

자유곡면의 형상 측정에서 shape-from-shading을 접목한 스테레오 비전의 적용

양영수*, 배강열**,#

*전남대학교 기계공학과, **경남과학기술대학교 메카트로닉스공학과

Application of Stereo Vision for Shape Measurement of Free-form Surface using Shape-from-shading

Young-Soo Yang*, Kang-Yul Bae**,#

*Department of Mechanical Engineering, CN UNIV., **Department of Mechatronics Engineering, GNUST
(Received 21 August 2017; received in revised form 28 August 2017; accepted 4 September 2017)

ABSTRACT

Shape-from-shading (SFS) or stereo vision algorithms can be utilized to measure the shape of an object with imaging techniques for effective sensing in non-contact measurements. SFS algorithms could reconstruct the 3D information from a 2D image data, offering relatively comprehensive information. Meanwhile, a stereo vision algorithm needs several feature points or lines to extract 3D information from two 2D images. However, to measure the size of an object with a freeform surface, the two algorithms need some additional information, such as boundary conditions and grids, respectively. In this study, a stereo vision scheme using the depth information obtained by shape-from-shading as patterns was proposed to measure the size of an object with a freeform surface. The feasibility of the scheme was proved with an experiment where the images of an object were acquired by a CCD camera at two positions, then processed by SFS, and finally by stereo matching. The experimental results revealed that the proposed scheme could recognize the size and shape of freeform surface fairly well.

Key Words : Shape-from-shading(이미지 기반 형상복구), Stereo Vision(스테레오 비전), Free-form Surface (자유 곡면), Pattern Matching(패턴 정합), Shape Measurement(형상 측정)

1. 서 론

금형 등 미려함이나 기능을 위한 자유곡면을 가진 물체의 인식 또는 가공을 위해 표면의 크기와 위치정보를 측정해야 할 필요가 있다. 자유곡면의 크기와 위치정보를 구하기 위해서는 3차원 측정기

를 사용하여 직접 정밀한 측정을 할 수 있으나, 거치가 번거롭거나 시간이 소요되고 측정 환경을 잘 유지해야 하는 문제가 있을 수 있다. 또한 자유곡면을 가진 물체 각 점의 3차원 좌표는 구조화된 광을 이용한 3각 측정법, 레이저 거리 측정기 등을 활용하여서도 측정할 수 있으나, 별도의 광원이나 환경이 요구된다^[1-3]. 다른 방법으로, 컴퓨터 비전을 이용하여 비접촉식으로 3차원 위치정보를 얻을 수 있다. 이는 물체가 놓여 있는 그 상태

Corresponding Author : kybae@gntech.ac.kr

Tel: +82-55-751-3384, Fax: +82-55-751-3389

에서, 주변 조건을 제한하지 않고, 카메라만으로 물체의 형상 측정이 가능하게 한다^[4]. 스테레오 비전(stereo vision)을 이용하면 자연광 하에서 물체까지의 거리를 용이하게 구할 수 있다. 이를 위해서는 두 이미지를 매칭하여 찾을 수 있는 특징점을 필요로 한다. 그러나 이미지 내에 이러한 특징 변화를 보이지 않는 곡면에서는 특징점을 인위적으로 형성해야 하는 과정이 필요하다^[5].

한편, shape-from-shading(SFS) 방법은 물체를 촬영하여 획득한 그레이-스케일 이미지로부터 기울기와 높이 등 물체의 3D 정보를 재구성하는 기법으로^[6-7], 하나의 이미지 정보를 이용하고, 특징점이 주어지지 않는 부드러운 곡면의 형상에 대한 깊이 정보를 확보하는 데 유용한 방법으로 활용될 수 있다. 특히, Pentland^[8]와 Shah^[9]는 반사도 함수의 선형화 기법을 제안하여, 물체의 깊이 정보에 대한 닫힌 해를 얻을 수 있게 하였다.

