

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 45(10), 825-835(2017)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2017.45.10.825

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## Co-rotational Plane Beam-Dynamic Tip Load를 이용한 Drone Single Arm의 최적 설계

박선후\*, 이상구\*, 신상준\*\*

### Optimum Design of the Drone Single Arm Using Co-rotational Plane Beam-Dynamic Tip Load

SunHoo Park\*, SangGu Lee\* and SangJoon Shin\*\*

Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University,  
Seoul 151-742, Republic of Korea\* ,\*\*

#### ABSTRACT

This paper aims to build a drone platform based on an optimum design of its single arm. Its single arm is assumed as a cantilevered beam with a tip mass. Based on the numerical optimization theory, validation and optimization of a new design is conducted by comparing the results with the similar ones obtained by ANSYS. Finally, this design is reflected in the control simulation, and the requirement of an optimum structural design considering the resonance situation is satisfied.

#### 초 록

본 논문에서는 단일 보의 최적 설계를 활용하여 드론 플랫폼을 구축하였다. 단일 보를 끝 단 질량을 가진 외팔보로 가정하였다. 수치 최적화 이론에 기초하여, ANSYS가 얻은 유사한 결과와 비교함으로써 새로운 설계의 검증 및 최적화를 수행 하였다. 마지막으로, 이 설계는 제어 시뮬레이션에 반영되며 공진 상황을 고려한 최적의 구조 설계 요구 사항을 만족함을 보였다.

**Key Words** : Co-rotational Method(CR 기법), Drone Single Arm Design(드론 외팔보 설계), Optimization(최적화), Control simulation(제어 시뮬레이션), Resonance situation(공진상황)

#### Nomenclature

$C_1, C_2, C_3, C_4$	= Coefficients of the beam deflection depending on B.C.'s	$B_{mod}, A_{mod}$	= Mode shape coefficients
$W_{mod}$	= Mode shape coefficients	$\omega_{mod}$	= Mode frequency
		$L$	= Length of the beam
		$K$	= Stiffness of the beam
		$m_{eq}$	= Equivalent mass

† Received : June 22, 2017    Revised : August 30, 2017    Accepted : September 11, 2017

\*\* Corresponding author, E-mail : ssjoon@snu.ac.kr

$E$	= Young's modulus	$y_p$	= Particular solution of the governing equation
$m_{mot}$	= Rotor mass	$C(\omega_{ex})$	= Amplitude of $y_p$
$I$	= Polar moment of inertia	$F_0$	= External force
$m_{beam}$	= Beam mass	$\zeta$	= Damping coefficient
$\beta_n L$	= Coefficient of the natural Frequencies	$Q$	= Quality factor
$f_k$	= Inertial force vector	$\omega_{dev}$	= Delivery natural frequency
$M_g$	= Mass matrix	$\omega_{rotor}$	= Rotor natural frequency
$C_k$	= Damping matrix	$R_1, R_2$	= Half power point
$K_k$	= Stiffness matrix	$X/\delta_{st}$	= Amplitude ratio
$c$	= Structural damping	$I_{xx}$	= Mass moment of inertia
$\rho$	= Density	$\theta''_o$	= Rotor arm angular acceleration
$A$	= Area of the cross section	$F_1, F_3$	= Thrust of the rotor
$F_{rotor}$	= Force acting on the rotor	$a_{mot}, b_{mot}$	= Gain, pole of the motor
$f_{rotor}$	= Frequencies of the rotor	$\theta_{def}$	= Angle by the rotor arm deflection at the tip
$\hat{r}$	= Displacement vector in Cartesian coordinate	$F_T$	= Follower force by the rotor arm deflection
$\hat{i}, \hat{j}$	= Unit vectors		
$\hat{v}$	= Velocity vector		
$m_{de}$	= Payload or weapon mass		
$\theta_{de}$	= Tilted angle from the drone center of gravity		
$l_{de}$	= Distance between the drone and delivery location		
$K_{kin}$	= Kinetic energy		
$P$	= Potential energy		
$L_{Lagran}$	= Lagrangian function		
$g$	= Gravity acceleration		
$d_{outer}$	= Beam outer diameter		
$d_{inner}$	= Beam inner diameter		
$T_{mass}$	= Total mass of the rotor arm		
$v_1, \dots, v_8$	= Upper and lower bounds		
$r_i$	= Discrepancy between the curve fit and the results by the CR beam		
$y_i$	= Deflection predicted from the CR beam		
$f(x_i)$	= Curve fitting equation		
$a_1$	= Coefficient of the curve fitting		
$\omega_n$	= Natural frequencies of the CR-beam		
$\omega_{ex}$	= Excitation forcing frequencies		
$\delta, \eta$	= Phase delay		
$A_1$	= Amplitude of the response		

## 1. 서 론

과거, 군사용으로 개발되어왔던 드론이 최근 다양한 분야로의 활용 가능성으로 인해 산업 및 민간용 시장으로 빠르게 확산되고 있다. 그 활용 분야로는 기상관리와 인명구조 및 영상 촬영 등이 있다. 특히 최근 Amazon에서 택배 드론을 통하여서 배송의 새로운 지평을 열고 있다. 현재, 국외에서는 미국이나 유럽과 같은 기술 강국들과 신흥강자로 부상하고 있으며 상용 드론 시장의 70%를 점유하고 있는 중국이 드론 시장을 주도하고 있고, 국내에서도 각종 기술개발 및 정책 추진 등을 통해서 드론 시장에서 뛰어 들고 있다 [1]. 국외의 경우에는 소프트웨어, 하드웨어를 전문적으로 설계하여 해석하는 기술을 보유하고 있으나 국내에서는 보유 중인 소프트웨어 기술도 적으며, 하드웨어를 자체적으로 설계하는 사례도 적다[2].

따라서 본 연구는 국내의 자체적인 하드웨어 설계를 위한 드론 비행체 중에서 특히 로터 암 (rotor-arm)에 대한 설계를 다음 2가지를 주안점으로 두고 진행하였다. 첫째는 로터 암 끝단에 부착된 로터에서 발생하는 가진이다. 둘째는 택배 드론과 무장 드론의 중심에 무거운 중량의 유상하중을 지니고 기동 중에 자세 변환 혹은 유상하중이 액체일 경우 발생하는 가진이다. 이 2가

지 가진을 토대로 최적 설계 기법을 적용하여서 공진회피 설계와 최적 형상 설계에 대한 자동화 방향에 대해 제시하였다.

또한 Corotational-Beam (CR-보) 해석 기법을 활용하여 드론의 자세 제어 방법 중에 1축 제어 (roll-control)을 통해 공진에 대한 실제 반영률에 대해 제시하였다.

