

# 손익공유형 민간투자사업의 투자위험분담 가치 산정

구석모<sup>1</sup> · 이성훈<sup>2\*</sup> · 이승재<sup>1</sup>

<sup>1</sup>서울시립대학교 교통공학과, <sup>2</sup>삼성카드 빅데이터 연구소

## Real Option Analysis to Value Government Risk Share Liability in BTO-a Projects

KU, Sukmo<sup>1</sup> · LEE, Sunghoon<sup>2\*</sup> · LEE, Seungjae<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Transportation Engineering, University of Seoul, Seoul 02504, Korea

<sup>2</sup>Big Data Research Center, Samsung Card, Seoul 04514, Korea

\*Corresponding author: [sunghoonleebest@gmail.com](mailto:sunghoonleebest@gmail.com)

### Abstract

The BTO-a projects is the types, which has a demand risk among the type of PPP projects in Korea. When demand risk is realized, private investor encounters financial difficulties due to lower revenue than its expectation and the government may also have a problem in stable infrastructure operation. In this regards, the government has applied various risk sharing policies in response to demand risk. However, the amount of government's risk sharing is the government's contingent liabilities as a result of demand uncertainty, and it fails to be quantified by the conventional NPV method of expressing in the text of the concession agreement. The purpose of this study is to estimate the value of investment risk sharing by the government considering the demand risk in the profit sharing system (BTO-a) introduced in 2015 as one of the demand risk sharing policy. The investment risk sharing will take the form of options in finance. Private investors have the right to claim subsidies from the government when their revenue declines, while the government has the obligation to pay subsidies under certain conditions. In this study, we have established a methodology for estimating the value of investment risk sharing by using the Black - Scholes option pricing model and examined the appropriateness of the results through case studies. As a result of the analysis, the value of investment risk sharing is estimated to be 12 billion won, which is about 4% of the investment cost of the private investment. In other words, it can be seen that the government will invest 12 billion won in financial support by sharing the investment risk. The option value when assuming the traffic volume risk as a random variable from the case studies is derived as an average of 12.2 billion won and a standard deviation of 3.67 billion won. As a result of the cumulative distribution, the option value of the 90% probability interval will be determined within the range of 6.9 to 18.8 billion won. The method proposed in this study is expected to help government and private investors understand the better risk analysis and economic value of better for investment risk sharing under the uncertainty of future demand.

**Keywords:** black-scholes option pricing model, BTO-a, real option valuation, PPP, traffic risk

J. Korean Soc. Transp.  
Vol.35, No.4, pp.360-373, August 2017  
<https://doi.org/10.7470/jkst.2017.35.4.360>

pISSN : 1229-1366  
eISSN : 2234-4217

Received: 27 June 2017

Revised: 16 August 2017

Accepted: 29 August 2017

Copyright ©  
Korean Society of Transportation

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## 초록

국내 민간투자사업의 추진 방식 중 수익형 민간투자사업은 수요 위험이 존재하는 방식이다. 수요 위험이 현실화 될 경우 민간사업자는 예상보다 낮은 수입으로 인해 재무적인 어려움을 겪으며, 정부도 안정적인 사회기반시설 운영에 차질을 빚을 수 있다. 따라서 정부는 수요 위험에 따른 위험 분담 정책을 다양하게 적용해 오고 있다. 하지만 정부의 위험 분담은 수요의 불확실성으로 인한 정부의 우발채무이며, 실시협약의 문구로 표현되어 기존의 전통적인 사업평가 방식인 NPV 방식으로는 위험을 계량화 할 수 없다. 본 연구는 수요 위험 분담 정책의 하나로 2015년에 도입된 손익공유형 방식(BTO-a)을 대상으로 수요 위험을 고려한 정부의 투자위험 분담 가치를 산정하는데 목적을 두고 있다. 투자위험 분담은 금융에서의 옵션(option) 형태를 갖게 된다. 민간사업자는 수입이 감소했을 때 정부로부터 보조금을 청구할 권리를 가지고 있으며, 반대로 정부는 일정 조건하에서 보조금을 지급할 의무를 가지고 있다. 본 연구에서는 Black-Scholes 옵션가격결정 모형을 활용하여 투자위험 분담의 가치추정 방법론을 정립하고 사례 사업을 통해 결과의 적정성을 살펴보았다. 사례 사업은 제안된 고속도로 민간투자사업을 대상으로 하였으며, 분석 결과 투자위험 분담 가치는 약 120억원으로 추정되어 민간이 투자한 투자비의 약 4%를 차지하는 것으로 나타났다. 즉, 정부가 투자위험을 분담함으로써 120억원의 재정지원을 추가로 투입하는 효과로 볼 수 있다. 교통량 위험을 확률변수로 가정할 경우 사례사업에서 도출된 옵션가치는 평균이 122억원이고 표준편차는 36.7억원으로 도출되었다. 누적분포를 도출한 결과 90% 확률 구간의 옵션가치가 69억원에서 188억원의 범위에서 결정될 것으로 나타났다. 본 연구에서 제시한 방법은 미래수요의 불확실성하에서 정부와 민간사업자가 더 나은 위험 분석과 투자위험 분담에 대한 경제적인 가치를 이해하는데 도움을 줄 것으로 기대한다.

