Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, Vol. 41, No. 11, pp. 1099~1108, 2017

<응용논문> DOI https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.11.1099 ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

물리적 불확실성을 내재한 입력변수의 확률 통계 기반 유효 범위 결정 방법 및 신뢰성 평가

주민호* · 도재혁* · 최수교** · 이종수*†
* 연세대학교 기계공학과, ** 현대자동차 개발본부

Statistical Effective Interval Determination and Reliability Assessment of Input Variables Under Aleatory Uncertainties

Minho Joo*, Jaehyeok Doh*, Sukyo Choi** and Jongsoo Lee*†
* School of Mechanical Engineering College, Yonsei Univ.
** Research & development division, Hyndai Motor

(Received March 23, 2017; Revised August 28, 2017; Accepted August 29, 2017)

Key Words: Sequential Statistical Modeling(순차적 통계 모델링), Statistical Area Metric(통계적 면적척도), Monte-Carlo Simulation(몬테카를로 시뮬레이션), Confidence Interval(신뢰 구간), Inverse Cumulative Distribution Function(역 누적분포함수)

초록: 동일한 시험조건에서 반복시험으로부터 얻어진 실험 데이터는 이론적으로 동일한 값을 가져야 한다. 그러나 실제 데이터 결과는 다양한 환경 요소들에 의해 발생하는 오차와 불확실성을 가지게 되어 시험 값이 변동량을 가진다. 이는 정확한 실험 데이터를 얻는데 제한사항이 된다. 본 연구에서는 확률통계 방법을 이용하여 불확실성을 가진 입력변수의 유효범위를 결정하는 알고리즘을 제안하였다. 또한 실제 현장에서 사용되는 볼트 체결 마찰계수 데이터를 이용하여 제안된 알고리즘을 적용하여 불확실성을 내재한 입력변수의 유효범위를 산출하고 이에 대한 신뢰성 평가를 하였다.

Abstract: Data points obtained by conducting repetitive experiments under identical environmental conditions are, theoretically, required to correspond. However, experimental data often display variations due to generated errors or noise resulting from various factors and inherent uncertainties. In this study, an algorithm aiming to determine valid bounds of input variables, representing uncertainties, was developed using probabilistic and statistical methods. Furthermore, a reliability assessment was performed to verify and validate applications of this algorithm using bolt-fastening friction coefficient data in a sample application.

- 기호설명 -

k : 확률 분포 파라미터 개수
P : 나사면 피치
μ_b : 자리면 마찰계수
μ_{th} : 나사면 마찰계수
D_w : 자리면 등가직경
σ_y : 항복 강도
A_s : 나사 유효단면적
d_1 : 골지름
d_2 : 유효경
d_3 : $(d_1-H)/6$
H : 뾰족끝 높이
$f_k(x_i|\theta)$: 후보 분포 모델의 확률밀도함수
L : 우도 함수

† Corresponding Author, jleej@yonsei.ac.kr
© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

1. 서 론

기계시스템 해석을 위한 입력변수에는 하중, 크기 등 다양한 종류가 있으며 이러한 입력변수들은 불확실성을 내재하고 있다.(1) 예를 들어 동일한 조건의 실험으로 얻어진 데이터들은 이론적으로 동일

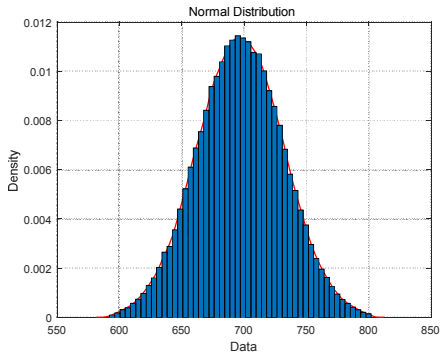

Fig. 1 General normal distribution

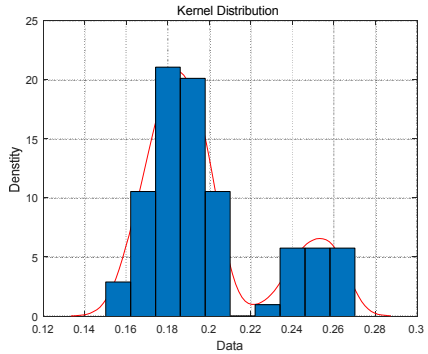

Fig. 2 The distribution and histogram of real data

한 값을 가져야 하지만 현실에서는 잡음인자(Noise factor)의 불확실성(Uncertainty)[1]으로 인해 산포가 발생함을 알 수 있다.

이러한 입력변수의 불확실성을 고려하여 신뢰성 기반 최적 설계를 적용하면, 원하는 수준의 신뢰성을 갖는 시스템 설계가 가능하다. 이와 같이 신뢰성 있는 시스템 설계를 위해서는 입력변수의 정확한 분포를 추정하는 것이 중요하다.

실제 현장에서는 이러한 입력변수의 분포를 Fig. 1에서 보는 것과 같이 정규분포(Normal Distribution)으로 가정하고 시스템 설계를 하는 경우가 대부분이다. 하지만 실제 현장에서 사용되는 입력변수들은 Fig. 2와 같이 정규분포를 따르지 않는 것이 일반적이다. 이러한 입력변수를 정규분포로 가정하고 기계시스템 설계를 한다면 오차가 발생할 수 있다. 이와 같은 이유로 실제 현장에서는 현실적으로 사용할 수 있는 입력변수의 정확한 분포를 추정하는 방법이 요구 되고 있다. 또한 입력변수의 정확한 분포를 추정하기 위해서는 입력변수의 통계적 특성을 나타낼 수 있는 충분한 횟수의 실험이 필요하며 실험횟수가 증가할 수록 정확한 분포를 추정할 수 있다. 이는 시간, 비용, 노력이 증가하며 경제성을 바탕으로 하는 실제 현장에서는 적합한 분포 추정을 위한 최소의 충분한 실험횟수를 결정하는 방법을 요구하고 있다.[2]

