

<학술논문>

DOI <https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.11.1055>

ISSN 1226-4873(Print)

2288-5226(Online)

고체 로켓 모터의 체결 볼트와 오링에 대한 베이지안 접근법 기반 모수 추정과 신뢰성 해석[§]

강진혁* · 최주호**†

* (주)브이이엔지, ** 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

Parameter Estimation and Reliability Analysis Using Bayesian Approach for Bolted Joint and O-ring Seal of Solid Rocket Motor

Jin Hyuk Gang* and Joo Ho Choi**†

* V-ENG Co. Ltd., ** School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace Univ.

(Received March 20, 2017; Revised June 9, 2017; Accepted June 12, 2017)

Key Words: Bayesian Parameter Estimation(베이지안 모수 추정), Reliability Analysis(신뢰성 해석), Rocket Motor(로켓 모터), Bolted Joint(볼트 체결부), O-ring Seal(오링 기밀부)

초록: 로켓 모터와 같은 일회성 시스템은 매우 높은 신뢰도를 요구하기 때문에 합리적인 신뢰성 설계 방안이 필요한데 아직 국내에서는 단순히 각 부품별로 안전 계수를 부여하는 설계 방법을 적용해 왔다. 고전적인 신뢰성 해석에서는 한계 상태 함수에 사용되는 변수가 단일 값으로 입력되고 몇 개의 실험 데이터에 대하여 단순히 평균과 표준 편차를 취한 뒤 그 값을 신뢰성 해석에 사용하기 때문에 로켓 모터와 같이 높은 수준의 신뢰도를 요구하는 시스템에서 위험한 결과를 도출할 수 있다. 본 연구에서는 로켓 모터의 체결 볼트와 오링을 대상으로 베이지안 접근법을 활용하여 입력 변수를 통계적으로 추정하고 이를 통한 신뢰성 해석을 수행하였다. 추정된 변수는 확률 분포 형태로 도출되며 신뢰성 해석 결과로 계산되는 실패 확률 역시 분포로 주어지기 때문에 객관적이고 정량적인 설계 기준을 설정할 수 있다.

Abstract: Since a device such as a rocket motor requires very high reliability, a reasonable reliability design process is essential. However, Korea has implemented a design method for applying a safety factor to each component. In classic reliability analysis, input variables such as mean and standard deviation, used in the limit state function, are treated as deterministic values. Because the mean and standard deviation are determined by a small amount of data, this approach could lead to inaccurate results. In this study, reliability analysis is performed for bolted joints and o-ring seals, and the Bayesian approach is used to statistically estimate the input variables. The estimated variables and failure probability, calculated by the reliability analysis, are derived in the form of probability distributions.

1. 서론

고체 로켓 모터는 높은 추력, 단순한 구조, 상대적으로 짧은 개발 기간 등의 장점을 갖고 있어 발사체의 추진 기관으로 널리 활용되고 있다. 로켓 모터와 같이 단 한번의 임무로 성공 또는 실패가

결정되는 시스템에 대하여 매우 높은 확률의 신뢰도(예: 90% 신뢰 수준에서 1%의 실패 확률)를 실험적으로 입증하기 위해서는 통계적으로 240회의 발사 시험이 모두 성공해야 하는데⁽¹⁾ 이는 현실적으로 불가능하기 때문에 합리적인 신뢰성 평가 프로세스 구축이 필요하다. 미국, 러시아와 같은 항공우주 선진국에서는 이미 많은 발사체 제작 경험과 실패 사례들이 있어 고장 원인 분석을 통한 신뢰성 평가 체계를 확립할 수 있었지만 국내에서는 아직 제대로 된 방안이 마련되지 않은 실정이고

[§] 이 논문은 대한기계학회 신뢰성부문 2017년도 춘계학술대회(2017.2.22.-24., 제주대학교) 발표논문임.

† Corresponding Author, jhchoi@kau.ac.kr

© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

단순히 각 부품별로 안전 계수를 부여하는 설계 방법을 적용해 왔다.⁽²⁾

국외의 연구 사례들을 살펴보면 이미 오래전부터 발사체에 대한 부품 단위 신뢰성 해석을 수행하고 있었다. Dalal⁽³⁾과 Kelly⁽⁴⁾는 챌린저호의 사고를 예로 들어 오링의 기밀 성능에 대한 중요성을 언급하면서 실험적인 신뢰성 평가 방법을 제안하였고 Ekstrom⁽⁵⁾과 Zheng⁽⁶⁾은 로켓 모터 케이스에 대한 신뢰성 해석을 수행했는데 매우 기초적인 신뢰성 해석 기법을 적용하였으며 Bozkaya⁽⁷⁾는 로켓 모터 케이스를 다루면서 다양한 신뢰성 해석 기법을 적용하였다. 최근 들어 국내에서도 발사체의 신뢰성 기반 설계 기준을 정립하기 위한 연구들이 진행된 바 있는데 Cho⁽⁸⁾와 Kim⁽⁹⁾의 연구에서는 FMEA(Failure Modes and Effects Analysis)를 통해 발사체 추진 기관의 신뢰성 평가 절차를 확립하고자 하였지만 부품 단위로 상세한 신뢰성 해석을 수행하지는 못 했다. Moon⁽¹⁰⁾의 연구에서는 로켓 모터 케이스 뿐만 아니라 체결 볼트와 오링에 대한 신뢰성 해석을 수행했는데 이 연구는 FMECA (Failure Modes, Effects and Criticality Analysis)와 신뢰성 해석 기법 간 비교에 초점을 맞췄고 입력 변수들의 평균과 표준 편차는 가정한 값을 사용하였다.

실험 데이터에 단순히 평균을 취하는 방법은 표본(sample)이 충분히 많아야 그 값을 믿을 수 있으며 충분히 많다고 해도 표본이 전체 모집단을 대변한다는 가정일 뿐 그에 대한 근거는 없다. 이렇게 입력 변수의 확률 분포를 확실히 안다는 가정하에 단순히 평균, 표준 편차로 불확실성을 고려하는 방법을 물리적 불확실성(aleatory uncertainty)으로 입력 변수를 다룬다고 표현하며 많은 신뢰성 해석 관련 연구에서 이 접근법을 사용해왔다.^(11, 12)

그러나 실제 현장에서는 측정 데이터가 충분치 못한 경우가 대부분이며 이러한 불확실성을 인식론적 불확실성(epistemic uncertainty)이라고 부른다.

