

이중 환경에서 운용되는 부품의 신뢰도 평가 방법 연구

황정택 · 김종학 · 전주연 · 한재현*

서울교통공사

(2017. 2. 16. 접수 / 2017. 10. 16. 수정 / 2017. 10. 17. 채택)

Study on the Reliability Evaluation Method of Components when Operating in Different Environments

Jeong Taek Hwang · Jong Hak Kim · Ju Yeon Jeon · Jae Hyeon Han[†]

Seoul Metro Corporation

(Received February 16, 2017 / Revised October 16, 2017 / Accepted October 17, 2017)

Abstract : This paper is to introduce the main modeling assumptions and data structures associated with right-censored data to describe the successful methodological ideas for analyzing such a field-failure-data when components operating in different environments. The Kaplan - Meier method is the most popular method used for survival analysis. Together with the log-rank test, it may provide us with an opportunity to estimate survival probabilities and to compare survival between groups. An important advantage of the Kaplan - Meier curve is that the method can take into account some types of censored data, particularly right-censoring. The above non-parametric method was used to verify the equality of parts life used in different environments. After that, we performed the life distribution analysis using the parametric method. We simulated data from three distributions: exponential, normal, and Weibull. This allowed us to compare the results of the estimates to the known true values and to quantify the reliability indices. Here we used the Akaike information criterion to find a suitable life time distribution. If the Akaike information criterion is the smallest, the best model of failure data is presented. In this paper, non-parametrics and parametrics methods are analyzed using R program which is a popular statistical program.

Key Words : kaplan-mere method, log-rank test, akaike information criterion, weibull distribution

1. 서론

항공, 철도, 무기체계는 여러 가지 장치(Subsystem)로 구성된 복합 시스템(Complex system)이다. 이런 경우 동일 규격의 특정 부품이 다수의 장치에서 사용되어 기능을 수행하는 경우가 있다. 철도차량의 경우, 고전압 시스템에 사용되는 계전기나 접촉기 등이 출입문 시스템이나 공기조화 시스템에도 사용되기도 한다. 또한 동일한 부품이 운용환경(부하량 및 동작 시간)이 상이한 다른 호선에서 동일한 검사 주기로 사용되기도 한다.

이러한 문제의 주요원인을 정리해 보면, 전동차가 신뢰성 설계가 적용되기 전(20여 년 전)에 도입되었고, 교체 부품의 경우는 필드데이터(Field-Failure-Data)가 아닌 실험실 데이터(Lab Data)에 근거한 부품의 평균 수명(Mean Time to Failure, MTF)에 기준을 두었기 때

문이란 것이 내부적 판단이다. 하지만, 최근에는 통계적 방법에 기초한 교체 주기 산정방법 개발에 노력하고 있는 중이다.

본 논문에서는 이중 환경이나 다른 시스템에 사용되는 동일 부품의 신뢰 수명을 캐플란-마이어(Kaplan-Meier) 방법을 사용하여 비모수적(Non-Parametrics)으로 산출하였고, 로그-순위(Log-rank) 검정 통계량(Test Statistics)을 사용하여 이중 환경에 사용되는 동일 부품의 신뢰수명의 동일성 여부를 통계적으로 판단을 하였다. 또한 모수적(Parametrics) 방법인 수명분포(Life Distribution) 해석을 통하여 신뢰도 지표(Reliability Indices)를 산출하였다¹⁾. 이러한 분석방법을 사용한 이유는, 전동차를 운영하는 기관의 경우, 정비정책 등의 산정과 물품의 구매, 안전 확보 판단에 필요한 정량적 지표의 산출이 중요하고, 비모수·모수적 방법이 서로 장/단점을 공유하는 양면성(Trade-Off)을 갖기 때문이다.

[†] Corresponding Author : Jae Hyeon Han, Tel : +82-2-6311-9005, E-mail : hancec@smrt.co.kr
Seoul Metro Corporation, 346 Cheonho-daero, Seongdong-gu, Seoul 04806, Korea

본 논문에서 제안된 통계적 절차의 방법론은 Fig. 1과 같고, 고장데이터 해석을 위한 통계프로그램은 국·내외적으로 많이 사용되고 있는 R을 사용하였다.