## II. 본 론

이 장에서는 끝단에 모터가 부착된 로터 암에 대한 모델링과 끝단에 가해지는 외부 가진에 대한 모델링 하고자 한다. 다음으로 최적화 이론에 대해서 소개하며, 로터 암의 목적함수와, 제한 함수, 구간 조건들을 주어서 최적화를 진행하였다. 그리고 CR-보로부터 도출한 끝단의 축 방향의 변위를 비선형 최소 자승법을 이용해서 곡선 적합(curve fitting) 기법을 적용하였다. 곡선 적합을 이용하여 식으로 도출하고 정상 상태에서 끝단 변위를 예측하였다. 그리하여 이 결과를 이용하여 설계자가 가지고 있는 설계 기준에 미치지 못할 때 그 결과를 반영하는 최적화 방법에 대해서 제시하였다. 또한 드론의 자세 제어의 방법 중 하나인 1축 제어에 대한 것과 CR-보 반영 모델에 대해서 제시하였다.

### 2.1 이론적 배경

#### 2.1.1 로터 암의 모델링

로터 암[7]을 외팔보로 가정을 하고 Euler-Bernoulli 보로 모델링을 진행하였다 [4][6]. 1차원 보 요소를 변위 4차 미분 방정식과 시간 2차 미분의 연립 방정식으로 유도할 수 있다.

$$\frac{d^4 W(x)}{(dx^4)} - \beta^4 W(x) = 0, \frac{d^2 T(t)}{(dt^2)} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (1)$$

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (2)$$

$$w(x, t) = W(x) T(t) = \sum_{(n=1)}^{\infty} W_{\text{mod}}(x) * (A_{\text{mod}} \cos(\omega_{\text{mod}} t) + B_{\text{mod}} \sin(\omega_{\text{mod}} t)) \quad (3)$$

식(1)~(3)을 도출한 후  $x$ 를 외팔보 끝단의 길이 ( $L$ )을 대입하게 되면 끝단에서의 운동방정식을 무게가 없는 강성  $K$ 와 끝단에만 있는 질량  $m_{eq}$ 로 가정해서 식 (4), (5)를 유도하였다.

$$m_{eq} * x'' + K * x = 0 \quad (4)$$

$$\omega_{eq} = \sqrt{\frac{K}{m_{eq}}}, K = \frac{3EI}{L^3}, \omega_{eq} = (\beta_n L)^2 * \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad (5)$$

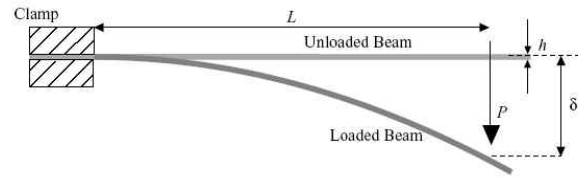


Fig. 1. Present beam model[17]

$$m_{eq} = \frac{3}{(\beta_n L)^4} * m_{beam} + m_{mot} \quad (6)$$

$$m_{beam} = \rho AL \quad (7)$$

$\beta_n L = \text{coefficients of the natural frequencies}$

식 (7) 은 식 (2)와 그에 해당하는 보 모델이 가진 경계조건을 통해서 방정식을 정리하여 얻을 수 있다. 또한 문헌 [4]을 통해 1차 모드 고유 진동수부터 4차 모드의 고유 진동수에 해당하는 계수가 주어져 있으므로 그 계수를 이용하였다. 고유 진동수를 구하는 이론은 Euler-Bernoulli 보를 사용하였다. 이 때 2.1.3에 기술 되어있는 CR-보 이론은 식 (8), (9)로 쓸 수 있다.

$$M_g \ddot{x} + C_g \dot{x} + K_g x = 0 \quad (8)$$

$$M_g = \frac{\partial f_k}{\partial \ddot{x}}, C_g = \frac{\partial f_k}{\partial \dot{x}}, K_g = \frac{\partial f_k}{\partial x} \quad (9)$$

식 (9)에서 구해지는 계수들 값은 CR-보의 초기 회전각으로 생기는 비선형을 포함하고 있다. 이 때 로터 암 시스템의 경우에는 변형이 적고 초기 회전각이 작은 것을 토대로 식 (8)을 선형으로 가정하여서 로터 암의 모델을 식 (10)으로 유도하였다.

$$m_{eq} \ddot{x} + c \dot{x} + Kx = 0 \quad (10)$$

식 (10)을 이용하여서 2.2.3의 최적 형상 설계를 진행하였다.

#### 2.1.2 외부 가진 모델링

암 끝에 부착되어 있는 로터의 가진으로 인해서 발생하는 진동은 실제 실험을 하지 않으면 예측하는 것이 어렵지만 그 양상은 대체적으로 로터에 부착된 블레이드가 회전하는 RPM에 의해서 발생하는 가진 주파수를 가진다. 로터마다, 드론의 기체에 따라 기동에 쓰이는 RPM은 다르지만 조사한 모터들의 최저 RPM 구간과 최고 RPM 구간을 Table 1에 나타내었다. 이 때 로터의 경우 태배 드론에 쓰일 수 있는 추력을 지닌 경우로 설정했다. 정확한 하중을 추정할 수 없어서, 모터 무게만큼 가진 하는 상황을 최악조건으로 가정하여 식 (11)을 도출하였다.

Table 1. Specifications of T-MOTOR [15,16]

	Prop size[in]	Throttle	Thrust [G]	RPM
T-motor U-11	30*10.5 CF	50%	3065	1890
		55%	3685	2073
		60%	4314	2247
		65%	5258	2469
		75%	6875	2820
		85%	8567	3113
T-motor U-10	29*9.5 CF	50%	3130	2000
		65%	4800	2500
		75%	6020	2800
		85%	7360	3070
		100%	9850	3350

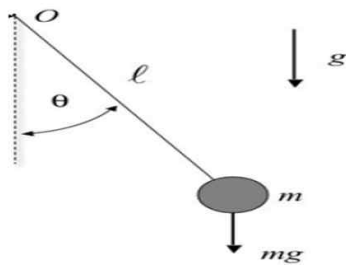


Fig. 2. Modeling of heavy mass

$$\begin{aligned}
 F_{rotor} &= 5\sin(2\pi f_{rotor} t) \\
 f_{rotor} &= (rpm \text{ range})/60 \\
 1890 &\leq rpm \text{ range} \leq 3350
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

또한 유상하중이 부가된 비행체의 경우 Fig. 2로 가정하여 식 (12)~(18)를 도출하였다.