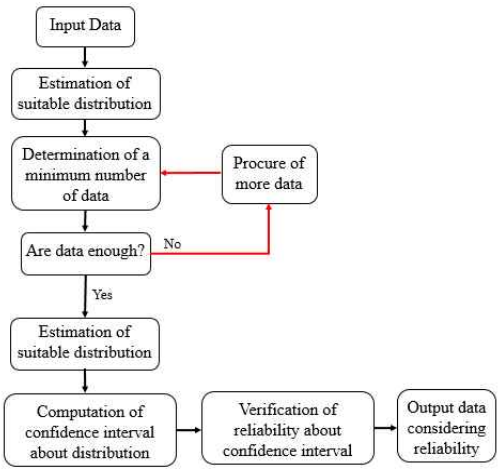

Fig. 3 The flow chart about algorithm of determination valid input variable

본 연구에서는 최소 실험횟수 결정 방법과 확률통계 모델링을 이용하여 불확실성을 가진 입력변수의 적합분포와 유효범위를 선정하는 알고리즘을 제안하였다. 또한 실제 현장에서 사용되는 볼트 체결의 마찰계수 데이터를 이용하여 알고리즘의 신뢰성 평가를 통해 제안한 알고리즘을 검증하였다.

2. 입력변수의 유효범위 결정 알고리즘

제안된 알고리즘은 실제 측정 데이터를 바탕으로 데이터에 적합한 분포를 추정한다. 이를 기준으로 현재 데이터 개수가 분포를 추정하는 적합도에 대하여 최소실험횟수 결정을 통해 데이터의 충분여부를 확인한다. 데이터 부족 시에 추가 실험을 통해 데이터를 확보하고 이에 대한 적합분포를 재 추정한다. 이 분포를 기준으로 95%의 신뢰구간을 산출함으로써 불확실성을 고려한 신뢰성 있는 유효 데이터 범위를 산출 한다. 입력변수에 대한 유효범위 결정 알고리즘에 대한 흐름도를 Fig. 3에 나타내었다.

3. 적합 분포 추정

3.1 순차적 통계 모델링

순차적 통계모델링(Sequential Statistics Modeling, SSM)은 모집단의 분포형태를 순차적으로 추정하는 모수적 모집단 추정 방법 가운데 하나이다.[4]

순차적으로 수행하는 과정은 크게 적합도(Goodness of fit) 검정과 모델 선택법(Model selection)으로 이루어진다. 주어진 데이터와 후보 확률분포의 절대적인 적합성에 대한 적합도 검정을

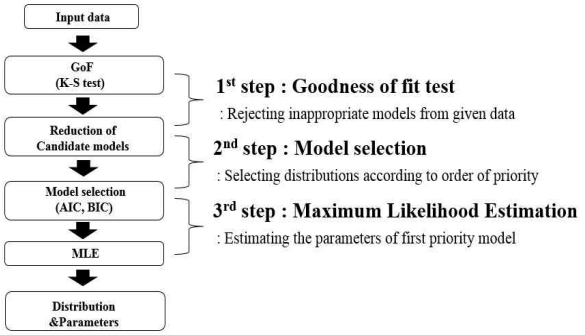

Fig. 4 The flowchart of sequential statistical modeling

수행한 뒤, 각 후보분포 모델의 상대적 적합성을 평가하는 모델 선택법을 사용하는 순서로 진행된다. 이를 통해 모집단에 적합한 모수적 분포형태와 그에 해당하는 파라미터를 추정한다. 순차적 통계 모델링에 대한 흐름도를 Fig. 4[4]에 나타내었다.

3.2 적합도 검정

적합도 검정은 실험데이터와 추정된 후보분포모델들 사이의 통계적인 가설검정을 통하여 후보분포모델들이 적합한 모델인지를 검정하는 방법이다. 이는 계산된 통계량을 유의수준에 해당하는 값과 비교하여 기각여부를 판단한다.

본 연구에서는 K-S test(Kolmogorov-Smirnov test)를 사용하였으며 이는 다양한 후보확률분포모델의 누적분포함수(Cumulative Distribution Function, CDF) $F_n(x)$와 데이터의 경험누적분포함수(Empirical Cumulative Function) $F(x)$의 비교하는 방법이다. 이는 데이터가 대상 후보분포함수로부터 추출된 것인지에 대한 가설을 통계량 D_n을 이용하여 적합도를 검정한다.

통계량이 0.05 유의수준의 K-S test임계값보다 작으면 확률 값(P-value)이 유의수준 0.05보다 커지고 해당 후보분포모델을 채택한다. 통계량 D_n의 산출식은 식 (1)과 같다.[3]

$$D_n = Max\left|F_n(x) - F(x)\right| \tag{1}$$

3.3 모델 선택법

모델 선택법은 데이터와 후보분포함수의 정보손실을 계산하여 정보손실이 가장 적은 모델을 선정하는 상대적인 통계모델링 방법이다. 종류에는 최대우도추정 법(Maximum Likelihood Estimation, MLE), 아카이케 정보척도(Akaike Information Criterion, AIC) 등이 있다.

MLE는 우도함수를 사용하되, 음의 로그 우도함수 값을 통계량으로 정의한다. 따라서 가장 적합한 모델은 가장 큰 우도함수 값을 갖게 되고, 이에 따라 음의 로그 우도함수 값을 사용하는 MLE는 가장 작은 값을 갖는 후보분포 모델을 선택하게 된다.

