

전기비저항탐사 2차원 모델링에서 송수신 간격을 고려한 푸리에 역변환

조인기* · 정다빈

강원대학교 지질 · 지구물리학과

Evaluation of Inverse Fourier Integral Considering the Distances from the Source Point in 2D Resistivity Modeling

In-Ky Cho* and Da-Bhin Jeong

Division of Geology and Geophysics, Kangwon National University

요약: 전기탐사 2차원 모델링에서는 다수의 파수영역 전위를 계산하고 이를 푸리에 역변환하여 공간영역 전위를 계산한다. 푸리에 역변환은 여러 개의 서로 다른 파수에서의 파수영역 전위를 사용하여 수치적으로 얻어진다. 적분의 정확도를 향상시키기 위하여 파수의 크기에 따라 적분 구간을 지수 근사와 대수 근사 구간으로 분할하는 방법이 널리 사용되고 있다. 푸리에 역변환에는 크게 구간 적분법과 가우스 적분법이 사용되고 있다. 그러나 이들 방법은 송수신 간격을 고려하지 못하므로 송수신 간격에 따른 오차를 피할 수 없다. 특히 송수신 간격이 매우 작거나 클 경우 오차가 급격하게 증가하는 문제점을 가지고 있다. 이 연구에서는 송수신 간격을 고려하여 가우스 좌표값 및 가중값을 적용하는 새로운 수치 적분법을 개발하였다. 반무한 공간에 대한 수치 실험 결과, 개발된 수치 적분법은 송수신 간격에 관계없이 0.4% 이하의 정밀도를 나타내었다.

주요어: 2차원 모델링, 푸리에 역변환, 가우스 적분

Abstract: In the two-dimensional (2D) modeling of electrical method, the potential in the space domain is reconstructed with the calculated potentials in the wavenumber domain using inverse Fourier transform. The inverse Fourier integral is numerically evaluated using the transformed potential at different wavenumbers. In order to improve the precision of the integration, either the logarithmic or exponential approximation has been used depending on the size of wavenumber. Two numerical methods have been generally used to evaluate the integral; interval integration and Gaussian quadrature. However, both methods do not consider the distance from the current source. Thus the resulting potential in the space domain shows some error. Especially when the distance from the current source is very small or large, the error increases abruptly and the evaluated potential becomes extremely unstable. In this study, we developed a new method to calculate the integral accurately by introducing the distance from the current source to the rescaled Gauss abscissa and weight. The numerical tests for homogeneous half-space model show that the developed method can yield the error level lower than 0.4 percent over the various distances from the current source.

Keywords: Two-dimensional modeling, inverse Fourier transform, Gaussian quadrature

서론

주향 방향으로 물성 변화가 없다고 가정하는 전기탐사 2차

원 모델링에서는 다수의 파수영역 전위를 계산하고, 이를 푸리에 역변환하여 공간영역에서의 전위를 계산한다.

$$V(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{V}(x, k_y, z) \cos(k_y y) dk_y. \quad (1)$$

(1)식에서 k_y 는 y 방향의 파수(wavenumber), \tilde{V} 는 파수영역 전위, V 는 공간영역 전위를 나타낸다. 일반적으로 2차원 탐사는 직선 형태의 측선상에서 수행된다. 따라서 송신점과 수신점의 y 좌표를 0으로 설정하면, (1)식은

$$V(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{V}(k_y, r) dk_y. \quad (2)$$

Received: 11 October 2017; Revised: 12 December 2017;

Accepted: 12 December 2017

*Corresponding author

E-mail: choik@kangwon.ac.kr

Address: Division of Geology and Geophysics, Kangwon National University, Chuncheon, Korea

©2017, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

이 되며, 여기서 r 은 송수신 간격이다. 전기탐사 2차원 모델링을 위해서는 (2)식의 푸리에 적분을 효과적으로 수행해야 한다. 대개 전기탐사 2차원 모델링의 경우, 파수영역 전위는 파수에 대한 이산(discrete) 자료이므로, 샘플링 개수, 파수의 범위 등을 적절하게 설정해야 한다. 특히 샘플링 수가 클 경우 계산 시간이 증가하며, 너무 작게 설정하면 적분이 불안정해진다.

(2)식에 주어진 푸리에 적분의 계산에는 다양한 수치적분 방법이 사용되고 있다. Tripp *et al.* (1984)은 다수의 파수영역 전위값을 cubic spline으로 내삽하여 가우스 적분법을 적용하였으며, Dey and Morrison (1979)은 파수영역 전위가 지수 함수적으로 감소한다고 가정하고 수치적분을 수행하였다. 그러나 k_y 가 매우 작을 경우 대수 함수의 특성을 보이는 파수영역 전위의 특성을 고려하지 못한다는 문제점을 가지고 있다.