$$\hat{r} = l_{de} \sin(\theta_{de}) \hat{i} - l_{de} \cos(\theta_{de}) \hat{j}
 \tag{12}$$

$$\hat{v} = l_{de} (\theta'_{de}) \cos(\theta_{de}) \hat{i} - l_{de} (\theta'_{de}) \sin(\theta_{de}) \hat{j}
 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 K_{kin} &= \frac{1}{2} m_{de} \hat{v} \hat{v} = \frac{1}{2} m l_{de}^2 (\theta'_{de})^2 \\
 P &= -m g l_{de} \cos(\theta_{de}) \\
 L_{Lagran} &= K_{kin} - P
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

$$Lagrangian: \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{Lagran}}{\partial \theta'_{de}} \right) - \frac{\partial L_{Lagran}}{\partial \theta_{de}} = 0
 \tag{15}$$

$$m_{de} l_{de}^2 \theta''_{de} + m_{de} g l_{de} \sin(\theta) = 0$$

$$\theta_{de} \ddot{+} \frac{g}{l_{de}} \sin(\theta_{de}) = 0
 \tag{16}$$

$$\sin(\theta_{de}) \cong \theta_{de}, \theta''_{de} + \frac{g}{l_{de}} \theta_{de} = 0
 \tag{17}$$

$$F_{de} = m_{de} g \sin(\theta_{de}) \sin(2\pi \sqrt{\frac{g}{l_{de}}} t)
 \tag{18}$$

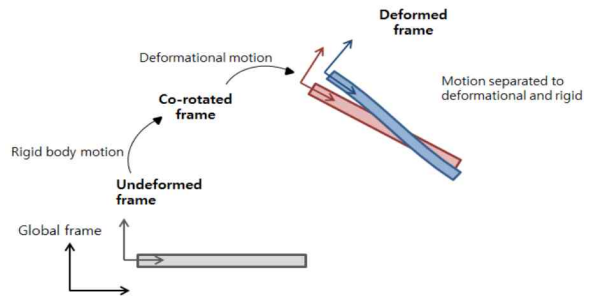


Fig. 3. Co-rotational beam[9]

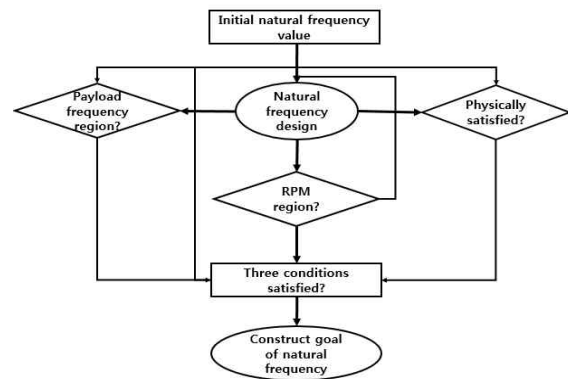


Fig. 4. Design optimization flowchart

2.1.3 CR-보 해석 기법

CR-보는 기하학적 비선형 구조해석 기법이다 [3]. 구조물의 기하학적 형상을 강제 운동, 변형 운동의 독립적인 관계로 해석을 하고, 다양한 조합 가진에 대한 응답해석을 진행할 수 있다. Fig. 3과 같이 정의된 요소의 운동에너지와 관성력에 의한 가상일의 관계의 수학 전개 과정은 문헌[3]에 나타나있다. 2.1.1에서 소개하였던 선형적 가정을 이용하여 결과 해석을 진행하였다.

2.2 최적화 이론

2.2.1 최적화 문제 설정

최적화 설계는 2가지 단계로 진행하였다. 첫 번째는 외부 가진을 회피하면서 물리적인 범위를 벗어나지 않으면서 최대 고유 진동수 값을 도출하는 공진회피 설계이며 두 번째는 끝 단 변위의 최소를 목적으로 하는 최적 형상 설계이다 [10][11].

2.2.2 공진 회피 설계

식 (5)를 활용하여서 Fig. 4의 그림을 충족 시키는 최적화를 진행하였다. 이번 논문에서 진행한 최적화를 수학적으로 정의하면 식 (19)~(23)로 표현할 수 있다. 이 때 최적화는 단면형상은 원

형 튜브로 가정하고 진행하였다. 식 (19)의 기호는 원형 튜브의 밖의 지름을  $d_{outer}$ 로 표현했고  $d_{inner}$ 의 경우에는 안쪽 지름이다.  $L$ 은 로터 암의 길이로  $m_{mot}$ 의 경우에는 끝단 질량을 나타낸다.

식 (20)은 식 (5), (6)에서 구해지는 고유 진동수를 이론적으로 나타낸 식으로 표현하였다. 그리고 식 (21), (22)의 경우에는 원형 튜브의 두께의 제한과 총 질량의 제한 조건이다. 식 (23)의 경우에는 각 물성치의 상한, 하한조건을 표현하였다.

최대화 수행 :  $f(X)$

$$X = (d_{outer}, d_{inner}, L, m_{mot}) \quad (19)$$

$$f(X) = \sqrt{\frac{3E}{L^3} \frac{\frac{\pi}{64}(d_{outer}^4 - d_{inner}^4)}{\frac{\rho\pi}{4}(d_{outer}^2 - d_{inner}^2)L + m_{mot}}} \quad (20)$$

구속조건

$$d_o - d_i \leq thickness(mm) \quad (21)$$

$$\frac{\rho\pi}{4}(d_{outer}^2 - d_{inner}^2)L + m_{mot} - T_{mass}(kg) \leq 0 \quad (22)$$

상한, 하한 조건

$$v_1 \leq d_{outer} \leq v_2, v_3 \leq d_{inner} \leq v_4, \quad (23)$$

$$v_5 \leq L \leq v_6, v_7 \leq m_{mot} \leq v_8$$

각 수식에 있는 변수 중  $X$ 에 해당하지 않는 것들은 사용자가 입력으로 주는 값들이다.

고유진동수에 대한 최대화를 위해서 목적 함수를 식 (20)와 같이 설정하였다. 통상적인 공진 회피 설계에서 사용하는 적정 범위 안에 주파수를 위치 시켜서 회피하는 형태가 아닌 최대화에 초점을 맞춘 이유는 모터 발생되는 공진 주파수 보다 유상 하중에 의한 공진이 더욱 기체에 영향을 크게 미칠 요인으로 생각하여서 최대화에 초점을 두고 최적화를 진행하였다. 식 (20)을 설정한 방법은 식 (5), (6)을 이용하였다. 강성  $K$ 는 식(5)에 있는 항을 통해서 분할하였다. 또한 등가 질량  $m_{eq}$ 는 식 (6)을 이용하면 분할하였다. 이 과정을 거치면 식 (20)를 도출하였다. 튜브 형태의 로터 암에 대한 두께 조건과, 로터 암 총 질량의 제한의 구속 조건을 주어서 실제 설계의 성격을 반영하였다.

공진 회피 설계에 있어서 가장 중요한 외부 가진에 대한 조건은 다음과 같이 정하였다.

