

## 뉴턴 반복을 이용한 AD-MUSIC 알고리즘 성능향상

# Performance Improvement of AD-MUSIC Algorithm Using Newton Iteration

백 지 웅 · 김 종 만\* · 이 준 호

Ji Woong Paik · Jong-Mann Kim\* · Joon-Ho Lee

### 요 약

기존에 제안된 AD-MUSIC 알고리즘을 이용하여 2차원 탐색 없이 1차원 탐색을 반복함으로써 DOD/DOA 추정이 가능하다. 본 논문에서는 계산량을 더욱 감소하기 위해 1차원 탐색에 Newton 기반 기법을 적용한다. 본 논문은 바이스태틱 MIMO 레이더 시스템의 수신신호 모델링과 AD-MUSIC의 유도과정을 보이고, 뉴턴 반복 기법을 AD-MUSIC에 적용한다. 추정 시, 기존의 AD-MUSIC 알고리즘의 성능과 계산량이 탐색 간격에 영향을 받는 것에 반해, AD-MUSIC의 성능과 뉴턴 기법을 적용하는 본 논문의 방법인 경우, 탐색 간격에 관계없이 우수한 성능을 보이고, 계산량 또한 감소하는 효과를 보인다는 것을 시뮬레이션을 통해 보인다.

### Abstract

In AD-MUSIC algorithm, DOD/DOA can be estimated without computationally expensive two-dimensional search. In this paper, to further reduce the computational complexity, the Newton type method has been applied to one-dimensional search. In this paper, we summarize the formulation of the AD-MUSIC algorithm, and present how to apply Newton-type iteration to AD-MUSIC algorithm for improvement of the accuracy of the DOD/DOA estimates. Numerical results are presented to show that the proposed scheme is efficient in the viewpoints of computational burden and estimation accuracy.

Key words: Bistatic MIMO Radar System, AD-MUSIC, Newton Iteration Method, DOA, DOD

## I. 서 론

기존의 모노스태틱 레이더로 탐지가 어려운 저 RCS (low Radar Cross Section) 특성을 갖춘 stealth 항공기가 등장함에 따라 이러한 표적물을 탐지하기 위해 바이스태틱 MIMO 레이더 시스템이 널리 이용되고 있다<sup>[1]~[6]</sup>. 해당 시스템에서 타깃의 DOD(Direction of Departure)/DOA(Direction of Arrival) 추정은 목표물의 위치를 추정하는데 중

요한 요소이다<sup>[7]</sup>. 방위각만 고려할 때, 기존의 모노스태틱 레이더 시스템의 경우, 송수신기가 하나로 이루어져 있어 DOA만 추정하게 된다. 이는 ML(Maximum Likelihood) 알고리즘을 제외한 어느 도래각 추정 알고리즘을 사용해도 1차원 탐색만 하기에 계산량이 적다. ML 알고리즘인 경우는 타깃 개수에 따라 차원이 증가한다.

바이스태틱 레이더 시스템인 경우, DOD와 DOA를 동시에 추정해야 하는 문제가 발생한다. ML을 제외한 알고

「본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 국방 피탐지 감소기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었습니다.」

세종대학교 정보통신공학과(Information and Communication Engineering, Sejong University)

\*국방과학연구소(Agency for Defense Development)

· Manuscript received August, 30, 2017 ; Revised October, 20, 2017 ; Accepted November, 6, 2017. (ID No. 20170830-089)

· Corresponding Author: Joon-Ho Lee (e-mail: joonhlee@sejong.ac.kr)

리즘 중에서 방위각을 추정할 경우, 2차원 탐색을 기본으로 하게 되며, 정확한 추정을 위해 탐색 범위와 탐색 간격을 촘촘하게 설정한다면 계산량이 매우 많이 증가할 것이다. 본 논문은 해당 문제를 해결하고, 더욱 좋은 성능을 위해 DOD/DOA를 따로 추정 가능한 바이스테틱 DOD/DOA 추정 알고리즘인 AD-MUSIC<sup>[8]</sup>에 뉴턴 반복 기법<sup>[9]</sup>을 적용한다. 뉴턴 반복 기법을 바이스테틱 알고리즘에 적용하는 것으로, DOD/DOA 추정이 탐색 간격에 구애받지 않고 정확한 추정치를 구해내며, 계산량 감소 효과를 보인다.

