

# 베르누이 원리와 bolt-clamped Langevin type 초음파 진동자를 이용한 정상파 음파 공중부양의 탐구

## Investigation of standing wave acoustic levitation with Bernoulli principle and bolt-clamped Langevin type ultrasonic transducer

박민철,<sup>1</sup> 박두재,<sup>2</sup> 김영환<sup>†</sup>

(Mincheol Park,<sup>1</sup> Doojae Park,<sup>2</sup> and Young H. Kim<sup>1†</sup>)

<sup>1</sup>KAIST 부설 한국과학영재학교 응용음향학연구실 <sup>2</sup>한림대학교 나노융합스쿨

(Received September 17, 2018; revised November 5, 2018; accepted November 22, 2018)

**초 록:** 본 연구에서는 소형 물체가 음파 정상파의 압력 마디 부근에 소형 물체가 부양하는 정상파 음파 공중부양 (standing wave acoustic levitation) 현상에 대해 베르누이 원리를 이용하여 부양의 원인이 되는 음향 방사힘(acoustic radiation force)의 근원과 개형을 기존에 알려진 진동자에서 떨어진 거리에 따른 음향 방사힘의 그래프와 비교함을 통해 개념적으로 설명했다. 이러한 설명을 뒷받침하는 일련의 실험들을 BLT(Bolt-clamped Langevin Type) 초음파 진동자를 이용해서 수행하여, 물체들이 공기의 압력 마디 부근에 부양하고 있음을 확인했고, 물체가 부양하고 있는 상태에서 정상파가 형성되는 조건임을 확인했다. 더불어, 정상파 음파 공중부양 현상에서 부양하는 물체들이 수직하게 일렬로 정렬하는 현상 역시 설명할 수 있었다.

**핵심용어:** 음파 공중부양, 음향 방사힘, 베르누이 원리, BLT (Bolt-clamped Langevin Type) 초음파 진동자

**ABSTRACT:** The purpose of this study is to investigate the effect of acoustic radiation force on the standing wave acoustic levitation phenomenon, which is the levitation of small objects near the pressure node of the standing wave, using the Bernoulli principle. The source and scheme of the acoustic radiation force, which is the cause of the levitation, are conceptually explained through comparison with the graph of the acoustic radiation force versus the distance from the transducer. A series of experiments supporting this explanation was performed with a BLT(Bolt-clamped Langevin Type) ultrasonic transducer to confirm that the objects are floating near the pressure nodes and that it satisfies the condition for the standing wave formation when the object is levitating. Furthermore, the vertical alignment of floating objects, which is a characteristic of standing wave acoustic levitation phenomenon, could be explained.

**Keywords:** Acoustic levitation, Acoustic radiation force, Bernoulli principle, BLT (Bolt-clamped Langevin Type) ultrasonic transducer

**PACS numbers:** 43.35.Ty, 43.20.-f, 43.20.Ks

### 1. 서 론

음파 공중부양의 일종인 정상파 음파 공중부양 (standing wave acoustic levitation)은 음파의 파장에 비

해서 크기를 무시할 수 있는 소형 물체가 음파 정상파의 압력 마디 부근에서 음향 방사힘이 중력과 및 부력과 평형을 이루며 공중부양하게 되는 현상이다.

이 현상의 근원이 되는 음향 방사힘에 대한 이론적 계산에 대해서 기존에 많은 연구가 이루어졌다. Zhao<sup>[1]</sup>과 Vandaele *et al.*<sup>[2]</sup>는 음파 정상파에서의 공기 압력과 속도의 그래프, 그리고 압축성 유체에 대한

<sup>†</sup>Corresponding author: Young H. Kim (yhkim627@kaist.ac.kr)  
Applied Acoustics Lab, Korea Science Academy of KAIST,  
105-47, Baegyangwanmun-ro, Busan jin-gu, Busan 47162, Republic  
of Korea

(Tel: 82-51-606-2224)

“이 논문은 2018년도 한국음향학회 춘계학술대회에서 발표했던 논문임.”

유체 지배방정식을 통해 음향 방사힘에 대한 식을 유도했다. Coakley *et al.*<sup>[3]</sup>과 Witworth *et al.*<sup>[4]</sup>는 음향 마당(acoustic field)에서의 위치에너지에 구배를 취하여 이를 유도했다. Gor'kov<sup>[5]</sup>와 King<sup>[6]</sup>, Collas *et al.*<sup>[7]</sup>은 음파 공중부양에서의 음파가 구형 물체 표면에서 산란되는 정도를 통해 음향 방사힘을 계산했다. Zhao와 Wallascheck<sup>[8]</sup> 역시 구형 물체에 대하여 음파 방사힘을 정량적으로 계산하는 방법을 제시한 바 있다.