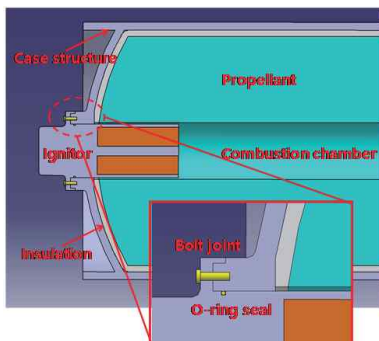


Fig. 1 Schematics of rocket motor including bolted joint and o-ring seal

인식론적 불확실성을 효과적으로 다루기 위한 방법으로 베이지안 통계학 개념이 사용될 수 있는데 고전 통계학이 측정 데이터 뿐만 아니라 모집단의 정보까지 고려한다면 베이지안 통계학에서는 현재 주어진 측정 데이터 자체에 대해서만 고려하고 추정되는 모수 또한 불확실성을 갖는다고 보기 때문에 평균, 표준 편차와 같은 모수도 확률 분포 형태로 추정된다.

본 연구의 목적은 Fig. 1과 같은 로켓 모터에 대하여 부품 단위 신뢰성 해석을 수행하고 베이지안 접근법의 효용성을 제시하는 것이다. 적용 대상은 Hisler⁽¹³⁾의 문헌에서 대표적인 고장 모드로 제시되었던 체결 볼트와 오링이며 고전적인 신뢰성 해석과 베이지안 신뢰성 해석 결과를 비교 분석하였다.

2. 베이지안 접근법

베이지안 접근법은 식 (1)과 같은 베이즈 정리(Bayes' theorem)를 기본 이론으로 한다.

$$p(\theta | y) \propto p(y | \theta)p(\theta) \tag{1}$$

여기서 θ 는 추정하고자 하는 파라미터이고 y 는 측정 데이터를 의미한다. $p(\theta | y)$ 는 θ 의 사후 분포(posterior distribution)이고 $p(y | \theta)$ 는 우도 함수, $p(\theta)$ 는 사전 분포(prior distribution)이다. 이 식에서 사후 분포는 측정된 데이터로부터 업데이트되며 데이터가 추가되면 이전 단계에서의 사후 분포는 다음 단계에서 사전 분포로 쓰이게 된다.

데이터가 정규 분포를 따른다고 할 수 있고 아무런 사전 정보를 가지고 있지 않은 경우에 대하여 사전 분포는 식 (2)와 같이 가정할 수 있으며 이를 제프리(Jeffrey) 사전 분포라 부른다.⁽¹⁴⁾

$$p(\mu, \sigma^2) \propto (\sigma^2)^{-1} \tag{2}$$

다음으로 사후 분포는 우도 함수와 사전 분포의 곱이므로 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 p(\mu, \sigma^2 | y) &\propto \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2\right] \\
 &= \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ (n-1)s^2 + n(\bar{y} - \mu)^2 \right\}\right] \tag{3} \\
 s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2
 \end{aligned}$$

Table 1 Metropolis-Hastings Algorithm

1. Initialize $x^{(0)}$
2. For $i = 0$ to $N - 1$
- Sample $u \sim U(0, 1)$
- Sample $x^* \sim q(x^* x^{(i)})$
- If $u < A(x^{(i)}, x^*) = \min \left\{ 1, \frac{p(x^*)q(x^{(i)} x^*)}{p(x^{(i)})q(x^* x^{(i)})} \right\}$
$x^{(i+1)} = x^*$
else
$x^{(i+1)} = x^{(i)}$

식 (3)을 이용하여 3장에서 측정 데이터에 기반한 마찰 계수의 사후 분포를 구할 것이며 이는 평균과 표준편차의 분포로 도출된다.

지금까지 데이터가 정규 분포를 따른다고 가정할 경우에 대해 설명했지만 실제 현장에서는 모집단이 어떤 분포를 따르는지 모르는 경우가 대부분이다. 이때 마코프 체인 몬테 카를로(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)라는 기법을 이용하면 모집단의 분포를 알지 못 하더라도 직접 샘플을 구하여 그것을 분포로 가정하는 방법을 적용할 수 있다. MCMC는 목표 분포(target distribution)로부터 랜덤의 측정값들을 생성하는 기법으로써 샘플 생성을 위한 대표적인 알고리즘으로 메트로폴리스-헤이스팅스(Metropolis-Hastings, MH) 알고리즘이 있으며 이 알고리즘을 Table 1에 정리하였다. Table 1에서 $x^{(0)}$ 는 추정하고자 하는 불확실변수의 초기값이고 N 은 샘플링 개수이며 U 는 균등분포(Uniform distribution)를 나타낸다. p 는 샘플링 하고자 하는 목표 분포(target PDF)이고 q 는 임의의 제안 분포(proposal PDF)이다. MCMC 샘플링 기법을 활용한 방법은 4장에서 초탄성 모델의 계수를 추정하는데 적용될 것이다.

3. 체결 볼트의 신뢰성 해석

체결 볼트의 고장 모드는 실제 로켓이 점화된 후 내압이 발생할 때 체결력이 과도하게 부여된 것이 원인이 되어 파단에 이르는 것이다. 이를 방지하기 위해 충분히 큰 안전 계수를 적용하거나 fail-safe 개념의 설계 방안으로 볼트 개수를 늘리는 방법이 적용되어 왔다.⁽¹⁵⁾