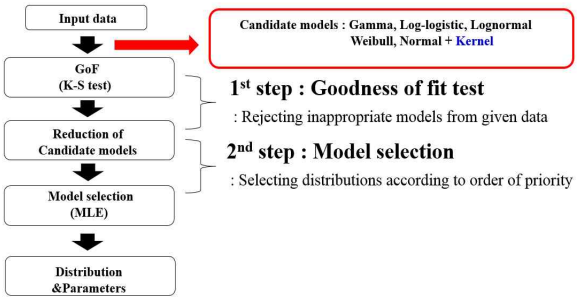

Fig. 5 The improved sequential statistical modeling

AIC 방법은MLE에 후보분포모델의 파라미터 수를 고려한 방법으로 MLE와 같이 AIC 값이 가장 작은 후보분포모델을 선택하는 방법이다. MLE와 AIC 산출 방법은 식 (2)와 식 (3)에 각각 나타내었다.[4,8~10]

$$\text{MLE}: -\ln(L) = -\ln\left(\prod_{i=1}^{n} f_k\left(x_i \middle| \theta\right)\right) \tag{2}$$

$$\text{AIC}: 2k - \ln(L) \tag{3}$$

3.4 순차적 통계모델링의 한계와 개선

기존의 순차적 통계 모델링은 데이터에 대해 모수적 분포만을 비교하여 선택하는 한계를 가지고 있었으며 데이터가 모수적 분포를 따르지 않는 상황에서 데이터의 경향과는 전혀 다른 분포를 선택하는 오류를 범하였다.

이에 따라 기존 순차적 통계 모델링을 개선할 필요가 있었다. 이를 위해 비모수적 분포인 커널(Kernel) 분포를 추가하여 모수적 분포와 비모수적 분포를 모두 고려할 수 있도록 하였다. 또한 모델 선택법에는 모수적 분포와 비모수적 분포를 모두 비교할 수 있는 MLE를 적용하였다.

이를 통해 일부 데이터에 상응하지 않는 분포를 선택했던 기존 방법과는 달리, 데이터 경향에 상응하는 분포를 선택함을 확인할 수 있었으며 이를 통해 적합분포 선택에 대한 폭을 넓혔다. 개선된 순차적 통계모델링의 흐름도는 Fig. 5와 같고 기존 순차적 통계 모델링 결과와 개선된 순차적 통계모델링 결과의 차이는 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다.

기존 순차적 통계모델링 방법으로 추정한 분포(Fig. 6)가 데이터와 전혀 다른 경향을 보이는 것과는 달리 개선된 순차적 통계 모델링 방법은 데이터의 경향을 나타내는 적합분포(Fig. 7)를 선택한 것을 확인할 수 있다.

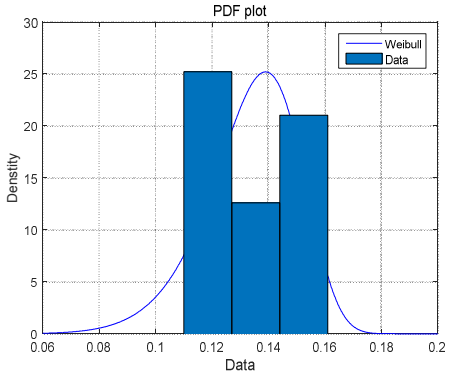

Fig. 6 Histogram of data and Weibull distribution

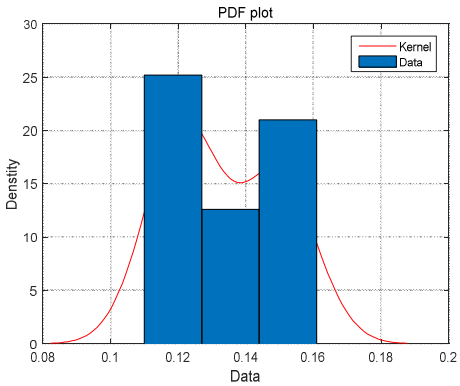

Fig. 7 Histogram of data and kernel distribution

4. 최소 실험횟수 결정법

본 연구에서는 데이터에 대한 적합 분포를 추정하기 위해 보유하고 있는 데이터 개수에 대한 충분성을 확인하기 위해 통계적 면적 척도(Statistical area metric) 비교방법을 이용하였다.

4.1 통계적 면적 척도

통계적 면적척도는 데이터 개수가 증가할 수록 분포의 변화율은 작아진다는 이론을 이용하여 분포의 변화율이 작아지는 최초 시점의 데이터 개수 (N)을 분포 추정을 위한 최소 필요 데이터 수로 결정하는 방법이다. 보유하고 있는 데이터의 개수를 (N)으로 하여 (N-1)개와 (N-2)개의 분포를 각각 추정하고, 이에 대한 분포의 면적을 비교한다.

분포의 면적은 1(100%)이며 데이터 개수 (N)과 (N-1), (N)과 (N-1)개의 분포 겹침 면적이 최초로 0.90(90%) 이상 일치 했을 때를 분포의 변화율이 작아지는 시점으로 판단하고, 그때의 (N)을 최소 실험 횟수로 결정한다.

만약 보유하고 있는 데이터 수(N)를 기준으로 통계적 면적척도를 비교 했을 때 일치도가 90% 이하일 경우 면적 일치도가 최초 90% 이상이 될 때까지 실제 실험을 통해 데이터를 1개씩 늘려가는 방식으로 진행된다. 이는 기존 최소 실험 횟수 결정법으로 이에 대한 흐름도를 Fig. 8[(2)]에 나타내었다.