금형의 자유곡면 등의 형상 측정을 위한 스테레오 매칭에서 SFS의 결과를 활용하면, 비록 상대적이기는 하나 깊이 값을 알 수 있어, 용이하게 매칭을 할 수 있다. 이는, 그리드를 사전에 그려 놓거나 광원을 활용한 그리드 생성 과정을 배제할 수 있어, 자유곡면의 형상과 크기를 측정하는 효율적인 방법이 될 수 있다. 기존의 연구사례는 에너지를 최소화하기 위한 방법을 적용하여 많은 반복연산을 통해 SFS를 수행하고, 반복적으로 SFS와 스테레오 매칭을 수행하는 방법으로, 해를 구하는 시간이 크게 소요가 된다^[10-11].

본 연구에서는 선형 SFS를 활용하여, SFS에 소요되는 시간을 크게 줄이면서 SFS의 결과로써 직접 스테레오 매칭하는 방법을 제안하였다. 특히 선형화 기법을 비교하여, 스테레오 비전에 용이한 기법을 선택하고자 하였다. 제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여, 스테레오 비전 실험을 수행하고, 결과에서 얻은 3차원 형상 정보와 물체의 실제측치를 비교하였다.

2. Shape from shading과 스테레오 비전의 접목

2.1 Shape from shading

광원으로부터 물체 표면에 복사되는 빛은, Fig. 1에서 보인 바와 같이, 표면에서 반사되고, 카메라를 통해 이미지로 변환된다. 이때, 면의 기울기와 이미지의 밝기는 다음과 같은 이미지 반사도(image reflectance) 방정식의 관계로 표현된다^[9].

$$E(x, y) = R(p, q) \quad (1)$$

SFS는 이미지(E)가 주어지면, 식 (1)의 조건과 반사도, 광원 방향이 주어진 상태에서, 표면의 법선 벡터(surface normal)를 구하는 방법으로, 카메라에서 얻은 이미지의 밝기와 유사한 밝기를 갖는 표면을 구성하는 과정이다. 여기서, p 는 점 (x, y, z) 에서의 x 방향 기울기, q 는 y 방향 기울기이고, 반사도 맵(reflectance map), $R(p, q)$ 은 면의 반사특성과 광원의 방향정보를 포함한다. 이미지 반사도 방정식은 비선형 식과 특정되지 않은 경계조건으로 인하여 완전해를 구하기는 어렵고, 근사해를 구하는 방법이 제안되어 있다^[8-9, 12].

Pentland의 접근법^[8]은, 반사도 맵을 특정점 $(p = p_0, q = q_0)$ 주위에 대하여 Taylor 급수 전개를 취하고 고차항을 무시하여, 다음과 같이 선형식으로 표현하고 있다.

$$R(p, q) \approx R(p_0, q_0) + (p - p_0) \frac{\partial R}{\partial p}(p_0, q_0) + (q - q_0) \frac{\partial R}{\partial q}(p_0, q_0) \quad (2)$$

이를 이용하여, 알려진 점 (x_0, y_0) 에서 출발하여 모든 점 (x, y) 에서의 반사도 맵을 근사화할 수 있게 된다. 근사화된 선형방정식의 좌우변을 Fourier 변환하고, 다시 $z(x, y)$ 에 대한 Fourier 변환 항을 역변환함으로써, $z(x, y)$ 를 구할 수 있다. 이로써 비반복적이고 닫힌 해를 얻을 수 있다.