**주요어:** Black-Scholes 옵션가격결정 모형, BTO-a, 실물 옵션, 수요 위험, 민간투자사업, 위험분석

## 서론

### 1. 연구의 배경 및 목적

국내 민간투자사업의 추진 방식은 주로 수익형 민간투자사업(BTO: Build-Transfer-Operation, 이하 'BTO 방식')과 임대형 민간투자사업(BTL: Build-Transfer-Lease, 이하 'BTL 방식')으로 추진되어 왔다. BTO 방식의 기본 구조는 민간이 프로젝트의 사업비에 투자하여 시설을 건설한 후 투자비와 운영비는 직접적으로 사용료를 통하여 회수하는 구조이기 때문에 수요 위험이 존재하는 방식이라고 할 수 있다. 반면, BTL 방식은 정부가 민간사업자에게 사회기반시설의 임대료를 지불하는 방식으로 사실상 수요 위험이 존재하지 않는다. 이중 본 연구에서 초점을 맞추고 있는 방식은 BTO 방식이다. BTO 방식은 실제 수요가 예측한 수요를 밑돌게 되면 민간사업자에게 재무적인 어려움이나 심지어 파산할 수 있는 방식이다<sup>1)</sup>. 이는 곧 민간투자자의 투자 기피와 민간투자사업 활성화의 저해요소가 되어 왔으며, 정부는 이러한 문제점을 보완하고 민간투자자의 재무적인 어려움을 덜어주기 위해 BTO 방식의 위험 분담 정책을 변경해 오고 있다.

이에 2015년 정부는 "정부와 민간이 사업위험을 분담하여 민간투자를 유치할 수 있는 제3자의 방식을 도입"<sup>2)</sup>하고자, 민간투자사업기본계획(이하 '기본계획') 제32조부터 제33조의2를 개정 및 신설함으로써 위험분담형(BTO-rs: Build · Transfer · Operation - risk sharing, 이하 'BTO-rs')과 손익공유형(BTO-a: Build · Transfer · Operation - adjusted, 이하 'BTO-a 방식')을 규정하였다.

정부의 투자위험 분담은 수요의 불확실성에 따라 정부의 우발채무가 되며, 정부와 민간간의 계약인 실시협약서의 조항으로 표현되기 때문에 각자가 부담하는 위험 정도에 대해서 인식하기 어려울 수 있다. 뿐만 아니라 민간의 프

1) 국내민간투자사업 중 의정부경전철 사업은 과다수요추정을 주요 원인으로 파산이 결정(2017. 5. 26.)된 사례가 있음.

2) 민간투자사업기본계획 제1편 민간투자제도 정책 추진방향 및 2015년도 투자계획 중 1. 정책추진방향 참조.

로젝트의 추진 결정을 위해서도 정부가 투자위험을 분담하는 부분에 대한 정확한 보증 가치의 추정이 어려울 뿐더러 추정 결과에 대한 논란의 여지가 존재한다. 그 이유는 전통적인 사업평가 방식인 NPV방식으로는 교통수요 위험을 적절히 고려하기에는 한계가 있기 때문이다.

투자위험 분담은 금융 분야에서의 옵션(option)의 형태를 갖는다. 민간사업자는 운영 수입이 감소할 경우 정부로부터 보조금을 청구할 권리를 가지고 있으며, 반대로 정부는 일정 조건하에서 보조금을 지급할 의무를 가지고 있게 된다.

이에 본 연구는 교통수요 위험을 고려한 투자위험 분담의 가치를 실물옵션(real option) 방식을 통해 추정하고자 하며, 투자위험 분담 방식 중에서도 BTO-a 방식에 중점을 두고자 한다. 우선 민간투자사업의 BTO-a 방식의 개념을 살펴보고, 다음으로 실물옵션을 활용하여 BTO-a 방식의 정부 투자위험 분담의 적용성을 검토한 후, Black-Scholes 옵션가격결정 모형을 적용하여 투자위험 분담 가치 산정 방안을 모색하였다. 또한 실제 BTO-a 방식으로 제안된 00고속도로를 대상으로 투자위험 분담가치를 산정함으로써 모형 적용의 적정성을 검증하였으며, 끝으로 본 연구의 결론과 시사점을 도출하였다.

## 2. 기존 문헌 고찰

실물옵션 가치평가법은 Myers(1987)가 Black-Scholes 옵션모형을 금융자산이 아닌 기업의 실물자산을 대상으로 기초자산의 적용 범위를 확장함으로써 개념을 정립하였다. 이후 부동산 개발, 항만개발, IT, 인터넷투자 사업 등 다양한 분야에서 적용되어 오고 있으며, 사회기반시설과 관련하여서는 Garvin and Cheah(2004) 등은 도로건설시 차선의 확장 및 포기에 대한 가치를 옵션을 통해 분석하였고, Jeong and Kim(2014)는 국도건설사업의 내재된 가치를 이항모형을 통해 도출하였으며, Kim and Lee(2012)는 항만배후단지의 사례로 Black-Scholes 옵션모형, 이항분포 모형, 몬테카를로 시뮬레이션 3가지 방법을 적용하여 비교 연구를 수행하였다.