본 논문에서는 볼트 파손에 영향을 미치는 체결

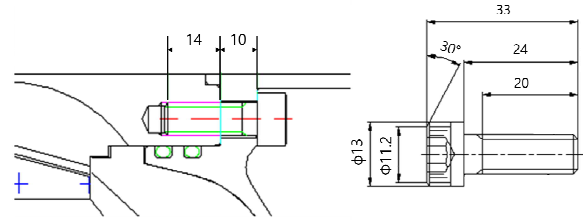


Fig. 2 Detailed geometry of bolted joint and dimension of bolt

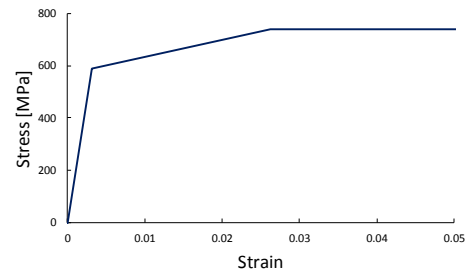


Fig. 3 Stress-strain curve of bolt material

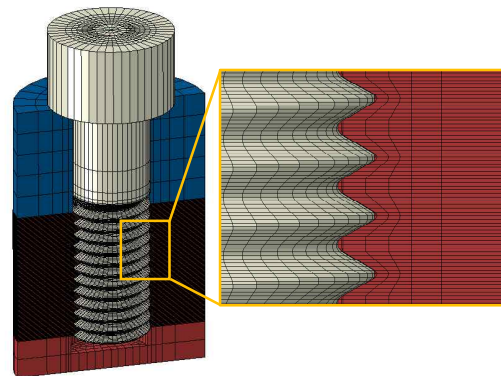


Fig. 4 Finite element model of bolted joint

력을 정확하게 예측하기 위하여 체결력 측정 데이터와 베이지안 접근법을 통해 마찰 계수를 통계적으로 추정하였다. 마찰 계수는 평균과 표준 편차가 확률 분포 형태로 추정되며 이를 이용한 신뢰성 해석 결과 역시 확률 분포로 도출된다.

3.1 체결 볼트에 대한 유한요소해석

볼트의 체결력과 파단 응력을 계산하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 볼트의 치수와 물성치는 Ro⁽¹⁶⁾의 논문을 참고하였으며 상세 형상과 물성 커브를 Fig. 2와 Fig. 3에 각각 나타냈다. 일반적으로 볼트 체결부는 나사산에 대한 3차원 유한요소 모델링의 어려움으로 인해 2차원 축대칭으로 모델링하거나 나사산을 무시한 채 예력(pre-load)만 부여하는 해석으로 단순화하는 경우가 대부분이다. 볼트를 조이는 해석의 경우와 같이 3차원 모델링

이 요구될 때는 나사산 부분을 4면체 요소로 모델링하여 정확도를 보증하기 어렵거나 해석 시간에서 경제적이지 못한 경우가 많았다.^(17,18) 본 연구에서는 Fukuoka⁽¹⁹⁾의 논문을 참고하여 Fig. 4와 같이 나사산을 포함한 볼트 체결부를 3차원 6면체 요소로 모델링할 수 있었다.

경계 조건은 볼트를 제외한 바깥면의 x, y방향 자유도를 구속하였고 볼트를 제외한 밀면의 z방향 자유도를 구속하였다. 볼트의 경우에는 중심축 임의의 점에 기준점을 생성하여 볼트 헤드 상단 노드와 연결한 뒤 기준점에 토크를 가하여 z축을 중심으로 회전시키는 조건을 부여하였으며 해석은 Abaqus 6.14 버전을 이용하였다.

해석 결과로 얻어진 응력 상태를 Fig. 5에 나타냈다. Fig. 5(a)의 von Mises 응력을 살펴보면 첫 번째 나사산에서 가장 큰 응력이 발생하고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 5(b)의 볼트 축 방향(z방향) 응력을 살펴보면 마찬가지로 첫번째 나사산에서 가장 큰 응력이 발생하고 있으며 나사산을 제외한 볼트의 몸통 부분에서는 균일한 응력이 발생하고 있는 것을 알 수 있다. 볼트 몸통에서 발생하는 축 방향 응력의 평균을 단면적으로 나눠서 체결력을 구하였으며 다음절에서 이론식의 결과와 비교하면서 추가적으로 설명하도록 하겠다.

3.2 토크 대 체결력의 이론식

토크 대 체결력은 식 (4)와 같이 단순화된 식으로 표현될 수 있다.⁽²⁰⁾

$$F = \frac{T}{1.2Kd} \tag{4}$$

여기서 F 는 체결력, T 는 토크, K 는 토크 계수, d 는 볼트의 직경을 의미한다. 토크 계

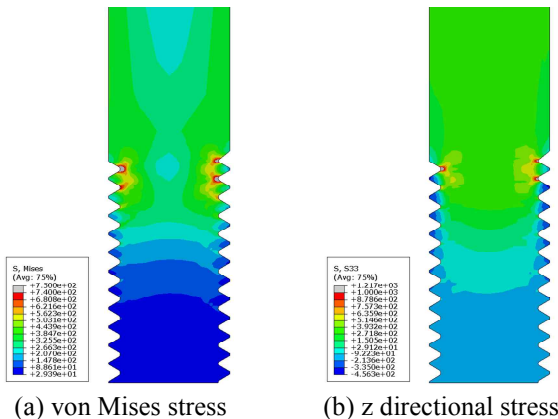


Fig. 5 FEA results of bolted joint

수 K 는 다시 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \left(\frac{d_m}{2d} \right) \left(\frac{\tan \lambda + f \sec \alpha}{1 - f \tan \lambda \sec \alpha} \right) + 0.625f \tag{5}$$

여기서 d_m 은 볼트의 평균 직경, f 는 마찰계수, λ 는 리드각, α 는 나사산의 각도이다. 토크 대 체결력 측정 데이터가 있다면 식 (4)를 이용하여 마찰계수를 역으로 추정할 수 있지만 이론식에는 많은 가정이 내포되어 있기 때문에 정확한 결과를 계산해준다고 보기 어렵다.

본 논문에서는 이론식과 유한요소해석의 토크 대 체결력 차이를 보정하여 개선된 이론식을 도출하고 이를 통해 정확한 마찰계수를 추정하고자 하였다. 이론식과 유한요소해석 결과를 Fig. 6에 나타냈으며 마찰계수에 따른 결과를 비교해보면 동일한 체결력을 도출하는데 있어 이론식이 더 작은 토크를 요구하고 있었다. 이는 이론식을 이용하면 실제보다 작은 값의 토크를 적용하게 되어 적정 체결력을 부여할 수 없다는 것을 의미한다.