그러나 이러한 기존의 이론적 접근은 구형 물체 위주로 복잡한 계산을 통해 이루어졌기에 직관적인 이해가 어려우며, 개념적 설명에서 정상파가 음파 공중부양을 이끌어내는 이유와 압력, 속도, 변위 등으로 방사힘을 구하는 방식이 개념적으로 자세하게 제시되지 않았다.

이에 대해, Gor'kov<sup>[5]</sup>와 Brandt<sup>[9]</sup>는 베르누이 원리(Bernoulli's principle)를 통해 보다 간단한 개념적 설명을 도입했으며, Brandt<sup>[9]</sup>는 구형 물체가 속도의 제곱에 비례하는 베르누이 압력이 큰 위치에서 작은 위치로 움직인다는 설명을 통해 음파 공중부양 효과와 베르누이 원리의 연관에 대해 지적한 바 있다.

이러한 논의만으로는 음향 방사힘에 대한 비선형 효과를 간과한다는 문제점을 가지지만, 보다 개념적으로 음향 방사힘에 대해 설명할 수 있게 된다. 본 논문에서는 이러한 베르누이 원리를 이용하여 음향 방사힘을 개념적으로 고려하는 데에 초점을 맞추고, 기존에 Zhao<sup>[1]</sup>와 Vandaele *et al.*<sup>[2]</sup>등에서 제시되어온 진동자에서 떨어진 거리에 따른 음향 방사힘의 개형이 어떻게 나타나는지를 설명하는데 초점을 맞추어 보았다. 더불어, BLT(Bolt-clamped Langevin Type) 진동자를 이용한 실험으로 부양하는 물체들 사이의 거리와 물체가 부양하는 조건에서 정상파가 생기는지의 여부를 실험적으로 확인했다.

## II. 음파 공중부양에 대한 설명

Fig. 1은 음파 공중부양 현상을 설명하기 위하여 기존에 제시되어온 개념도를 재구성하여 나타냈다.

Fig. 1이 제시된 Vandaele *et al.*<sup>[2]</sup>의 논의에서는 압력 마디에서 음향 방사힘이 0이 되고 그 이외의 부분에서는 가장 가까운 압력 마디 방향으로 음향 방사

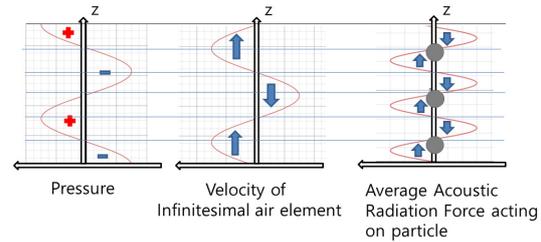


Fig. 1. Pressure, velocity graph of air element as height varies, and resulting acoustic radiation force<sup>[1,2,10]</sup>. Objects are located slightly below the pressure node.

힘이 작용한다고 명시하였으나, 이러한 현상을 위해서 정상파가 나타나야 하는 원인에 대한 언급이 구체적으로 명시되어 있지 않으며, 음원으로부터 떨어진 거리에 따른 음향 방사힘이 Fig. 1과 같이 나타나는 이유를 자세하게 언급하지 않았다. 본 절에서는 이 두 가지 사항에 대해 Vandaele *et al.*<sup>[2]</sup>의 논의에 더해서 자세하게 논하고자 한다.

정상파가 필요한 이유는 진동자의 표면이 변위 마디가 됨을 통해서 이해할 수 있다. 정상파가 생기면 진동자와 반사판으로 구성된 공간에서 공진이 일어나고 에너지 손실이 없게 된다. 즉, 진동자의 표면에서 역시 반사가 일어나므로 표면 역시 변위 마디로 간주된다. 정상파가 생기지 않으면, 이 공간에서 에너지가 소실되며, 공진이 일어나지 않아 소형 물체를 띄울 만큼의 충분한 에너지가 모이게 되지 않으므로 물체가 뜨지 않게 된다.