실물옵션의 적용은 민간투자사업을 대상으로 한 연구도 다수 존재한다. Jun and Kim(2009)의 연구에서는 전통적인 자본예산이론인 NPV법과 옵션가격결정 이론을 비교하면서, 사회기반시설의 재무적 타당성과 가치평가를 위해서 옵션가격모형을 적용할 필요가 있음을 주장하고 예시로 민자도로를 대상으로 두 가지 방법을 비교 평가하였다. Shin(2011, 2012)에서는 민자사업 해지시지급금에 대한 매수청구권의 가치와 새로운 수요 위험 분담방식의 수익률 추정시 옵션을 활용하였다. B.Ashuri(2012)와 Kim(2013)는 BTO사업의 MRG(Minimum Revenue Guarantee) 조항을 옵션을 적용하여 가치를 추정하였다.

## 실물옵션(Real Option) 가치평가법을 활용한 투자위험 분담가치 산정

### 1. BTO-a 방식의 수입 분배 구조

BTO-a 방식은 정부가 투자위험을 분담해주는 대신 초과이익을 공유하는 구조로 설계되어 있다. BTO-a의 투자위험 분담 방식은 매년도 투자위험분담기준금<sup>3)</sup>을 설정하여 매년도 실제 운영수입<sup>4)</sup>이 투자위험분담 기준금을 미달하는 경우 그 부족분을 재정지원하는 방식이다. 반면 정부도 매년도 환수금을 초과하는 경우에는 그 금액 중 일부를 환수하도록 설계하였다. 정부의 투자위험 분담에 대한 위험분담금과 환수금은 실제 사업이 종료되기 전까지는 확인이 불가능하므로 예측 수요를 토대로 Equation 1 및 Equation 2와 같이 산정한다.

$$GP'_i = GC'_i - (OR'_i - OC'_{vi}) \quad (1)$$

3) 투자위험분담 기준금은 ① 보전대상 민간투자비의 원리금과 ② 미보전대상 민간투자비의 국고채수익률을 적용한 이자비용 그리고 ③ 고정운영비로 이루어진다.

4) 정확히는 '공헌이익'이라고 하여 매년도 실제 운영수입에서 변동 운영비용을 차감한 금액이다.

$$GR'_i = (OR'_i - OC'_{vi} - RC'_i) \times \phi_i \tag{2}$$

- 여기서,  $GP'_i$  :  $i$  연도 주무관청 위험분담금 (경상가격)
- $GR'_i$  :  $i$  연도 주무관청 환수금 (경상가격)
- $GC'_i$  :  $i$  연도 주무관청 투자위험분담기준금 (경상가격)
- $RC'_i$  :  $i$  연도 주무관청 환수기준금 (경상가격)
- $OR'_i$  : 매년도 운영수입 (경상가격)
- $OC'_{vi}$  : 매년도 실제수요 반영한 변동 운영비용 (경상가격)
- $\phi_i$  :  $i$  연도 주무관청의 환수비율

위험분담금 및 환수금 산정의 기준이 되는 투자위험분담 기준금과 환수기준금은 Equation 3과 Equation 4와 같다<sup>5)</sup>. 투자위험분담 기준금( $GC'_i$ )은 ① 보전대상 민간투자비의 원리금 상환액( $TC_{spi}$ )과 ② 미 보전대상 민간투자비의 국고채수익률을 적용한 이자비용( $TC_{up(i-1)} \times r_f$ ) 그리고 ③ 고정운영비( $OC'_{fi}$ )로 이루어진다. 또한 환수기준금( $RC'_i$ )은 ① 투자위험분담기준금( $GC'_i$ )과 ② 미 보전대상 민간투자비의 미회수액( $NPTC_{upi}$ )으로 구성된다.

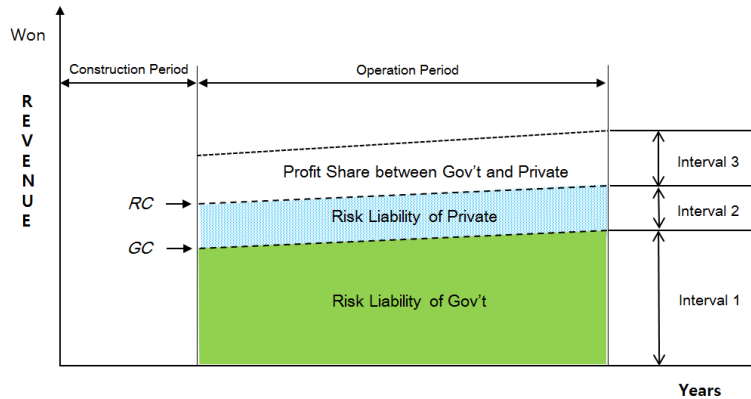
$$GC'_i = TC_{spi} + TC_{up(i-1)} \times r_f + OC'_{fi} \tag{3}$$

$$RC'_i = GC'_i + NPTC_{upi} \tag{4}$$

- 여기서,  $GC'_i$  :  $i$  연도 주무관청 투자위험분담기준금 (경상가격)
- $RC'_i$  :  $i$  연도 주무관청 환수기준금 (경상가격)
- $OC'_{fi}$  : 매년도 고정 운영비용(수요에 직접 영향 받지 않는 운영비용, 경상가격)
- $TC_{spi}$  :  $i$  연도 보전대상 민간투자비의 원리금(균등분할) 상환액
- $TC_{up(i-1)}$  : 미 보전대상 민간투자비의 ( $i-1$ )연도 말 잔액
- $r_f$  : 5년만기 국채수익률
- $NPTC_{upi}$  :  $i$  연도말 미 보전대상 민간투자비의 미회수액