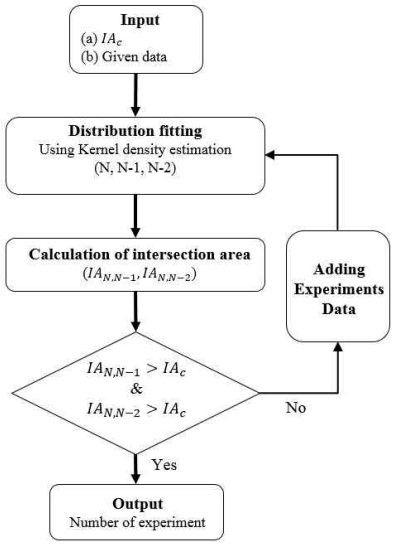

Fig. 8 The flowchart of statistical area metric comparison method

4.2 최소 실험 횟수 결정법의 한계와 개선

기존 최소 실험 횟수 결정법은 데이터가 부족했을 때 실제 실험을 통하여 데이터를 한 개씩 추가해야 하는 번거로움이 따른다. 또한 사용자가 대략적인 필요 데이터 개수를 파악하지 못한다는 한계를 가지고 있었다. 이를 개선하기 위해 랜덤 샘플링(Random Sampling)을 이용하여 기존 방법을 개선 시켰다.

이는 먼저 보유한 데이터를 순차적 통계모델링을 이용하여 적합한 분포를 추정한다. 추정된 분포를 기준으로 데이터 (N)개, (N-1)개, (N-2)개를 랜덤 샘플링하여 산출된 데이터를 커널밀도 추정(Kernel Density Estimation, KDE)[(7)]으로 분포를 추정한다. 이후 샘플링된 (N)개 데이터와 보유하고 있는 데이터의 적합분포의 면적, (N)개 데이터와 (N-1)개 데이터의 분포면적, (N)개 데이터와 (N-2)개 데이터의 분포면적 일치도가 동시에 90% 이상이 만족될 때까지 데이터 샘플링 개수를 늘려가며 최초 면적 일치도가 90%가 되었을 때 (N)을 최소 실험 횟수로 결정하도록 개선하였다.

또한 랜덤 샘플링에서 오는 반복적 오차를 감소시키고 강건성을 높이기 위해 개선된 실험횟수결정법을 200번 반복하여 산출된 분포 면적의 평균값을 사용하였다. 200번 반복한 결과의 평균값은 유효숫자 3자리까지 변화가 없었다. 이렇게 개선된 최소실험횟수 결정법은 실제 실험을 수행하여

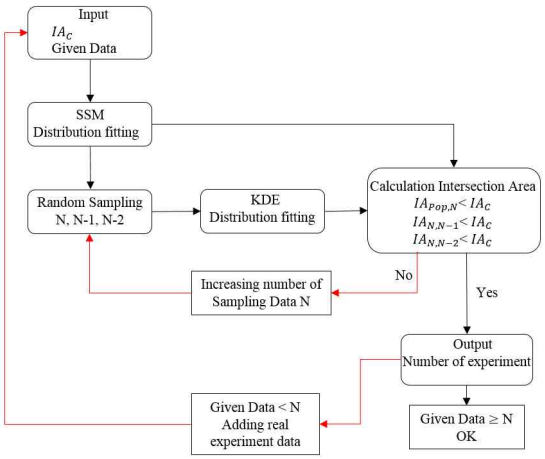

Fig. 9 The flowchart of improved statistical area metric comparison method

데이터를 추가할 필요 없이 랜덤 샘플링 방법을 이용하여 대략적인 필요 데이터 개수를 판단할 수 있다. 이는 보유 데이터의 분포를 기준으로 비교하기 때문에 결정된 (N)개의 데이터는 보유한 데이터의 경향을 만족하여 적합 분포 추정을 위한 최소 데이터 개수를 결정할 수 있다.

$IA_{Pop,N}$은 보유데이터의 적합분포와 샘플링 데이터 (N)개에 대한 분포 겹침 면적, $IA_{N,N-1}$은 샘플링 데이터 (N)개와 (N-1)개의 분포 겹침 면적, $IA_{N,N-2}$는 샘플링 데이터 (N)개와 (N-2)개의 분포 겹침 면적이며 IA_C는 분포 겹침 면적의 임계 척도로서 IA_C를 0.90으로 선정하였다. Fig. 9에 개선된 최소 실험횟수 결정법의 절차를 나타내었다.

5. 신뢰구간 산출

확률 분포가 추정되면 데이터의 불확실성을 고려한 유효데이터를 산출하기 위해 추정된 분포의 95% 신뢰구간 범위를 산출한다. 본 연구에서는 역누적분포함수(Inverse Cumulative Density Function, ICDF)를 이용하여 신뢰구간을 산출하였다. 이는 누적분포함수의 역수를 구하는 방법으로서 확률밀도 함수(Probability Density Function, PDF)의 면적이 된다.

이 중 밀도가 낮은 양측 끝 단의 2.5%를 제외하게 되면 95%의 면적을 누적분포함수로 구할 수 있으며 이에 대한 역수 값의 하한과 상한을 구하면 확률밀도함수 분포의 95%를 만족하는 신뢰구간을 산출할 수 있다.

양끝 2.5% 꼬리분포의 경우 x값이 실제 측정 데이터의 최소, 최대값을 벗어나 있으며, y값인 확률 밀도 값 또한 현저히 낮기 때문에 토크 산출을 위한 마찰계수 데이터 샘플링에 무관하다고 판단하였다. 이에 따라 양끝 2.5%를 제외하여 유의수준을 5%로 선정, 95%의 신뢰구간을 고려하였다.