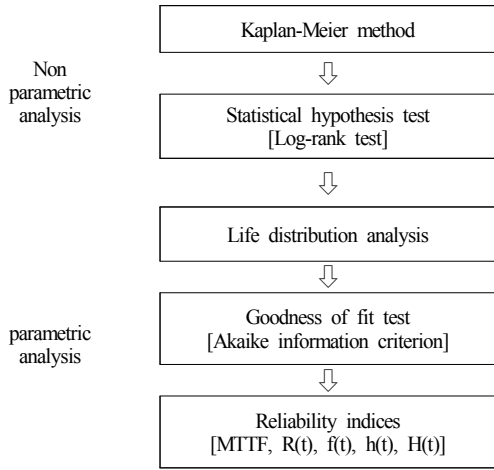


Fig. 1. Methodology of statistical procedures.

모수적 방법에서는 적정분포를 선정하고, 신뢰도 지표를 산출하기 위해 최우도 방법(Maximum Likelihood Estimation, MLE)의 우도값(Likelihood Value)을 사용한 아카이케 정보값(Akaike Information Criterion, AIC)을 사용하여 현장데이터에 가장 적합한 분포 모델을 선정(Goodness of Fit test) 하였다. 이후 비모수적 방법에 의한 신뢰도 산출 값과 모수적 방법에 의한 신뢰도 변화를 비교분석하여 모수적/비모수적 방법에 의한 부품의 신뢰도 분석 결과와 절차의 타당성을 확인하였다.

2. 본론

2.1 비모수적 방법과 모수적 방법의 비교

비모수적 방법은 모집단의 분포가 알려져 있지 않은 실제적 상황에서 모수적 방법보다 광범위하게 적용될 수 있는 장점이 있다. 비모수적 방법의 또 다른 장점은 모수적 방법에 비하여 방법 자체의 적용과 이해가 쉽다는 점이다. 그러나 비모수적 방법은 모수적 방법에 비하여 통계적 추론의 정확성이 떨어지며, 고장이 관측된 시점까지만 추론할 수 있다는 단점이 있다. 하지만 모집단의 분포가 특정 분포가 아닌데도 불구하고 그 분포를 따르는 양 가정하여 모수적 방법을 취하는 것보다는 더 효율적이다²⁾.

2.2 데이터의 관측중단

현장데이터를 사용하여 부품의 수명시간을 검증할

때, 시험시간 및 여러 환경적인 제약에 의하여 표본으로 주어진 기계의 수명을 모두 관측하기는 어렵다.

시간을 기준으로 관측중단(Stop Observation)이 발생한 경우를 1종 관측 중단(좌측, 우측, 랜덤), 부품의 수를 기준으로 관측중단 시킨 것을 2종 관측 중단이라 한다³⁾. 관측 중단 데이터를 완전데이터로 고려하여 분석한 경우 부품의 수명을 심각하게 왜곡할 수 있는 우려를 갖게 된다.

실험실 데이터와는 다르게 전동차와 같이 주기적(서울도시철도공사의 경우 4년)으로 Overhaul 정비를 하는 현장 데이터의 경우, Fig. 2와 같이 1종 우측 관측 중단데이터 특성을 갖게 된다^{4,5)}.

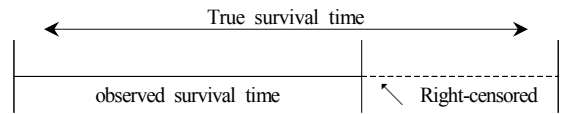


Fig. 2. Concept of right censored data.

2.3 캐플란-마이어 분석

캐플란-마이어(Kaplan-Meier, 1958) 분석은 대상이 일정기간 생존할 확률을 계산하는 것으로, 생존시간이 특정 분포를 따른다고 가정하지 않은 상태에서 실시하는 비모수적 기법이다.