RPM에 의한 가진과 유상하중에 의한 가진 주파수 범위 설정이 되면, 이를 토대로 로터 가진의 경우는 최저 혹은 최고 RPM과는 30% 이상 분리된 곳, 그리고 유상하중의 경우는 3~5배 정도

분리된 위치로 가정하는 조건을 부여하였다. 이 때  $N$ 개의 블레이드로 구성된 프로펠러를 사용할 경우에 진동수가 1/rev이 아닌  $N/rev$ 이 되는 주요 가진 역시 생기게 된다. 본 논문에서  $N/rev$ 을 고려 하지 않는 이유는  $N/rev$ 의 높은 주파수와 외팔보가 공진을 하게 되는 경우가 상대적으로 적을 것으로 예상되어 1/rev에 주요 가중치를 놓고서 진행하였다.

택배의 경우 최대한 멀리 분리된 위치로 고유진동수가 위치하도록 설계하는 이유는, 외부 가진으로 유입하는 주파수에 대한 영향에 대비하여 고유진동수가 높을수록 끝단의 변형률을 감소시킬 것으로 예상되기 때문이다. 이는 식 (28)를 통해 확인할 수 있다. RPM의 경우 설계하는 고유진동수보다 높기에 최대한 공진 영역을 피하는 지역에 설계하는 것이 유리할 것이다. 따라서 마진을 30%를 기준으로 설정하였다.

### 2.2.3 외부 가진 모델링

최적 형상 설계의 경우는 곡선 적합 방식 중에 최소자승법(least square method)[13]을 이용해서 CR-보 설계를 수행하였다. 곡선 적합 방식을 이용하게 되면, CR-보로부터 도출되는 결과를 통해서 수학적 모델을 유도 할 수 있다. 이 때 유도된 수학 모델의 식은 (10)을 통해서 구해졌고 해의 수식은 (25)를 통해서 확인하였다. 최소 자승법은 식 (24)을 최소화하는 식 (25)를 찾는 방법이다[12]. 이 때 식 (25)는 2계 미분 방정식의 비제차 해와 제차 해의 결합[5]으로 표현된다.

$$\sum_{(i=1)}^n r_i^2 = \sum_{(i=1)}^n (y_i - f(x_i))^2, minimize \sum_{(i=1)}^n r_i^2 \quad (24)$$

$$f(x_i) = A_1 e^{-a_i \omega_i x_i} (\cos(\omega_n x_i - \delta)) + B \cos(\omega_{ex} x_i - \eta) \quad (25)$$

이를 이용하여서, 정상 상태일 때의 끝단의 변위를 비 제차 해의 크기로 예측하였다. 따라서 정상 상태일 때의 끝단의 변위는 식 (26), (27)으로 표현하였다.

$$y_p = C \cos(\omega_{ex} t - \eta) \quad (26)$$

$$C(\omega_{ex}) = \frac{F_0}{\sqrt{(m_{eff}^2(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 c^2)}} \quad (27)$$

식 (27)은 식 (26)을 구하는 과정을 통해서 구하였다. 외부 가진이 한 가지가 아니라 두 가지 요인이 유입함으로써 식 (27)은 식 (28)로 변경되었다.

$$C = \frac{F_{rotor}}{\sqrt{(m_{eff}^2(\omega_n^2 - \omega_{rotor}^2)^2 + \omega_{rotor}^2 c^2)}} + \dots$$

$$\frac{F_{dev}}{\sqrt{(m_{eff}^2(\omega_n^2 - \omega_{dev}^2)^2 + \omega_{dev}^2 c^2)}}, c = 2\zeta \omega_n m \quad (28)$$

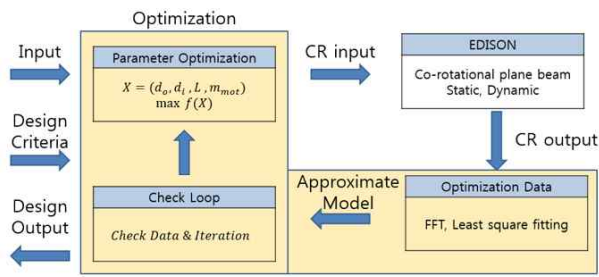


Fig. 5. Optimization procedure

식 (28)에서는  $c$ 라는 물성치가 있는데, 이는 구조적 감쇠를 나타낸다. 이 물성치는  $\zeta$ , 즉 감쇠 계수를 파악하지 못하여서 직접 구할 수는 없었다. 그러나 식 (25)에  $a_1$ 은  $\zeta$ 로 볼 수 있기에 CR-보 해석 결과를 곡선 적합 방식을 이용한다면  $c$ 에 대한 물성치를 구할 수 있고, 그러면  $C$ 에 대해 예측이 가능하였다. 이 때  $\zeta$ 가 매우 작으면  $c$ 역시 0으로 볼 수 있기에 식 (28)은 식 (29)으로 간략화가 가능하였다.

$$C = \frac{F_{rotor}}{\sqrt{(m_{eff}^2(\omega_n^2 - \omega_{rotor}^2)^2)} + \frac{F_{dev}}{\sqrt{(m_{eff}^2(\omega_n^2 - \omega_{dev}^2)^2)}} \quad (29)$$

따라서 공진 회피 설계를 거쳐서 얻은 CR-보 해석 결과를 곡선 적합을 통해서 식 (29)의 도출이 가능해지고, 이 식 (29)을 설계 기준보다 작게 만드는 최적 형상 설계 과정을 진행하였다.

최적 형상 설계의 방법은 다음과 같다. 2.2.2장에서 공진 회피 설계 조건을 정할 때 고유 진동수를 RPM의 70%로 선정하였다. 그 이유는 설계 전에 로터 암의 특성을 미리 알지 못하기 때문에 여유 마진을 더 허용한 것이었다. 하지만 실제 모델링을 통해서 로터 암의 응답을 예측할 수 있게 되면서 2.2.2에서 주었던 설계조건보다 고유진동수의 경계 범위를 증가시킬 수 있었다. 이 때 적용할 수식은 다음과 같다[4].

$$\left(\frac{X}{\delta_{st}}\right)_{\max} \cong \left(\frac{X}{\delta_{st}}\right)_{w=w_n} = \frac{1}{2\zeta} = Q \quad (30)$$

quality Factor라고 불리는  $Q$ 를 통해서 half power points를 정하였다. 이 때 half power points 사이는 공진의 위험성이 있는 지역이라고 볼 수 있다. 따라서 식 (30)을 이용해서 구하게 되면 식 (31)처럼 정리하였다.

$$R_1 - R_2 = 2\zeta\omega_n, (\text{Assume } : \zeta < 0.05) \quad (31)$$

이 이론은 식 (31)에 나온 것처럼 감쇠 계수가 작아야 한다는 가정이 함께 적용되었다. 만약 Table 7의 가정을 만족한다면, 공진 위험 지역에

대한 범위를 확인할 수 있을 것이고 그것을 통하여서 고유 진동수를 증가시키면서 끝단의 변위를 줄일 수 있는 최적 형상 설계를 진행하였다.