수요 위험 측면에서 살펴보면 BTO-a 방식은 운영 수입을 민간투자사업 이해당사자의 이해관계에 따라 순서대로 분배하는 제도라고 이해할 수 있다. 즉, 투자위험분담비율이 정해지면, 운영수입에 따라 구간을 정해 수입의 분배대상을 달리하게 된다. Figure 1에서 1구간(0~투자위험분담기준금)의 운영수입은 민간이 전유하며, 부족분이 발생할 경우 정부가 지원하고, 2구간(투자위험분담기준금~환수기준금)의 운영수입은 민간이 전유하나 부족분에 대한 정부지원은 없으며, 3구간(2구간을 초과하는 구간)의 운영수입은 초과하는 운영수입에 대해 환수비율( $\phi$ ) 만큼 회수하는 구조이다. Figure 1은 운영수입을 각 구간으로 구분한 BTO-a 수입 분배 구조의 개념도이다.

5) Equation 1-4는 민간투자사업기본계획(제2016-64호) 별표 2-3의 식을 저자가 이해를 돕기 위해 재정리한 것이며, 구체적인 내용은 「BTO 민간투자사업 투자위험분담형 타당성분석 및 적격성조사 세부요령」(2015)을 참고하기 바람.



\* RC: Criteria for profit share between Gov't and private, GC: Criteria for Gov't risk share liability

Figure 1. Revenue distribution structure of BTO-a

Figure 1에서 실제 운영수입이 1구간에 속하면 투자위험분담기준금(GC)에 못미치는 수입은 정부가 재정지원을 통해 위험을 분담하여야 하며, 실제 운영수입이 2구간에 있으면 수요위험을 민간이 부담하여 민간사업자의 투자비 손실이 발생되며, 실제 운영수입이 3구간에 속하면 2구간 이후의 수입에 대해서는 정부와 민간사업자가 공유하게 된다.

위와 같은 사업방식의 특성으로 인해 투자위험분담기준금과 환수기준금은 BTO-a 방식의 핵심적인 요소라 할 수 있다. 민간투자비 중 정부가 보전하는 부분과 미보전하는 부분의 비율은 정부와 민간사업자가 체결하는 실시협약으로 정하는데, 통상 정부가 보전하는 부분은 민간투자비의 70%로 설정하고 있다<sup>6)</sup>.

결국 민간의 수익률이나 운영기간 정부보조금은 실제 운영수입에 따라 달라지는데, 실제 운영수입이 어떤 구간에 위치하느냐는 거의 대부분 수요위험에 달려있다. 정부의 투자위험 분담 가치를 산정하기 위해서는 반드시 수요위험이 고려되어야 하며, 본 연구는 실물옵션 평가 기법을 통해 수요위험을 고려하였다.

## 2. 실물 옵션을 활용한 투자위험 분담의 가치 산정

금융에서 옵션(option)이란 미리 정해진 가격으로 정해진 기간 동안에 특정자산을 사거나 팔 수 있는 권리가 부여된 증권이다<sup>7)</sup>. 옵션 계약에서 옵션의 가격은 매수자(buyer)가 매도자(seller)에게 지급하는 프리미엄이다. 이때 기초가 되는 자산(이하 '기초자산')을 살 수 있는 권리를 콜 옵션(call option), 팔 수 있는 권리를 풋 옵션(put option)이라고 한다. 옵션 가격은 ① 옵션의 행사가격<sup>8)</sup>, ② 만기까지의 기간, ③ 현재의 주식가격, ④ 주가변동성, ⑤ 무위험이자율 5가지 요인에 의하여 영향을 받는다<sup>9)</sup>. 실물 옵션 평가(ROV: Real Option Valuation or ROA: Real Option Analysis) 방법은 금융 옵션의 가치평가 방법을 실물자산(real assets) 또는 프로젝트에 적용하여 가치를 평가하는 방법을 의미한다. 즉, 프로젝트나 계약 자체가 가지고 있는 권리를 계량화하는 방법으로 미래의 불확실한 상황을 가치화하여 프로젝트가 가진 고유의 가치와 불확실성에 대한 가치를 함께 고려하는 방법이다.

정부의 투자위험 분담은 민간사업자의 투자비 일부<sup>10)</sup>에 대한 손실을 운영기간에 걸쳐 일정한 금액을 보장하는 것으로 매년도 운영수입 중 변동운영비를 제외한 금액이 투자위험분담 기준금보다 작을 경우 정부는 민간사업자에

6) 정부가 위험을 보전하는 부분은 프로젝트의 선순위 차입금 수준이며, 민간투자사업 기본계획 제25조에서 건설기간의 최소자기자본 비율은 15%로 규제하고 있어, 선순위 차입금은 최대 85%이나, 재무적투자자의 후순위 차입금 비율을 고려하면 통상적인 선순위 차입금은 민간투자비의 70% 내외로 볼 수 있다.

7) 박정식·박종원·조재호, 현대재무관리연습, 다산출판사 666페이지

8) 행사가격은 미래에 옵션을 행사할 때 주식을 매입 또는 매도하는 가격이다.

9) 예를 들어 풋옵션의 경우, 행사가격이 높을수록 투자자는 더 높은 대가를 지불할 용의가 있어 가격은 높게 형성되며 만기가 길수록 옵션가격이 높게 형성된다. 현재의 주식가격은 낮을수록 풋옵션의 가격은 높으며, 주가변동성이 높을수록 가격이 높아진다.