6. 신뢰성 및 에러 평가

본 연구에서는 제안된 알고리즘으로 산출된 입력변수 유효범위에 대한 신뢰성 평가를 위해 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-carlo simulation, MCS)를 사용하였다. 이는 가상시험 시뮬레이션으로 성능한계함수를 생성하여 샘플데이터 (N)개 중 한계 상태를 기준으로 실패한 데이터 수 N_f의 비로 파손확률을 예측한다. 이를 위해 식 (4)를 이용하여 가상 시뮬레이션을 수행했다. 또한, 파손확률이 예측되면 식 (5)를 이용하여 신뢰도를 산출할 수 있다.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \tag{4}$$

$$R = 1 - P_f = \frac{N - N_f}{N} \tag{5}$$

본 연구에서는 볼트 체결의 토크를 마찰계수의 함수로 생성하였다. 이를 위해 볼트의 자리면, 나사면 마찰계수 데이터의 추정 분포를 따르는 95% 신뢰구간에서 난수를 생성하였다.

이 난수를 토크 계산식의 변수로 이용하면 산출된 토크값 또한 확률 분포를 가지게 된다. 이렇게 산출된 토크값이 시험을 통해 측정된 안전범위 내 토크값의 95% 신뢰구간에 포함이 되면 유효 마찰계수 범위는 신뢰성이 있고 볼트 체결을 위한 체결력 산출에 적용 가능하다고 판단하였다.

Fig. 10에 몬테카를로 시뮬레이션 방법의 도식과 식 (6), (7), (8)에 마찰계수를 변수로 하는 토크 계산식을 나타내었다. T는 토크, K는 토크계수, F는 축력, d는 볼트의 호칭경이며 나머지 변수들의 값은 고정 상수로 Table 1에 나타내었다.

$$T = K \times F \times d \tag{6}$$

$$K = \frac{1}{2d}\left[\frac{P}{\pi} + \mu_{th} d_2 \sec\left(\frac{\pi}{6}\right) + \mu_b D_W\right] \tag{7}$$

$$F = \frac{\sigma_y A_s}{\sqrt{1 + 4.86\left(\frac{P + 3.63\mu_b d_2}{d_2 + d_3}\right)}} \tag{8}$$

6.1 몬테카를로 시뮬레이션 에러 평가

MCS 결과에 대한 신뢰성을 높이기 위해 에러 평가를 수행하였다. 이는 마찰계수의 데이터수가

Table 1 Constant value within torque formula

d (mm)	P (mm)	d_1 (mm)	d_2 (mm)
10	1.25	8.647	9.188
d_3 (mm)	D_w (mm)	$_y$ (MPa)	A_s (mm^2)
8.466	45.36	940	61.199

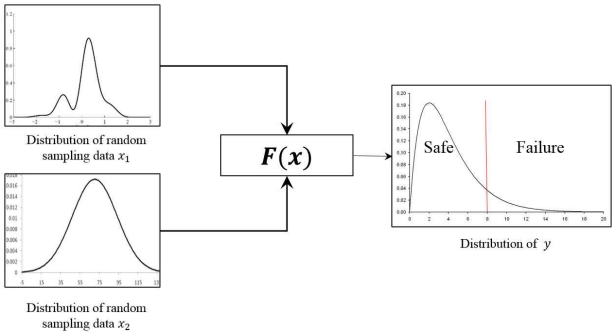

Fig. 10 Monte-Carlo Simulation

증가할수록 에러율이 감소해야 한다. 에러율 산출 공식은 식 (7)[6]에 나타내었으며, P_f는 계산식으로 산출한 토크값이 실제 토크값의 95% 신뢰구간 내에 포함되지 않은 확률, N은 샘플링 데이터 수, ε (%)는 에러율을 나타낸다.

$$\varepsilon(\%) = 200\sqrt{\frac{(1-P_f)}{NP_f}} \quad \text{(confidence level: 95\%)} \qquad (7)$$

7. 시험 데이터를 이용한 알고리즘 검증

7.1 볼트 체결 마찰계수 측정 시험

본 연구에서는 제안된 유효범위 결정 알고리즘에 대한 검증을 위해 볼트 체결의 마찰계수 데이터를 사용하였다.

마찰계수 데이터는 각각 자리면, 나사면 마찰계수로 구분 된다. Fig. 11과 같이 자리면 마찰계수는 볼트 헤드와 자리면 사이에서 발생하는 마찰, 나사면 마찰계수는 볼트와 너트의 결합에서 발생하는 마찰이다.

볼트와 자리면, 너트의 체결조합에 Fig. 12와 같이 독일 샤츠(Schatz) 사의 축력시험기를 이용하여 해당 볼트와 너트의 자리면, 나사면 마찰계수, 그리고 토크를 확보하였다. 본 연구에서 사용한 볼트, 자리면과 너트의 표면처리 조합은 Table 2에 나타내었다. 이 체결조합을 축력시험기로 측정하여 7개의 자리면, 나사면 마찰계수와 토크, 축력값을 산출하였다.

Table 2 Condition about combination of bolt-fastening

Bolt	Nut	Bearing Surface
Plated Zinc of colored	Painted Weld Nut	Plain steel sheet

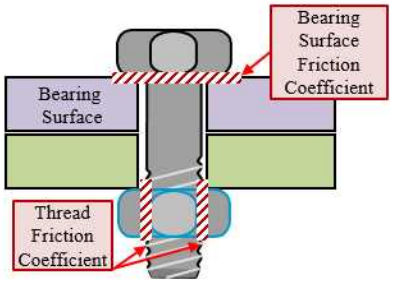

Fig. 11 Bearing surface and thread friction coefficients

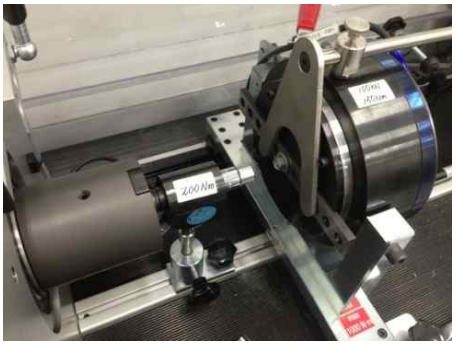

Fig. 12 Equipment of axle force for bolt-fastening

7.2 마찰계수 데이터의 적합 분포 추정

확보된 7개의 자리면, 나사면 마찰계수 데이터에 대한 적합 분포 추정을 위해 개선된 순차적 통계모델링을 이용하였다.