Fig. 1에서 나타나는 공기의 압력 그래프는 공기의 밀도 분포로 인해서 나타나고, 이로 인해 나타나는 힘은 부력으로, 음향 방사힘과 명백히 다르다. 또한 공기의 변위 역시 밀도와 연관되며 부력에 영향을 미친다. 즉, 고정된 위치에서 시간에 따른 평균값이 0이 되지 않는 위치에 따른 공기의 속력이 직접적인 인자가 됨을 유추할 수 있다.

파장에 비해서 크기를 무시할 수 있을 만큼 작은 크기의 물체를 기준으로 Fig. 2와 같이 물체 위의 공기 속력이 물체 아래의 공기 속력보다 빨라서 동압력이 더 크면 베르누이 원리에 의해서 물체 아래의 정압력이 더 크고, 물체가 위로 힘을 받음을 알 수 있다. 속력 분포가 반대이면 물체가 아래로 힘을 받는다. 이 때, 베르누이 법칙에서의 동압력은 유체의 밀

도가  $\rho$ 일 때,  $\rho v^2/2$ 로 주어지며 이는  $v^2$ 이 직접적인 인자임을 시사한다.

이를 통해, 물체가 압력마디 부근(정량적인 계산을 통해서 물체가 압력마디보다 약간 낮은 위치에 부양하게 됨을 알 수 있다)에 부양하는 원인을 개념

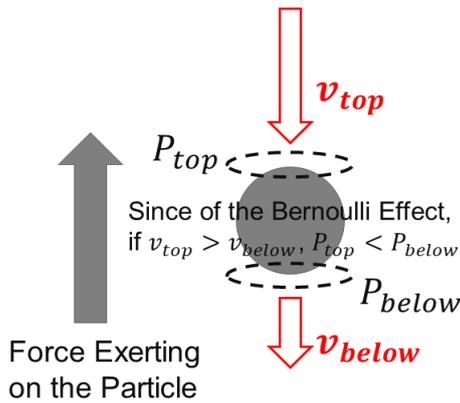


Fig. 2. Conceptual Model which relates the speed of air and the force exerting of the particle.  $P_{below}$  and  $P_{top}$  illustrate the pressure of air exerting at the upper side and the lower side of the object respectively.  $v_{top}$  and  $v_{below}$  illustrate the velocity of air at the top of the object and at the below of the object respectively.

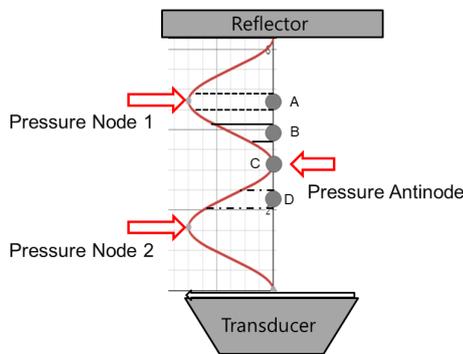


Fig. 3. Distribution of squared speed of air between the reflector and transducer as height. A ~ D illustrate each case when the object is located at each position.

Table 1. Force acting on the levitating object at each case in A ~ D.

Case	$v_{top}$ vs $v_{below}$	Direction of acoustic radiation force
A	$v_{top} = v_{below}$	X (Zero)
B	$v_{top} > v_{below}$	Upward
C	$v_{top} = v_{below}$	X (Zero)
D	$v_{top} < v_{below}$	Downward

적으로 이해할 수 있다. Fig. 3과 같이 공기의 속력의 제곱 값이 나타나며, A, B, C, D로 각각 표시된 위치에 물체가 위치할 때에 작용하는 힘을 Table 1과 같이 생각할 수 있다. 이 때, 모든 높이에서의 속력이 0이 아닌 모든 시간에 대해서 Fig. 3과 같이 공기의 속력의 제곱 값을 나타낼 수 있다.

이때, 물체가 정확히 압력 배에 위치한 경우(C) 역시 물체가 압력 마디에 정확히 위치했을 경우(A)처럼 작용하는 음향 방사힘이 0이지만, 위치가 약간 위쪽으로 움직일 경우 위쪽으로, 아래쪽으로 움직일 경우 아래쪽으로 힘을 받기에 불완전 평형 상태에 있는 위치라고 할 수 있고 이 위치에는 물체가 부양할 수 없게 된다.