## II. Bistatic MIMO Radar Signal Model

수신단 안테나 배열과 송신단 안테나 배열은 ULA(Uniform Linear Array)이다. 수신단 안테나 배열은  $M$ 개의 안테나 소자로 이루어져 있다. 수신단 안테나 배s열은  $N$ 개의 안테나 소자를 지니고 있다. 송신단 안테나 배열의 안테나 간 간격은  $d_t$  이고, 수신단 안테나 배열의 안테나 간 간격은  $d_r$  이다. 타깃의 개수는 총  $P$ 개이다. 타깃이  $(\theta_t, \theta_r)$ 에 존재한다고 가정하면,  $\theta_t$ 는 송신기에 대한 각도이고,  $\theta_r$ 은 수신기에 대한 각도이다.  $p$ 번째 타깃이  $(\theta_{tp}, \theta_{rp})$ 에 존재할 때, 수신기의  $n$ 번째 안테나의 어레이벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_n(\theta_{rp}) = \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) d_r \sin \theta_{rp}\right]. \quad (1)$$

송신기의  $m$ 번째 안테나의 어레이벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$b_m(\theta_{tp}) = \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (m-1) d_t \sin \theta_{tp}\right]. \quad (2)$$

식 (1)을 이용하여 수신 어레이 행렬  $\mathbf{A}_r$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} a_1(\theta_{r1}) & \cdots & a_1(\theta_{rp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N(\theta_{r1}) & \cdots & a_N(\theta_{rp}) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

식 (2)을 이용하여 수신 어레이 행렬  $\mathbf{A}_t$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} b_1(\theta_{t1}) & \cdots & b_1(\theta_{tp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_M(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

샘플 개수를  $L$ 로 정의한다. 만약  $P$ 개의 타깃이 있을 경우, 각 타깃의 RCS는  $\alpha_1 \cdots \alpha_p$ 로 표현이 가능하고, 이를 RCS 벡터  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \cdots \alpha_p]$ 로 정의한다. 수신신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \mathbf{A}_r \cdot \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \cdot \mathbf{A}_t^T \cdot \mathbf{S} + \mathbf{N} \\ &= \begin{bmatrix} a_1(\theta_{r1}) & \cdots & a_1(\theta_{rp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N(\theta_{r1}) & \cdots & a_N(\theta_{rp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_M(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(1) & \cdots & s_1(L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_M(1) & \cdots & s_M(L) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(1) & \cdots & n_1(L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_M(1) & \cdots & n_M(L) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

행렬  $\mathbf{S}$ 는 송신기의 코드화된 펄스이다. 바이스테틱 MIMO 레이다 시스템에서는  $M$ 개의 송신단의 안테나들이 내보낸 모든 신호를 각 수신단 안테나들이 받게 된다. 각 송신기의 안테나 신호들을 정합 필터링을 이용하여 구분하기 위해 각 안테나별 펄스 벡터들을 서로 직교하게 설계한다. 여기서  $\mathbf{N}$ 은 잡음행렬이다. 신호 모델링에 있어 잡음은 평균이 0이고, 분산이  $\sigma^2$ 인 복소 가우시안 랜덤 변수이다.

정합 필터링을 통해 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{L} \mathbf{X} \cdot \mathbf{S}^H \quad (6)$$

## III. AD-MUSIC

기존의 바이스테틱 DOD/DOA 추정 알고리즘인 경우, DOD와 DOA를 동시에 추정하는 방법을 사용한다. 이에 반해 AD-MUSIC 알고리즘인 경우, 바이스테틱 신호를 가지고 DOD와 DOA를 추정하는데 있어서 공분산과 비유함수를 DOD와 DOA 별로 따로 구현함으로써 DOD와 DOA를 따로 정하는 방법이다.