## 2.2.4 반복 설계의 추가

공진 회피 설계와, 최적 형상 설계를 자동적으로 하는 절차에 대한 방향성을 제시하였다. Fig. 5에 나와 있는 것처럼, 사용자가 설계하려는 로터 암의 공진 회피 설계 조건과 최적 형상 설계 조건을 설정하여, 최적화 절차는 먼저 공진 회피 설계를 식 (20)에 근거해서 진행하였다. 공진 회피 설계가 끝나면 EDISON CR-보에 필요한 입력 파일을 생성하고, 결과를 제공하였다. 해석이 완료되면 해당 결과를 제공받아 FFT를 거쳐서 진동수 해석을 수행하고, 곡선 적합 방식을 통해서 최적 형상 설계를 진행하였다. 이 때 끝단의 변위가 설계 기준에 미치지 못 할 때에는 반복적인 방법을 통하여서 최적 형상 설계에서 제시하였던 quality factor 방법을 이용하여서 임의의 단계만큼씩 고유 진동수를 증가시켜서 끝단의 변위 기준을 충족할 때까지 반복 설계 절차를 수행하여서 공진 회피 설계와 최적 형상 설계 모두를 만족시키는 결과 값을 도출하였다.

## 2.3 제어 이론의 적용

드론의 1축의 동역학적 방정식은 다음 식(32)처럼 표현할 수 있다.

$$I_{xx} \ddot{\theta}_o = L(F_1 - F_3) \quad (32)$$

$$I_{xx} = I_{cent} + m_{beam}L^2 + m_{mot}L^2 \quad (33)$$

$$I_{cent} = \frac{m_{beam}}{12}(3(R_2^2 + R_1^2) + L^2) \quad (34)$$

식 (32)는 roll 각도에 대한 동역학 방정식을 나타낸다.  $I_{xx}$ 의 경우에는 관성 모멘트이고,  $F_1, F_2$ 는 모터에서 발생하는 추력이다. 식 (33)의 등변의 우측 맨 끝 항은 모터를 집중질량(point mass)으로 가정하고 관성 모멘트를 계산하였다. 그리고 식 (34)는 원형 튜브의 중간 지점에서의 관성 모멘트이다. 구동기는 로터 암에 많이 사용되는 BLDC모터를 적용하여 모델링을 진행하였다. BLDC 모터에 대한 모델은 실제 실험 결과에 기초해 전달함수를 1차로 가정하고 진행하였다 [14]. 따라서 모터의 전달함수는 식 (35)와 같다.

$$\text{Trans function}_{motor}(s) = \frac{a_{mot}}{s + b_{mot}} \quad (35)$$

이 때 문헌 [14]을 통해서  $a, b$ 의 관계가 비슷한 것을 확인할 수 있었고, 이를 통해 더 좋은 성능

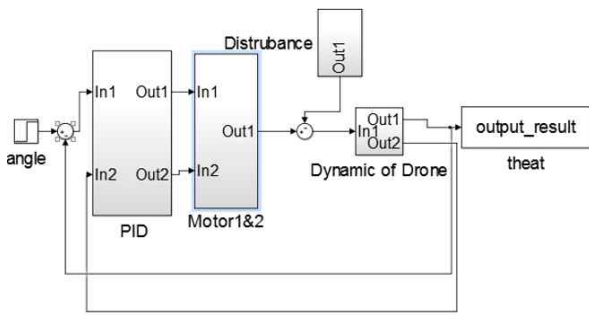


Fig. 6. Present control system

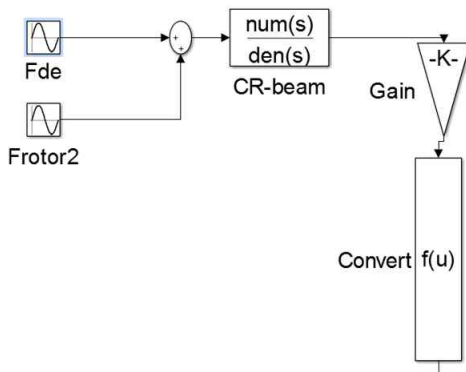


Fig. 7. CR-beam block

을 가진, 즉 4~5Hz의 주파수 대역을 지니고 있는 모터를 적용하는 것으로 가정하였다.

축에 대한 제어기의 flow loop는 Fig. 6에 나타나 있다. 이 때 모터의 추력 제어기와 1축에 대한 제어기는 [14]에 구성 있는 방식을 이용해 진행하였다. 축의 전달함수는 식 (36)으로 표현하였다.

$$\frac{\theta_0(s)}{s^2} = \frac{L}{I_{xx}}(F_1 - F_2) + L(F_{rotor} + F_{de}) \quad (36)$$

따라서 순수 적분기로 표현되는 식 (36)의 왼쪽 변의 분모 표현은 불안정한 시스템이다. 그 이유는 극점이 0에 있기 때문이다. 이런 시스템을 제어하기 위해서 모터 추력제어를 먼저 진행하였다. PI 제어기를 적용하여서 식 (35)을 분모가 2차로 구성된 전달함수로 변환하였다. 이 때 제어기를 통해 옮겨진 극점의 위치는 모터의 극점의 1.5배 정도로 설정하여서 진행하였다.

모터 추력제어를 완료한 후, 식 (36)을 제어하기 위하여 등호의 오른쪽에 있는 외란이 없는 식으로 구성하여서 제어기를 설계하였다. 개선된 PID 형태로 설계했으며 수식은 (37)과 같다.

$$Controller = (K_p + \frac{K_I}{s}) - K_d s \quad (37)$$

기본적인 PID와 달리 식 (37)의 형태의 제어기 모양으로 설계하게 되면 제어기와 드론 1축에 대한 식의 결합 형태가 분자 항에 영점이 기본적인 PID보다 적은 것을 확인할 수 있었다.

따라서 위와 같은 제어기 설계를 Fig. 6에 구현하였다. 또한 식 (36)의 모터와, 태배 유상하중으로부터의 가진에 대해서도 구현을 수행하였다. Fig. 7에서 외부 가진을 인가하고 전달함수로 모델링 된 CR-보는 결과 값으로 변위를 얻을 수 있다. 이 변위를 통하여 회전하는 축과의 거리와 높이를 통해 각도를 예측하는 식 (38)을 구현하였다. 식 (38)을 통하여 각도를 예측하고 그것이 모터 추력에 영향을 미치는 정도를 식 (39)에 나타내었다.

$$\theta_{de} = atan(x(t) * \frac{1}{L}) \quad (38)$$

$$F_T = F_1 * \cos(\theta_{def}) \quad (39)$$

식 (39)를 통해서 각도의 변화 정도에 따라서 추력이 변화하는 것을 유추하였다. 이것을 토대로 CR-보 해석이 반영된 축과, 반영되지 않은 축의 고유진동수에 대한 결과를 비교하였다.