10) 투자위험분담 기준금으로 ① 보전대상 민간투자비의 원리금과 ② 미보전대상 민간투자비의 국고채수익률을 적용한 이자비용 그리고 ③ 고정운영비를 합한 금액임.

게 위험분담액을 재정지원하게 된다.

이러한 정부의 위험공유는 풋옵션을 구성하여 가치를 산정할 수 있다. 풋옵션은 옵션소유자가 미리 정해진 기간 동안에 정해진 가격으로 특정주식을 팔 수 있는 권리이다. 풋옵션의 가치는 주식 만기에 주식 가격이 행사가격보다 높으면 옵션소유자는 옵션을 행사하지 않아 옵션가치가 0이 되고, 만기의 주식 가격이 행사가격보다 낮으면 주식을 행사가격으로 팔 수 있어 옵션가치는 행사가격에서 주식가격을 뺀 금액이 된다. 식으로 표현하면 Equation 5와 같다.

$$P = \text{MAX}[0, (K - S)] \tag{5}$$

여기서,  $P$  : 풋옵션 가격  
 $K$  : 행사가격  
 $S$  : 기초자산 가격

BTO-a의 민간사업자 측면의 손익 구조는 실제 통행료 수입이 예상보다 낮아지더라도 일정 이하의 손실은 보상 받는 구조이다. 이는 정부로부터 풋옵션 매수하여 손실을 상쇄하는 전략<sup>11)</sup>으로 구성할 수 있다. 반면 정부는 풋옵션을 민간에 매도한 것으로 볼 수 있으며, 일정수준 이하로 실제 통행료 수입이 떨어지면 손실이 발생하는 구조이다. 또한, 민간이나 정부는 손익분기점 이상이 되었을 경우에는 수입을 서로 공유하는 구조로 되어 있다. BTO-a 방식의 운영수입에 따른 민간사업자의 손익과 정부의 손익을 그림으로 나타내면 Figure 2와 같다.

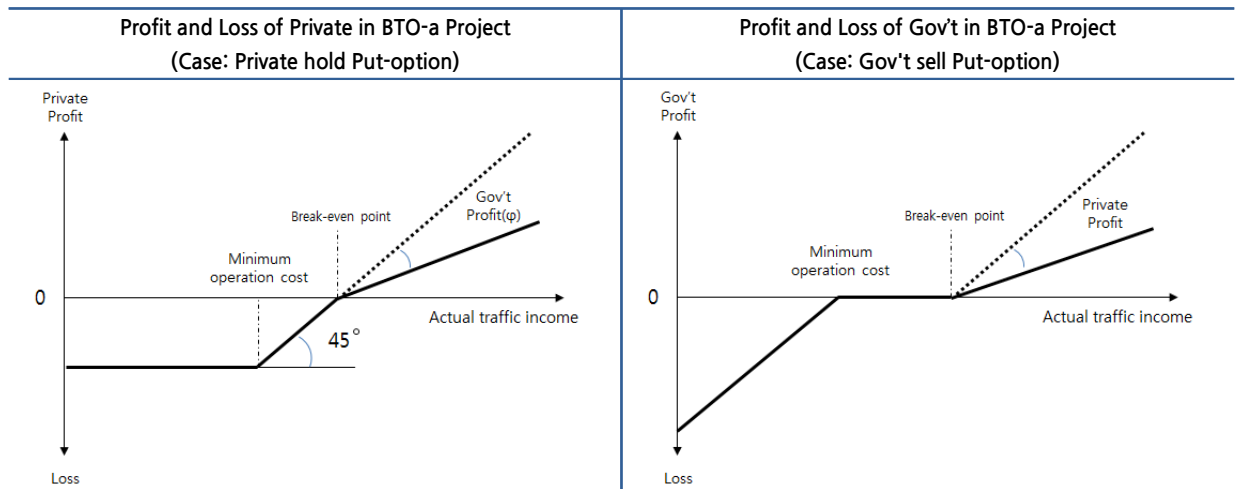


Figure 2. Profit and loss in BTO-a projects

이러한 정부와 민간사업자간에 거래되는 풋옵션의 가치 산정은 Cheah and Liu(2006)의 연구에 기초를 두고 있다. 정부의 위험 공유는 매년 실제 통행료 수입( $OR_t$ )이 매년도 투자위험분담기준금액( $GC_t$ )에 도달하면 정부는 보조금을 지불하지 않아도 되지만, 투자위험분담기준금액에 못미치면 정부는 보조금을 지불해야한다. 매년도 정부가 지불해야하는 위험분담의 의무( $SF_t$ )는 실제 통행료 수입과 예측 통행료 수입의 상대적 가치에 있다. 즉, 운영수입을 구성하는 예측 교통량의 위험 정도에 따라 옵션 가치에 큰 영향을 줄 것이다.

최종적인 정부의 위험분담의 가치(Gov't Risk Share Value)는 민간투자사업 관리운영기간(n) 동안 정부가 지불

11) 금융에서는 이러한 전략을 방어적 풋 전략이라고 한다. 방어적 풋(protective put)은 주식 1주와 주식에 대한 풋옵션 1개를 결합한 포트폴리오로 주가가 옵션의 행사가격 이하로 하락할 경우 투자자가 입게 될 손실을 풋 옵션 행사에 따른 이득으로 상쇄시켜 주도록 하며, 주가상승에 따른 이득은 그대로 실현될 수 있게 해준다.