현장에서 가장 쉽게 볼 수 있는 관측 중단 데이터도 이 방법을 사용하면 쉽게 신뢰도 함수를 추정할 수 있다. 또한 현재 비모수적 수명분포 분석에서 가장 많이 사용된다. 비모수적 신뢰도 함수 $R_n(t)$ 는 t 보다 작거나 같은 시점에서 모든 대상자의 생존시간을 곱하여 나타내는 조건부 확률(Conditional Probability)이 되며^{6,7)}, 식1과 같이 표현된다.

$$R_n(t) = \prod_{i=1}^t \left(\frac{n_i - d_i}{n_i} \right) \quad \text{(식 1)}$$

여기서 n_i 는 t_i 시점에서 사건 발생위험이 있는 대상의 수, d_i 는 t_i 시점에서 고장이 발생한 대상의 수를 나타낸다. 또 관측 중단 데이터가 포함되면 $n_{i+1} = n_i - d_i$ 에 관측중단 수 c_i 를 포함시켜서 $n_{i+1} = n_i - d_i - c_i$ 로 변형 표현된다.

2.4 로그-순위 검정

비교 그룹간의 생존시간에 대한 차이가 있는지를 검정하는 방법으로 로그-순위 검정(Log-Rank Test), 윌콕슨 검정(Wilcoxon Test) 등을 사용한다. 이는 비모수적

검정방법이며 모수적 방법인 t-검정(Student's t-test)과 유사하다. 다만 관측 중단 데이터를 포함하는 경우, 통상 비모수적 방법인 방법이 많이 사용된다^{8,9)}.

로그-순위 검정법은 독립된 여러 그룹의 생존확률을 비교하는데 많이 사용되는 통계검정이다. 두 군의 생존 확률 S_1 과 S_2 를 비교하는 로그-순위 검정법에 대한 귀무가설(H_0)과 대립가설(H_1)은 식2와 같다.

$$H_0 : S_1(t) = S_2(t) \text{ vs } H_1 : S_1(t) \neq S_2(t) \quad (\text{식 2})$$

위 가설 검정의 검정통계량 Q 는 식3으로 정의 된다.

$$Q = \frac{\left[\sum_{i=1}^m (d_{1i} - e_{1i}) \right]^2}{\text{Var} \left[\sum_{i=1}^m (d_{1i} - e_{1i}) \right]} \quad (\text{식 3})$$

여기서 i 번째 사건이 발생하였을 때, d_{1i} 는 비교 집단에서 발생한 사건수를 의미한다. 그리고 e_{1i} 는 비교 집단의 기대사건 수이며, 식4와 같다.

$$e_{1i} = \frac{n_{1i} \times d_i}{n_i} \quad (\text{식 4})$$

로그-순위 검정법의 검정통계량은 본 논문과 같이 2 군의 비교인 경우, Q 는 자유도가 1인 카이제곱분포(Chi-squared distribution)를 따르므로, 해당 검정법의 p-value 값은 식5와 같이 계산되며, 이는 두 집단의 신뢰도 함수의 차이가 통계적으로 유의한지 여부를 알 수 있는 기준 지표가 된다.

$$p\text{-value} = \Pr(\chi^2(1) > Q), \quad Q \sim \chi^2(1) \quad (\text{식 5})$$

일반적으로 95% 신뢰구간을 기준하므로, p-value가 0.05보다 작을 때, 두 집단의 생존함수는 차이가 있다고 할 수 있다¹⁰⁾.

2.5 모수적 수명분포 해석

모수적 방법이 비모수적 방법에 비해 가장 큰 차이는 여러 가지 수명분포를 가정하여 연구 대상의 신뢰성 특성을 나타내는 관심 지표(Reliability Evaluation Indices)를 유도할 수 있다는 것이다. 특히 많이 사용되는 지표는 MTTF, 신뢰도와 고장률 등이 있다. 이러한 지표를 얻을 수 있는 분포 중 신뢰성 분석에 많이 사용되는 분포는 지수 분포(Exponential Distribution), 와이블(Weibull Distribution), 정규 분포(Normal Distribution) 등이다.