### III. 해석/설계 결과

이 장에서는 공진 회피 설계, 최적 형상 설계, 그리고 자동화 방향에 대한 결과를 제시한다. 공진 회피 설계 이전에 CR 보를 활용한 해석에 대하여 NASTRAN을 활용해서 검증하였다. 또한 MATLAB 함수인 "fmincon"을 사용한 수치적 결과와 ANSYS의 최적화 결과 비교를 통해 신뢰성을 확보하였다.

CR-보 검증에 NASTRAN을 사용하였다. 최적화의 경우에는 ANSYS를 이용하였다. 그리고 MATALB에서 구해진 수치 방법에 대한 타당성을 검증하기 위하여서 ANSYS를 활용하였다. 이를 통해 본 논문에서는 수치적인 방법의 타당성을 확인하였다.

또한 직접 드론의 제어 형태 중 하나인 1축 제어에 CR-보 모델을 반영하여 공진 상황에 대한 해석의 유용성을 보이고자 하였다.

#### 3.1 이론적 배경

##### 3.1.1 CR-보 해석 결과의 검증

Figure 8에 해당하는 해석 대상물을 Table 2의 값을 이용해서 CR-보와 NASTRAN의 고유진동수를 예측한 결과를 Table 3에 나타내었다.



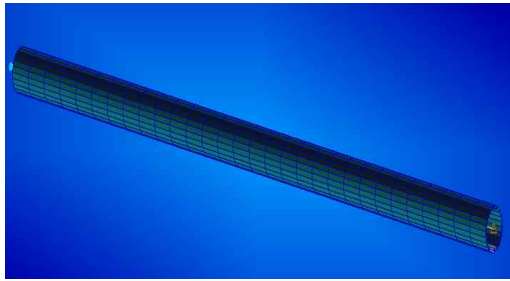


Fig. 8. Rotor arm (NASTRAN)

Table 2. Specifications of the rotor arm

	Numerical Values
Cross sectional area of the arm	$5.96 \times 10^{-5} (m^2)$
Length of the arm	$0.45 (m)$
Polar moment of inertia of the cross section	$2.701 \times 10^{-9} (m^4)$
Youngs Modulus	$68.4 \times 10^9 (Pa)$
Density	$1500 (kg/m^3)$
Excitational loads	$30 \cdot \sin(2\pi \cdot 10 \cdot t) (N)$
Tip mass	$0.15 (kg)$

Table 3. Natural frequencies results

		Natural Frequency(Hz)		
		0.02(Diameter)(m)		
Length(m)		Reference[8]	NASTRAN	CR-Beam
0.45	Theory	31.063	31.0576	31.0576
	Analysis	31.008	30.6	30.67
	Experiment	30~31	N/A	N/A

Table 4. Design parameters

	Numerical Values
Delivery weight	$5 \sim 15 (kg)$
RPM range	$1890 \sim 8300$
Distance between the delivery weight and the center of gravity of the airframe	$50 \sim 100 (mm)$
Length of the arm	$800 \sim 1400 (mm)$
Total weight	$0.8 \text{ below} (kg)$
Tip mass	$0.53 \sim 1 (kg)$
$d_{outer} - d_{inner}$ Length	$1 \sim 4 (mm)$
Inner diameter	$45 (mm) \text{ below}$
Outer diameter	$49 (mm) \text{ below}$
Desired natural frequency	$20 (Hz)$

Table 5. Results of optimization

	$d_{outer}(m)$	$d_{inner}(m)$	$L(m)$	$M_{tip}(kg)$
Present	0.0461	0.00448	0.8067	0.5615

Table 3에서 NASTRAN으로 구한 결과 해석 값과 CR-보로 구한 값의 차이가 0.002%이고, 참고 문헌[8]의 실험값과는 0.01%의 차이를 보였다. 따라서 CR-보 해석은 충분한 신뢰성을 보인 것으로 판단하였다.

### 3.1.2 최적화 검증

Table 4에 설계 조건에 대한 입력 변수들을 요약하였다. 현재 운용되고 있는 드론의 자세한 자료의 부재로 이전의 해석 결과를 기반으로 하고, 또한 Table 1과 같이 구동되는 로터를 기준으로 택배 중량, RPM 범위 등을 선정하였다.

그리고 다른 입력 변수들인 길이와 단면 형상들은 적절하게 그 가정 값을 선정하였다. 따라서 Table 4를 이용하여 공진 회피 설계를 진행하였다. 목적함수를 제외한 식 (21), (22), (23)은 아래와 같이 변경하였다.

$$d_{outer} - d_{inner} \leq 4 (mm) \tag{40}$$

$$\frac{\rho\pi}{4} (d_{outer}^2 - d_{inner}^2) L + m_{mot} - 0.8 (kg) \leq 0 \tag{41}$$

$$0 \leq d_{outer} \leq 49 (mm), 1 (mm) \leq d_{inner} \leq 45 (mm)$$

$$800 (mm) \leq L \leq 1400, 0.53 \leq m_{mot} \leq 1 \tag{42}$$

Table 4의 값을 이용하여서 공진 회피 설계를 진행하여 Table 5의 값을 도출하였다. ANSYS Optimization을 통해서 획득한 300개의 최적화의 결과 중 4개를 Table 6에 요약하였다. Table 6에는 4개의 최적화 결과를 요약하였다. 이 4개 지점들 외에 나머지 300개의 결과들과 Table 5의 값을 비교해서 그 차이를 Table 7에 요약하였다.

Table 7을 통해서 바깥 지름의 크기 외에는 오차가 매우 작으며, 바깥의 지름의 크기 역시 오차가 7% 미만임을 볼 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시하여 설계한 방법을 통해 구해진 값들의 신뢰성 및 정확성을 확보하였다고 판단하였다.

### 3.2 최적 형상 설계 결과

최적 형상 설계는 공진 회피 설계에서 구해진 Table 7의 결과를 토대로 진행했다. Table 8에 있는 물성치를 CR-보에 제공하여 해석을 진행하였고 그에 의하여 예측한 결과는 Fig. 9에 나타난 바와 같이 곡선 적합을 통해서 정상상태의 끝



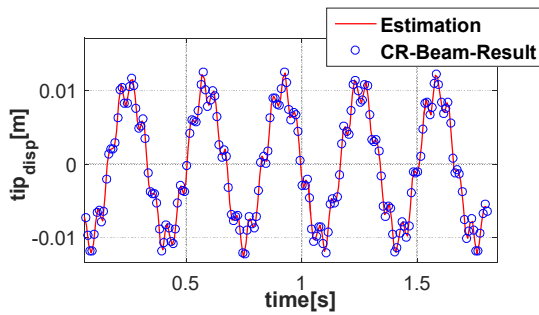


Fig. 9. Estimation of the tip displacement

Table 6. ANSYS optimization results

	$d_{outer(m)}$	$d_{inner(m)}$	$L(m)$	$M_{tip}(kg)$
Point 1	0.0450	0.0434	0.9016	0.5594
Point 2	0.0433	0.0412	0.9314	0.6012
Point 3	0.4226	0.0401	0.8178	0.60644
Point 4	0.4112	0.0390	0.8156	0.55652