식 (6)을 통해 DOA 추정을 위한 공분산 행렬  $\mathbf{R}_r$ 와 DOD 추정을 위한 공분산 행렬  $\mathbf{R}_t$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{R}_r = E[\mathbf{Y} \mathbf{Y}^H] \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_t = E[\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}^*] \quad (8)$$

고유값 분해를 통해 신호부 고유벡터와 잡음부 고유벡터를 각 공분산 행렬별로 구할 수 있다.

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{U}_{rs} \Lambda_{rs} \mathbf{U}_{rs}^H + \mathbf{U}_{rn} \Lambda_{rn} \mathbf{U}_{rn}^H \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{U}_{ts} \Lambda_{ts} \mathbf{U}_{ts}^H + \mathbf{U}_{tn} \Lambda_{tn} \mathbf{U}_{tn}^H \quad (10)$$

A-MUSIC의 비용함수는 다음과 같이 정의 가능하다.

$$P_{A-MUSIC} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta_r) \mathbf{U}_{rn} \mathbf{U}_{rn}^H \mathbf{a}(\theta_r)} \quad (11)$$

D-MUSIC의 비용함수는 다음과 같이 정의 가능하다.

$$P_{D-MUSIC} = \frac{1}{\mathbf{b}^H(\theta_t) \mathbf{U}_{tn} \mathbf{U}_{tn}^H \mathbf{b}(\theta_t)} \quad (12)$$

AD-MUSIC인 경우 DOD와 DOA를 따로 추정하기 때문에, 만약 2개 이상의 타깃이 존재한다면 추정된 DOD와 DOA간에 짝을 맞추는 과정이 요구된다. 공간적 필터링 행렬을 통해 해당 과정을 수행할 수 있다.

DOA는 A-MUSIC을 통해 추정할 수 있다. 추정된 DOA를  $\theta_{rp} (p = 1, 2, \dots, P)$ 와 같이 정의한다면, 공간적 필터링 행렬  $\mathbf{F}_p^r$ 은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{F}_p^r = \mathbf{N} \mathbf{I}_N - \mathbf{a}(\theta_{rp}) \mathbf{a}^H(\theta_{rp}) \quad (13)$$

$\mathbf{F}_p^r$ 는  $\hat{\theta}_{rp}$ 로부터의 신호를 아래와 같이 null시킨다.

$$\mathbf{F}_p^r \mathbf{a}(\theta_{rp}) = 0, \quad p = 1, \dots, P \quad (14)$$

수신신호는 어레이벡터들의 선형조합으로 표현이 가능하다. 따라서, 공간적 필터를 사용함으로써 주어진 타깃들의 DOA와 패어링이 되는 DOD를 추정하기 위해 각 타깃별로 수신신호를 다음과 같이 만들 수 있다.

$$\mathbf{Y}_p = \prod_{m=1, m \neq p}^P \mathbf{F}_m^r \mathbf{Y} \quad (15)$$

위의 식을 통해 얻은  $\mathbf{Y}_p$ 를 이용하여 DOD 추정을 위

한 공분산 행렬  $\mathbf{R}_{tp}$ 를 구할 수 있고, D-MUSIC을 통해  $p$ 번째 DOD를 구할 수 있다.

#### IV. Improve DOD/DOA Estimation by Using Newton Iteration Method

바이스태틱 DOD/DOA 추정을 향상시키기 위해 뉴턴 반복 기법을 사용하였고, 해당 기법을 통해 AD-MUSIC 알고리즘의 비용함수를 최적화하였다.