자리면, 나사면 마찰계수 각각의 데이터에 적합한 분포를 추정하였으며, 이에 대한 결과를 Table 3에 나타내었다. 자리면 마찰계수 데이터의 K-S test 결과는 P-value가 유의수준 0.05보다 작은 감마 분포(Gamma distribution) 를 제외한 나머지 5개의 후보 분포가 채택되었다. 나사면 마찰계수 데이터의 K-S test 결과는 6개 후보 분포가 모두 채택되었다.

모델 선택법 MLE결과값은 자리면과 나사면 마찰계수 데이터 모두 커널 분포 (Kernel distribution)가 가장 작은 것을 볼 수 있다. 이 결과에 따라 Table 4와 같이 자리면, 나사면 마찰계수 데이터의 적합분포는 모두 커널 분포가 선정되었다.

각 자리면, 나사면 마찰계수 데이터의 히스토그램, 1, 2순위 후보 분포의 확률밀도함수를 Fig. 13과 Fig. 14에 나타내었으며 선정된 가장 적합한 분포

Table 3 The result of sequential statistics modeling for bolt-fastening friction coefficient given data

Candidate distribution		Gamma	Log-logistic	Log-normal	Weibull	Normal	Kernel
Bearing surface	Selection	×	○	○	○	○	○
	K-S test	0.0479	0.1900	0.0605	0.0692	0.0501	0.9879
	MLE	-	-13.4887	-12.4492	-10.4643	-10.1829	-30.0672
Thread	Selection	○	○	○	○	○	○
	K-S test	0.7184	0.8427	0.7582	0.7820	0.8037	0.8215
	MLE	-15.2731	-14.9290	-15.1454	-15.9040	-15.3844	-16.0995

Table 4 Selected appropriate distribution of friction coefficient for given data

Friction coefficient	Bearing Surface	Thread
Selected Distribution	Kernel	Kernel

Table 5 The result about determination number of minimum experiment for given data

Number of given data	Minimum number of experiment	$IA_{\mathrm{Pop,\,N}}$	$IA_{\mathrm{N,\,N-1}}$	$IA_{\mathrm{N,\,N-2}}$	IA_{C}
Bearing surface: 7	N−1: 86	0.9874	0.9840	0.8959	0.9000
	N: 87	0.9880	0.9842	0.9002	0.9000
Thread : 7	N−1: 65	0.9867	0.9815	0.8946	0.9000
	N: 66	0.9870	0.9823	0.9110	0.9000

Table 6 The result about determination number of minimum experiment for adding data

Number of given data	Minimum number of experiment	$IA_{\mathrm{Pop,\,N}}$	$IA_{\mathrm{N,\,N-1}}$	$IA_{\mathrm{N,\,N-2}}$	IA_{C}
Bearing surface: 67	N−1: 59	0.9884	0.9850	0.8849	0.9000
	N: 60	0.9885	0.9852	0.9012	0.9000
Thread : 67	N−1: 49	0.9877	0.9835	0.8954	0.9000
	N: 50	0.9880	0.9833	0.9100	0.9000

Table 7 The result of sequential statistics modeling for bolt-fastening friction coefficient summation data

Candidate distribution		Gamma	Log-logistic	Log-normal	Weibull	Normal	Kernel
Bearing surface	Selection	×	○	×	×	×	○
	K-S test	1.19e-5	0.2120	1.02e-4	5.58e-7	2.56e-7	0.8080
	MLE	-	-183.2864	-	-	-	-214.2295
Thread	Selection	○	○	○	○	○	○
	K-S test	0.2068	0.5300	0.1680	0.9039	0.3158	0.8986
	MLE	-156.6113	-155.8848	-155.8513	-159.4873	-157.8398	-161.2939

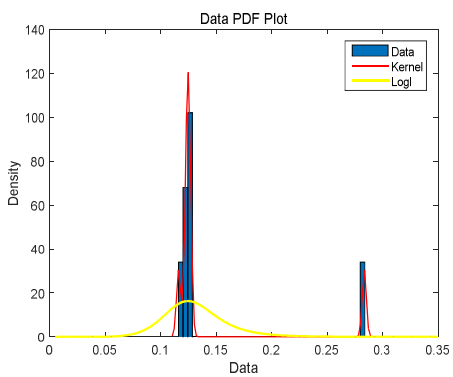

Fig. 13 Distribution plot and data histogram of μ_b

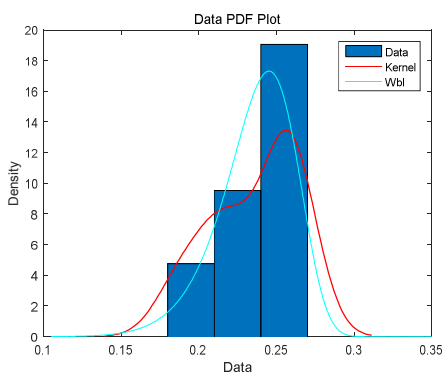

Fig. 14 Distribution plot and data histogram of μ_{th}

Table 8 Selected appropriate distribution of friction coefficient of adding data

Friction coefficient	Bearing Surface	Thread
Distribution	Kernel	Kernel

Table 9 95% Confidence interval of friction coefficient

Friction coefficient	Bearing Surface	Thread
95% Confidence Interval	0.1055 ~ 0.2817	0.1839 ~ 0.2819