Table 7. Discrepancies between the present and ANSYS optimization

	$d_{outer(m)}$	$d_{inner(m)}$	$L(m)$	$M_{tip}(kg)$
Present	0.0461	0.00448	0.8067	0.5615
ANSYS	0.04476	0.00434	0.00434	0.5573
Discrepancy	6.7%	3.2%	1.2%	0.8%

Table 8. Optimization of the arm

	Numerical Values
Area of the arm	$9.1921 \times 10^{(-5)}(m^2)$
Length of the arm	$0.8067(m)$
Cross sectional polar moment of inertia	$2.3746 \times 10^{-8}(m^4)$
Young's M	$68.4 \times 10^9(Pa)$
Density	$1500(kg/m^3)$
Excitational load by the rotor	$5\sin(2\pi \cdot 31 \cdot t)(N)$
Excitational load by the payload	$100\sin(2\pi \cdot 3 \cdot t)(N)$
Tip mass	$0.5615(kg)$

Table 9. Results of optimization

	$\zeta$	$C(\omega)$	Half point
Present	$1.11 \times 10^{-5}$	0.0105	0.004

단의 변위를 예측하였다. 파란색 곡선은 CR-보해석의 결과 값이다. 그리고 빨간색 곡선의 경우에는 곡선 적합 이론을 적용하여서 파란색 곡선의

수식을 이용하여 유도한 추정치이다. Table 9에 이 결과를 요약하였다.

Table 9에서  $\zeta$ ,  $C(\omega)$ 는 곡선 적합 방식을 이용해서 구하였으며, half Point에 대한 계산은 식 (31)을 이용하였다. 해당 가정을 만족함으로써 당초에 공진 회피 설계에서 설정하였던 RPM range에 대한 마진 비율을 줄여서 고유 주파수를 재설정함으로써 최적 형상 설계를 진행하였다.

### 3.3 반복 설계의 결과

최적 형상 설계의 결과로 공진 회피 설계 보다 더 증가한 고유진동수를 설계할 수 있게 되었다. 그러나 실제 비행체는 변수가 있을 수 있으므로, 반복적인 설계 변경을 통해서 최대한 고유진동수와 멀리 분리시키면서 끝 단 변위를 설계 기준보다 감소시키는 자동화 과정의 결과를 도출하였다.

Table 9에 나타난 것과 같이 정상 상태의 끝단 변위는 0.0105m이다. 하지만 설계 기준에서는 0.01m이하로 주어졌다. 따라서 고유진동수를 증가시키도록 반복 설계를 진행하였다. 적은 수의 반복을 위해서 고유진동수를 24Hz로 증가시켜서

Table 10. Automation results of arm

	Numerical Values
Area of the arm	$1.1815 \times 10^{-4}(m^2)$
Length of the arm	$0.8024(m)$
Cross sectional polar moment of inertia	$3.0805 \times 10^{-8}(m^4)$
Young's M	$68.4 \times 10^9(Pa)$
Density	$1500(kg/m^3)$
Excitational load by the rotor	$5\sin(2\pi \cdot 31 \cdot t)(N)$
Excitational load by the payload	$100\sin(2\pi \cdot 3 \cdot t)(N)$
Tip mass	$0.5379(kg)$

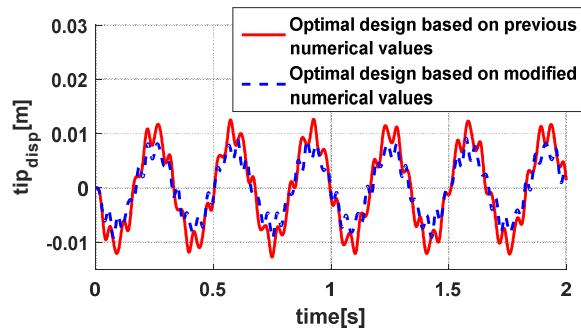


Fig. 10. Comparison of the tip displacement

Table 11. Discrepancies between the present and the past optimization results

	$\zeta$	$C(\omega)$	Half point
Optimal design based on the previous values	$1.11 \times 10^{-5}$	0.0105	0.004
Optimal design based on the modified values	$1.43 \times 10^{-5}$	0.00875	0.004
Discrepancy	0.224%	-0.167%	0%

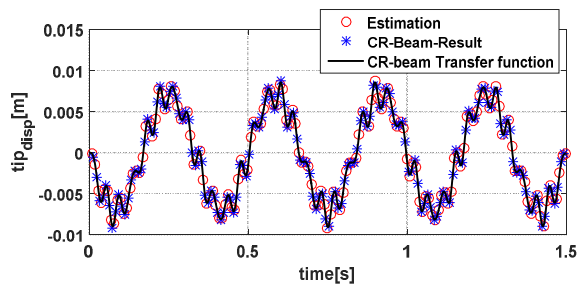


Fig. 11. CR Beam transfer function validation results

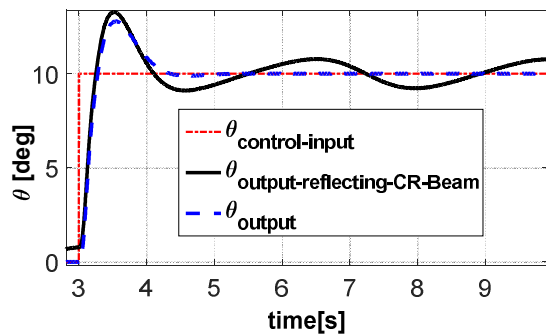


Fig. 12. Expected response of the rotor arm

다시 최적화를 진행하였다. 이를 통해 도출한 변화된 물성치의 수치를 Table 10에 요약하였다. Fig. 10에는 Table 8에 제시한 수치를 활용하여 설계한 결과를 실선으로 표시하였다. 그리고 변화된 수치인 Table 9의 결과를 적용하여 도출한 결과를 점선으로 표시하였다. 그렇게 하여 최적 설계에서 의도하였던 바와 같이 변화된 수치에 의한 로터 암의 끝단 변위가 감소하는 것을 확인할 수 있었다. 이 결과의 통계학적 차이를 Table 11에 요약하였다.

Table 11을 보면 끝단의 변위가 0.01m이하로

줄어든 결과를 얻었다. 그렇게 자동화가 종료되어 의도한 범위 내에서 반복적인 절차로 원하는 최적 설계를 수행할 수 있음을 확인하였다.