Queralt *et al.* (1991), Weller *et al.* (1996), Loke *et al.* (2006)은 푸리에 적분의 정확성을 높이기 위하여 k_y 가 작은 영역에서는 대수 함수로, 클 경우에는 지수 함수로 근사하는 수치 적분법을 적용하였으며, Kim (1992), LaBrecque *et al.* (1996), Kemna (2000)는 Gaussian quadrature 수치적분법을 사용하였다. 이러한 접근 방법은 보다 정확한 푸리에 적분이 가능하므로 대개의 전기비저항 탐사 및 유도분극 탐사 2차원 모델링에서 사용되고 있다.

그러나 이들 방법은 아직도 여러 가지 문제점을 가지고 있다. 가장 큰 문제점 중의 하나는 대수 근사와 지수 근사를 적용하는 경계 파수 k_0 의 결정이다. 이는 송수신 간격에 따라 k_0 의 값이 달라지기 때문에 일률적으로 특정값을 적용할 경우 송수신 간격이 작거나 클 경우에는 오차를 피하기 어렵다. 또한 파수영역의 범위를 설정하는 것도 정확한 푸리에 변환에 크게 영향을 미친다. 마지막으로 파수의 수가 많으면 정밀도가 향상되지만, 이 경우 계산시간의 증가를 피하기 어려우므로 적정 파수의 개수를 결정하는 것도 매우 중요하다. 이 연구에서는 이러한 각종 문제점을 분석하고 보다 정확하게 푸리에 적분값을 산출하는 방법을 제시하고자 한다.

파수영역 반응 특성

2차원 전기탐사 모델링에서는 다수의 파수영역 전위를 계산하고 이를 푸리에 적분하여 공간영역의 전위를 산출한다. 이를 위하여 대수적 등 간격으로 설정된 적정 수의 파수에 대한 파수영역 전위를 계산하고, 연속된 파수 구간에 대한 적분의 합을 구하게 된다. 현장탐사의 경우 한 쌍의 전류전극과 전위전극을 사용하지만, 모델링에서는 하나의 전류전극을 가정하고 각 측정점에서 전위를 계산한 다음, 전극의 극성을 고려하여 이를 합산하는 방식을 채택한다. 양의 전류원과 음의 전류원을 동시에 고려할 경우 파수영역 전위의 변화 양상이 복잡해지기 때문에 정확한 푸리에 적분이 어렵게 된다. 반면 하나의 전류원만을 가정할 경우, 파수영역 전위는 파수 증가에 따라 감소

하는 매우 단순한 형태를 보이므로 수치적 방법을 적용하여 푸리에 적분을 정확하게 계산할 수 있다.

파수영역 전위는 송수신 간격 r 과 파수 k_y 의 곱인 $u = k_y \cdot r$ 의 함수로 주어지며, $u = 0$ 에서 특이점(singularity)을 가지며, u 가 커질수록 급속하게 감소하는 특성을 보인다. 대표적으로 균질 반무한 공간의 경우 파수영역 전위는 modified Bessel 함수 $K_0(u)$ 에 비례하며

$$\tilde{V}(u) \propto K_0(u) \approx \begin{cases} -\ln(u) & : u \rightarrow 0 \\ \exp(-u)/\sqrt{u} & : u \rightarrow \infty \end{cases}, \text{ with } u = k_y r \quad (3)$$

로 근사된다(Abramowitz and Stegun, 1970). 따라서 정확한 푸리에 적분값을 계산하기 위해서는 u 가 매우 작은 구간에서는 대수 함수로, 큰 구간에서는 지수 함수로 근사하는 것이 효과적이다. 특히 $u=0$ 일 경우 파수영역 전위가 ∞ 로 발산하므로 전 구간을 지수 함수로 근사할 경우 오차를 피할 수 없다. Fig. 1은 균질 반무한 공간에 대한 파수영역 전위의 변화 양상을 나타낸 것으로, u 가 매우 작은 구간에서 대수 함수의 특성을, 큰 구간에서는 지수 함수의 특성을 보인다. 따라서 (2)식에 주어진 푸리에 적분은 다음과 같이

$$V(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \tilde{V}(k_y r) dk_y = \frac{2}{\pi} \int_0^{k_0} \tilde{V}(k_y r) dk_y + \frac{2}{\pi} \int_{k_0}^\infty \tilde{V}(k_y r) dk_y \quad (4)$$

두 개의 구간으로 나누어 수행하게 된다. (4)식에서 k_0 는 대수 근사와 지수 근사의 경계점을 의미한다.