개선된 이론식을 도출하기 위하여 우선 이론식과 유한요소해석 간 차이를 Fig. 7과 같이 나타냈

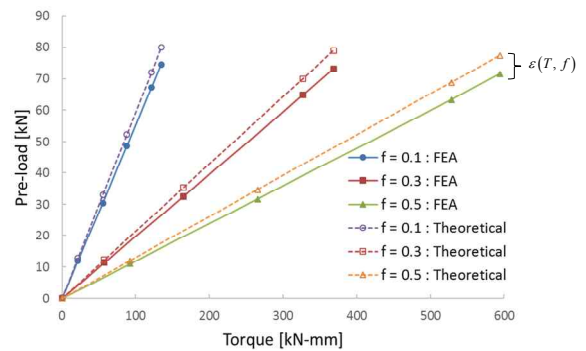


Fig. 6 Comparison of Torque vs. Pre-load between FEA and theoretical result

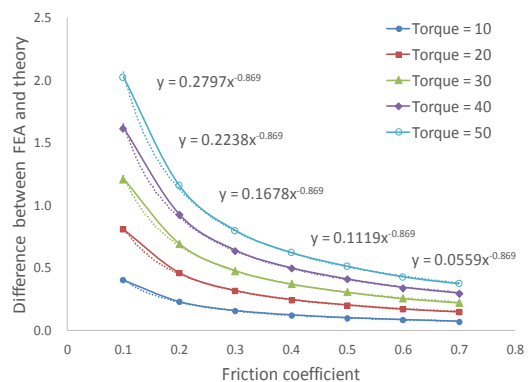


Fig. 7 Difference between FEA and theory

다. 이를 토크와 마찰계수의 함수 $\varepsilon(T, f)$ 로 나타내고자 하였고 Fig. 7에 각 커브의 근사식을 함께 나타냈다. 근사식을 살펴보면 지수부의 숫자가 모든 커브에서 동일하다는 것을 알 수 있고 지수부 앞에 곱해지는 숫자는 0.0056에 토크를 곱한 결과로 나온다는 것을 알 수 있었다. 그 결과 $\varepsilon(T, f)$ 는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있고 식 (4)와 함께 나타내면 개선된 이론식은 (7)이 된다.

$$\varepsilon(T, f) = 0.0056 \cdot T \cdot f^{-0.869} \quad (6)$$

$$F = \frac{T}{1.2Kd} - 0.0056 \cdot T \cdot f^{-0.869} \quad (7)$$

개선된 이론식을 이용하면 마찰계수에 따른 유한요소해석 결과와 비교했을 때 최대 오차가 약 0.002%로 거의 완벽히 동일한 토크 대 체결력 결과를 얻을 수 있다. 이 식은 나사산의 개수, 다시 말해 볼트의 길이에 무관하게 적용이 가능하지만 볼트의 직경이나 피치(pitch)가 달라지면 새로운 보정식을 도출해야 한다. 보정식은 유한요소해석을 통해 반응표면 모델을 구축하는 것과 동일하게 생각할 수 있다. 다만 회귀식이나 보간법 중 어떤 근사화 기법을 사용할지 등의 고민을 할 필요가 없다는 장점이 있다고 할 수 있다. 이에 대한 더 자세한 논의는 본 논문의 주제와 거리가 있기 때문에 여기서는 생략하도록 하겠다.

3.3 베이지안 접근법 기반 마찰계수 추정

90N·m의 토크를 가하여 총 20회 체결력을 측정 한 데이터를 Table 2에 나타냈다.⁽²¹⁾ 이 데이터는 본 논문에서 다루는 실제 로켓 모터의 볼트와 치수가 완벽히 동일하지는 않지만 같은 스틸 재질의 볼트로써 표면 마찰 조건이 유사할 것이기 때문에

Table 2 Preload for 20 tests of steel bolts torque to 90N·m⁽²¹⁾

30.7	33.8	27.6	33.8	42.7
39.2	33.8	23.6	30.3	40.5
37.4	35.6	32.9	37.8	28.0
34.7	40.0	37.8	35.6	29.4

[unit: kN]

Table 3 Friction coefficients calculated by using equation⁽⁷⁾

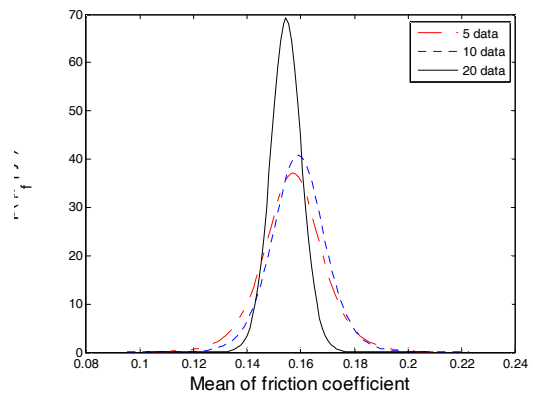
0.170	0.153	0.190	0.153	0.119
0.130	0.153	0.224	0.172	0.126
0.137	0.145	0.158	0.136	0.187
0.149	0.127	0.136	0.145	0.179

실제 토크 대 체결력을 측정했을 때 Table 2와 같은 결과를 얻었다고 가정하고 연구를 수행하였다. 이 데이터와 식 (7)을 이용하여 마찰계수를 구할 수 있으며 그 결과를 Table 3에 나타냈다.

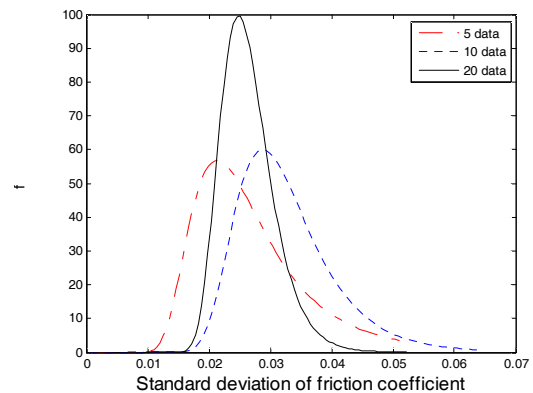
Table 3의 데이터와 식 (3)을 이용하여 마찰계수의 주변 사후 분포(marginal posterior distribution)를 해석적 또는 수치적으로 구할 수 있는데 해석적으로 구한 결과를 Fig. 8에 나타냈다. 총 20개의 데이터 중 5, 10개만을 각각 이용한 결과도 함께 나타냈는데 데이터가 증가할수록 곡선의 폭이 좁아지고 있는 것을 알 수 있다.

고전적인 통계학을 이용한다면 단순히 데이터의 평균 단일 값을 구하겠지만 베이지안 접근법을 적용하면 평균과 표준편차의 분포를 구할 수 있다. 이는 현재 시점에서 확보된 데이터에 기반하여 그 평균 값이 나올 확률이 얼마인지를 고려한다는 의미이며 Fig. 8과 같이 데이터가 증가할수록 분포의 폭이 좁아지는 것을 믿음의 정도가 강해진다고 표현할 수 있다.