### 3.4 제어의 적용 및 시뮬레이션

Figure 11은 Fig. 7의 CR-보 모델을 전달함수로 구성한 해석결과와 추정 값과 CR-보 결과 값을 비교한 그림이다. CR-보 결과 값과 검은색 점선으로 그려져 있는 3번 째 곡선인 CR-보 해석 결과를 비교함을 통해 거의 일치함을 확인할 수 있었다. 이 결과는 곡선 적합으로 얻어진 식을 기반으로 전달 함수의 모양을 유추하였다. 이 때 쓰인 CR-보 해석 결과 값은 최적 형상 설계와 자동화 방향을 거쳐 재설계 하였던 Table 10을 기반으로 도출하였다.

Figure 12에서 실선은 CR-보해석이 반영된 로터 암의 응답 예측 결과이다. CR-보 해석결과가 반영되면, 축의 진동하는 거동이 예측되었다. 그에 비하여 굵은 점선은 그 진동의 안정적인 경향을 확인하였다. 이를 통해서 실제 드론 비행체의 제어를 진행하는 과정에서 고유진동수 근처의 가진 하에 놓이는 경우에 대한 해석을 수행할 수 있고, 또한 공진 현상을 피하기 위해서 고유진동수에 대한 비행체의 최적 구조 설계를 수립하게 되어 훨씬 더 효율적인 제어가 가능할 것으로 예상된다.

## IV. 결 론

본 연구에서는 CR-보를 이용한 로터 암에 대한 최적설계를 수행하였다. 또한 최적 설계를 통해 이루어진 CR-보 해석을 통해서 제어 설계에 반영을 하여서 외부 가진의 주파수가 고유진동수와 유사하게 되는 경우에 그 결과가 자세 제어에 미치는 영향에 대해서 고찰하였다. EDISON 프로그램이 인터넷을 통해서 자료를 입력하고 제공 받는 형태이기에 자동화가 수월하지 않았다. 하지만 CR-보 해석 프로그램과 연동이 된다면, 사용자가 원하는 물성치의 최초 범위의 입력만 하면 자동적인 루프의 계산 결과로 결과를 도출할 수 있을 것이다.

수치적인 최적화만을 반영하기에 실제로 구현하였을 때는 시뮬레이션에는 오차가 있을 수 있다. 하지만 ANSYS와 같은 상용 프로그램과는 큰 오차가 없는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 이런 방법론에 기반 하여 최적화된 알고리즘을 CR-보 해석 프로그램과의 연동을 구현한다면, 더 정밀한 최적화가 가능할 것이다. 또한 CR-보 모

델을 사용함으로써 대 변형이 일어나는 외팔보로 구성되는 드론을 해석하는 경우도 가능하다는 장점도 있다.

그리고 드론의 설계 및 운용에는 제어 분야의 연구가 많은 비중을 차지한다. 그렇지만 구조 분야의 해석의 중요성은 그리 강조되지 않는다. 그래서 구조 분야의 해석이 제어의 성능에 영향을 끼치는 것을 확인하기 위해서 CR-보 해석을 반영한 경우와 반영하지 않은 결과를 비교하였다.

이 결과를 통해서 공진의 문제가 자세제어 즉 제자리비행 성능에 영향을 미칠 수 있다는 결론을 도출했다. 따라서 외부 가진의 공진 발생을 회피할 수 있는 최적설계를 진행하고, 이를 토대로 구조 설계를 보완하면 더욱 안정적으로 자세를 유지하는 드론을 설계할 수 있을 것이다.

### 후 기

본 논문은 제 6회 EDISON 사업 SW활용 경진 대회 및 성과전시회 구조동역학 부문 수상작입니다. 본 연구는 한국연구재단이 주관하는 첨단 사이언스 교육 허브 개발 사업(EDISON: NRF-2014 M3C1A6038842)의 지원을 받아 수행한 연구결과입니다.

### References

- 1) Lee, A.U., Drone market and industry trend, KIST Fusion Research Policy Center, Weekly TIP, vol. 53, 2017, pp.1~13
- 2) Jeong, J.H., Development history of drone and future market prospect, KISA Report, Power Review, vol. 5, 2015, pp.3~10
- 3) Le, T.N., Battini, J.M., and Hjjaj, M., "Efficient Formulation for Dynamics of Corotational 2D Beams," *Computational Mechanics*, Vol. 48, No. 2, 2011, pp.153~161
- 4) Singiresu, S.R., *Mechanical Vibrations*, Edition, Pearson, pp. 721~739, 2011
- 5) Kreyszig, E.W., *Advanced Engineering Mathematics*, Edition, WILEY, 2011, pp.950~969
- 6) Hinnat, H., E., "Nonlinear Analysis of a Cantilever Beam," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 2, 1988, pp.1521~1527

- 7) Mizui, M., "Resonance Analysis of the UAV Rotor-arm part," *IOSR Journal of Engineering*, Vol. 2, No. 8, 2012, pp.28-32
- 8) Kim, M. S., Kim, J. N., Shiffraw, T.A., and Kang, B.S., "Vibration Characteristics Analysis of Quad-rotor Type Rotor-Arm," *Proceeding of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences Fall Conference*, November 2015, pp. 938-941
- 9) Kim, S., Kim, Y., and Park, C., "Study on Vibration Characteristics in Terms of Airfoil Cross-Sectional Shape by using Co-Rotational Plane Beam Transient Analysis," *Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 29 No. 5, 2016, pp.389~395
- 10) Behzad, A, Z., Furquan, A., and Lee, C, Y., "Structural Optimization of Cantilever Beam in Conjunction with Dynamic Analysis," *Korea Institute of GAS*, Vol. 15, No. 5, 2011, pp.31~36
- 11) Sasidhar, G., and Deepak K., "Weight and deflection optimization of Cantilever Beam using a modified Non-Dominated sorting Genetic Algorithm," *IOSR Journal of Engineering*, Vol. 4, No. 3, 2014, pp.19~23
- 12) Yang, X., "Curve fitting and fairing using conic splines," *Computer-Aided Design*, Vol. 36, No. 5 , 2004, pp.461~472
- 13) Walling, D. D., "Numerical methods for non-linear least squares curve fitting," Retrospective Theses and Dissertations, Paper 2949 , Iowa State University, 1963
- 14) Park, S., and Moon, G., "Simulation and Embedded System Research for Attitude Stabilization Performance of RC Quad-Copter", Bachelor's Thesis, Handong Global University , 2015
- 15) T-MOTOR company motor, [http://www.rctigermotor.com/html/2013/Power-Type\\_0928/93.html](http://www.rctigermotor.com/html/2013/Power-Type_0928/93.html)
- 16) T-MOTOR company motor, [http://www.rctigermotor.com/html/2014/Efficiency-Type\\_0314/198.html](http://www.rctigermotor.com/html/2014/Efficiency-Type_0314/198.html)
- 17) University of CAMBRIDGE TLP Library, <http://doitpoms.admin.cam.ac.uk/tlplib/thermal-expansion/expt1.php>