Shah는 반사도 맵을 선형화하기 위하여^[9], 우선 유한차분법을 적용하여, $Z(x, y)$ 의 형태로 p 와 q 를

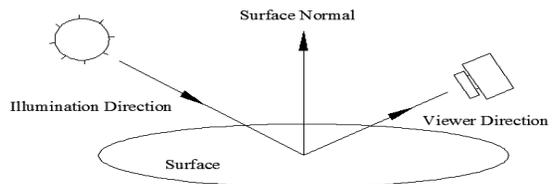


Fig. 1 Relation between surface normal, illumination direction and viewer direction on a surface

각각 근사화하고, Taylor 급수 전개를 사용하여, 함수 $f = E - R = 0$ 를 Z 의 항으로 반복회수 $k-1$ 에서 복원한 표면인 Z^{k-1} 근방에서 선형화하였다.

$$f(Z) \approx f(Z^{n-1}(x,y)) + (Z(x,y)^n - Z^{n-1}(x,y)) \frac{df(Z^{n-1})}{dZ} \quad (3)$$

$Z^0(x,y) = 0$ 으로 가정하고, (3)식에서 얻은 Z^n 을 반복적으로 계산하여 $Z(x,y)$ 를 도출하게 된다.

한편, 단일 이미지로부터, 이미지 복사조도의 1차 모멘트와 2차 모멘트를 이용하여, 반사도와 광원방향을 결정할 수 있다^[9].

2.2 스테레오 비전

물체를 촬영하여 이미지를 얻는 과정은 3차원 물체를 2차원 이미지 평면에 맵핑하는 것으로, 다수 점을 한 점으로 변환하는 형태이다. 즉, 이미지 점은 3차원 대응점을 유일하게 결정할 수 없다. 스테레오 비전 기법을 적용하므로써 누락된 깊이 정보를 구할 수 있고^[13], 이는 물체에 대한 2개의 이미지를 얻어 수행한다.

Fig. 2에는 물체와 카메라의 기하학적 관계 그리고 좌우의 이미지 좌표계, 좌우의 카메라 좌표계, 절대(world) 좌표계, 물체 좌표계 등의 좌표계를 보이고 있다. 두 렌즈 중심 간의 거리를 베이스 라인(base line)이라 할 때, 두 개의 이미지 좌표계에 나타난 절대 위치의 각 이미지 점 (x_l, y_l) 과 (x_r, y_r) 로부터 점 p 의 절대 좌표 (X, Y, Z) 와 물체 좌표 (x, y, z) 를 구하는 것이 스테레오 비전의 원리이다. 좌측 및 우측 카메라 좌표계에서, p 점은 각각 다음 위치에 놓이게 된다.

$$X_l = -\frac{x_l}{\lambda} Z_l ; X_r = -\frac{x_r}{\lambda} Z_r \quad (4)$$

여기서, $x_l < 0$, $x_r < 0$ 이다. 그런데, 카메라 사이 이격 거리는 베이스 라인($2b$)이므로 $X_l = X_r + 2b$ 이고, p 의 Z 좌표는 두 카메라에서 동일하므로, $Z_r = Z_l = Z$ 이다. 이를 (4)식의 좌우에 대입하면, Z 좌표를 구할 수 있고, $x_r - x_l$ 이 특정점 p 의 disparity가 된다. 그러면, p 점의 X, Y 는 다음에서 구할 수 있다.

$$X = -\frac{x_l}{\lambda} Z - b ; Y = \frac{y_l}{\lambda} Z \quad (5)$$

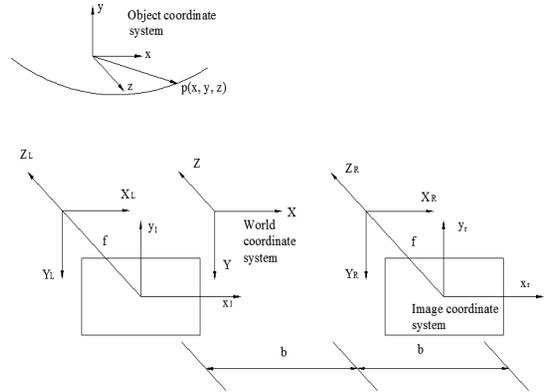


Fig. 2 Relationship between image, camera, world and object coordinate systems

따라서, p 위치는 병진 $[T]$ 과 회전 $[R]$ 변환과정으로 물체 좌표계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [R] [T] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

이와 같은 과정을 통해, 물체의 형상과 절대 크기를 측정할 수 있게 된다.