2.5.1 와이블 분포

현장데이터에 대한 수명의 분포는 특정 분포를 가정하지 않고도 와이블 분포를 사용하는 것이 종종 있다¹¹⁾. 와이블 분포(Weibull Distribution)는 유연하기 때문에, 정규 분포나 지수분포 등과 같은 다른 통계적인 분포를 근사적으로 나타낼 있기 때문이다. 주로 산업현장에서 부품의 수명을 추정하는데 사용되며, 고장 날 확률이 시간이 지나면서 높아지는 경우, 줄어드는 경우와 일정한 경우 모두 추정 할 수 있다.

2.5.2 최우도방법

최우도방법(Maximum Likelihood Estimation, MLE)은 모집단(Population) 확률분포의 변수, 즉, 모수(Parameter, θ)를 추정하는 방법이고, 추출한 표본(Sample)으로 가장 가능성이 큰 모수를 구하는 방법이다. 확률 밀도함수의 곱으로 표현되는데 식6과 같다¹²⁾.

$$L_{x_1, \dots, x_n}(\theta) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(\theta_1, \dots, \theta_m) \quad (\text{식 6})$$

여기서 우도함수가 미분가능하다고 할 경우, 이 함수의 최댓값은 식7과 같이 편미분을 하여 구해진다.

$$\frac{\partial L_{x_1, \dots, x_n}(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{식 7})$$

2.5.3 아카이케 정보 척도

아카이케 정보 척도(Akaike Information Criterion: AIC)는 시스템의 통계적 특성을 결정하는 표본 데이터의 분포를 가정하지 않고, 식8과 같이 후보 확률(수명)분포들의 최우도함수와 모수의 개수로부터 시스템의 통계적 특성을 가장 잘 표현하는 연속확률 분포를 결정한다¹³⁾.

$$AIC = -2 \ln L + 2k \quad (\text{식 8})$$

여기서 L 는 최대 우도 값, k 는 자유도(모수의 수)이다. 식8에 따라 AIC 값이 가장 작은 연속확률 분포가 시스템의 통계적 수명분포 특성을 가장 잘 표현한 분포가 된다.

3. 실증적 분석 예

3.1 데이터 설명

본 연구의 대상인 공기압축기는 Fig. 3과 같고, 동일 제조사에서 동일 규격으로 제작되어, A호선과 B호선의 이중 환경에서 운영되고 있다. 이 공기압축기는 제



Fig. 3. Outside view of air compressor.

동 및 집전장치, 출입문 장치의 작동유체를 공급한다. 고장 데이터(Field-failure-data)는 2014년 12월 31 기준으로, 이전 4년간 고장데이터를 수집하였다. 주공기 압축기는 전동차 1개 편성당 2개가 부착되므로 총 40개(10×2×2)가 연구 대상이 되며, 공기압축기의 운용 조건은 다음과 같다. ① 새로 교체되는 주공기압축기는 중정비 공장에서 수선된 것으로 새것(As good as)과 같은 성능을 발휘 한다. ② 주공기압축기는 차체에서 분리되면 예비품으로 교환된다(수리 후 다시 부착되지 않는다). 즉 비수리계(Nonrepairable System)로 취급되고, IID(Independent and Identically Distributed Random Variables) 특성을 갖는다. ③ 주공기압축기는 이전 4년 검사(Overhaul)에 새것(As good as)으로 부착되고, 최근 4년 검사에는 무조건 제거된다.

운용환경의 경우, A호선은 8량(칸)이고, 인구 밀집 지역 운행으로 승객 수가 많아 제동공기의 사용이 B호선 보다는 많은 것으로 알려져 있고, B호선은 6량으로 운용된다. 다만 1일 전동차의 영업시간은 차이가 없다. 각 호선의 공기압축기는 각각 A그룹과 B그룹으로 칭하고, 신뢰도 분석 그래프에는 적색과 청색으로 도시 한다.

Table 1은 각 그룹의 고장 이벤트를 나타내며, *는 관측 중단을 의미한다.