그러나 파수영역 전위는 파수 k_y 뿐만 아니라 송수신 간격 r 의 함수로 주어진다. 따라서 적정 파수의 개수 및 샘플링 간격은 r 을 고려하여 설정해야 정확한 푸리에 적분값을 구할 수 있다. 한편 전기탐사에서는 하나의 송수신원에 대하여 여러 개의 측정점에서 전위를 측정한다. 모델링 관점에서 이는 송수신 간격 r 이 다른 파수영역 전위를 푸리에 적분하여 공간영역 전위로 변환해야 함을 의미한다. 그러나 Fig. 1에 나타난 바와 같이 파수영역 전위는 r 에 따라 대수적 변화를 보이는 구간과 지수적 감소 양상을 보이는 구간이 서로 다르기 때문에 r 과 무관하게 일률적으로 k_0 를 설정하면 오차를 유발하게 된다. 그럼에도 불구하고 대부분의 선행 연구에서는 이러한 오차를 무시하고 r 과 관계없이 k_0 를 설정하는 방법을 적용하고 있다. 전기탐사에 사용되는 최소 송수신 간격을 r_{\min} 이라 할 경우, LaBrecque *et al.* (1996)은 $k_0 = 1/r_{\min}$, Queralt *et al.* (1991)과 Kemna (2000)는 $k_0 = 1/(2r_{\min})$ 로 설정하는 것이 대부분의 송수신 간격에서 비교적 정확한 푸리에 적분 결과를 나타내는 것으로 보고한 바 있다. 그러나 전기탐사 2차원 모델링에서 모든 송수신 간격에 대한 푸리에 적분의 정확한 계산은 쉽지 않다. 이러한 문제점 때문에 r_{\min} 을 단위간격으로 설정하고 r 을 r_{\min} 으로 정규화하는 방법을 적용한다(Loke *et al.*, 2006). 이 경우 r/r_{\min} 은 전극 전개수(electrode expansion number)를 의미하게 된다. 대부분의 전기탐사에서 전극 전개수는 12를 넘지 않

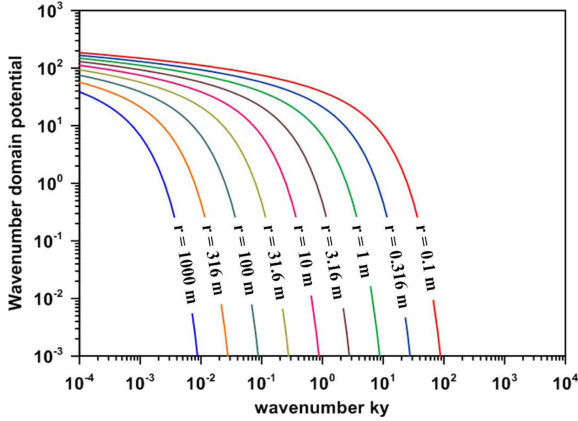


Fig. 1. Typical shape of the potential spectrum for different distances from the unit current point source located on the surface of homogeneous half-space of 100 ohm-m.

때문에 실질적인 송수신 간격의 폭을 획기적으로 축소시킨다. 즉 수치 모델링에서는 $r/r_{min} \leq 12$ 를 만족하는 송수신 간격에 대한 푸리에 적분을 계산하면 된다. 따라서 유한한 샘플링 개수로도 파수의 범위는 물론 샘플링 간격을 좁게 설정할 수 있게 되며, 상대적으로 보다 정확한 푸리에 적분의 계산이 가능해진다. 그러나 이 방법을 적용해도 송수신 간격이 서로 다르므로 정확한 푸리에 적분 계산을 위해서는 송수신 간격을 고려하는 것이 유리하다.

Fig. 2(a)는 균질 반무한 공간에 대한 파수영역 전위와 비례하는 modified Bessel 함수 $K_0(u)$ (실선)와 대수 근사(적색원)인 $-\ln(u)$ 및 지수 근사(청색원)인 e^{-u} 의 변화양상을, (b)는 대수 근사 오차(적색원) 및 지수 근사 오차(청색원)를 나타낸 것이다. Fig. 2(b)에 나타난 바와 같이 지수 근사는 $u > 2$ 의 구간에서 비교적 정확하게 파수영역 전위를 근사할 수 있지만, 대수 근사는 u 가 매우 작은 구간에서도 참값 보다 약간 작게 나타나고 있다.