AD-MUSIC의 비용함수를 수식화하여 표현하면 다음과 같다.

$$P_{A-MUSIC} = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N (\mathbf{U}_{rn} \mathbf{U}_{rn}^H)_{k,l} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d_r(l-k) \sin \theta_r} \quad (16)$$

$$P_{D-MUSIC} = \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^M (\mathbf{U}_{tn} \mathbf{U}_{tn}^H)_{k,l} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d_t(l-k) \sin \theta_t} \quad (17)$$

DOD와 DOA 추정을 위한 뉴턴 기법은  $i = 0, 1, \dots$ , 그리고  $p = 1, \dots, P$ 일 때 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{\theta}_{rp}^{(i+1)} = \hat{\theta}_{rp}^{(i)} - \frac{\frac{\partial P_{A-MUSIC}(\theta_r)}{\partial \theta_r} \Big|_{\theta_r = \hat{\theta}_{rp}^{(i)}}}{\frac{\partial}{\partial \theta_r} \left( \frac{\partial P_{A-MUSIC}(\theta_r)}{\partial \theta_r} \right) \Big|_{\theta_r = \hat{\theta}_{rp}^{(i)}}} \quad (18)$$

$$\hat{\theta}_{tp}^{(i+1)} = \hat{\theta}_{tp}^{(i)} - \frac{\frac{\partial P_{D-MUSIC}(\theta_t)}{\partial \theta_t} \Big|_{\theta_t = \hat{\theta}_{tp}^{(i)}}}{\frac{\partial}{\partial \theta_t} \left( \frac{\partial P_{D-MUSIC}(\theta_t)}{\partial \theta_t} \right) \Big|_{\theta_t = \hat{\theta}_{tp}^{(i)}}} \quad (19)$$

#### V. Simulation Results

바이스태틱 시스템에 뉴턴 기법을 적용할 시의 성능향상 및 계산량 감소효과를 보이기 위해 다음과 같이 시뮬레이션 조건을 주었다. 먼저 기존의 AD-MUSIC만을 이용하여 DOD와 DOA를 추정하는 탐색간격인 경우, 보편적

표 1. 시뮬레이션 파라미터

Table 1. Simulation parameters.

Parameters	Values
# of receiver's antennas	6
# of transmitter's antennas	6
# of snapshots	$2^8$
# of targets	2
Wave length ( $\lambda$ )	0.03 m
Interelement space at the transmitter	$0.5 \times \lambda$
Interelement space at the receiver	$0.5 \times \lambda$
Search range of DOD/DOA (without NT)	$-90^\circ : 1^\circ : 90^\circ$
Search range of DOD/DOA (with NT)	$-90^\circ : 3^\circ : 90^\circ$
DOD/DOA of the target 1	DOD: $30.5^\circ$ DOA: $0.5^\circ$
DOD/DOA of the target 2	DOD: $50.5^\circ$ DOA: $30.5^\circ$

인 탐색간격인 1도로 설정했고, 탐색 범위는  $-90$ 도부터  $90$ 도로 설정했다. 뉴턴 반복 기법을 이용한 경우는 초기 추정치를 구할 시 기존의 AD-MUSIC을 이용하는데 탐색 범위는 동일하게 설정하고, 탐색각도인 경우는  $3$ 도를 설정하여 기존의 알고리즘만을 썼을 때보다 다소 부정확하지만 빠르게 초기추정치를 구할 수 있게 설정했다.

그림 1 및 그림 2인 경우, 각 타깃별 MSE를 구한 결과 그래프이다. 뉴턴 기법을 적용하지 않은 기존의 AD-MUSIC인 경우 SNR이 증가함에 따라 MSE가 정상적으로 감소하는 것을 볼 수 있지만, 해당 알고리즘은 추정성능은 시뮬레이션 시 주어지는 탐색 간격에 큰 영향을 받기에 SNR이 증가해도 주어진 간격과 실제 DOD/DOA의 오차를 극복하지 못하는 것을 그래프를 통해 확인 가능하다. 이에 반해 뉴턴기법을 적용한 경우, 초기추정치를  $3$ 도 간격으로 구했음에도 불구하고, 탐색간격에 구애받지 않고 SNR이 증가함에 따라 실제 타깃들의 DOD/DOA를 더욱 정확하게 추정한다는 것을 그래프를 통해 확인 가능하다.