Table 10 The result of Monte-Carlo simulation

95% Confidence interval	Number of Sampling data	Reliability (%)	Failure Probability (%)	ε_{MCS}(%)
81.119 ~ 141.651	1000	99.50	0.5000	89.2188
	10000	99.36	0.6400	24.9199
	100000	99.31	0.6900	7.6209
	200000	99.29	0.7100	5.2680
	300000	99.28	0.7156	4.2008
	400000	99.27	0.7255	3.6991

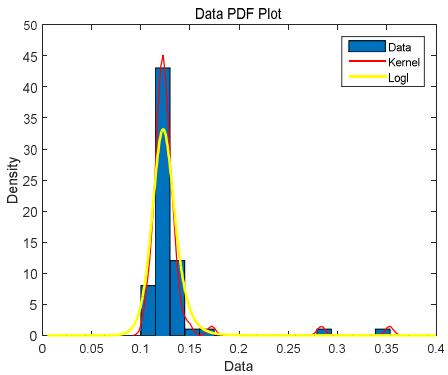

Fig. 15 Distribution plot and adding data histogram of μ_b

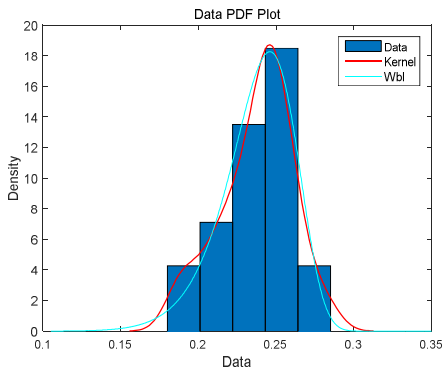

Fig. 16 Distribution plot and adding data histogram of μ_{th}

인 커널 분포가 데이터 히스토그램에 상응하는 것을 확인할 수 있었다.

7.3 마찰계수 데이터 개수의 충분 여부 확인

확보된 자리면, 나사면 마찰계수 데이터 각 7개에 대한 분포를 추정하기에 데이터 개수가 충분한지를 개선된 최소실험횟수로 확인하였다. 그 결과는 Table 5와 같으며 개선된 최소실험횟수 결과 (N)이 현재 데이터 보유 개수인 7보다 더 높다.

이는 분포를 추정하기에는 데이터가 부족하다는 것을 알 수 있었다. 이에 따라서 추가적으로 동일한 측정 실험으로 60개의 추가 데이터를 확보하여 기존 7개와 취합하여 총 67개의 자리면, 나사면 마찰계수를 확보하였다. 이후 추가 데이터를 바탕으로 개선된 최소 실험 횟수 결정법을 수행하였다. 그 결과는Table 6과 같이 최소 필요 데이터 개수가 자리면, 나사면 마찰계수 모두 60개 이하로, 보유중인 데이터 67개로 타당성 있는 분포 추정이 가능하다는 결론을 얻었다.

7.4 추가 마찰계수 데이터의 적합분포 추정

7.3절에서 최종적으로 확보된 67개의 마찰계수 데이터에 대해 개선된 순차적 통계 모델링 방법으로 7.2절과 같이 적합분포를 추정하였다. 그 결과는 Table 7과 같으며 최종 선정된 적합 분포는 Table 8과 같이 자리면, 나사면 마찰계수 데이터 모두 적합분포로 Kernel 분포가 선정되었다.

Fig. 15와 Fig. 16에 데이터의 히스토그램과 가장 적합한 분포와 두 번째로 적합한 분포를 동시에 나타내었다. 가장 적합한 분포로 채택된 커널 분포가 데이터 히스토그램을 가장 잘 표현하는 것을 확인할 수 있었다.

7.5 마찰계수 데이터의 95% 유효범위 산출 및 신뢰성 평가

7.4절에서 추정된 마찰계수 데이터의 적합 분포에서 역 누적분포함수를 이용하여 95%의 신뢰 구간을 산출하였으며 결과는 Table 9와 같다.

산출된 95% 신뢰구간에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 신뢰성 검증을 하였으며 이에

대한 결과를 Table 10에 나타내었다. 산출된 자리면, 나사면 마찰계수의 95% 신뢰구간에서 적합분포를 따르는 데이터를 1,000개~400,000개 생성하여 이 항복이 일어나지 않는 토크값의 95% 신뢰구간 내에 포함되면 산출된 마찰계수의 유효범위는 신뢰성이 있다고 판단할 수 있다.

몬테카를로 시뮬레이션의 에러 평가를 수행하였으며 샘플링 데이터 개수가 증가할수록 에러율은 감소 해야 한다. Table 10과 같이 자리면, 나사면 마찰계수의 유효범위는 모두 95% 이상의 신뢰도를 보이는 것을 확인할 수 있었으며 에러율 또한 데이터가 증가할 수록 감소하는 것을 확인할 수 있다. 실패 확률은 0.5 % ~ 0.7%를 보이며 이 실패 확률은 높은 체결력에 의한 볼트의 항복과 낮은 체결력에 의한 볼트의 풀림 가능성이 있는 확률이 포함된다. 또한 사용된 데이터는 볼트의 하중을 고려하지 않은 볼트와 너트, 자리면의 표면처리에 대한 특성 데이터이다.

이를 통해 사용된 입력변수의 유효범위 결정 알고리즘을 이용하면 산출 된 볼트체결 마찰계수데이터로 최적의 볼트체결을 위한 체결력을 산출할 수 있음을 확인하였다.

8. 결 론

본 연구에서는 기계시스템 설계에 사용되는 불확실성을 포함한 입력변수의 유효범위를 결정하는 알고리즘을 제안하였다.