2.3 SFS 정보와 스테레오 비전의 접목

3차원 물체의 한 점에 대한 깊이 정보를 얻기 위해서는 이 점이 투영된 두 이미지에서 대응점을 찾는 것이 중요하다. 본 연구에서는 이미지에서의 특징점 대신에, 이미지에 SFS를 적용하여 얻은 깊이 정보를 패턴으로 활용하여, 이미지 사이의 대응 관계를 찾고자 하였다.

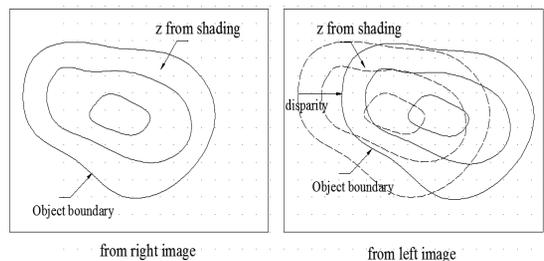


Fig. 3 z patterns obtained from left and right images for stereo matching

Fig. 3은 임의의 물체에서 획득한 좌와 우의 이미지에서 각각 SFS로써 산출한 형상 값인 z 의 분포를 보인다고 할 수 있다. 본 연구에서는 SFS에서 얻은 z 값을 무늬 패턴이라고 가정하고, 좌우 이미지에서 동일한 패턴을 찾아 이를 매칭하는 방법을 제안하였다. 먼저, 좌와 우의 이미지에서 물체와 배경의 경계부를 찾아, 배경부는 처리에서 배제하고, 경계부의 disparity를 계산한다. 다음은 p 와 q 가 동시에 0이 되는 위치를 찾아, 특징점으로 삼고, 각각의 disparity를 구한다. 나머지 물체 영역의 disparity는 다음과 같이 z 값에 비례한다고 가정하였다.

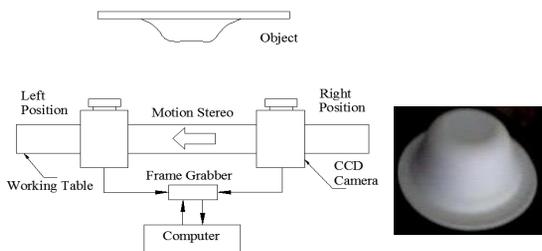
$$d(i, j) = mz(i, j) + n \quad (7)$$

여기서, m 과 n 은 경계부 등 특징점의 위치에서 찾은 disparity에 의해 결정된다.

3. SFS정보 활용 스테레오 비전 실험

제안한 스테레오 알고리즘을 검증하기 위하여, 부드러운 곡면을 가진 물체를 두 위치에서 촬영하고, 획득한 이미지로부터 각각 SFS를 적용하여, 여기서 얻은 깊이 정보를 활용한 스테레오 매칭을 하는 실험을 수행하였다.

Fig. 4(a)는 물체를 2개의 위치에서 촬영하기 위한 스테레오 비전 시스템을 보이고 있다. 실제 촬영에 활용된 카메라는 1대이고, 2개의 위치에서 촬영하기 위하여 거리 제어가 가능한 working table을 활용한 모션 스테레오 비전 방식을 적용하였다. 촬영된 이미지는 frame grabber에서 획득하