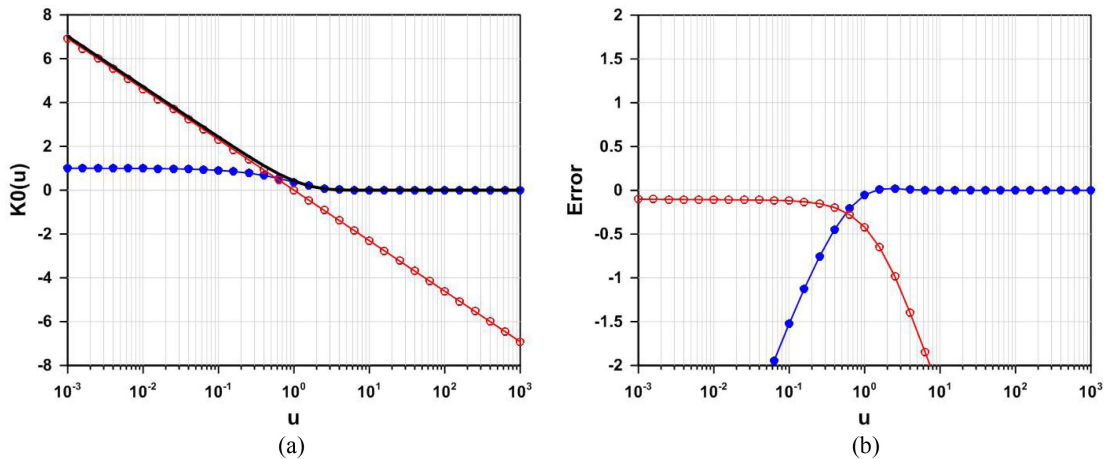


Fig. 2. (a) Behavior of modified Bessel function (solid line) and its logarithmic (red open circle) and exponential (blue closed circle) approximations and (b) corresponding errors.

한편 대략 $u = [0.2, 2.0]$ 구간에서는 두 근사 모두 상대적으로 큰 오차를 보이고 있으며, 이 구간 내에서 대수 근사와 지수 근사의 경계 파수인 k_0 가 결정되어야 한다. Fig. 2(b)에서 대수 근사 및 지수 근사에 의한 오차가 같은 크기를 나타내는 지점은 $u = 0.5102$ 이므로 이 연구에서는 $k_0 = ur = 0.5102/r$ 로 설정하였다. 이 값은 Queral *et al.* (1991)과 Kemna (2000)가 제안한 $k_0 = 0.5/r$ 과 유사하다.

푸리에 적분

파수영역에서 계산된 전위를 공간영역으로 변환하기 위해서는 앞 절에서 설명한 방법을 통하여 k_0 를 설정하고 (3)식에 주어진 푸리에 적분을 수행해야 한다. (3)식의 적분을 계산하는 방법은 구간별로 해석적 적분을 수행하여 합산하는 구간 적분법(Dey and Morrison, 1979; Queral *et al.*, 1991)과 가우스 수치 적분을 사용하는 방법(LaBrecque *et al.*, 1996; Kemna, 2000)이 있다.

구간 적분법에서는 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 우선 대수적 등 간격으로 대수 근사 구간을 N , 지수 근사 구간을 M 개 구간으로 분할한 다음, 각 파수에 대한 파수영역 전위를 계산하고, 구간별로 해석적 적분값을 산출하여 합산한다(Queral *et al.*, 1991).

$$V(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{k_1} a_0 \ln(b_0 k_y) dk_y + \sum_n \frac{2}{\pi} \int_{k_n}^{k_{n+1}} a_n \ln(b_n k_y) dk_y + \sum_m \frac{2}{\pi} \int_{k_m}^{k_{m+1}} a_m \exp(b_m k_y) dk_y$$

with

$$a_0 = -1, \quad b_0 = e^{-\tilde{V}_1/k_1}, \quad 0 \leq k_y \leq k_1, \tag{5}$$

$$a_n = \frac{\tilde{V}_n - \tilde{V}_{n+1}}{\ln(k_n/k_{n+1})}, \quad b_n = \frac{e^{-\tilde{V}_n/a_1}}{k_n}, \quad k_n \leq k_y \leq k_{n+1},$$

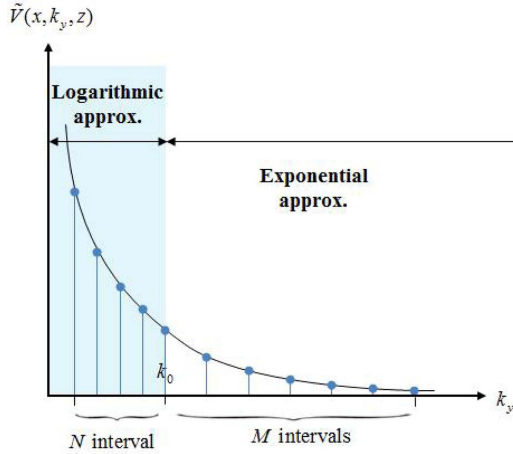


Fig. 3. Schematic example of showing the sampling points of wavenumber domain potential.

and

$$a_m = \tilde{V}_m \exp(b_m k_m), \quad b_m = \frac{\ln(\tilde{V}_m / \tilde{V}_{m+1})}{k_{m+1} - k_m}, \quad k_m \leq k_y \leq k_{m+1}.$$

한편 가우스 적분법에서는 대수 근사 구간과 지수 근사 구간에 대하여 각각 수치 적분을 수행한다. 우선 대수 근사 구간에서는 (4)식에 주어진 적분을 변수 변환을 통하여

$$\int_0^{k_0} \tilde{V}(k_y, r) dk_y = \int_0^1 2k_0 x \tilde{V}(k_0 r x^2) dx \quad \text{with } k_y = k_0 x^2 \quad (6)$$

로 변형한 다음, Gauss-Legendre 수치적분을 사용하여 적분값을 산출한다(Kemna, 2000).

$$\int_0^{k_0} \tilde{V}(k_y, r) dk_y = \sum_{j=1}^N [2k_0 w_j] [V(k_0 r x_j^2)] = \sum_{j=1}^N \omega_j V(\xi_j) \quad (7)$$

with $\xi_j = k_0 r x_j^2$ and $\omega_j = 2k_0 w_j$.