3.2 비모수적 신뢰도 평가

Fig. 4은 각 그룹의 신뢰수명을 Kaplan-마이어 방법에 의해 동일한 그래프에 타점한 결과이다. Fig. 5와 Fig. 6는 각 그룹의 95% 신뢰구간을 나타낸다. A호선

Table 1. Field-failure-data of the air compressor(*Censored)

	Failure time of observation part
Group A	364, 578, 1033, 575, 274, 348, 174, 315, 350, 601, 872, 598, 1061, 359, 310, 260, 460, 516, 983, 1670*
Group B	1526*, 1526*, 1510*, 1510*, 1085, 1058, 1334, 399, 427, 1645*, 589, 1624*, 612, 575, 899, 542, 169, 1133, 220, 983

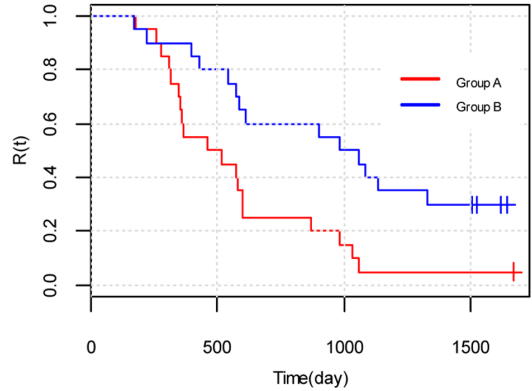


Fig. 4. Reliability comparison between group A and group B.

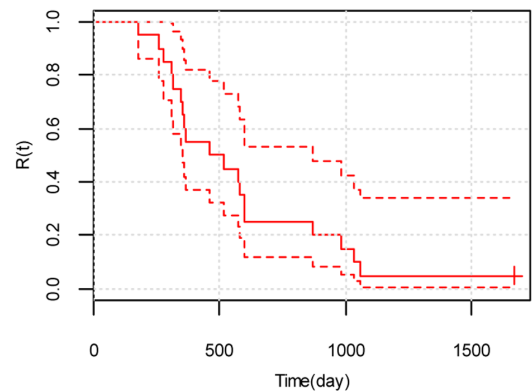


Fig. 5. Reliability assessment of group A (95% CI).

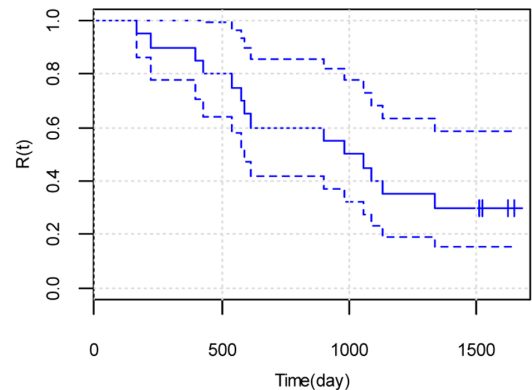


Fig. 6. Reliability assessment of group B (95% CI)

과 B호선 공기압축기의 신뢰도를 비교 해보면, A호선의 신뢰도가 사용시간 대비 급감하는 것을 보인다.

```
survdif(formula = Surv(Event, Status) ~ Group, data = data.cm)
      N observed Expected (O-E)^2/E (O-E)^2/V
Group=A 20      19      11.5      4.94      8.12
Group=B 20      14      21.5      2.63      8.12
chisq= 8.1 on 1 degrees of freedom, p= 0.00438
```

Fig. 7. Results for the Log-Rank test(screen shot of R).

또한 Fig. 7의 Log-Rank 검정결과 p값이 0.05보다 작으므로 식3에 의하여 두 그룹의 신뢰 수명은 서로 상이하다 할 수 있다. 만약 신뢰도 지표 값을 기준으로 한 교체 주기를 사용하면 A그룹과 B그룹은 서로 다른 교체주기 갖는다 할 수 있다.

3.3 모수적 신뢰도 평가

통계적 신뢰도 해석에 많이 사용되는 수명분포는 노말(Normal), 지수(Exponential), 와이블(Weibull) 분포 등이다. 이절에서는 3가지 분포 중 2.5.3에서 논한 아카이케 정보 척도를 사용하여 가장 적절한 분포를 선정하고, 이 수명분포로 신뢰도를 평가를 평가한다.