마찰 계수의 사후 분포가 결정되었다면 이를 이



(a) PDF of mean of friction coefficient



(b) PDF of standard deviation of friction coefficient

Fig. 8 Marginal posterior densities of μ and σ for test data

용하여 주어진 마찰 계수의 평균과 표준 편차에 대한 샘플 \tilde{y} 를 생성할 수 있는데 이를 사후 예측 분포(posterior predictive distribution)라 한다. 사후 예측 분포는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$p(\tilde{y} | y) = \int p(\tilde{y} | \theta, y) p(\theta | y) d\theta \quad (8)$$

사후 예측 분포를 생성하기 위해서는 우선 식 (8)의 적분 속 두 번째 항에 해당하는 식 (3)으로부터 표준편차의 샘플을 생성해야 한다. 표준편차는 식 (3)을 평균으로 적분하면 유도할 수 있는 식 (9)를 이용하여 생성할 수 있다.

$$\sigma^2 | y \sim \text{Inv} - \chi^2(n-1, s^2) \quad (9)$$

다음으로 평균은 식 (10)을 이용하여 생성할 수 있는데 이 식은 표준편차를 알고 있는 경우에 평균의 사후 분포를 나타내는 식이다.

$$\mu | \sigma^2, y \sim N(\bar{y}, \sigma^2/n) \quad (10)$$

이렇게 얻어진 샘플들을 이용하여 최종적으로 사후 예측 분포의 샘플은 식 (11)로 얻을 수 있다.

$$\tilde{y} \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (11)$$

3.4 볼트 파손에 대한 신뢰성 해석

볼트 파손에 대한 한계 상태 함수는 Lim⁽²²⁾의 논문을 참고하여 볼트 단면적의 40% 이상이 인장 강도에 이를 때 파손이 일어난다고 가정하였다. Fig. 5에 보인 바와 같이 유한요소해석 결과로부터 나타나는 볼트의 최대 응력은 첫 번째 나사산에서 발생하게 되는데 이 때 첫 번째 나사산의 단면에서 인장 강도 이상의 응력이 발생하는 면적이 전체 면적의 40% 이상이 되면 파손이라는 기준으로 식 (12)와 같이 한계 상태 함수를 정의하였다.

$$g = \frac{A_{\sigma_u}}{A} - 0.4 \quad (12)$$

여기서 A_{σ_u} 는 인장 강도 이상의 응력이 발생하는 면적이고 A 는 최대 응력이 발생하는 단면의 전체 면적이다.

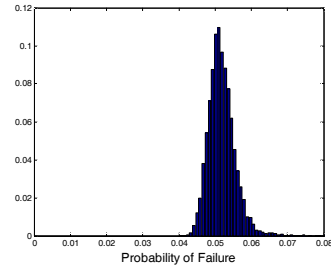
신뢰성 해석을 위한 입력 변수는 토크와 마찰 계수, 그리고 내압을 고려하였다. 내압의 경우에는 정확한 해석을 위해 실제 로켓 모터 내부의 연소 과정에 대한 해석을 수행해야 하는데 본 연구에서는 Moon⁽¹⁰⁾의 논문을 참고하여 MEOP(Maximum

Expected Operating Pressure)의 분포를 등가 정규 분포로 변환하였다. 변수들의 평균과 COV를 Table 4에 나타냈으며 여기서 마찰계수는 Table 3의 20개 데이터에 단순히 평균, 표준편차를 위하여 계산한 값이다.

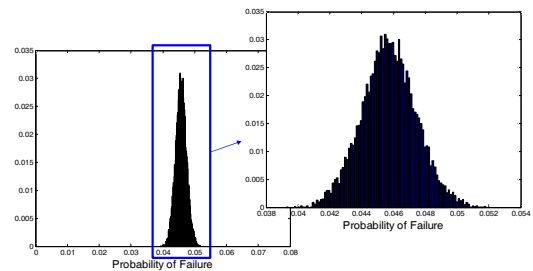
볼트 체결부의 유한요소해석은 계산 시간이 오래 걸리는 문제이기 때문에 신뢰성 해석을 위하여 반응 표면을 구축해야 하며 이를 위해 라틴 하이퍼큐브 샘플링으로 설계점을 생성하고 그에 따른 해석을 수행하였다. 3가지 변수에 대하여 20개의 샘플점을 생성하였으며 그에 대한 해석을 수행한

Table 4 Input parameters for reliability analysis of bolt failure

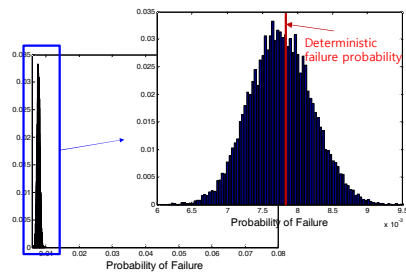
Parameter	Mean	COV
Torque (kN-mm)	90	0.1
Friction Coefficient	0.1544	0.1690
Internal Pressure (MPa)	12.63	0.24



(a) Using 5 test data



(b) Using 10 test data



(c) Using 20 test data

Fig. 9 PDF of failure probability for bolt failure

뒤 4차 다항식으로 반응 표면을 구축하였다.

식 (11)을 이용하여 총 10,000개의 샘플을 생성하였으며 구축된 반응 표면으로 10,000회의 신뢰성 해석을 수행한 결과를 Fig. 9와 Table 5에 나타냈다. 신뢰성 해석은 연구실 내부적으로 MATLAB 코드로 개발한 FORM(First Order Reliability Method)을 이용하였다. Fig. 9의 각 그래프에서 x축 스케일을 일치시킨 결과를 비교해보면 측정 데이터가 많아질수록 실패 확률 분포의 폭이 좁아진다는 것을 알 수 있다. Fig. 9(a)와 같이 측정 데이터가 적은 경우에 실패 확률의 분포가 넓은 것은 믿음의 정도가 아직 부족하다는 의미로 생각할 수 있으며 이러한 경우 설계 기준에서 정한 실패 확률이 신뢰 구간의 하한값 보다 작게 되기 위해서는 더 보수적인 설계를 해야 한다고 판단할 수 있다.