해야하는 위험분담의 의무를 모두 더한 값으로 Figure 4의 음영부분과 같다. 본 연구에서는 풋옵션 가격산정에 있어 1년 단위로 민간투자사업의 관리운영기간 30년을 고려하여 30개의 옵션으로 구성하였다. 즉 만기가 1년인 풋옵션이 30개가 합쳐져서 정부의 투자위험 분담가치가 산정된다.

$$Gov't RSV = \sum_{i=1}^n \frac{SF_i}{(1+r)^i} \tag{6}$$

여기서,  $SF_i = MAX [0, (GC_i - OR_i)]$

$Gov't RSV$  : n기간 동안의 정부의 위험분담 가치의 합계

$SF_i$  : i 연도 정부가 지불해야하는 위험분담 의무

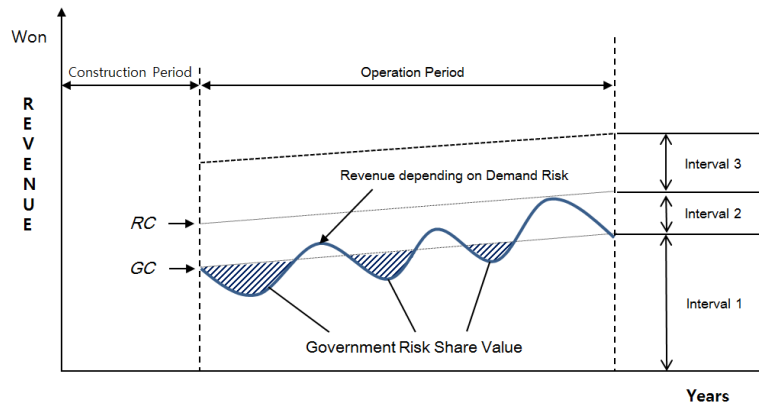


Figure 3. Government risk share value depending on demand risk

교통량에 따른 운영수입의 위험 및 불확실성으로 인해 투자위험 분담가치 역시 불확실성을 내재하고 있다. 투자위험 분담가치의 분포는 교통량 예측 오차의 확률 분포를 기초로 획득할 수 있으며, 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 교통량 위험에 따른 옵션가치를 분석하였다.

### 3. Black-Scholes 옵션가격결정 모형의 적용

옵션 가격을 산정하는 옵션가격결정 모형은 대표적으로 Black-Scholes 옵션가격결정 모형<sup>12)</sup>과 이항옵션가격결정 모형<sup>13)</sup>이 사용되고 있다. 본 연구는 Shin(2009) 및 Choi and Park(2013)의 연구와 같이 Black-Scholes 옵션가격결정 모형<sup>14)</sup>을 적용하기로 한다. Black-Scholes의 옵션 가격모형의 풋옵션 산정식은 Equation 7과 같으며, 정부의 투자위험 분담가치 산정에 적용하였다.

$$P = X e^{-rT} N(-d_2) - S \cdot N(-d_1) \tag{7}$$

12) Black, F., M. Scholes, The Pricing of Option and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 1973. 5., pp. 637-657.

13) Cox, J., M. Rubinstein, Option Pricing : A simplified Approach, Journal of Financial Economics(1976.10.), pp. 229-263.

14) 옵션의 만기와 관련하여 이항 모형은 미리 정해진 기간 내에 언제든지 권리를 행사할 수 있는 미국식 옵션에 활용되고, Black-Scholes 모형은 미리 정해진 만기일 단 하루에만 권리 행사가 가능한 유럽식 옵션을 따르고 있음. 정부의 투자위험분담금은 주주관청이 매년말 민간사업자에게 지급하는 구조로 유럽식 옵션과 유사하여 Black-Scholes 모형을 적용함.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

여기에서,  $P$ 는 풋옵션 가격을 의미하며,  $S$  = 기초자산의 현재가격,  $X$  = 행사가격,  $r$  = 무위험이자율,  $T$  = 옵션의 잔존기간  $\sigma$  = 기초자산 수익률의 표준편차를 의미한다.

Black-Scholes 옵션가격결정모형의 5가지 변수와 투자위험 분담 가치 산정의 변수를 비교하면 Table 1과 같다.

**Table 1. Comparison of variables in black-scholes model and in valuation of BTO-a risk share**

Variable	Black-Scholes Option Pricing Model	Gov't Risk Share Value
$S$	Underlying asset price	Operation revenue in year $i$
$X$	Strike price(exercise price)	Gov't Risk share cost in year $i$
$r$	Risk-free interest rate	Risk-free interest rate
$T$	Time until expiry date in year	Time until expiry date in year (=1 year)
$\sigma$	Volatility	Volatility of operation revenue (depending on traffic demand)

### 1) 기초자산의 설정

정부의 투자위험분담은 교통량에 따른 운영수입을 기초로 정부와 민간사업자간의 옵션 거래가 이루어진다. 실물 옵션은 금융시장에서 거래되는 주식이나 채권과 달리 기초자산의 거래가 제한적이며 시장가격을 알 수 없는 경우가 대부분이다(Kim and Kwon, 2007). 마찬가지로 본 연구의 기초자산도 시장성 자산이 아니므로 가격을 측정하기 어렵다. 따라서 본 연구의 기초자산의 현재가격은 예측교통량에 따른 해당연도 운영수입으로 설정하였다.

