

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 45(8), 662-670(2017)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2017.45.8.662

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

달착륙 임무를 위한 최적화 기반 아폴로 유도 법칙 파라미터 선정

조병운*, 안재명**

Optimization-Based Determination of Apollo Guidance Law
Parameters for Korean Lunar Lander

Byeong-Un Jo* and Jaemyung Ahn**

Department of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology* ,**

ABSTRACT

This paper proposes an optimization-based procedure to determine the parameters of the Apollo guidance law for Korean lunar lander mission. A lunar landing mission is formulated as a trajectory optimization problem to minimize the fuel consumption and the reference trajectory for the lander is obtained by solving the problem in the pre-flight phase. Some parameters of the Apollo guidance, which are coefficients of the polynomial used to define the guidance command, are selected based on the reference trajectory obtained in the pre-flight phase. A case study for the landing guidance of Korean lunar lander mission using the proposed procedure is conducted to demonstrate its effectiveness.

초 록

본 논문에서는 한국형 달 착륙 임무를 위한 아폴로 유도 법칙의 파라미터 선정을 위한 최적화 기반의 절차를 제안하였다. 달 착륙 문제를 연료 소모량을 최소화하기 위한 궤적 최적화 문제로 공식화하였으며 비행 이전 단계에서 본 문제를 풀어 착륙선의 기준 궤적을 획득할 수 있다. 아폴로 유도의 파라미터들은 유도 명령을 정의하기 위해 사용되는 다항식의 계수들이며, 비행 이전 단계에서 구해진 기준 궤적을 기반으로 선정된다. 제안된 절차의 효과를 입증하기 위해, 본 절차를 사용한 한국형 달 착륙 임무의 착륙 유도 사례 연구를 수행하였다.

Key Words : Apollo Mission(아폴로 임무), Trajectory Optimization(궤적 최적화), Polynomial Guidance Law (다항식 유도 법칙), Targeting Program(타겟팅 프로그램)

1. 서 론

구소련의 Luna 9 임무에서 처음으로 달 착륙에 성공한 이래로, 달 착륙에 성공한 사례는 많지 않다. 특히 연착륙(Soft Landing)을 성공적으

로 수행한 국가는 소련과 미국, 중국뿐이다. 최초의 유인 달착륙선의 연착륙은 Apollo 11 임무를 통해 이루어 졌는데 당시 사용된 유도 법칙은 현재까지도 착륙 임무에 사용되고 있다[1,2].

아폴로 유도 법칙의 기본 형태인 다항식 유도

† Received : April 28, 2017 Revised : June 25, 2017 Accepted : July 28, 2017

** Corresponding author, E-mail : jaemyung.ahn@kaist.ac.kr

법칙은 Cherry가 제시하였으며, Klumpp가 이를 착륙선의 형태로 발전시켰다[3,4]. 또한 Klumpp는 실제 아폴로 임무에서 사용된 유도 알고리즘과 이를 적용하기 위한 타게팅 프로그램을 제시하였다[5]. 최근에는 개선된 아폴로 유도 법칙에 대한 연구들이 진행되었다. Barbee et al.과 Azimov는 실시간 Targeting을 하는 유도 법칙을 제안하였고, 중국의 Chang'e 3 임무에서는 수정된 아폴로 법칙이 적용되었다[2,6,7].

아폴로 임무에서 사용된 가속도 명령은 시간에 대한 2차 다항식의 형태로 가정되고, 각 계수들은 이점경계조건 문제로부터 구해진다. 하지만 이러한 다항식 형태의 가속도 명령은 해석적으로 구해진 해가 아니기 때문에 목적함수의 최소화를 보장하지 않고, Time-to-Go에 대한 제약조건이 존재하지 않는다. 아폴로 임무에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 비행 이전의 계산을 통해 z축 성분의 1차항 계수를 구하였다. 비행 이전의 계산은, 다양한 시뮬레이션을 통한 기준 궤적 생성과 유도 법칙 적용을 위한 타게팅 프로그램으로 구성된다. 타게팅 프로그램에서는 각 착륙 단계 별 초기 값과 목표 지점의 값, 그리고 z축의 가속도 계수들을 구하고 이 값들을 On-Board 컴퓨터에 저장하여 사용한다. 이러한 방법을 통해 아폴로 임무에서는 다항식 형태의 가속도 명령의 문제점을 어느 정도 해결하였으나 타게팅 프로그램에 어떠한 최적기법도 적용이 되지 않아 구해진 값들의 최적성이 보장되지 않고 그 과정이 불분명하다.

본 논문에서는 아폴로 유도 알고리즘에 대하여 소개를 하고, 앞서 언급한 아폴로 미션의 기준 궤적 설계와 타게팅 프로그램을 통합하여, 아폴로 유도 법칙 적용을 위한 기준 궤적을 최적화하는 과정을 제시하였다. 또한 제시된 설계 과정을 달착륙선에 적용한 사례 연구 결과가 상용틀인 GPOPS의 최적 결과와 연료 소모량 측면에서 큰 차이가 없음을 보였다.