Table 2. AIC calculation value for each group

Distribution	Group A	Group B
Exponential	284.07	232.50
Normal	286.76	237.13
Weibull	279.28	232.13

Table 2와 같이 AIC 값이 가장 적은 값이 가장 적합한 분포 이므로, 본 논문에 사용될 수명분포는 A·B그룹 모두 와이블 분포가 된다. 와이블 분포는 두 개의 모수를 갖는데 식7의 최우도방법으로 평가된 형상모수(β)와 척도모수(η)는 각각 Table 3과 같이 된다.

Table 3. Weibull parameter for each group

	Group A	Group B
Shape(β)	1.67	1.47
Scale(η)	672.60	1,08.97

각 그룹의 형상모수(β)는 모두 1보다 크므로 열화특성(Degradation) 갖고, 척도(η) 모수는 63.2%가 고장 나는 시점을 의미하므로 그룹 간 수명의 차이가 있음을 알 수 있다¹⁴⁾.

신뢰도 지표를 얻을 수 있는 확률밀도함수[$f(t)$], 신뢰도 함수[$R(t)$], 고장률 함수[$h(t)$]와 고장간 평균 수명(MTTF)은 Table 3의 와이블 모수를 사용하여 식9 ~ 식12과 같이 표현된다.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (9)$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (10)$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (11)$$

$$MTTF = \int_0^u R(t) du \quad (12)$$

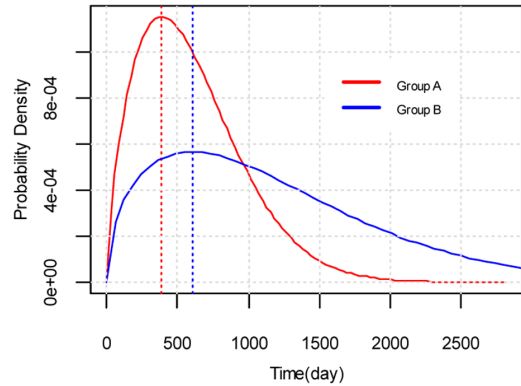


Fig. 8. Probability density function.

Fig. 8은 A그룹과 B그룹의 확률 밀도함수(Probability Density Function)로 A그룹은 388day시점에서 B그룹은 604day 시점에서 고장발생 확률이 가장 높은 것으로 나타나며, 비모수적으로 평가한 Fig. 5, Fig. 6와 비교해 보면, 신뢰도 함수의 기울기 변화가 큰 시점과 근사적으로 일치함을 알 수 있다.

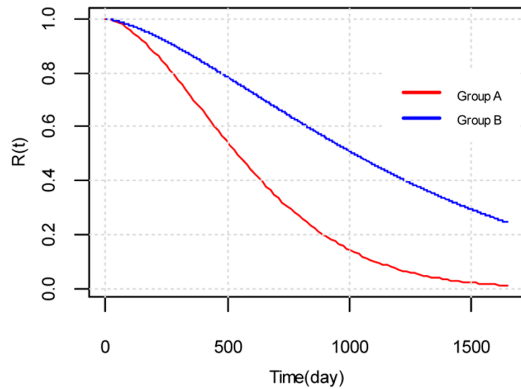


Fig. 9. Comparison of the reliability function by the parametric method.

Fig. 9은 두 그룹의 신뢰도 함수의 변화 시점을 보여준다. Fig. 4의 비모수적 방법에 의한 신뢰도 평가와 유사한 변화를 보여주며, A그룹의 신뢰도 급감이 직관적으로 보인다.

Fig. 10은 식11을 시간변화 대비 나타낸 그래프로, A그룹의 고장 강도가 B보다 강함을 나타낸다. Fig. 11은 식11을 적분한 것으로 시간변화 대비 고장건수의 누적(Cumulative Failure Number)을 예측한 것이다. 그룹별 고장발생 건수가 특정 주기(서울도시철도공사의 경우 4년) 차이가 있음을 보여준다.