그림 3인 경우, 탐색 간격을  $1$ 도로 설정하여 기존의 AD-MUSIC 알고리즘만 사용하는 경우,  $3$ 도로 설정하여 기존의 알고리즘만 사용하는 경우, 그리고  $3$ 도로 탐색간

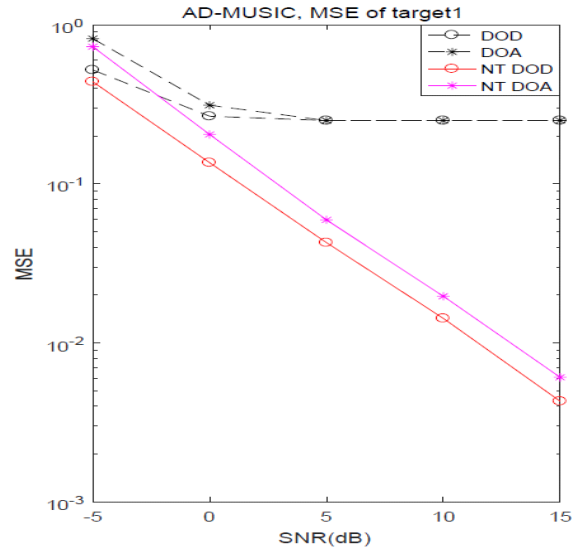


그림 1. SNR 변화에 따른 타깃 1의 MSE  
Fig. 1. MSE of target 1 with respect to SNR.

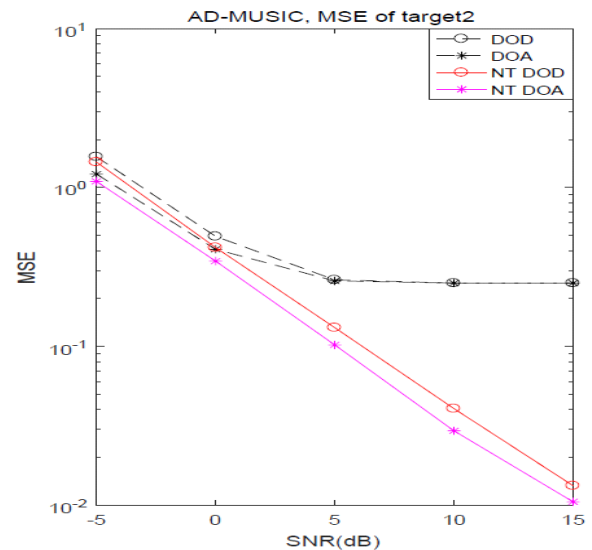


그림 2. SNR 변화에 따른 타깃 2의 MSE  
Fig. 2. MSE of target 2 with respect to SNR.

격을 설정하여 초기값을 구하고 뉴턴 기법을 사용한 경우의 구동시간을 보이는 그래프이다. 해당 그래프를 통해 본 논문에서 제시한 뉴턴 기법을 적용한 방법이 DOD/DOA 추정에 있어서 기존의 일반적인 DOD/DOA 추정 방법보다 계산량이 적음을 보인다.

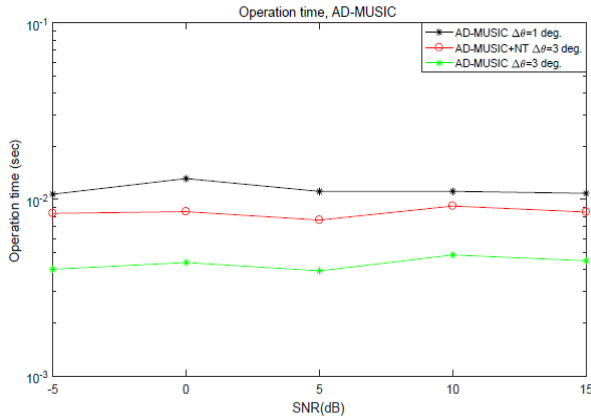


그림 3. 뉴턴 기법을 적용한 경우와 기존의 알고리즘만 사용했을 시의 operation time

Fig. 3. Operation times of conventional AD-MUSIC and AD-MUSIC adjusted Newton.