(a) Configuration of motion stereo vision (b) Object

Fig. 4 Experimental set-up and object

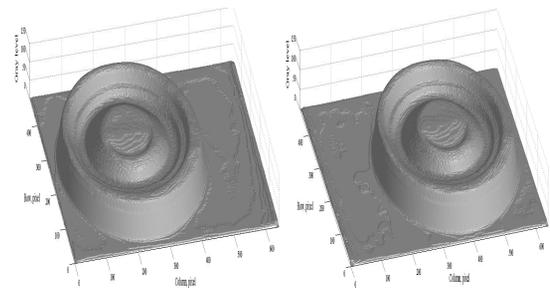
고, 이를 컴퓨터에서 읽어들이어 처리하였다. 측정에 사용된 물체는 Fig. 4(b)에서 보인 바와 같이 금형과 형상이 유사한 백색의 플라스틱 용기를 사용하였다. 실험에서 광원의 방향은 slant 2.06° , tilt 10.2° 이었다. 카메라의 초점거리는 21 mm, 베이스 길이 b 는 50 mm, 카메라의 CCD 크기는 가로 8.8mm, 세로 6.6 mm, 가로 방향 640개 픽셀, 세로 방향 480개 픽셀로 구성되었다. CCD 크기를 고려하여 이미지 좌표를 계산하고, 이미지 상에서 얻은 disparity의 실제 크기를 산출할 수 있다.

4. 결과 및 고찰

물체를 우측과 좌측의 위치에서 각각 촬영하여 획득한 이미지의 강도값(gray level)을 Fig. 5에 나타내었다. 이미지는 행(row) 방향과 열(column) 방향의 이미지 좌표계에 나타나 있다.

이미지 강도는 0~120 정도의 크기로 나타났다. 물체와 이미지를 비교할 때, 이미지의 강도값으로써 물체의 형상을 파악하기는 어렵다고 판단할 수 있다. 좌측에서 촬영한 경우, 우측에서 촬영한 경우보다, 이미지 면에서 물체가 이동한 결과로 나타났다. 이동한 정도는 물체 형상에 따라 이미지 내부에서도 차이가 나타나게 된다. 이미지 강도만으로는 내부의 이동 정도 또한 구하기가 어렵다.

Fig. 6은 Pentland 알고리즘을 좌측 이미지에 적용한 경우, z 값을 보여 주고 있다. 물체의 표면 형상과 이미지 강도 사이에 단힌 해를 이용하여, 즉시 물체의 인식이 가능하였다. 그럼에도, SFS에



(a) right image (b) left image

Fig. 5 Gray levels of right and left images

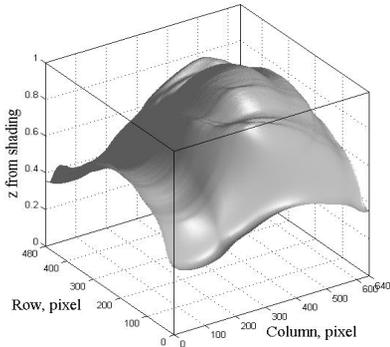
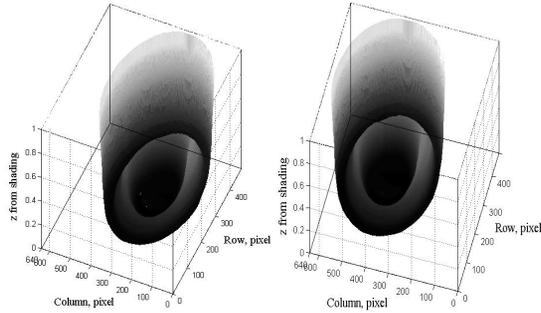


Fig. 6 Depth information of object obtained by Pentland's algorithm



(a) Right z from shading (b) Left z from shading

Fig. 7 Depth information of object with shape from shading by Shah's approach

서 얻어진 결과는 물체의 실제 형상과 상당한 차이가 있음을 보여 주고 있다. 이는 알고리즘 내에서 물체와 배경 등에서의 깊이 정보 등 여러 경계 조건 등을 제대로 활용하지 않고, 단지 그레이 레벨의 값에 의존한 결과와 선형화에 따른 고주파 성분을 제거한 결과로 판단된다.