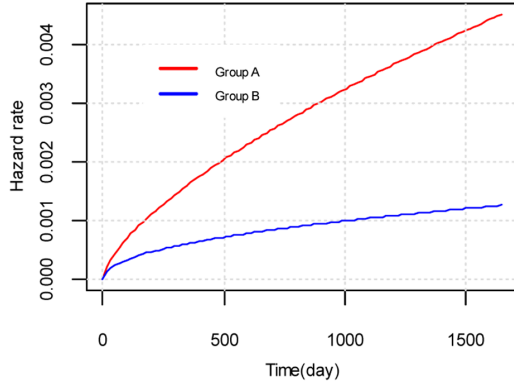


Fig. 10. Comparison of failure rate function of each group.

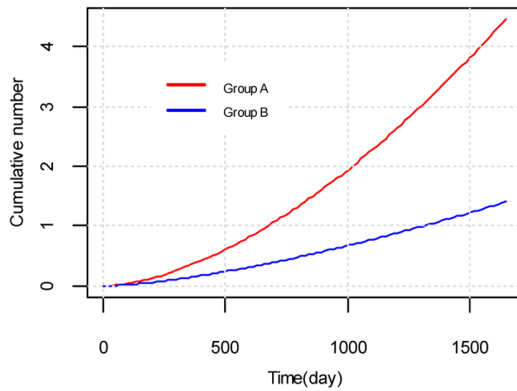


Fig. 11. Estimate the number of cumulative failures in each group.

3.4 비모수 VS 모수적 신뢰도 비교

Fig. 12와 Fig. 13은 비모수적 방법인 Kaplan-Meier 방법과, 모수적 방법인 와이블 분포로 해석한 신뢰도 함수를 중첩시킨 것이다. 와이블 분포가 비모수적으로 분석한 신뢰도를 95% 신뢰구간에서 잘 추종하는 것을 보인다.

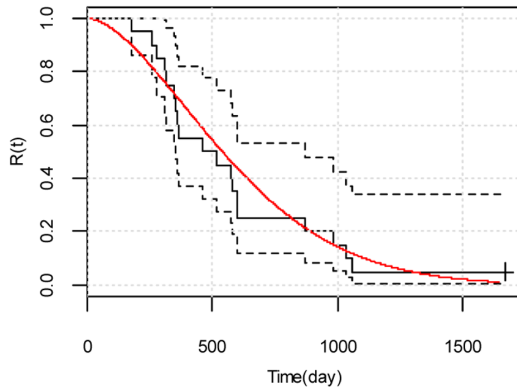


Fig. 12. Comparison of non-parametric and parametric reliability functions of group A.

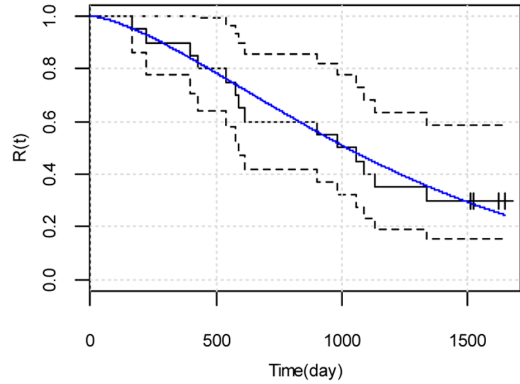


Fig. 13. Comparison of non-parametric and parametric reliability functions of group B.

3.5 신뢰도 지표 평가 결과

두 그룹의 공기압축기를 비모수적으로 분석한 결과 이중 환경 차에 의한 신뢰수명이 서로 상이하다는 통계적 결론에 도달 할 수 있었다.

모수적 방법으로는 두 그룹 모두 와이블 분포가 가장 적합하였다. 두 그룹 모두 형상모수(β)가 1보다 크므로, 사용시간이 증가할수록 고장 발생이 증가하는 열화 특성을 가지며, 주기적인 교체가 타당할 것이다. A그룹이 B그룹보다 고장강도가 큰 것으로 나타났다. 척도 모수(η)로 판단해 볼 때 63.2% 고장 나는 시점도 많은 차이를 보여준다. 또한 식12을 사용한 4년간의 평균 수명(MTTF)은 A그룹이 598.6day이고 B그룹은 1,015.4day으로 나타났다.