이를 검증하기 위해 유색 아연으로 도금한 볼트와 용접 부 도포 너트, 그리고 순수 철판 자리면 체결 간 발생하는 자리면, 나사면 마찰 데이터를 사용하였다. 이를 이용하여 순차적 통계모델링으로 6개의 후보분포 모델을 대상으로 하여 자리면, 나사면 마찰계수의 적합한 분포를 추정하였다. 그 결과 K-S test를 이용한 적합도 검정에서는 자리면 마찰계수의 경우 6개의 후보 분포 중 확률값이 유의수준 0.05보다 작은 감마 분포를 제외한 5개 후보분포가 채택되었고, 나사면 마찰계수의 경우 6개 후보분포가 모두 채택되었다. MLE를 사용한 모델선택법에서는 자리면, 나사면 마찰계수 모두 MLE 값이 가장 작은 커널 분포가 선정 되었다. 자리면, 나사면 마찰계수 데이터의 개수가 정확한 분포추정이 가능한지 결정하기 위해 개선된 최소실험횟수 결정법을 적용하였다. 이를 통해 자리면 마찰계수 데이터는 80개, 나사면 마찰계수 데이터는 59개가 더 필요하다는 결과를 얻었다. 추가 실험을 통해 각각 60개의 자리면, 나사면 마찰계수 데이터를 확보하여 기존 7개의 데이터와 취합한 67개 데이터로 다시 실험횟수 결정법을 적용한 결과 자리면, 나사면 마찰계수 각각 60개와 50개가 필요하다는 결과를 얻었다. 이는 보유한 67개 데이터보다 작은 결과로 더 이상 데이터가 필요 없다는 것을 의미한다. 충분하다고 판단된 각 67개의 데이터를 개선된 순차적 통계모델링으로 적합한 분포를 추정한 결과 자리면, 나사면 마찰계수 모두 커널 분포가 선정되었다.

ICDF로 선정된 분포의 95% 유효범위를 산출한 결과 자리면 마찰계수 유효범위는 μ_b: 0.1055 ~ 0.2817, 나사면 마찰계수 유효범위는 μ_{th}: 0.1839 ~ 0.2819이었다. 이 유효범위의 신뢰성 평가를 위해 몬테카를로 시뮬레이션을 적용한 결과 99% 이상의 신뢰도를 보였으며, 오차율 또한 5% 미만으로 감소되었다. 이는 산출된 마찰계수 95% 유효범위를 적용하면 볼트 체결의 실패확률(항복 또는 풀림 가능성)이 1% 미만이라는 것을 의미한다.

본 연구에서 제안된 입력변수의 유효범위 결정 알고리즘을 적용하면 기계시스템 설계에 있어 입력변수에 대한 통계적 특성을 잘 나타내는 데이터의 적정 개수와 추정 분포, 유효범위를 얻을 수 있다는 것을 검증하였다. 이렇게 추정된 분포와 유효범위는 실제 현장에서 추가 실험 없이 최소의 데이터로 물성을 나타내는 데이터를 샘플링하여 기계시스템 설계 등에 필요한 충분한 개수의 신뢰성 있는 물성데이터로 사용할 수 있다.

향후 볼트 체결 외에 다양한 기계 시스템 설계에 해당하는 분야에 대해 본 연구에서 제안한 알고리즘을 적용하여, 다양한 분야에 대한 사용 가능성과 타당성 검증을 수행할 계획이다.

후 기

본 연구는 현대 엔지비(No. 2016110359)와 산업통상자원부(MOTIE), 한국에너지기술평가원(KETEP) (No. 20163030024420)의 지원을 받아 수행한 연구과제입니다.

참고문헌
(References)

(1) Hess, P., Bruchman, D., Asskkaf, I. and Ayyub, B. M., 2002, “Uncertainties in Material Strength, Geometric, and Load Variables,” *Naval Engineers Journal*, Vol. 114, No. 2, pp. 139~166.

(2) Jung, J. H., Lim, O. K. and Noh, Y. J., 2015,

"Determination Method of a Reasonable Number of Sampling Using a Kernel Density Estimation," *Proceedings of the KSME 2015 fall Annual Meeting,* pp. 1648~1650.

(3) Young, L., 1977, "Proof Without Prejudice: use of the Kolmogorov-Smirnov Test for the Analysis of Histograms from Flow Systems and Other Sources," *Journal of Histochemistry & Cytochemistry*, Vol. 25, No. 7, pp. 935~941.

(4) Kang, Y. J., Lim, O. K. and Noh, Y. J., 2016, "Sequential Statistical Modeling Method for Distribution Type Identification," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 56, No. 6, pp. 1587~1607.

(5) O, Ditlevsen. and H. O. Madsen, *Structural Reliability Methods*, John Wiley & Sons, New York, Vol. 178, 1996.

(6) Doh, J. H., Lee, J. S., Ahn, H. S., Kim, S. W. and Kim, S. H., 2016, "Reliability Based Design of the Automotive Components Considering Degradation Properties of Polymeric Materials," *Transaction of the Korean Society of Automotive Engineers*, Vol. 24, No. 5, pp. 596~604.

(7) Wand, M. P. and Jones, M. C., 1994, *Kernel Smoothing*, CRC press.

(8) Lee, S-Y. and Song X-Y., *Basic and Advanced Bayesian Structural Equation Modeling: With Applications in the Medical and Behavior Sciences*, United Kingdom, John & Wiley & Sons Ltd.

(9) Kahraman, C., UGent E. K. and Bozbura, F. T., 2012, *Uncertainty Modeling in Knowledge Engineering and Decision Making*, Singapore, World Scientific.

(10) Soong, T. T., 2004, *Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers*, England, John & Wiley & Sons Ltd.