4. 오링의 신뢰성 해석

본 논문의 두 번째 적용 대상은 로켓 모터의 오링 기밀부이다. 초탄성 거동을 보이는 고무 오링은 로켓 모터가 점화되었을 때 고압 가스의 외부 누출을 차단하는 역할을 한다. 일반적으로 원형 단면을 갖는 오링은 조립이 되면서 압착되고 이에 따라 발생하는 반발력(접촉 압력)에 의해 기밀 성능을 확보하게 된다. 4장에서는 베이지안 접근법을 활용하여 고무 모델의 계수를 추정하고 유한요소해석을 통해 오링의 기밀 성능에 대한 신뢰성 해석을 수행하였다.

Table 5 Mean and confidence bands of failure probability for bolt failure

Used Data	2.5%	Mean	97.5%
5 data	4.5521e-2	5.1787e-2	5.9224e-2
10 data	4.2359e-2	4.5814e-2	4.8988e-2
20 data	6.9346e-3	7.7925e-3	8.5879e-3

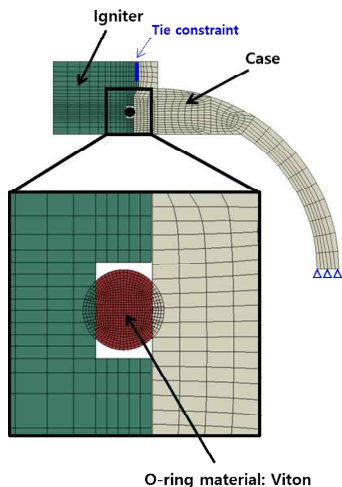


Fig. 10 Finite element model of o-ring seal

근법을 활용하여 고무 모델의 계수를 추정하고 유한요소해석을 통해 오링의 기밀 성능에 대한 신뢰성 해석을 수행하였다.

4.1 오링에 대한 유한요소해석

오링 기밀부에 대한 유한 요소 모델을 Fig. 10에 나타냈으며 2차원 축대칭 조건으로 점화기, 케이스 및 원형 단면의 오링을 모델링 하였다. 본 연구에서 수행한 오링 기밀부의 경우 보안상 상세 형상과 치수를 공개할 수 없었다. 오링의 재질은 로켓 모터에서 가장 많이 사용되는 viton⁽²³⁾이라는 재료가 사용되었으며 식 (13)의 Mooney-Rivlin 모델을 이용하여 해석을 수행하였다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (13)$$

여기서 W 는 변형률 에너지 밀도이고 C_{10} 와 C_{01} 은 모델 파라미터이며 I_1 과 I_2 는 변형률 불변량(strain invariant)이다. Fig. 11에 나타낸 압축 시험 데이터와 식 (13)을 이용하여 C_{10} , C_{01} 을 구하면 각각 1.87, 0.47이 얻어지며 그 결과를 Fig. 11에 함께 나타냈다.

오링 기밀부의 해석 단계 및 결과를 Fig. 12에

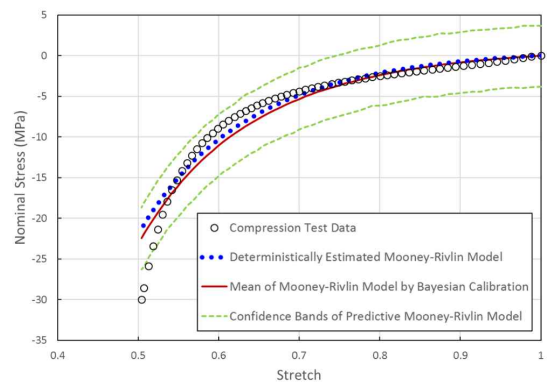


Fig. 11 Mean and confidence bands of posterior predictive Mooney-Rivlin model using Bayesian approach

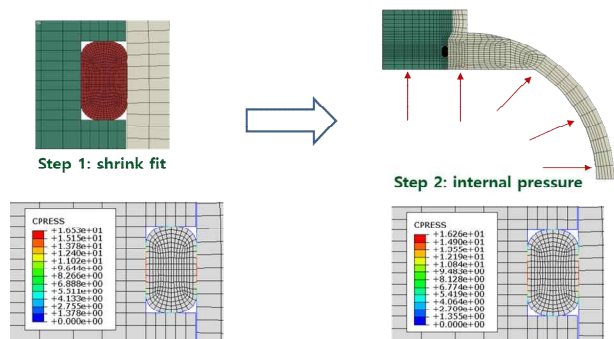


Fig. 12 FEA steps and results of o-ring seal

나타났다. 해석은 총 두 단계로 진행되는데 우선 오링이 조립과정에서 압착되는 과정을 역지 끼워맞춤 형태로 해석하게 되며 두 번째 단계에서는 내압을 가하는 해석을 수행한다. 첫 번째 단계에서 오링의 최대 접촉 압력은 16.53 MPa로 나타났으며 내압(12.63 MPa)을 가한 뒤 16.26 MPa로 약 0.27 MPa 감소한 결과를 보였다.

4.2 초탄성 모델 파라미터 추정

2장에서 설명했던 MCMC 기법을 활용하여 식 (13)의 파라미터 C_{10} , C_{01} 그리고 표준편차 σ 를 추정하였다. Fig. 11의 데이터를 이용하여 실험값과 Mooney-Rivlin 모델 간 오차의 우도를 나타내면 식 (14)와 같다.

$$L(\mathbf{y}^e | \boldsymbol{\theta}, \sigma) \propto \sigma^{-n} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \mathbf{y}^e - \mathbf{y}^c(\mathbf{x}^e, \boldsymbol{\theta}) \right\}' \left\{ \mathbf{y} - \mathbf{y}^c(\mathbf{x}^e, \boldsymbol{\theta}) \right\} \right] \quad (14)$$

여기서 \mathbf{y}^e 는 실험 데이터를 의미하고 파라미터 $\boldsymbol{\theta}$ 는 C_{10} 와 C_{01} 이다. \mathbf{y}^c 는 컴퓨터 모델, 다시 말해 Mooney-Rivlin 모델을 의미하며 \mathbf{x}^e 는 실험점을 나타낸다. 이 식은 변수 $\boldsymbol{\theta}$, σ 가 주어졌을 때 \mathbf{y}^e 를 얻게 될 확률을 의미하며 이 우도 함수를 이용하여 MCMC 기법으로 사후 분포를 구할 수 있다. 총 10,000회의 MCMC 샘플링을 이용하여 C_{10} ,

Table 6 Mean and confidence bands of Mooney-Rivlin parameters and standard deviation

