering*, Tokyo: Denkigakkai 1994, pp. 3-26.
- [6] A. Rose-Innes and E. Rhoderick, *Introduction to Superconductivity*, Tokyo: Sangyotosho 1996, pp. 38-60.
- [7] C. Sun, J. Lin, S. Mollah, P. Ho, D. Yang, F. Hsu, Y. Liao, and M. Wu, "Magnetic field dependence of low-temperature specific heat of the spinel oxide superconductor LiTi_2O_4 ," *Phys. Rev. B*, vol. 70, 2004, pp. 054519.1-8.
- [8] K. Machida and M. Ichioka, "Magnetic field dependence of low-temperature specific heat in Sr_2RuO_4 ," *Phys. Rev. B*, vol. 77, 2008, pp. 184515.1-7.
- [9] C. Huang, J. Lin, C. Sun, T. Lee, J. Kim, E. Choi, S. Lee, and H. Yang, "Comparative analysis of specific heat of $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ using nodal and two-gap models," *Phys. Rev. B*, vol. 73, 2006, pp. 012502.1-4.
- [10] J. Kacmarcik, Z. Pribulova, C. Marcenat, P. Samuely, T. Klein, A. Demuer, and S. Lee, "Specific heat of superconducting MgCNi_3 single crystals," *Journal of physics: Conference Series*, vol. 150, 2009, pp. 052087.1-4.
- [11] I. Eo and C. Kim, "Theory of specific heat discontinuity of the superconductor under applied magnetic field," *J. Korean Crystal Growth and Crystal Technology*, vol. 14, no. 1, 2004, pp. 17-20.
- [12] C. Kim, "Magnetic field dependence of low temperature specific heat jump in superconducting crystal," *Kor. J. Mater. Res.*, vol. 21, no. 2, 2011, pp. 73-77.
- [13] C. Kim, "Specific heat jump of superconducting crystal in low temperature", *J. Korean Crystal Growth and Crystal Technology*, vol. 21, no. 1, 2011, pp. 1-5.
- [14] J. Jung, I. Choy, and J. Choi, "Modeling and Analysis of the Buck Converter in Photovoltaic Power Conditioning System," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 7, 2013, pp. 1039-1048.
- [15] S. Lee, S. Kang, and Y. Joung, "A Study on the Solution Prepared System Design for Analysis Automation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 7, 2013, pp. 1033-1038.
- [16] D. Suh and C. Park, "A Novel Method of Basic Probability Assignment Calculation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 3, 2013, pp. 465-470.
- [17] Y. Park, "Study on the Array type antenna of 1.8GHz," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 11, no. 10, 2016, pp. 929-934.
- [18] H. Chung and D. Kim, "The Calculation of the Energy Band Gaps of Zincblende $\text{GaP}_{1-x}\text{N}_x$," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 12, no. 5, 2017, pp. 783-790.

저자 소개



김철호(Cheol-Ho Kim)

1983년 고려대학교 물리학과 졸업 (이학사)

1985년 고려대학교 대학원 물리학과 졸업(이학석사)

1993년 Ritsumeikan Univ. 대학원 물리학과 졸업(이학박사)

2017년 현재 호남대학교 전자공학과 교수

※ 관심분야 : 전자재료, 전자통신