II. 아폴로 유도 알고리즘

2.1 착륙 과정

달착륙선의 정확도 높은 연착륙을 위해서는 주차궤도를 이용해야하며 아폴로 임무에서 사용된 고도는 100km이다. 주차궤도에서 적절한 착륙 시점이 되면 호만 천이(Hohmann Transfer)를 통해 고도 15km의 근지점으로 이동하여 착륙 지점까지의 동력하강단계에 진입한다[8]. 동력하강단계는 임무 목표에 따라 3개의 구간으로 구성된

다. 첫 번째 구간인 제동단계(Braking Phase)에서는 연료를 최소로 소모하여 착륙선의 속도를 충분히 감속하는 구간이다. 두 번째 구간인 접근단계(Approach Phase)는 착륙지점의 적합성을 판단하는 구간으로, 조종사 및 각종 센서들의 착륙 지점에 대한 시야각을 고려하여야 한다. 착륙선은 반자동으로 조종되며 착륙지점이 재선택될 수 있다. 또한 종말하강단계에 돌입하기 전에 착륙선의 자세를 지면과 수직하게 만들어야 한다. 마지막으로 종말하강단계는 지표면으로부터 약 30m 높이에서 시작된다. 이 단계는 착륙선의 자세를 지면과 수직하게 유지된 상태로 착륙 적합한 지표면에 연착륙을 하는 단계이다[5].

2.2 유도 법칙

2.2.1 가속도 명령

가속도 명령은 두 가지 방법으로 유도될 수 있다. 첫 번째 방법에서는 가속도 명령을 서로 선형 독립인 함수들과 각 함수들의 계수로 구성된 형태로 가정한다.

$$a_x(t) = c_1 p_1(t) + c_2 p_2(t) \quad (1)$$

목표 지점에서의 가속도를 안다면 자유도를 3개로 늘릴 수 있다.

$$a_x(t) = c_1 p_1(t) + c_2 p_2(t) + c_3 p_3(t) \quad (2)$$

여기서 $p(t)$ 는 서로 독립적인 시간에 대한 함수로 미리 지정되며 c 는 초기 및 목표 지점의 경계 조건을 만족하도록 정해지는 계수이다. 아폴로 임무에서는 착륙 과정에서 목표 지점에서 추력 및 자세 제어를 위해 목표 지점 가속도를 안다고 설정하였다. 따라서 식 (2)의 가속도 명령을 사용해야 하고, 각 $p(t)$ 의 값들은 $1, t_{go}, t_{go}^2$ 로 설정하였다[9]. 식 (2)를 현재의 위치, 속도 값, 목표 지점의 위치, 속도, 가속도 값을 통해 경계 조건 문제를 풀면 다음과 같다.

$$a_{tx} = c_1 \quad (3)$$

$$v_{tx} = v_{x0} + c_1 t_{go} + \frac{1}{2} c_2 t_{go}^2 + \frac{1}{3} c_3 t_{go}^3 \quad (4)$$

$$r_{tx} = r_{x0} + v_{x0} t_{go} + \frac{1}{2} c_1 t_{go}^2 + \frac{1}{3} c_2 t_{go}^3 + \frac{1}{4} c_3 t_{go}^4 \quad (5)$$

여기서 하첨자 t 는 목표지점에서의 값임을 의미한다. 식 (3)-(5)를 풀어 각 계수 값을 구할 수 있고, 그 값들을 식 (2)에 대입하여 현재 가속도 명령을 알 수 있다[9].

두 번째 방법은 기준 궤적의 위치, 속도, 가속

도를 시간에 대한 4차, 3차, 2차 다항식으로 가정하여 유도하는 방법이다.

$$r_{refx} = r_{tx} + v_{tx}T + a_{tx}T^2/2 + j_{tx}T^3/6 + s_{tx}T^4/24 \quad (6)$$

$$v_{refx} = v_{tx} + a_{tx}T + j_{tx}T^2/2 + s_{tx}T^3/6 \quad (7)$$

$$a_{refx} = a_{tx} + j_{tx}T + s_{tx}T^2/2 \quad (8)$$

여기서 j 와 s 는 각각 가속도를 한번 미분한 jerk, 두 번 미분한 snap이다. 또한 T 는 $-t_{go}$ 로 정의된다. 가속도 명령은 기준 가속도에 현재 상태와 기준 궤적 상태의 피드백을 통해 계산된다.

$$a_x(t) = a_{refx} - (v_x - v_{refx})K_{vx}/T - (r_x - r_{refx})K_{rx}/T^2 \quad (9)$$

r 과 v 는 각각 현재 위치와 속도이고 K_{vx} , K_{rx} 은 피드백 계수이다. 위 식에서 j_{tx} 와 s_{tx} 를 제거하기 위해 각 계수를 12와 -6으로 설정하면 최종적인 가속도 명령을 구할 수 있다.

$$a_x(t) = a_{tx} + \frac{6(v_{tx} + v_x)}{T} + \frac{12(r_{tx} - r_x)}{T^2} \quad (10)$$

위 식의 가속도 명령은 첫 번째 방법에서 구한 가속도 명령과 같다. 가속도 명령은 각 축에 대해 계산이 되며 착륙선의 추력에 의한 가속도와 중력에 의한 가속도의 합으로 표현된다. 즉 착륙선이 내야할 가속도는 다음과 같다.

$$a_{Fx}(t) = a_x(t) - g_x(t) \quad (11)$$

도출된 가속도 명령은 제동단계와 접근단계에서 모두 사용된다. 이때 각 단계에서의 목표 지점 값들은 다르게 설정이 되어야 한다[5].