Fig. 7은 좌측 및 우측 위치에서 획득한 이미지 강도값에 Shah가 제안한 SFS를 적용하여 얻은 높이 결과(z)를 보여 주고 있다. Pentland의 결과에 비해 물체의 윤곽 등이 강조되어 나타나고 있으나, Fig. 4(b)에서 보인 물체를 제대로 묘사하지 못하는 것으로 판단할 수 있다. 또한, SFS에서는 물체의 z 값이 상대적으로 나타나고, x, y 방향 크기에 대한 정보를 산출할 수 없다. 따라서 SFS에 의한 표면의 3차원 재구성 기법으로는, 신속하게

물체의 형상을 가능하는 방법으로 활용할 수 있으나, 물체의 형상과 크기에 대한 측정에는 한계가 있다는 것을 알 수 있다. 측정된 물체의 경우, 경계부는 140 픽셀의 disparity가 나타났고, 물체는 중앙 정상부에서 최대 146.5, 가장자리 바닥면에서 최소 140.2 픽셀의 disparity가 나타났다.

Fig. 8은 제안된 방법으로 3차원 형상정보를 획득하는 과정을 보여 주고 있다. 좌측과 우측 위치에서 획득한 이미지를 활용하여, Shah가 제안한 SFS를 적용하여 각각 이미지 좌표계에서 깊이 정보인 z 값을 얻는다. 좌우의 이미지 좌표계의 z 값을 상호 매칭하여, 특징점에서의 disparity를 구하고 또 z 와의 선형적 관계를 활용하여 나머지 부분의 disparity를 산출하게 되며, 이를 절대좌표로 변환하여 물체까지의 깊이정보를 산출한다. 이 결과를 좌표계 사이의 변환관계로써 변환하여, 물체의 3차원 크기와 형상정보를 얻게 된다.

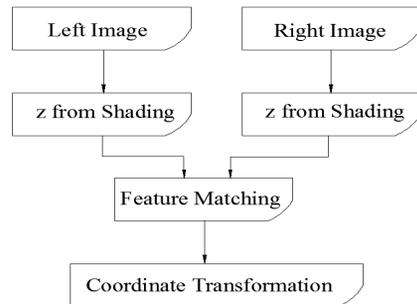


Fig. 8 Procedure for obtaining shape of object from stereo matching between depth informations of left and right images

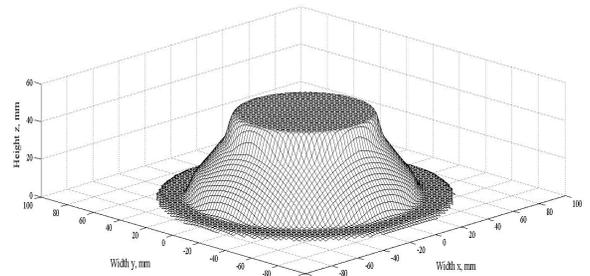


Fig. 9 Shape of object presented in the object coordinate system

Fig. 9는 제안된 방법을 이용하여, 좌우의 z 값을 매칭하여 얻은 물체의 3차원 형상 정보를 보여주고 있고, 실험에 사용된 물체의 형상과 유사함을 알 수 있다. 스테레오 매칭을 통해, SFS의 경우와는 달리, z 의 실제 크기와 x 와 y 방향의 크기까지 산출할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 10은 물체의 가로(x)와 세로 방향(y) 중앙부에서 실제 계측값과 스테레오매칭에 의한 측정값을 비교하였다. 실제 계측은 분해능이 0.01 mm인 디지털 게이지로 수행하였다. 물체는 최소 직경이 약 80 mm, 최대 직경이 약 160 mm, 높이가 약 45 mm인 축대칭 형의 물체임을 보이고 있다. 물체의 가장자리 부분을 제외한 대부분의 위치에서 두 측정값은 대체로 잘 일치하는 결과를 보이고 있다. 결과적으로, 특징점이 주어지지 않는 부드러운 곡면을 가진 물체에 대하여, 제안된 방법이 SFS에 의한 방법보다 깊이 정보 뿐만 아니라, 물체 전체에 대한 크기 정보를 더 구체적이고 정확하게 측정할 수 있는 방법으로 판단하였다.