위의 설명을 통해 평균 음향 방사힘의 위치에 따른 방향이 Fig. 1에서 밝혀진 바와 같음을 확인할 수 있다. 이때, 정상파가 생성되었을 때의 진동자와 반사판 사이의 거리를  $H$ , 파수(wavenumber)를  $k$ , 진동자와 물체 사이의 거리 또는 진동자에 대한 물체가 부양하는 높이를  $h$ 라고 하자. 진동자와 반사판 사이에 정상파가 형성되었으므로  $H$ 와 정상파의 파장  $\lambda$  사이에는 정수  $n$ 에 대하여  $H = n\lambda/2$ 가 성립하여야 한다. 곧, 정상파 조건에서  $k = n\pi/H$ 가 되어 상수로 주어짐을 알 수 있다. 즉,  $v_{air}$ 은  $\sin kh$ 에 비례하고, 음향방사힘이  $v_{air}$ 의 제곱에 비례한다고 설명하였으므로, 이 힘은  $\sin^2 kh = 1 - \cos 2kh$ 에 비례하고 진폭의 개형이 Fig. 1과 같이 나타남 역시 알 수 있다. 위와 같은 개념적인 설명을 통해 Fig. 1을 설명하였으며, 질량이 있는 물체의 경우, 평균적인 음향 방사힘이 위쪽으로 작용하는 압력마디 1과 압력배 사이, 즉 압력마디보다 살짝 아래에 위치한다는 점 역시 확인할 수 있다.

본 설명에서  $v^2$ 의 시간에 따른 진폭 값은 계속해서 변한다. 비록 음향 방사힘의 방향은 일정하지만, 일부 시간에서는 음향 방사힘의 크기가 물체를 부양시킬 만큼 충분하지 않은 경우가 생긴다. 이로 인해 물체가 미세하게 진동하고, 초음파 음파를 사용한 경우에는 음파의 한 주기가 매우 짧으므로 이러한 효과를 무시하고 평균 음향 방사힘 만큼의 힘이 일정하게 작용하는 것으로 근사할 수 있다. 하지만, 낮은 주파수의 음파를 사용하게 되면 이러한 물체의 진동

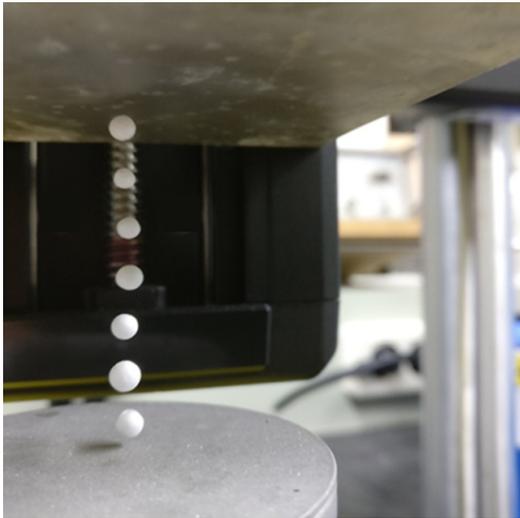


Fig. 4. Phenomenon observed which shows the vertical line-up of the levitating objects even though the planar wave was generated by planar transducer.

을 관찰할 수 있을 것이다. 이러한 예측은 Boulosa와 Orduña-Bustamante<sup>[10]</sup>에 의해 100 Hz 미만의 낮은 주파수의 음파를 이용해 음파 공중부양을 구현했을 때 수 cm의 진동이 발생함이 확인되었기에 실험적으로 뒷받침된다.

더불어 이러한 설명 방식을 도입하면 Fig. 4에서 제시되는 것과 같이 진동자의 가운데 부분에 수직하게 일렬로 물체가 정렬되어 공중부양하는 이유도 설명할 수 있다. BLT 진동자의 특성상 진동자의 가운데 부분에서 진동하는 진폭이 더 크고, 이로 인해 가운데 부분에서의 공기의 속력이 테두리 부분에서의 속력보다 더 크게 된다. 이는 BLT 진동자에서 음장이 탐촉자의 중심축에 집중되기에 진동하는 진폭이 더 크기 때문으로 설명할 수 있다. 그 결과로 앞서 설명한 원리에 의해 부양하는 물체가 가운데로 모인다.

### III. 음파 공중부양에 대한 실험

본 절에서는 II절에서 소개된 음파 공중부양에 대하여 개념적 설명으로 유도되는 현상적 특징들과 이에 대한 실험적 검증에 대하여 다룬다. 첫 번째 실험을 통해 음파 공중부양에서 물체들이 실제로 압력마디에 위치함을 보였고, 두 번째 실험을 통해 음파 공중부양이 이루어질 때에 진동자와 반사판 사이의 거

리를 이용해서 정상파가 생성되는 조건임을 보였다.