(7)식에서 x_j 와 w_j 는 Gauss-Legendre 좌표값(abcissa) 및 가중값(weight)으로 Abramowitz and Stegun (1970)에 주어진 값을 사용한다. 한편 지수 근사 구간에서는 변수 변환을 통하여 주어진 적분식을

$$\int_{k_0}^{\infty} \tilde{V}(k_y, r) dk_y = \int_0^{\infty} e^{-x} \cdot k_0 e^x \cdot V(k_0(x+1)r) dx \quad (8)$$

with $k_y = k_0(x+1)$

형태의 무한적분으로 변형한 다음, Gauss-Laguerre 수치적분을 사용하여 적분값을 산출한다(Kemna, 2000).

$$\int_{k_0}^{\infty} \tilde{V}(k_y, r) dk_y = \sum_{j=1}^N w_j [k_0 e^{x_j} V(k_0(x_j+1)r)] = \sum_{j=1}^N \omega_j V(\xi_j) \quad (9)$$

with $\xi_j = k_0(x_j+1)r$ and $\omega_j = w_j k_0 e^{x_j}$.

(9)식에서 x_j 와 w_j 는 Gauss-Laguerre 좌표값 및 가중값으로

Abramowitz and Stegun(1970)에 주어진 값을 사용한다. 마지막으로 (7)식과 (9)식을 통하여 계산된 적분값을 더해준면 공간영역에서의 전위를 계산할 수 있다.

송수신 간격을 고려한 가우스 적분법

앞 절에서 설명한 구간 적분법과 가우스 적분법 모두 송수신 간격이 너무 크거나 작지 않을 경우에 비교적 정확하게 공간영역 전위를 계산할 수 있으며, 대부분의 선행연구에서는 이들 방법을 적용하여 전기탐사 2차원 모델링을 수행하고 있다. 그러나 구간 적분법의 경우에는 정확한 푸리에 적분값을 계산하기 위해서는 파수의 범위 등에 대하여 세심한 주의가 필요하다. 또한 송수신 간격이 너무 크거나 작을 경우 오차를 수반하게 된다. 가우스 적분법의 경우에는 파수의 범위는 가우스 적분에 필요한 파수값에 의해 결정되지만, 송수신 간격에 따라 그 값이 달라지므로 구간 적분법과 마찬가지로 파수의 범위 설정에 유의해야 한다.

Fig. 4는 100 ohm-m 균질 반무한 공간에 위치한 전류전극에 의한 전위를 구간 적분법과 가우스 적분법을 적용하여 계산하고 송수신 간격에 따른 오차를 도시한 것이다. 모든 경우에 파수의 수는 10으로 설정하였으며, 구간 적분법의 경우에는 $0.002 \leq k_y \leq 8.0$ 으로 설정하였다. 그림에 나타난 바와 같이 송수신 간격이 매우 작을 경우에는 두 방법 모두 무시할 수 없는 오차를 보이고 있으며, 클 경우에도 상당한 오차가 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그러나 앞서 설명한 바와 같이 전기탐사 2차원 모델링에서는 송수신 간격 자체가 아니라 최소 송수신 간격으로 정규화된 간격(r/r_{\min})을 사용하므로 r/r_{\min} 이 너무 작거나 큰 경우는 수치 모델링에서 고려할 필요가 없다. 그러나 보다 정확한 모델링을 위해서 가능하면 푸리에 적분에서 발생하는 오차는 최소화해야 하며, 여기서는 이를 위한 방

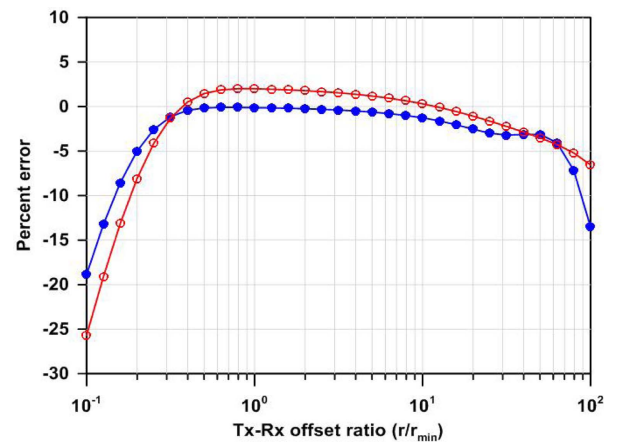


Fig. 4. Percent error curves from interval integration method (red open circle) and Gaussian integral method (blue closed circle) for different distances from the point source located on the surface of homogeneous half-space of 100 ohm-m.