Fig. 11은 물체의 높이에 대한 가로 방향과 세로 방향에서의 실제 측정값과 스테레오 매칭에 의한 측정 결과와의 차이를 보이고 있다. 우측의 가장자리 부분에서는 최대 8 mm에 이르는 높이 방향 오차가 발생하고 있음을 알 수 있다.

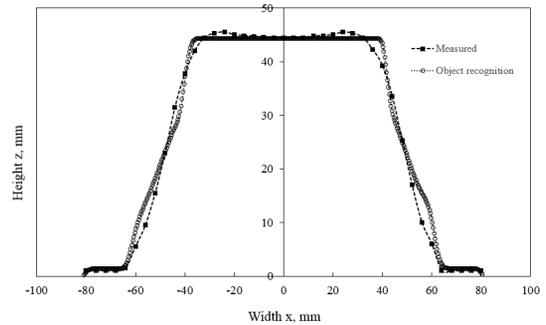
제안된 방법으로 측정된 전체 형상에 대한 오차 분석은 벡터 놈(vector norm)을 이용하여 산출하였다^[10]. 임의의 지점(i, j)에서 형상지수를 \vec{r} 이라고 하고, 이를 다음과 같이 정의하였다.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (8)$$

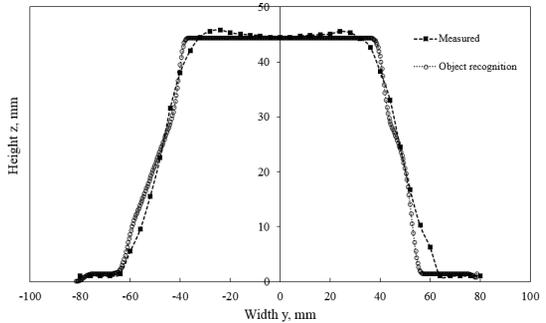
디지털 측정결과와 제안된 방법에 의한 예측결과의 형상에 대한 상대 오차율을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$e_r(i, j) = \frac{|||r_e(i, j)| - |r_m(i, j)|||}{||r_m(i, j)||} \times 100 (\%) \quad (9)$$

여기서, 첨자 m 은 디지털 측정, 첨자 e 는 제안된 방법을 나타내고, $|| \cdot ||$ 는 Euclidean norm을 나타낸다. 상대 오차율을 비교된 위치 수의 평균으로 나타내면, 제안된 방법의 평균 상대 오차율을 산출할 수 있다.



(a) along x axis



(b) along y axis

Fig. 10 Comparison between heights at center line measured by digital gauge and by object recognition with stereo vision

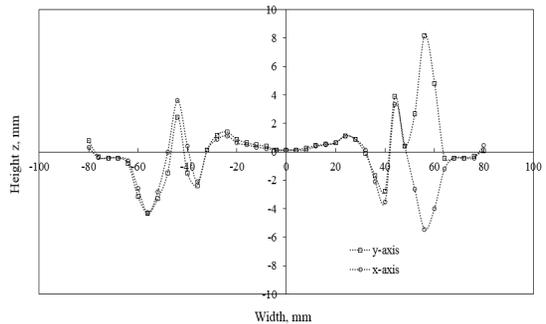


Fig. 11 Errors in height between measured and recognized values

비교한 위치에서의 형상지수와 형상오차 그리고 상대 오차율 등을 고려하여 계산한 결과, x 방향으로서는 평균 1.0%의 상대오차율, y 방향으로서는 평균 1.1%의 상대 오차율을 나타내었다.