2.2.2 Time-to-Go

식 (6) ~ (8)은 한 축에 대한 위치, 속도, 가속도이다. 이를 x , y , z 모든 축에 대해 나타내면 총 9개의 식이 존재하고, 이 때 미지수는 각 축에 대한 가속도, j_t , s_t 그리고 모든 축에 공통인 time-to-go로 총 10개의 미지수가 존재한다. 즉 알고 있는 식보다 미지수의 개수가 많은데, 아폴로 미션에서는 미지수 중 하나인 jerk의 z 축 성분을 비행 이전에 계산하여 사용한다. 식 (6) ~ (8)로부터 z 축 jerk에 대한 식이 계산되고, 이를 정리하면 다음과 같다.

$$j_{tz}T^3 + 6a_{tz}T^2 + (18v_{tz} + 6v_z)T + 24(r_{tz} - r_z) = 0 \quad (12)$$

Time-to-go의 음수 형태인 T 는 위 식의 근 중 하나가 되며 Newton-Rapson method를 이용하여 비행 중 실시간으로 계산된다.

2.3 타게팅 프로그램

타게팅 프로그램은 착륙 단계별 초기 상태변수와 목표 지점에서의 상태변수를 구하는 과정이다. 가속도 명령을 다항식으로 가정했기 때문에, Fig. 1에 나타난 최적 궤적과 아폴로 유도 법칙을 통해 생성되는 궤적과 차이가 발생한다. 이 차이를 가능한 줄일 수 있는 다항식 형태의 궤적을 생성하는 것이 타게팅 프로그램의 목표이다. 또한 모든 제약조건을 고려하여, 식 (10)의 가속도 명령을 실제로 인가하였을 때 원하는 착륙지점에 도착할 수 있도록 해주는 값들을 찾는다. 특히 추력의 물리적 제약조건으로 인해 기준 궤적이 다항식이 아닌 부분이 발생하게 된다. 가속도 명령은 각 상태의 다항식 가정으로부터 시작하지만 추력의 제약으로 가속도 명령의 비선형성이 생기게 되면, 모든 상태 변수들은 더 이상 다항식 형태가 될 수 없다.

가속도 명령의 분모에 존재하는 Time-to-Go로 인해, 그 값이 0에 근접할수록 가속도 명령이 지나치게 커지는 문제가 발생한다. 따라서 실제 목표 지점이 아닌 그보다 조금 더 먼 곳을 목표 지점으로 설정하여 T 가 0이 되기 전에 설정한 값이 되었을 때 실제 목표 지점에 도달하도록 한다. 이러한 이유로 인해 실제 목표 지점이 아닌 임의의 목표 지점의 상태변수를 구해야 한다.

타게팅 프로그램을 통해 최종적으로 구해지는 값들은 각 축별 초기 위치 및 속도, 임의의 목표 지점 위치, 속도 및 가속도 그리고 z 축의 jerk 값이다. 이 과정에서 필요한 유도 명령이 종료되는 시점의 고도 및 고도 변화율, 추력의 크기, 착륙선의 자세 등에 관한 정보는 이미 생성된 기준

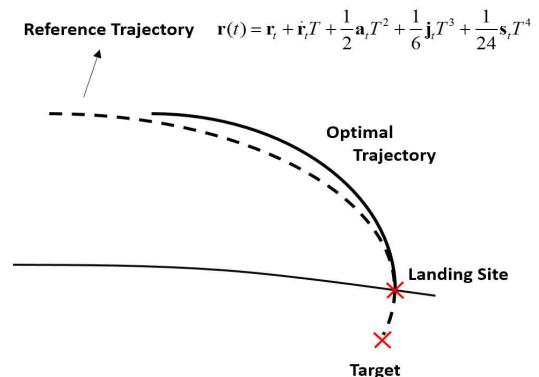


Fig. 1. Difference between Optimal Trajectory and Reference Trajectory

궤적의 값들을 사용한다.

아폴로 임무에서는 기존에 구한 기준 궤적의 값들을 사용하여 타게팅 프로그램을 수행하는데, 기준 궤적 생성에 대한 내용이 불분명하고 그 과정이 아폴로 임무에만 적용이 가능하도록 개발되어 다른 임무의 착륙선에는 적용하기 어렵다. 또한 각 과정에서 어떠한 최적 기법도 적용이 되지 않아 구해진 값들의 최적성이 보장되지 않는다 [5].

III. 아폴로 유도 법칙 적용을 위한 기준 궤적 최적화

아폴로 유도 법칙은 최적 제어 문제로부터 구해진 해가 아니기 때문에 현재 상태와 목표 지점 상태를 통해 계산된 가속도 명령은 최적의 해가 아니다. 이를 보완하기 위해서 아폴로 유도 법칙을 적용하기 위한 기준 궤적의 최적화가 필요하다. 즉 식 (2) 또는 식 (8)의 최적화된 계수를 구하는 과정이 필요하다. 이처럼 비행 이전에 계산된 값을 유도 명령에서 사용할 경우, 큰 외란이나 오차가 발생 시에 적응력이 떨어져 안정성이 떨어지거나 정확도가 떨어질 수 있다. 하지만 달의 경우, 예상치 못한 큰 외란 및 오차가 존재하지 않고 충분한 검토를 통해 안정적인 착륙지가 선정되기 때문에 이러한 문제가 발생할 확률은 높지 않다.