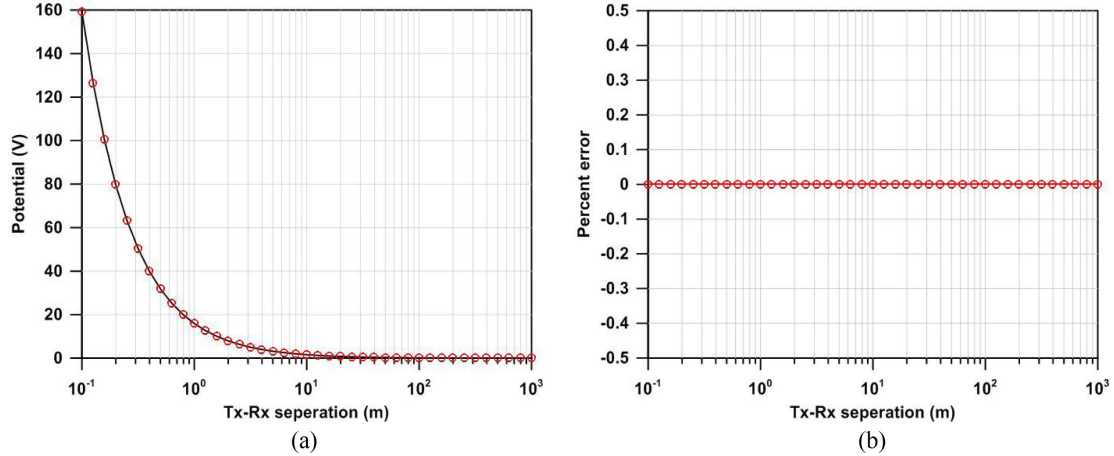


Fig. 5. (a) Potential and (b) error curves for different distances from the point source located on the surface of homogeneous half-space of 100 ohm-m.

법론을 제시하고자 한다.

이상의 두 방법에서 나타나는 송수신 간격 변화에 따른 푸리에 적분 오차를 줄이기 위하여 가우스 수치적분에서 새로운 좌표값 및 가중값의 스케일을 재조정하는 방법을 제안한다. (7)식과 (9)식에 주어진 바와 같이 대수 근사 구간과 지수 근사 구간에 대한 좌표값과 가중값은 다음과 같이 변환된다.

$$\xi_j = k_0 r x_j^2 \text{ and } \omega_j = 2k_0 w_j, \quad 0 \leq k_y \leq k_0, \quad (10-1)$$

$$\xi_j = k_0 (x_j + 1) r \text{ and } \omega_j = w_j k_0 e^{x_j}, \quad k_0 \leq k_y \leq \infty. \quad (10-2)$$

대수 근사와 지수 근사의 경계점 $k_0 = a/r$ 을 만족한다면 (10) 식은 다음과 같이 변형된다.

$$\xi_j = a x_j^2 \text{ and } \omega_j = 2a w_j / r, \quad 0 \leq k_y \leq k_0, \quad (11-1)$$

$$\xi_j = a (x_j + 1) \text{ and } \omega_j = w_j a e^{x_j} / r, \quad k_0 \leq k_y \leq \infty. \quad (11-2)$$

앞서 기술한 바와 같이 (11)식에 $a = 0.5102$ 의 값을 대입하면

대수 근사와 지수 근사에 의한 오차를 최소화할 수 있다.

Fig. 5는 송수신 간격에 따른 전위 및 오차를 나타낸 것이다. 파수의 개수는 대수 근사는 4개, 지수 근사는 6개, 총 10개로 설정하였다. Fig. 5(a)에 나타난 바와 같이 반무한 공간에서의 참 전위와 수치적 방법을 통하여 계산된 전위가 거의 완벽하게 일치하고 있으며, 이는 Fig. 5(b)에 주어진 오차가 거의 0에 수렴하는 것으로 확인할 수 있다. 여기에 나타내지는 않았지만, 구간 적분법을 사용할 경우에는 대수 근사와 지수 근사의 경계 파수를 송수신 간격을 고려하여 설정하여도 Fig. 4의 경우보다 오차가 크게 감소하지 않는 것으로 나타났다. 이러한 수치실험 결과는 가우스 적분법이 구간 적분법에 비하여 푸리에 적분을 보다 정확하게 계산할 수 있음을 의미한다.