Fig. 4에서 보이다시피, 5 mm 두께의 금속판을 반사판으로 사용해 미세 높이조절 가능한 기구에 부착하고, 초음파 진동자로는 25.9 kHz의 BLT 진동자를 이용했으며 실험실 온도는 288 K였다.

첫 번째로 여러 물체들을 부양할 때의 물체들간 간격에 대하여 Fig. 4의 현상에 대한 사진 분석을 통해 실험을 진행했다. 개념 설명을 통해 왜 물체가 압력마디 부근에 부양하여야 하는지에 대해 밝히었으므로 Fig. 1에서와 같이 가장 낮은 위치의 물체는 1/4 파장보다 약간 낮은 위치에 위치하고, 부양하는 물체 간의 간격은 반파장이 됨을 이론적으로 예측할

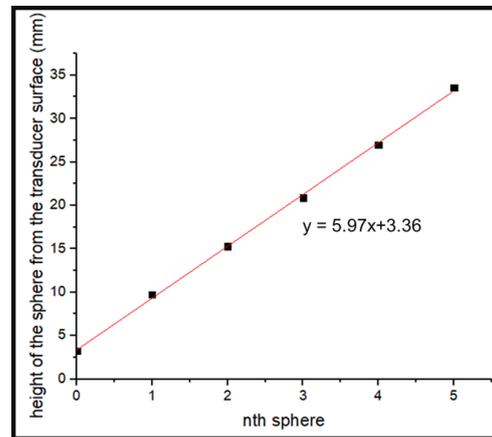


Fig. 5. Height of the sphere from the transducer surface vs sphere's order (0th sphere means the lowest position).

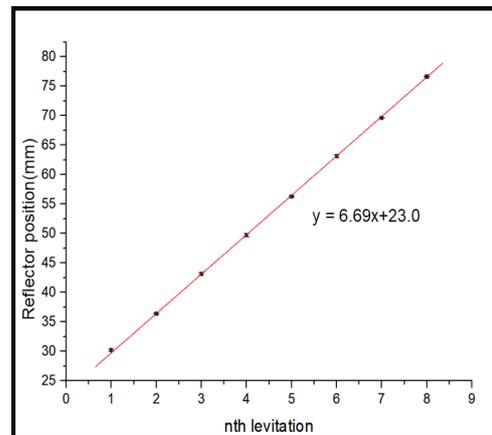


Fig. 6. Result of experiment in changing the height of reflector and check the height where the object gets levitated. The zero height point is not on the surface of the transducer in this graph.

수 있다.

파장의 세 배 만큼 (38 mm) 반사판과 진동자를 분리시킨 뒤, 부양하는 물체의 높이를 진동자 표면을 기준으로 측정해 Fig. 5의 결과를 얻을 수 있었다.

이론적으로 물체 간의 간격은 반파장이어야 하고, 그래프의 기울기를 통해 구하게 된 실험적 반파장과 약 9%의 오차를 보였다. 또한 가장 아래에 위치한 물체와 진동자의 표면 사이의 거리는 약 1/4 파장이어야 하고, 그래프의  $y$  절편을 통해 구하게 된 실험적 반파장과 약 2%의 오차를 보였다. 그러나 이론적으로 거리가 1/4 파장보다 작아야 하므로, 실제 오차는 2%보다 큼을 알 수 있다.

또한 두 번째 실험인 정상파의 생성조건 여부에 대한 실험을 진행했다. 반사판의 높이를 미세 조정할 경우, 진동자의 표면 위에 놓인 물체가 표면보다 1/4 파장만큼 높은 위치로 떠오르는 순간에서의 반사판의 위치들 간의 차이가 이론적으로 반파장의 정수배가 되어야 한다.

3번의 실험을 통해 평균값을 구하는 과정을 거쳐 Fig. 6의 그래프를 얻었고 이를 이용하여 반파장을 구하면, 음파의 주파수와 실험실 온도를 통해 구한 이론적인 반파장인 6.56 mm와 약 2%의 오차를 보임을 알 수 있다.

더불어, 물체가 떠 있는 상황에서 진동자의 표면과 반사판 사이의 거리를 측정할 결과, 38.0 mm로 이론적으로 정상파가 생기는 조건인 거리 39.4 mm와 약 3%의 오차를 보임을 확인할 수 있다.