이 통계적 평가 결과로 볼 때 동일한 제조사에서 생산한 공기압축기라도 운영환경이 상이한 경우 신뢰도 특성도 서로 상이함을 실증적으로 증명하였다. 즉, 공기압축기의 교체 주기가 A·B 그룹 모두 4년 주기로 하는 것은 타당한 근거가 없음을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 Fig. 1과 같은 절차를 사용하여 이중 환경에서 운용되는 두 그룹의 부품에 신뢰 수명 특성에 차이가 있음을 비모수적 통계적 방법으로 확인하였다.

Kaplan-Meier 방법과 로그-순위 검정은 다중 그룹의 생존 특성을 분석하는 방법으로 의학 및 통계학에서 많이 사용된다. 이런 방법은 Spread Sheet(MS-Excel 등)로도 쉽게 분석이 가능하므로, 현장 기술자도 쉽게 사용할 수 있는 분석방법이며, 관측 중단이 많은 현장 데이터 특성상, 그 이용 가치는 더할 것이다.

또한 동일 부품이 기능이 상이한 장치의 구성부품이 되거나, 운영환경이 다른 부품의 수명이 통계적으로

유사하거나 차이가 있다면, 모수적 방법에 의한 신뢰도 지표를 제한(Restriction)하여 정량적 교체 및 효과적 검사 주기를 선정할 수 있을 것이다.

본 논문은 기술자들이 정비 정책을 설계하고 판단하는데 도움이 될 수 있는 자료로 활용되고, 정책을 결정하는 경영진의 판단에 도움이 될 것으로 기대된다.

References

- 1) S. H. Baek et al. "Reliability Analysis and Preventive Maintenance for Fatigue Life of End Beam for Uncovered Freight Car", Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 29, Issue 3, pp. 495-502, 2005.
- 2) D. H. Park, J. W. Baik, J. W. Park and B. S. Song, "Reliability Engineering", KNOUPRESS, pp. 69, 2008.
- 3) R. Sundberg, "Comparison of Confidence Procedures for Type I Censored Exponential Lifetimes", Lifetime Data Analysis, Vol. 7, Issue 4, pp. 393-413. 2001.
- 4) J. h. Han, J. W. Kim and J. S. Koo, "A Study on Evaluation of Optimal Replacement Period by Reliability Prediction for the Door Control Relay of EMU", Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers, Vol.28, Issue 7, pp 34-40, 2014.
- 5) J. h. Han, J. W. Kim and J. S. Koo, "A Study on the Maintenance Policy Considering the Failure Data of the EMU Braking System and the Cost Function", Journal of the KOSOS, Vol. 30, No. 6, pp.13-19, 2015.
- 6) E. L. Kaplan, "This Week's Citation Classic," Current Contents 24, pp. 14, 1983.
- 7) D. G. Kleinbaum and M. Klein, "Survival Analysis: A Self-learning Text," Springer Science & Business Media, pp. 51-57, 2006.
- 8) J. M. Bland and D. G. Altman, "The Logrank Test", Bmj 328.7447, pp. 1073, 2004.
- 9) W. Albers, "Comparing Survival Curves using Rank Tests", Biometrical Journal 33.2. pp. 163-172, 1991.
- 10) J. Y. Gu, E. S. K and S. B. Kim, "Recommendation of Personalized Surveillance Interval of Colonoscopy via Survival Analysis", Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 42, No. 2, pp. 129-137, 2016.
- 11) R. B. Abernethy et al., Weibull Analysis Handbook, No. PWA/GPD-FR-17579. PRATT AND WHITNEY WEST PALM BEACH FL GOVERNMENT PRODUCTS DIV, pp. 2-4, 1983.
- 12) E. Zivot, Maximum Likelihood Estimation, Lecture Notes, aB1, 2001.
- 13) S. Hu, Akaike Information Criterion, Center for Research in Scientific Computation, 2007.
- 14) H. S. Jung, D. H. Park and J. J. Kim, "Reliability Analysis and Applications", Yeongji-publishers, pp. 44-47, 1999.