본 논문에서 제시된 기준 궤적 최적화의 목표는, 접근 단계 시작지점의 위치 및 속도, 목표 지점 가속도와 y축 jerk, 제동 단계 시작지점의 위치, 목표 지점 가속도 및 y축 jerk 값을 구하는 것이

다. 아폴로의 타게팅 프로그램과 유사하지만, 그와 다른 점은 다항식 형태의 가속도를 사용하는 모든 착륙선에 적용할 수 있도록 일반화를 하였다는 점과, 임의의 목표 지점 설정 없이 Time-to-Go가 2 초 이내가 되면 가속도의 계수 값을 더 이상 계산하지 않고 이전 값을 사용한다는 것이다. 시뮬레이션을 통해 확인한 결과 가속도 명령이 발산하는 Time-to-Go는 0.1초 이내이지만 안정성을 위하여 2초로 설정하였다[1]. 또한 타게팅 프로그램 이전에 기준 궤적을 생성하여 얻은 정보를 이용하는 것이 아니라 두 과정을 통합하여 최적화함으로써 최적의 결과를 도출한 것이다.

Figure 2에 유도 알고리즘의 블록 다이어그램을 나타내었다. 유도 알고리즘은 현재 착륙선의 추력의 크기와 자세를 결정해 주며 Plant에는 유도 알고리즘에서 계산된 추력과 자세를 추종하기 위한 제어가 포함된다. 아폴로 임무에서는 비행 이전 계산이 기준 궤적 생성과 타게팅 프로그램으로 구성이 되었는데 본 논문에서는 기준 궤적 최적화로 바뀌었고, 그 과정의 결과물은 각 단계별 초기 위치 및 속도와 목표 지점 가속도, 목표 지점 y축 jerk이다.

3.1 좌표계 및 운동 방정식

본 논문에서 기준 궤적을 생성하기 위해 사용된 좌표계는 총 3개로, 플랫폼 좌표계와 유도 좌표계 그리고 기체 고정 좌표계가 사용되었다. 플랫폼 좌표계의 원점은 달 중심이다. x축은 착륙선이 동력하강 단계를 시작 하는 점을 가리키고 y축은 주차 궤도와 평행하다. 유도 좌표계는 착륙선이 착륙을 완료한 시점의 착륙지점에 원점을 두며 x축과 y축은 플랫폼 좌표계와 나란하다. 기체