한편 이상의 분석은 새로운 파수(ξ)에 대한 파수영역 전위의 정확한 값이 주어질 경우를 가정한 분석이다. 일반적으로 전기탐사 2차원 모델링의 경우에는 파수영역의 범위를 미리 설정하고 대수적 등 간격으로 설정된 파수에 대하여 파수영역

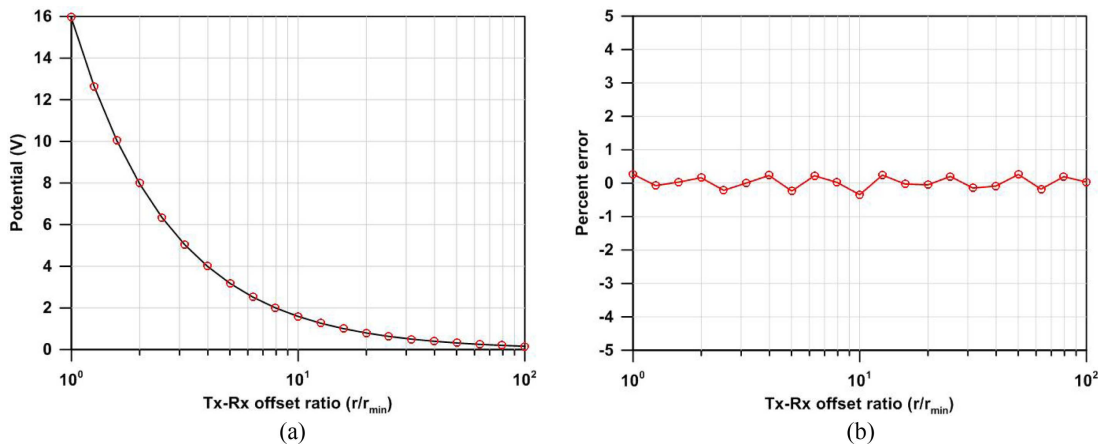


Fig. 6. (a) Potential and (b) error curves for different distances from the point source located on the surface of homogeneous half-space of 100 ohm-m. The potentials are evaluated by applying Gauss integration to the wavenumber domain potentials resampled from the given wavenumber domain potentials discretely.

전위를 계산하게 된다. 2차원 전기탐사에서는 다양한 송수신 간격에 대하여 자료를 획득하게 되므로 미리 설정된 파수와 가우스 적분을 위한 새로운 파수, 즉 샘플링 파수가 서로 일치하지 않는다는 문제점이 발생한다. 또한 대수 근사와 지수 근사의 경계 파수도 송수신 간격에 따라 달라진다. 따라서 전기탐사 수치 모델링의 경우에는 모델링에서 설정된 파수에서의 전위를 내삽하여 가우스 적분에서 필요한 파수에서의 전위를 구해야 한다. 즉 미리 설정된 파수에 대한 전위로부터 새로운 파수에서의 전위를 재샘플링(resampling)해야 한다. 그러나 재샘플링 파수의 값이 모델링시 설정한 파수의 범위를 벗어날 경우에는 오차가 지나치게 증폭되는 문제점이 있으므로 모델링시 파수의 범위를 충분히 설정해 주는 것이 바람직하다. 재샘플링 방법은 우선 송수신 간격을 고려하여 대수 근사와 지수 근사의 경계파수를 결정하고, 가우스 적분에서 필요한 파수값에 대한 파수영역 전위를 (5)식에 근거하여 계산하게 된다. 한편 재샘플링은 간단한 보간법(interpolation)으로 구해지므로 계산 시간에 대한 부담은 거의 없다.

Fig. 6은 $0.0001 \leq k_y \leq 10$ 범위 내에 10개의 파수에 대한 파수영역 전위가 주어진 경우, 송수신 간격에 따라 파수영역 전위를 재샘플링하고 가우스 적분법을 사용하여 푸리에 적분을 수행한 결과이다. 거의 모든 송수신 간격에서 오차가 0.4% 이하로 나타나고 있어 이 연구에서 제시된 방법의 정확성을 입증하고 있다. 이 방법에서 파수의 범위는 푸리에 적분의 정확성을 결정하는 중요한 요소이다. 수치 모델링 관점에서는 파수의 수가 증가하면 계산시간이 증가하는 문제가 있으므로 정확성이 확보된다는 조건을 만족한다면 파수의 개수를 최소화해야 한다. 대개 수치 모델링에서는 10개 전후의 고정된 개수의 파수가 사용된다. 적정 파수의 범위는 송수신 간격에 따라 달라지지만, 모델링 관점에서는 파수의 개수는 고정되므로 모든 송수신 간격에서 가우스 적분에 필요한 파수를 포함할 수 있도록 충분히 넓게 설정해야 한다. 그러나 파수 범위가 넓어지면 샘플링 간격이 증가하게 되어 재샘플링 과정에서 오차가 발생하게 된다. 가우스 적분에서 필요한 파수의 범위는 $0.01 \leq \xi \leq 8.7$ 이다. 적정 파수의 범위는 송수신 간격에 의해 결정된다. 예를 들어 $r_{\max}/r_{\min} = 10$ 일 경우 $\xi_{\min} = k_{y\min} r_{\max}/r_{\min}$ 과 $\xi_{\max} = k_{y\max} r_{\min}/r_{\min}$ 을 고려하면 모델링에서 파수의 적정 범위는 $0.001 \leq k_y \leq 8.7$ 로 설정된다. 만약 $r_{\max}/r_{\min} = 100$ 으로 증가하게 되면 $0.0001 \leq k_y \leq 8.7$ 로 파수의 하한이 작아져야 한다.