	2.5%	Mean	97.5%
C_{10}	1.69	1.90	2.11
C_{01}	0.42	0.53	0.65
σ	2.46	2.93	3.52

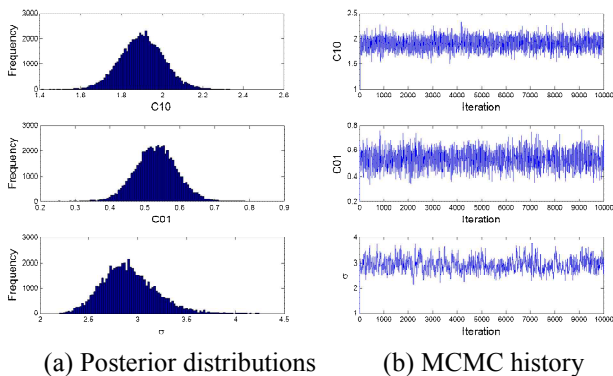


Fig. 13 Posterior distributions and MCMC history of three parameters

C_{01} 그리고 σ 의 사후 분포를 구한 결과를 Fig. 13과 Table 6에 정리하였다. Fig. 13(b)의 MCMC 이력을 보면 샘플링 과정이 잘 수렴되었다는 것을 알 수 있다. 또한 Table 6에 정리한 결과를 살펴보면 4.1절에서 단일 값으로 구한 Mooney-Rivlin 파라미터와 비교했을 때 평균 값이 유사하게 계산되었고 신뢰구간까지 제시할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

이렇게 구해진 샘플을 이용하여 사후 예측 분포를 구할 수 있고 이를 이용한 예측 구간을 다시 Fig. 11에 나타냈다. 단일 값으로 구한 파라미터의 결과와 베이지안 접근법으로 구한 평균의 결과가 유사한 거동을 보이고 있었으며 48% 이상의 변형 구간을 제외하면 예측 구간안에 실험 값이 잘 포함되고 있었다.

4.3 오링에 대한 신뢰성 해석

오링의 기밀 성능은 작용 압력과 접촉 압력의 비로 정의할 수 있으며⁽²⁴⁾ 이를 통해 한계 상태 함수를 식 (15)와 같이 나타냈다.

$$g = \sigma_{contact} - P_i \quad (15)$$

여기서 $\sigma_{contact}$ 은 최대 접촉 압력이며 P_i 는 내압이다.

체결 볼트 문제와 마찬가지로 신뢰성 해석을 위해 유한 요소 해석 결과를 이용하여 반응 표면을 구축하였다. Mooney-Rivlin 파라미터와 내압을 변수로 고려하였으며 라틴 하이퍼큐브 샘플링으로 20개의 샘플점을 생성하였고 반응 값을 최대 접촉 압력으로 하여 4차 다항식으로 반응 표면을 구축하였다.

신뢰성 해석에 사용된 변수 중 내압은 3장에서 사용된 값과 동일하며 C_{10} , C_{01} 의 사후분포는 어떤 분포를 따르는지 알 수 없기 때문에 그대로 신뢰성 해석에 적용할 수 없고 등가 정규 분포로 변환하는 과정을 거쳐야 한다. 식 (16)을 이용하면 정규 분포를 따르지 않는 변수를 등가 정규 분포로 변환이 가능하며 이식은 참고문헌 (11)에 더 자세하게 설명되어 있다. 이를 통해 얻어진 평균과 표준편차를 신뢰성 해석에 적용할 수 있다.

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left[F_{X_i} (x_i^*) \right] \right\}}{f_{X_i} (x_i^*)} \quad (16)$$

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \Phi^{-1} \left[F_{X_i} (x_i^*) \right] \sigma_{X_i}^N$$

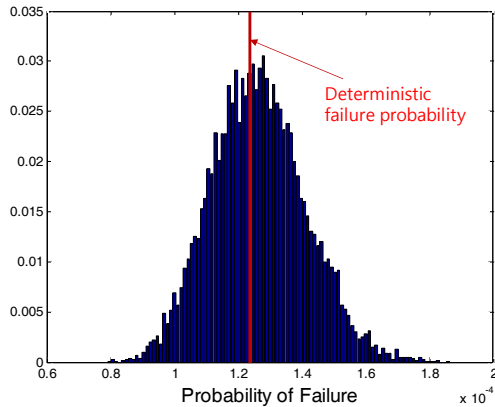


Fig. 14 Probability distribution of failure probability for o-ring seal

총 10,000회의 MCMC 샘플링 수행하여 10,000개의 C_{10} , C_{01} 에 대한 평균, 표준편차를 구한 뒤 이를 이용하여 10,000회의 신뢰성 해석을 수행하였고 그 결과를 Fig. 14에 나타냈다. Mooney-Rivlin 파라미터를 단일값으로 구한 실패 확률도 함께 나타냈으며 베이지안 접근법을 활용한 신뢰성 해석에서는 실패 확률이 분포로 도출되기 때문에 요구 신뢰도를 만족하기 위해 얼마나 보수적인 설계를 해야 하는지, 또는 설계에 얼마나 여유가 있는지를 정량적으로 제시할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 신뢰성 해석에 사용되는 입력 변수의 추정을 위해 베이지안 접근법을 활용하였으며 추정된 값은 단일 값이 아닌 확률 분포로 도출되었다. 고전적인 신뢰성 해석에서는 실패 확률이 단일 값으로 주어지지만 베이지안 신뢰성 해석에서는 변수가 확률 분포로 입력되기 때문에 그 결과로 계산되는 실패 확률 역시 분포로 제시되었다. 입력 변수와 실패 확률이 분포로 제시되는 것은 확보된 측정 데이터에 기반하여 현재 시점에서의 믿음의 정도를 나타내는 것이다. 측정 데이터의 수가 적을수록 추정된 변수와 실패 확률 PDF의 폭이 넓다는 것은 믿음의 정도가 부족하기 때문에 요구되는 신뢰도를 만족하기 위해 더 보수적인 설계를 해야 한다는 의미가 되며 반대로 데이터가 증가할수록 PDF의 폭이 좁아지면서 믿음의 정도가 강해지게 된다는 의미를 갖는다.