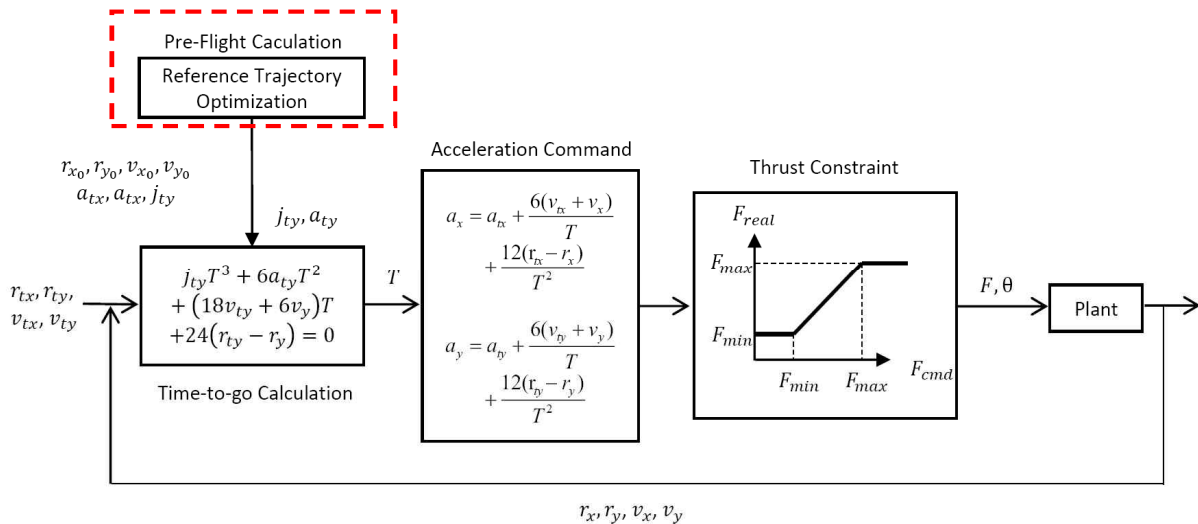


Fig. 2. Guidance Algorithm Block Diagram

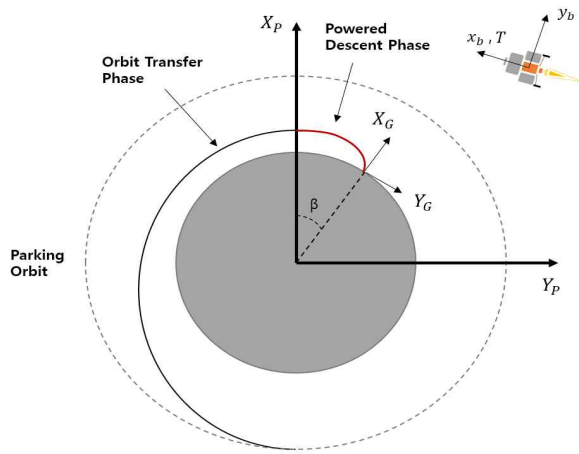


Fig. 3. Three Coordinate Frames

고정 좌표계의 x축은 착륙선의 추력 방향과 나란하다. Fig. 3에 사용된 좌표계들을 나타내었다. 하첨자 P는 플랫폼 좌표계, 하첨자 G는 유도 좌표계를 b는 기체 고정 좌표계를 의미한다. 착륙지점은 달의 자전에 의해 이동 하게 되는데, 실제 비행에서는 유도 좌표계의 값들을 현재 착륙지점의 위치에 대해 좌표변환을 한 뒤에 사용해야 한다.

유도 좌표계와 플랫폼 좌표계의 관계식은 다음과 같다.

$$[X_G \ Y_G \ Z_G]^T = \mathbf{T}(\beta)[X_P \ Y_P \ Z_P]^T - [R_m \ 0 \ 0]^T \quad (13)$$

여기서 R_m 은 달의 반지름이고 $\mathbf{T}(\beta)$ 는 변환행렬로 두 좌표계 사이의 각도 β 로부터 아래와 같이 정의된다.

$$\mathbf{T}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

운동 방정식은 유도 좌표계를 기준으로 정립되었다. 3자유도 동역학과 연료 소모율 방정식으로 착륙선의 운동을 기술할 수 있다.

$$\dot{r}_x = v_x, \quad \dot{r}_y = v_y, \quad \dot{r}_z = v_z \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= a_x = g_x + a_{Fx} \\ &= -\frac{\mu(r_x + R_m)}{R^3} + \frac{F \sin\theta}{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_y &= a_y = g_y + a_{Fy} \\ &= -\frac{\mu r_y}{R^3} + \frac{F \cos\theta \sin\psi}{m} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_z &= a_z = g_z + a_{Fz} \\ &= -\frac{\mu r_z}{R^3} + \frac{F \cos\theta \cos\psi}{m} \end{aligned}$$

$$\dot{m} = -\frac{F}{I_{sp} g_0} \quad (17)$$

여기서 $R(\equiv \sqrt{(r_x + R_m)^2 + r_y^2 + r_z^2})$ 은 달 중심에서 착륙선까지의 위치 벡터의 크기이고 F 는 추력, I_{sp} 는 착륙선의 비추력, θ, ψ 는 유도 좌표계와 기체 고정 좌표계 사이의 오일러 각도이다. 위와 같은 좌표계 설정으로 인해 z축의 모든 성분 값은 0이고, ψ 는 -90° 이다.

3.2 문제 정의

3.2.1 설계 변수

각 단계별로 구해야 하는 설계 변수들은 접근 단계에서 7개, 제동 단계에서 4개로 총 11개로 구성된다.

$$[r_{Ax_0} \ r_{Ay_0} \ v_{Ax_0} \ v_{Ay_0} \ a_{Aty} \ j_{Aty} \ T_{A0}] \quad (18)$$

$$[x_{B0} \ a_{Btx} \ j_{Bty} \ T_{B0}] \quad (19)$$

하첨자 A와 B는 각각 접근 단계와 제동 단계의 값을 의미하고, 0은 초기 값을 t는 목표 지점 값을 의미한다. T_0 는 각 단계별 시작 지점에서의 Time-to-Go의 음수 형태이며 각 단계에서 독립적인 값을 갖는다. 모든 변수들은 유도 좌표계 상에서의 값이다. 접근 단계의 목표 지점 위치 및 속도는 종말하강단계의 시작 위치 및 속도와 같고, 제동 단계의 목표 지점 위치 및 속도는 접근 단계의 시작 위치 및 속도와 같다. 제동 단계의 경우 시작 고도가 15km로 정해져 있고, 속도 또한 고도 $100 \times 15 \text{ km}$ 타원궤도의 근지점 속도로 정해지며 그 값은 1.673km/s이다. 따라서 위치 중 한 축의 성분 값만 알면 다른 한 축 성분의 위치와 각 축의 속도 값을 구할 수 있다. x성분 값을 안다고 가정하면 y성분 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_m + 15,000 &= \sqrt{(R_m + r_{Bx_0})^2 + r_{By_0}^2} \\ r_{By_0} &= -\sqrt{(R_m + 15,000)^2 - (R_m + r_{Bx_0})^2} \end{aligned} \quad (20)$$

플랫폼 좌표계와 유도 좌표계 사이의 각도 β 는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = \cos^{-1} \frac{R_m + r_{Bx_0}}{R_m + 15,000} \quad (21)$$

따라서 식 (13)과 식 (14)를 이용하면 초기 속도를 구할 수 있다.

$$[v_{Bx_0} \ v_{By_0} \ v_{Bz_0}]^T = \mathbf{T}(\beta)[0 \ 1.673 \ 0]^T \quad (22)$$

접근 단계의 목표 지점 각도는 지면과 수직해야 하기 때문에 이로부터 식 (16)을 이용하면 y 축 성분의 가속도를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_{At} &= \frac{\pi}{2} = \tan^{-1} \frac{a_{AFx}}{-a_{AFy}} \\ &= \tan^{-1} \frac{a_{Atx} - g_{Atx}}{-(a_{Aty} - g_{Aty})} \end{aligned} \quad (23)$$