## VI. Conclusion

본 논문에서는 Bistatic MIMO 레이다 시스템에 있어서 AD-MUSIC의 DOD/DOA 추정 성능 향상 및 계산량 감소 효과를 위해 뉴턴 반복 기법을 비이스태틱 환경에 적용하여 구현하였다. 또한 SNR 변화에 따른 각 타깃별 MSE 그래프를 통해 뉴턴 기법을 적용했을 때, 기존의 알고리즘보다 타깃의 실제 DOD/DOA에 더 근접한 추정 DOD/DOA를 구하는 것을 확인할 수 있었다.

본 논문에서 제시한 방법인 경우, 탐색 간격에 구애받지 않고도 정확한 DOD/DOA를 추정 가능하므로 초기 추정치를 추정하는데 있어서 탐색간격을 기존의 추정 방식과 같이 촘촘히 설정해줄 필요가 없어, 보다 적은 계산량이 요구되고, 이를 시뮬레이션을 통해 보였다.

## References

[1] J. Li, P. Stoic, "MIMO radar-diversity means superiority", in *Proceedings of the 14th Adaptive Sensor Array Processing Workshop (ASAP'06)*, Lincoln Lab, Mass, USA, Dec. 2006.

[2] E. Fishler, A. Haimovich, R. S. Blum, L. J. Cimini, D. Chizhik, and R. A. Valenzuela, "Spatial diversity in radars models and detection performance", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 823-838, 2006.

[3] D. R. Fuhrmann, G. S. Antonio, "Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation", in *Proceedings of Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on, Signals, Systems and Computers*, pp. 295-299, Pacific Grove, CA, USA, 2004.

[4] I. Bekkerman, J. Tabrikian, "Target detection and localization using MIMO radars and sonars", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 10, pp. 3873-3883, Sep. 2006.

[5] L. Xu, J. Li, and P. Stoica, "Adaptive techniques for mimo radar", in *Proceedings of Fourth IEEE Workshop on, Sensor Array and Multichannel Processing(SAM 2006)*, pp. 258-262, Waltham, MA, USA, Jul. 2006.

[6] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, D. Chizhik, L. Cimini, and R. Valenzuela, "MIMO radar: an idea whose time has come", in *Proceedings of the IEEE 2004 Radar Conference*, pp. 71-78, Philadelphia, USA, Apr. 2004.

[7] K.-I. Lee, W. Kang, H.-G. Yang, W. Chung, J. M. Kim, and Y.-S. Chung, "DOD/DOA estimation for bistatic MIMO radar using 2-D matrix pencil method", *JKIEES*, vol. 25, no. 7, pp. 782-790, 2014.

[8] F. Liu, J. Wang, "AD-MUSIC for jointly DOA and DOD estimation in bistatic MIMO radar system", in *Proceedings of 2010 International Conference on, Computer Design and Applications(ICCD)*, vol. 4, pp. v4-455-v4-458, Qinhuangdao, China, Jun. 2010.

[9] J.-H. Lee, Y. S. Jeong, S.-W. Cho, W. Y. Yeo, and K. Pister, "Application of the Newton method to improve the accuracy of TOA estimation with the beam forming algorithm and the MUSIC algorithm", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 475-515, Jul. 2011.

백 지 응



2015년 8월: 세종대학교 정보통신공학과 (공학사)  
2017년 8월: 세종대학교 정보통신공학과 (공학석사)  
2017년 8월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 (공학박사)  
[주 관심분야] 배열신호처리, 레이더신호처리, 압축센싱

처리, 압축센싱

이 준 호



1994년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학사)  
1996년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)  
1999년 8월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학박사)  
1999년 7월~2004년 2월: 한국전자통신연구원

구원

2004년 3월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 교수  
[주 관심분야] 배열신호처리, 레이더신호처리

김 중 만



2002년 2월: 경북대학교 전자전기공학부 (공학사)  
2004년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)  
2005년 2월~현재: 국방과학연구소 연구원  
[주 관심분야] 레이더 시스템 및 탐지/추적