본 연구에서는 입력 변수의 불확실성만을 다뤘지만 유한 요소 해석 결과를 이용하여 반응 표면을 구축한 부분에서도 보다 정확한 결과를 얻기 위해서는 An⁽²⁵⁾에 의해 연구되었던 근사 모델의

불확실성을 고려해야 하며 비선형 소성 물성치도 해석 결과에 미치는 영향이 크기 때문에 중요하게 다뤄져야 한다. 하지만 본 연구에서 베이지안 접근법을 적용하기 위해 모든 입력 변수에 대한 실험 데이터를 확보할 수는 없었고 신뢰성 해석 시 몇몇 가정이 포함될 수 밖에 없었다.

오링 문제에서는 해석에 사용된 고무 모델이 실험 데이터를 완벽하게 모사하지는 못 하고 있었는데 이 문제는 더 많은 실험 데이터를 확보하여 정확한 모델을 사용하거나 모델과 데이터 간의 편향성(bias) 해석을 통해 극복해야 하는 부분이다. 또한 실패 확률의 분포를 구하기 위해 매우 많은 회수의 신뢰성 해석을 수행하였는데 계산 시간의 단축을 위해 추가적으로 연구가 수행되어야 할 부분이라고 할 수 있다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다. (계약번호 UD140024GD)

참고문헌 (References)

- (1) Wells, W. W., 1996, "Solid Rocket Booster Reliability Guidebook-Volume II-Probabilistic Design and Analysis Methods for Solid Rocket Boosters," *Aerospace Information Report*, SAE AIR, 5006(2).
- (2) Moon, S., 2011, "Research Trend of Solid Rocket Motor Reliability," *The Korea Society of Propulsion Engineers*, pp. 349~351.
- (3) Dalal, S. R., Fowlkes, E. B. and Hoadley, B., 1989, "Risk Analysis of the Space Shuttle: pre-Challenger Prediction of Failure," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 84, No. 408, pp. 945~957.
- (4) Kelly, D. L. and Smith, C. L., 2008, "Risk Analysis of the Space Shuttle: pre-Challenger Bayesian Prediction of Failure," *NASA Space Systems Engineering and Risk Management*.
- (5) Ekstrom, J. L., Allred, A., Call, R. and Sauvageau, D., 1991, "Applying Design to Reliability Techniques to a Composite Solid Rocket Motor Case," *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Vol. 8, No. 10.
- (6) Zheng, W., 1993, "Structural Reliability Design on Solid Rocket Motor Case," *AIAA/SAE/ASME/ASEE 29th Joint Propulsion Conference and Exhibit*.
- (7) Bozkaya, K., 2006, A Study on the Reliability Analysis During Preliminary Design – A Rocket

- Motor Example, *Doctoral dissertation*, Middle East Technical University.
- (8) Cho, S. Y., Kim, Y. W., Lee, J. H., Han, Y. M. and Oh, S. H., 2004, "A Study for Reliability Demonstration of Launch Vehicle Propulsion System," *Aerospace Engineering and Technology*, Vol. 3, No. 2, pp. 65~71.
- (9) Kim, J. H., Bae, B. Y., Lee, J. W., Byun, Y. H. and Kim, K. M., 2008, "Design for Reliability of Air-Launching Rocket, Mirinae II Using FMEA (Failure Modes and Effects Analysis)," *Journal of the Korea Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 36, No. 12, pp. 1193~1200.
- (10) Moon, K. H., Gang, J. H., Kim, D. S., Kim, J. K. and Choi, J. H., 2016, "A Probabilistic based Systems Approach to Reliability Prediction of Solid Rocket Motors," *International Journal of Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 17, pp. 112~121.
- (11) Haldar, A. and Mahadevan, S., 2000, *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- (12) Noor, A. K., 2005, *Perspectives on Non-deterministic Approaches*, CRC Press LLC, Boca Raton, FL.
- (13) Hisler, A., 1964, "Sounding Rocket Reliability Reassessment," *NASA Technical Note D-2222*, Goddard Space Flight Center.
- (14) Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S. and Rubin, D. B., 2004, *Bayesian Data Analysis*, CHAMPMAN & HALL/CRC, Inc., New York.
- (15) Lee, H. M., 1992, "Shear Joint Capability Versus Bolt Clearance," *Technical Memorandum*, NASA TM-108378.
- (16) Ro, Y. H., Koo, S. H. and Lee, B. E., 2010, "3D Structural Analysis for Bolted Joint Part of Rocket Motor Case under Pre-torque," *The Korea Institute of Military Science and Technology*.
- (17) Izumi, S., Yokoyama, T., Iwasaki, A., and Sakai, S., 2005, "Three-dimensional Finite Element Analysis of Tightening and Loosening Mechanism of Threaded Fastener," *Engineering Failure Analysis*, Vol. 12, No. 4, pp. 604~615.
- (18) Dinger, G. and Friedrich, C., 2011, "Avoiding Self-Loosening Failure of Bolted Joints with Numerical Assessment of Local Contact State," *Engineering failure analysis*, Vol. 18, No. 8, pp. 2188~2200.
- (19) Fukuoka, T. and Nomura, M., 2008, "Proposition of Helical Thread Modeling with Accurate Geometry and Finite Element Analysis," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 130, No. 1, 011204.
- (20) Shigley, J. E., Mischke, C. R. and Budynas, R. G., 2003, *Mechanical Engineering Design*, Mc Graw Hill, New York, pp. 395~461.
- (21) Blake, J. C. and Kurtz, H. J., 1965, "The Uncertainties of Measuring Fastener Preload," *Machine Design*, Vol. 37, No. 23, pp. 128~133.
- (22) Lim, J. H., Kim, S. W., Kim, K. W., Lee, J. H., Hwang, D. S., Jin, S. M. and Lim, S. Y., 2009, "A Study on the Failure of the Bolted-Joints of Satellite Structures using Three-dimensional Finite Element Analysis," *2009 Korea Society for Aeronautical and Space Science Conference*, pp. 827~830.
- (23) Giants, T. W., 2001, Viton B O-ring resilience study (No. TR-99 (1413)-6). Aerospace Corp El Segundo CA Technology Operations.
- (24) Park, S. H., Kim J. H. and Kim, W. H., 2009, "An Evaluation on Sealing Performance of Elastomeric O-ring Compressed and Highly Pressurized," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 26, No. 2, pp. 86~93.
- (25) An, D. and Choi, J. H., 2012, "Efficient Reliability Analysis Based on Bayesian Framework under Input Variable and Metamodel Uncertainties," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 46, No. 4, pp. 533~547.