또한 제동 단계의 목표 지점 자세는 접근 단계의 초기 자세와 같아야 한다. 즉, x축과 y축의 가속도 비율이 같아야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{a_{BFx}}{-a_{BFy}} &= \frac{a_{Btx} - g_{Btx}}{-(a_{Bty} - g_{Bty})} \\ &= \frac{a_{Ax_0} - g_{Ax_0}}{-(a_{Ay_0} - g_{Ay_0})} = \frac{a_{AFx_0}}{-a_{AFy_0}} \end{aligned} \quad (24)$$

추력의 크기는 연속적이지 않게 변할 수 있으므로 제동 단계의 목표 지점 가속도와 접근 단계의 초기 가속도가 같을 필요는 없다.

만약 특정 임무에서 접근 단계의 시작 고도, 착륙 지점과의 거리 또는 속도 등이 주어진다면 접근 단계의 설계 변수도 줄어들 수 있다.

3.2.2 목적함수 및 제약조건

최소화해야 할 목적함수는 연료 소모량이다. 최소 연료 소모량은 목표 지점에서의 질량 최대화를 의미한다. 즉, 접근단계 목표지점에서의 연료량을 최대화 하는 것이 목적함수가 된다.

$$\min J = -m_{At} \quad (25)$$

식 (19)의 제동단계 설계 변수들과 식 (10)의 유도 명령을 T_{B0} 시간 동안 시뮬레이션 했을 때 도착한 지점의 위치 및 속도는 접근단계의 초기 위치 및 속도와 같아야 한다.

$$[r_{Btx} \ r_{Bty} \ v_{Btx} \ v_{Bty}]^T = [r_{Ax_0} \ r_{Ay_0} \ v_{Ax_0} \ v_{Ay_0}]^T \quad (26)$$

또한 식 (18)의 접근단계 설계 변수들과 식 (10)의 유도 명령을 T_{A0} 시간 동안 시뮬레이션 했을 때의 도착 위치 및 속도는 종말하강단계 시작 지점의 위치 및 속도와 같아야 한다.

$$[r_{Atx} \ r_{Aty} \ v_{Atx} \ v_{Aty}]^T = [r_{Tx_0} \ r_{Ty_0} \ v_{Tx_0} \ v_{Ty_0}]^T \quad (27)$$

일반적으로 종말하강단계 시작 지점의 위치 및 속도는 착륙선 및 임무의 요구조건으로부터 정해진다. 두 단계에서 도착 지점의 값을 구하는 과정은 Runge-Kutta 방법을 통해 수행되며 이때 추력 제약조건을 고려해야 한다. 가속도 명령에

의해 계산된 추력이 착륙선의 최대 추력보다 크면 최대 추력을 내고, 최소 추력보다 작으면 최소 추력을 내는 방식으로 제약이 걸린다.

$$\begin{cases} F = F_{\max}, & \text{if } F > F_{\max} \\ F = F_{\min}, & \text{if } F < F_{\min} \end{cases} \quad (28)$$

추력 제약조건은 최적화 문제의 제약조건이 아니라 최적화 과정의 내부 루프인 시뮬레이션 상의 제약이다. 아폴로 유도 법칙은 추력 제약으로 인해 위치가 더 이상 4차 다항식 형태가 아니게 된다. 따라서 식 (26)과 식 (27)의 제약 조건을 통해, 추력 제약 조건하에서도 원하는 목표지점에 도달 할 수 있는 설계 변수를 찾아야 한다.

가속도 명령이 허용 가능한 추력 범위 내에서의 값을 갖는다면 그 때의 Time-to-Go는 다항식 조건인 식 (12)를 만족해야한다.

$$j_{ty} T^3 + 6a_{ty} T^2 + (18v_{ty} + 6v_y) T + 24(r_{ty} - r_y) = 0 \quad (29)$$

본 논문에서는 z축 대신 y축이 사용되었으므로 y축에 대한 위의 제약 조건을 만족해야하며, 각 단계에 모두 적용된다.

IV. 최적화 결과

4.1 달 착륙임무 적용 예시

한국형 달착륙선의 구체적인 제원 및 임무 시나리오는 아직 결정된 바가 없다. 본 논문에서는 착륙선의 주 추력기가 사용하는 연료를 단일 추진제로 가정하여 제원을 설정하였다. 주 추력기의 최대 추력은 1,100N이고 최소 추력은 110N이며 이때의 비추력 I_{sp} 는 230sec이다. 또한 동력하강단계 시작 지점에서 착륙선의 질량은 362.5kg이다[10].

착륙선의 센서 및 카메라를 통한 착륙지점의 적절한 판단을 위해 접근단계에서 충분한 시간 동안을 비행해야 한다. 따라서 접근 단계의 최소 시작 고도는 2km, downrange는 7.5km로 설정하였다. 또한 종말하강단계의 시작 위치는 고도 30m이고 수직속도 -1m/s, 수평속도 0m/s로 설정하였다.