#### IV. 결 론

정상파 음파 공중부양의 원리에 대해서 정상파에서의 위치에 따른 공기 분자의 속력과 베르누이 원리를 기초로 한 자세한 개념적 설명을 통해 기존<sup>1,2</sup>에 제시된 개념도의 음향 방사힘 개형이 나타나는 원인을 설명할 수 있는 결과를 얻을 수 있었다. 또한 부양하는 물체들이 수직하 축을 따라 정렬되는 현상 역시 설명할 수 있었다. 이를 통해 얻을 수 있는 이론적인 결과인 부양하는 물체들 사이의 간격과 물체가 부양할 때 정상파가 생성되는 조건이 이루어짐을 BLT 진동자를 이용해서 실험적으로 검증할 수 있었다.

#### 감사의 글

본 연구는 정부(복원기금)의 재원으로 한국과학창의재단 2018년도 국제청소년물리토너먼트사업의 지원을 받았습니다. 또한 과학기술정보통신부와 한국창의재단의 일부 지원을 받아 KAIST 부설 한국과학영재학교의 프로그램 일환으로 수행되었습니다. 인천대학교 최수봉 교수님과 경북대학교 변지수, 단국대학교 조현국 교수님께 감사의 뜻을 전합니다. 그리고 한국과학영재학교 이종림, 김창하 선생님께 감사의 뜻을 전합니다.

#### References

1. S. Zhao, *Investigation of non-contact bearing systems based on ultrasonic levitation*, (Ph.D. thesis, University of Paderborn: Germany, 2010).
2. V. Vandaele, P. Lambert, and A. Delchambre, "Non-contact handling in microassembly: Acoustical levitation," *Precision Engineering*, **29**, 491-505 (2005).
3. W. T. Coakley, J. J. Hawkes, M. A. Sobanski, C. M. Cousins, and J. Spengler, "Analytical scale ultrasonic standing wave manipulation of cells and microparticles," *Ultrasonics*, **38**, 638-641 (2000).
4. G. Whitworth, M. A. Grundy, and W. T. Coakley, "Transport and harvesting of suspended particles using modulated ultrasound", *Ultrasonics*, **29**, 439-444 (1991).
5. L. P. Gor'kov, "On the forces acting on a small particle in an acoustic field in an ideal field," *Soc. Phys. Dokl.*, **6**, 773-775 (1962).
6. L. V. King, "On the acoustic radiation pressure on spheres", *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **147**, 212-240 (1934).
7. P. Collas, M. Barmatz, and C. Shipley, "Acoustic levitation in the presence of gravity," *J. Acoust. Soc. Am.* **86**, 777-787 (1989).
8. S. Zhao and J. Wallascheck, "A standing wave acoustic levitation system for large planar objects," *Arch. Appl. Mech.*, **81**, 123-139 (2011).
9. E. H. Brandt, "Suspended by sound," *Nature*, **413**, 474-475 (2001).
10. R. R. Boullosa and F. Orduña-Bustamante, "Acoustic Levitation at Very Low Frequencies," *Acta Acust. united Ac.*, **96**, 376-382 (2010).

## 저자 약력

### ▶ 박 민 철 (Mincheol Park)



2017년 3월 ~ 현재: KAIST 부설 한국과학  
영재학교, 고등학생

### ▶ 박 두 재 (Doojae Park)



2000년: 서울대학교 물리학과 학사  
2002년: 서울대학교 물리학과 석사  
2008년: 서울대학교 물리학과 박사  
2008년 ~ 2010년: 아주대학교 에너지시스  
템학부 박사후연구원  
2010년 ~ 2012년: 독일 Oldenburg 대학교  
나노광학과 박사후연구원  
2013년 ~ 2015년: 성균관대학교 나노복합  
구조연구센터 연구교수  
2015년 ~ 현재: 한림대학교 나노융합스  
쿨 응용광학 및 물리학부 조교수

### ▶ 김 영 환 (Young H. Kim)



1979년 2월: 서울대학교 물리교육학과 학  
사  
1981년 2월: KAIST 물리학과 석사  
1990년 2월: KAIST 물리학과 박사  
1981년 3월 ~ 1996년 1월: 한국표준과학  
연구원 책임연구원  
1996년 1월 ~ 2000년 4월: 대한검사기술  
(주) 부설연구소장  
2000년 5월 ~ 2005년 2월: 성균관대학교  
기계공학부 연구교수  
2005년 3월 ~ 2018년 8월 KAIST 부설 한국  
과학영재학교 물리지구과학부 교사