결 론

전기탐사 2차원 모델링에서 파수영역 전위를 공간영역 전위로 변환하는 푸리에 적분은 해석적인 해가 없기 때문에 수치적 기법을 적용한다. 그러나 푸리에 적분의 정확한 계산을 위해서는 적정 파수의 개수, 샘플링 간격, 파수의 범위 등의 설

정에 세심한 주의가 요구된다. 또한 파수영역 전위는 파수와 송수신 간격의 함수로 주어지기 때문에 송수신 간격이 달라질 경우 어느 정도의 오차를 수반하게 된다. 특히 송수신 간격이 매우 크거나 작을 경우에는 그 오차가 무시할 수 없을 정도로 매우 크게 나타난다. 모델링에서는 대개 최소 측정간격으로 정규화된 거리를 사용하므로 정규화된 송수신 전극간격은 12 이하의 크기를 갖지만, 보다 정확한 전기탐사 2차원 모델링을 위해서 푸리에 적분을 정확하게 계산하는 것이 바람직하다.

이 연구에서는 푸리에 적분시 송수신 간격을 고려하는 새로운 가우스 수치 적분법을 제시하였으며, 균질 반무한 공간에 대한 수치실험 결과 가우스 적분에 필요한 모든 파수에서의 파수영역 전위가 정확하게 제공될 경우 매우 정확한 결과를 나타내는 것을 확인하였다. 그러나 전기탐사 2차원 모델링에서는 미리 설정된 유한한 개수의 파수에 대한 파수영역 전위를 계산하고, 이를 푸리에 변환하여 공간영역 전위를 계산한다. 이 연구에서는 모델링시 설정된 파수와 송수신 간격을 고려한 가우스 적분에 필요한 파수가 서로 다르기 때문에 모델링시 설정된 파수에 대한 전위를 재샘플링하여 푸리에 적분을 계산하는 방법을 제시하였으며, 수치실험 결과 0.4% 이하의 정밀도를 확보할 수 있었다.

한편 전기탐사 2차원 모델링에는 유한요소법이나 유한차분법 등의 방법이 널리 사용되고 있다. 이들 방법에서는 전류원에 대한 각 절점에서의 파수영역 전위가 선형방정식으로 주어지며, 여러 개의 파수에 대한 파수영역 전위를 계산하여 공간영역의 전위로 변환한다. 전류전극과 전위전극의 위치 및 송수신 간격은 이미 주어진 값이므로, 기존의 모델링 코드에 송수신 간격을 추가하는 것은 크게 어렵지 않다. 따라서 이 연구에서 제안된 푸리에 적분 계산법은 전기탐사 2차원 모델링의 정확성을 한 단계 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2017R1A2B4001905)입니다. 또한 2017년도 강원대학교 대학회계 학술연구조성비(관리번호-520170513)의 지원을 받아 수행되었습니다.

References

- Abramowitz, M., and Stegun, I. A., 1970, *Handbook of mathematical functions*, Dover publications.
- Dey, A., and Morrison, H. F., 1979, Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures, *Geophys. Prosp.*, **27**, 106-136.
- Kemna, A., Binley, A., and Slater, L., 2004. Crosshole IP imaging for engineering and environmental applications,

- Geophysics*, **69**, 97-107.
- Kemna, A., 2000. *Tomographic inversion of complex resistivity – Theory and application*. PhD thesis, Ruhr-University of Bochum.
- Kim, H. J., 1992. Numerical quadrature techniques for inverse Fourier transform in two-dimensional resistivity modeling, *J. Korea Inst. Mining Geol.*, **25**, 73-77.
- LaBrecque, D. J., Miletto, M., Daily, W. D., Ramirez, A. L., and Owen, E., 1996, The effects of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data, *Geophysics*, **61**, 538-548.
- Loke, M. H., Chambers, J. E., and Ogilvy, R. D., 2006, Inversion of 2D spectral induced polarization imaging data, *Geophys. Prospect.*, **54**, 287-301.
- Queralt, P., Pous, J., and Marcuello, A., 1991, 2D resistivity modeling: An approach to arrays parallel to the strike direction, *Geophysics*, **56**, 941-950.
- Tripp, A. C., Hohmann, G. W., and Swift, C. M., Jr, 1984. Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, **49**, 1708-1717.
- Weller, M., Seichter, M., and Kampke, A., 1996, Induced-polarization modeling using complex electrical conductivities, *Geophys. J. Int.*, **127**, 387-398.