4.2 최적화 및 시뮬레이션 결과

최적화는 Matlab의 최적화 함수 fmincon을 이용하여 수행하였다. 최적화를 통해 구해진 설계 변수들을 Table 1에 나타내었다. 초기 변수는 각 단계의 시작 위치 및 속도, 그 순간에 목표지점

Table 1. Optimization Results

Design Variables	Braking Phase		Approach Phase	
	x	y	x	y
Initial Values				
Position(km)	-43.5	-448.9	1.98	-7.51
Velocity(m/s)	428.6	1617	-61.0	285.7
Time-to-go(s)	-451.76		-102.267	
Target Values				
acceleration	-0.399	-3.153	0.134	0
jerk(10^{-3})	-	0.25	-	3.7

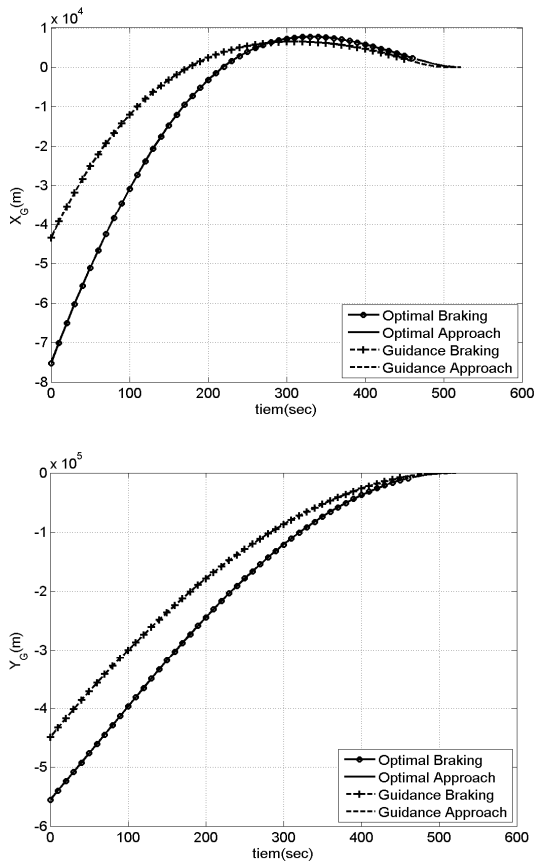


Fig. 4. Optimal Position Profiles and Guidance Simulation Results

까지의 Time-to-Go이고, 목표 지점 변수는 다항식을 구성하는 계수들이다.

구해진 초기 조건 값들과 다항식 계수들을 사용한 아폴로 유도 법칙을 적용하여 수행한 달착륙선의 착륙 유도 시뮬레이션 결과를 아래 그림들에 나타내었다. 시뮬레이션 과정에서는 어떠한 외란이나 오차도 반영되지 않았다.

Figure 4 ~ Fig. 7에 나타난 Optimal 결과는 상용 툴인 GPOPS를 사용하여 수행된 궤적 최적화 결과이고 Guidance 결과는 최적화된 유도 파

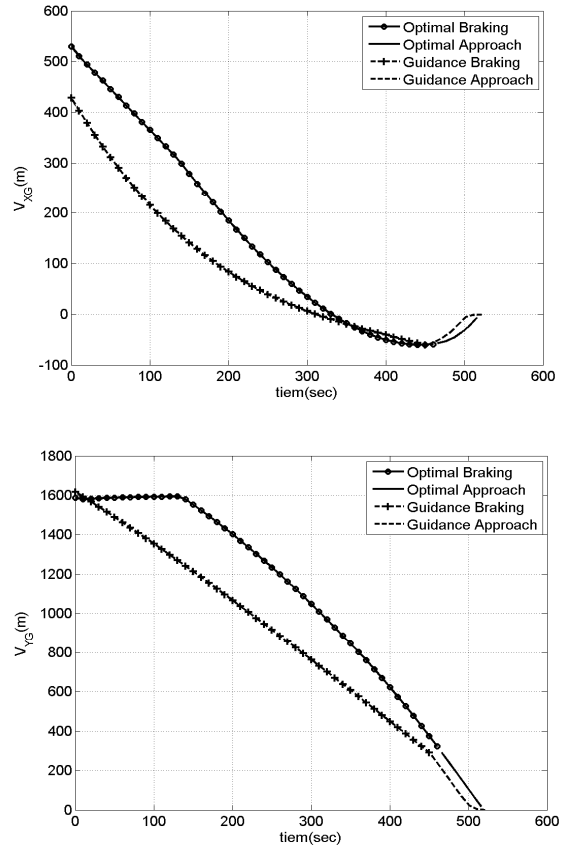


Fig. 5. Optimal Velocity Profiles and Guidance Simulation Results

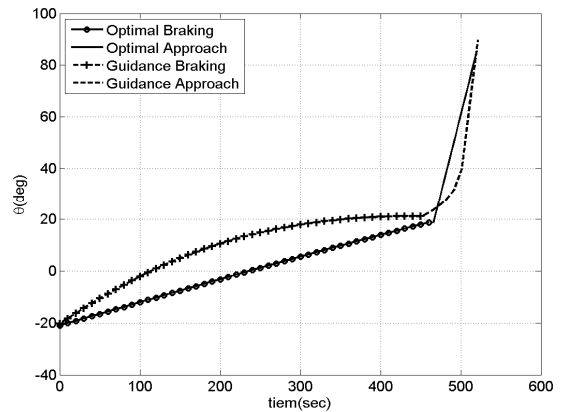


Fig. 6. Optimal Attitude Profile and Guidance Simulation Result

라미터들을 이용하여 수행된 유도 시뮬레이션 결과이다. Fig. 4와 Fig. 5는 본 논문에 제시된 과정을 통해 수행된 착륙 유도 시뮬레이션을 통해 구해진 위치 및 속도 프로파일과 궤적 최적화를 통해 구해진 위치 및 속도 프로파일을 나타낸 그래프이다. Fig. 6과 Fig. 7에 가속도 명령으로부