### 2) 변동성(Volatility)

금융 옵션에서 변동성(Volatility)은 기초자산의 수익률이 현재 옵션과 옵션 만료 사이에서 변동하는 범위를 나타내는 변수로 실현 수익률(realized return)이 기대 수익률(expected return)에서 벗어날 위험(risk)의 크기를 변동성이라고 한다. 변동성이 클수록 실현 수익률이 기대 값에서 벗어나는 정도는 커지고 투자 위험은 높아진다.

기초자산의 변동성은 기초자산의 변화율인 표준편차를 이용하여 구할 수 있다. 금융옵션의 경우 기초자산의 과거의 실제 데이터를 가지고 추정이 가능하나 실물옵션의 경우 옵션의 기초자산이 되는 프로젝트 현금흐름의 과거 데이터가 없기 때문에 유사한 대응변수(proxy)를 적용해야한다(Cho and Park, 2004). 본 연구의 기초자산은 교통량에 따른 운영수입으로 유사 사업의 실제 운영수입의 변동성 즉, 교통량의 변동성을 대리변수로 한다.

교통량의 변동성은 실제 이용 교통량이 예측 교통량에서 벗어날 위험(risk)의 크기인 교통량 예측 위험으로 나타낼 수 있으며, 교통량 예측 위험은 운영 중인 도로의 교통량 예측 오차로 표현할 수 있다. 교통량 예측 오차는 Equation 8과 같이 도로가 개통하기 전의 수요 예측치와 개통후의 실제 이용 교통량 간의 차이와 예측 교통량 비율로 정의한다(Kim 2010).

$$I = \left( \frac{T_a - T_f}{T_f} \right) \times 100 \tag{8}$$



여기서,  $I$  : 교통량 예측의 오차

$T_a$  : 개통 후의 실제 이용 교통량

$T_f$  : 개통 전의 예측 교통량

하지만, 교통량 예측 오차는 단순히 실제 교통량이 예측 대비 어느 정도 비율로 시현되는지를 보여주는 지표로 실제 교통량이 예측 교통량 보다 작은 경우 마이너스(-)로 표현된다. 교통량 변동성은 음수이든 양수이든 실측치가 예측치로부터 얼마나 차이가 나는지 표준적인 편차를 구하는 값이므로 교통량 예측 오차식에 절대 값을 적용하였다.

### 3) 기타 변수들의 설정

옵션의 가격을 계산함에 있어, 금융옵션에서는 위험 중립(risk neutral)을 가정하고 위험중립확률을 이용하여 미래 옵션의 기댓값을 구한 다음 무위험이자율(risk-free interest rate)로 할인하는 방식을 취한다. 무위험이자율은 금융옵션과 실물옵션이 크게 다르지 않으므로 민간투자사업에 적용되는 무위험이자율인 5년 만기 국고채 1년간의 가중평균 금리를 사용하기로 한다.

옵션의 만기는 옵션이 행사되기까지의 기간이다. 정부의 위험분담금은 매해 운영수입과 투자위험분담기준금의 상대적 차이로 인해 발생되므로 본 연구의 잔존기간은 1년으로 정한다. 전체 옵션가치는 민간투자사업의 30년 운영기간 동안의 매년도 옵션가치를 모두 더한 금액을 할인한 금액이 된다.

## 4. 선행 연구와의 차별성

본 연구가 기존 연구들과의 차별성은 다음과 같다. 먼저 실물옵션 방식을 적용함에 있어 민간투자사업 손익공유형 방식을 대상으로 적용한 것이 기존 연구와는 다른 점이다. 기존의 유사 연구들은 BTO사업의 MRG 방식을 대상으로 한 연구<sup>15)</sup>들이 대부분이다.

두 번째로는 실물옵션 적용함에 있어 교통량 위험을 고려하는 방식의 차이가 있다. Shin(2009), Choi and Park(2013)의 연구는 BTO사업의 적정수익률 추정에 관한 연구를 진행하면서, MRG 방식이 수익률에 미치는 영향 정도를 파악하기 위해 Black-Scholes 옵션가격모형을 적용하여 MRG 가치를 산정하였다. 이들 연구는 변동성(volatility)을 고정 값(0.1)을 적용한 반면 기초자산을 개통연도 추정 통행료 수입으로 하여 기초자산의 수준을 민감도 분석을 통해 수행하였다. 교통량 예측 오차 위험을 변동성 변수에 포함하지 않고 민감도 분석을 통해 결과 값을 제시하였다. 반면에 본 연구는 교통량 예측 오차 위험을 실물옵션의 변동성 변수에 포함하고 변동성 변수를 확률변수로 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