5. 결론

자유곡면을 가진 금형 등의 인식 및 형상 측정을 위하여, 선형화된 SFS 알고리즘에 의한 패턴 생성과 이를 활용한 스테레오 매칭 기법을 제안하였다. 이를 기반으로, 자유곡면을 모션 스테레오에 의해 촬영한 좌우의 이미지 정보에 SFS를 적용하여 깊이 정보를 각각 확보하고, 이에 대한 스테레오 매칭을 실시하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. SFS에서 얻은 깊이 정보는 물체의 형상과 절대 높이에 크게 연관성이 없었다. 따라서 SFS는 더 정교한 물체 인식 기법의 초기 추정에만 활용될 수 있을 것으로 판단된다.
2. 특징점이 주어지지 않는 부드러운 곡면의 형상에 대한 깊이 정보를 SFS 기법으로 확보하였고, 좌우에서 얻은 SFS 깊이 정보는 3차원 형상에 대한 패턴으로 활용이 가능하였다.
3. SFS에서 얻은 정보에서 특징점을 얻고 이를 활용하여, 이미지의 disparity와 SFS 깊이 정보 사이에서 선형적 관계를 얻을 수 있었다.
4. SFS의 깊이 정보로써 스테레오 매칭을 수행한 결과, 3차원 형상에 대한 인식과 측정이 가능하였고, 이는 실시간으로 처리될 수 있었다.
5. 스테레오 매칭을 통해 측정된 결과는 실측에 비해 최대 약 8 mm의 높이 오차와 약 1% 정도의 형상오차를 나타내었다.

후 기

“이 논문은 2016년도 경남과학기술대학교 대학회계 연구비 지원에 의하여 연구되었음”

REFERENCES

1. Lee, J. H., Jung, S. H. and Kim, D. -H., “Development of a 3-D Position Measurement Algorithm using 2-D Information”, Vol. 12, No. 5, pp. 141-148, 2013.
2. Pyo, C. R., “Development of Auto Positioning Laser System by using Image Measurement Data”, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 12, No. 3, pp. 36-40, 2013.
3. Lee, Y. H., Park, G. B., Cho, Y. T., Lee, E. S. and Jung, Y. G., “Development and Performance Evaluation of Hybrid Measuring Instrument”, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 16, No. 3, pp. 69-75, 2017.
4. Lee, G. I., Kim, J. Y., Roh, C. S. and Choi, C. J., “Customized Pattern-Recognition Technique using Vision Measurement System Development in New Car Manufacturing Process”, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 15, No. 4, pp. 51-59, 2016.
5. Yang, M. Y. and Yoo, J. K., “A CAM System of Sculptured Surface using Computer Vision”, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 14, No. 4, pp. 850-856, 1990.
6. Mansour, R. F., “A Robust Method for Shape From Shading using Genetic Algorithm Based on Matrix Code”, American J. of Comp. and Applied Mathematics, Vol. 1. No. 1, pp. 33-40, 2011.
7. Joseph, V. and Bhatia, S., “Neural Network Based 3D Surface Reconstruction,” Int. J. on Computer Science and Engineering, Vol. 1, No. 3, pp.116-121, 2009.
8. Pentland, A. P., “Linear Shape From Shading”, Int. J. of Computer Vision, 4, pp. 153-162, 1990.
9. Tshai, P. and Shah, M., “Shape From Shading using Linear Approximation”, Image and Vision Computing, Vol. 12, No. 8, pp. 487-498, 1994.
10. Bae, K. Y. and Benhabib, B., “A Hybrid Scheme Incorporating Stereo-matching and Shape-from-shading for Spatial Object Recognition”, Proc. Instn Mech. Engrs. Vol. 217, No. 11 Part B, pp. 1533-1542, 2003.
11. Cryer, J. E., Tsai, P. S. and Shah, M., “Integration of Shape From Shading and Stereo”, Pattern Recognition, Vol. 28, No. 7, pp. 1033-1043, 1995.
12. Ikeuchi, K. and Horn, B. K. P., “Numerical Shape-from-shading and Occluding Boundaries”, Artificial Intelligence, Vol. 17, pp. 141-184, 1981.
13. Fu, K. S., Gonzalez R. C. and Lee, C. S. G., Robotics - Control, Sensing, Vision, and Intelligence, McGraw Hill, pp. 325-328, 1987.