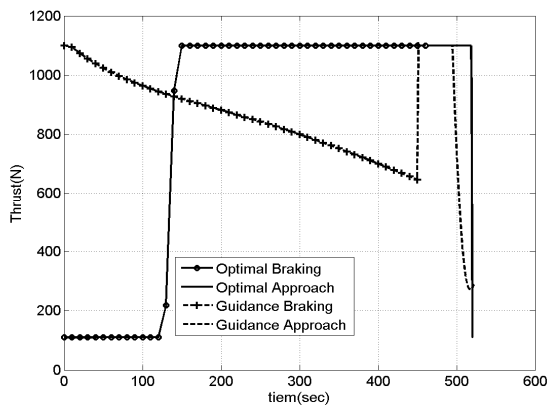


Fig. 7. Optimal Thrust Profile and Guidance Simulation Result

Table 2. Trajectory Optimization and Guidance Simulation Results

Flight Characteristics	Trajectory Optimization	Guidance Simulation
Flight Time	520.3s	522.4s
Fuel Consumption	195.2kg	199.3kg

터 구해진 착륙선의 자세와 추력의 크기와 GPOPS로부터 구해진 결과를 나타내었다. Table 2에는 궤적 최적화와 유도 법칙 시뮬레이션의 비행시간과 연료 소모량을 나타내었다. 최적 연료 소모량 대비 약 2.1% 증가하였고, 비행시간은 약 2.1초 증가하였다.

일반적인 연료 최적화 문제의 경우 최적의 추력 명령은 뱅-오프-뱅 형태가 되지만, 유도 법칙은 가속도의 다항식 특성으로 인해 추력의 크기가 연속적으로 변하게 된다. 최적화를 통해 적용된 유도 법칙이 궤적 최적화 결과와 차이가 생기는 이유는 앞서 언급한 유도 법칙이 다항식이라는 제약과 추력 크기의 제약이 유도 명령 생성 후에 걸리기 때문이다.

V. 결 론

본 논문에서는 착륙선에 아폴로 유도 법칙 또는 다항식 유도 법칙을 적용하기 위해 필요한 가속도의 계수 및 초기 상태변수들을 구하기 위한 최적화 과정을 제시하였다. 또한 달착륙선의 사례 연구에 적용하여 최적화된 값을 이용하여 적용된 아폴로 유도 법칙이, 연료 소모량 측면에서 근접 최적화된 결과를 보이며 착륙선을 큰 오차 없이 원하는 지점에 도달할 수 있게 함을 보였

다. 제시된 최적화 방법은 착륙선 뿐 아니라 외란 및 오차가 예측 가능하며 도달 지점이 정해져 있는 임무에 대해서도 적용이 가능하다.

후 기

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2014M1A3A3A03034589)

References

- 1) E. C. Wong and G. Singh, "Guidance and Control Design for Hazard Avoidance and Safe Landing on Mars," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 2, 2006, pp. 378-384
- 2) S. Li, X. Jiang, and T. Tao, "Guidance Summary and Assessment of the Chang'e-3 Powered Descent and Landing," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 53, No. 2, 2016, pp. 258-277.
- 3) G. W. Cherry, "A Class of Unified Explicit Methods for Steering Throttleable and Fixed-thrust Rockets," AIAA Guidance and Control Conference, Cambridge, 1963.
- 4) A. R. Klumpp, "A Manually Retargeted Automatic Landing System for the Lunar Module (LM)," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 5, No. 2, 1968, pp. 129-138
- 5) A. R. Klumpp, "Apollo Lunar-Descent Guidance," Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1971
- 6) B. W. Barbee and D. E. Gaylor, "Automated Real-Time Targeting and Guidance (ARTGUID) for Lunar Descent and Precision Landing," AAS Guidance and Control Conference, Breckenridge, CO, 2010
- 7) D. M. Azimov, "Enhanced Apollo-Class Real-Time Targeting and Guidance for Powered Descent and Precision Landing," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Boston, MA, 2013.
- 8) F. V. Bennett, "Apollo experience Report - Mission Planning for Lunar Module Descent and Ascent," Apollo Experience Report, Manned Spacecraft Center, Houston, Texas, 1972.

9) G. W. Cherry, "A General, Explicit, Optimizing Guidance Law for Rocket-Propelled Spacecraft," AIAA Astrodynamics Guidance and Control Conference, Los Angeles, CA, 1964.

10) D.-Y. Rew, G. Ju, S. Lee, K. Kim, S. Kang, and S.-R. Lee, "Control System Design of Korea Lunar Lander Demonstrator," *Acta Astronautica*, Vol. 94, Issue. 1, 2014, pp. 328-337.