Cheah and Liu(2006), Kim(2013), Ku(2015)는 교통량 위험으로 인한 옵션가치를 산정함에 있어 교통량 위험을 초기 교통량 예측 오차 위험과 운영기간의 교통량 위험으로 구분하였다. 교통량 위험을 적용하는 방식에 있어서도 장래 운영 수입을 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 직접 추정하는 방식을 적용하였다. 이와 같은 방식은 Black-Scholes 옵션가격 모형을 직접 적용하지 못하는 단점이 있다. 반면에 본 연구에서는 Black-Scholes 모형의 변동성 변수에 교통량 예측 오차 위험을 적용하고 운영기간 30년간 30개의 옵션이 있다고 가정하면서 장래 교통량의 변동성 변화를 고려하였다. 이는 교통량 예측 오차 위험과 교통량 위험을 동시에 고려하면서 Black-Scholes 모형 적용이 가능하였다는 점이 선행연구들과 차별되는 부분이다. Black-Scholes 옵션가격모형의 장점은 옵션의 이론가격을 도출할 수 있다는 점이며, 민간투자사업의 평가나 협상 단계에서 정부와 민간사업자간의 투자위험 분담에 대한 가이드라인을 손쉽게 제시해 줄 수 있을 것으로 예상된다.

15) 국내연구로는 김강수(2013), 전재범(2009), 신성환(2009), 최지은(2013)이 있으며, 해외연구로는 Cheah and Liu(2006), B.Ashuri(2012)이 있다.

## 사례 적용

BTO-a는 2015년부터 제도가 도입되어 추진되어 오고 있으며, 도로사업을 기준으로 2017년 지금까지 협약이 체결되거나 개통된 사례는 없다. 따라서 본 연구의 사례조사 대상으로 제안된 00고속도로 사업을 채택하였다<sup>16)</sup>. 단, 분석의 편의와 제안내용의 보호를 위해 민간사업비의 규모 및 주요 조건을 보정·단순화하였다.

### 1. 사업의 개요 및 주요 가정

분석대상사업의 주요 사업시행조건은 ‘총민간투자비<sup>17)</sup> 3,000억원’, ‘총운영비(변동 운영비를 제외한 고정 운영비) 1,933억원’, ‘예측 총수입 8,330억원’이며, 투자위험분담기준금 산정을 위한 금융조건으로 5년만기 국고채 금리는 1.52%와 가산금리 1.5%를 적용하였다. 또한, BTO-a 방식의 정부위험분담 비율과 환수비율은 각각 70%, 30%로 가정하였으며, 이러한 가정을 통해 최종 도출된 민간의 실질 수익률은 2.50%로 전제하였다.

Table 2. Case study project overview

Category	Description	Category	Description
Title	○○-△△ highway	Inflation Rate	2%
Construction period	5 years(2017-2022)	Treasury Bond Yields Weighted-Average	1.52% (5-year treasury bonds yields observed during 2016)
Operation period	30 years	Risk Premium	1.5%
Total private investment (current)	300 Bil.Won	Government’s Risk-Sharing	70%
Total operation cost	193 Bil.Won(for 30 years)	Government Attribution ratio	30%
Total operation revenue	833 Bil.Won(for 30 years)	Project’s Rate of Return	2.50%

위의 가정들을 토대로 옵션가격결정모형의 적용을 위한 대상사업의 현금흐름인 연도별 수입과 투자위험분담 기준금은 아래와 같다. 앞에서 설명한 바와 같이 투자위험분담기준금은 3가지 비용<sup>18)</sup>의 합계로 구성되며, 이중 가장 많은 부분을 차지하는 것은 민간이 프로젝트에 투자한 투자비의 70%인 2,100억원을 30년간 원리금균등상환을 가정한 보전대상 민간투자비의 원리금이며, 본 사례에서는 연간 107억원이 산정되었다.

Table 3. Cost and operation cost data for the model application

Unit: Hundred Million Won	Sum	2025	2026	2027	2028	2051	2052	2053	2054	
Operation revenue	8,330	200	204	208	213	345	352	359	366	
Criteria for gov’t risk share(A+B+C)	5,349	144	150	146	151	...	213	229	170	185
A. Fixed operation cost	1,933	23	30	26	32	105	121	63	78	
B. Principal reimbursement of private investment covered by Gov’t risk share	3,203	107	107	107	107	107	107	107	107	
C. Interest of private investment not covered by Gov’t risk share	213	14	13	13	12	2	1	1	0	

16) 다만, 민간제안사업은 사업의 추진이 결정되어질 때까지 제안 내용이 비공개되므로 사업명은 ‘00’으로 표기하였다.

17) 프로젝트의 총사업비 중 민간사업자가 투자하는 경상가격 기준의 금액을 의미하며, 통상 정부의 건설보조금과 보상비를 제외한 금액임.

18) ① 보전대상 민간투자비의 원리금과 ② 미보전대상 민간투자비의 국고채수익률을 적용한 이자비용 그리고 ③ 고정운영비

## 2. Black-Scholes 옵션 모형의 적용

대상사업의 Black-Scholes 옵션 모형의 5가지 변수는 Table 4와 같이 설정하였다. 교통량 변동성은 현재 운영 중인 9개 민간투자사업 고속도로의 실제 교통량과 협약(예측) 교통량의 오차를 적용하였는데 변동성의 평균이 34%로 측정되었으며, 표준편차는 약 11.6%로 분석되었다(Table 5 참고).

**Table 4.** Variables for valuation of risk share liability in BTO-a

$S$ (Underlying asset price)	$X$ (exercise price)	$r$ (Risk-free interest rate)	$T$ (Expiry date)	$\sigma$ (Volatility of operation revenue)
Operation revenue in year $i$	Gov't Risk share cost in year $i$	1.52%	1년	34%

**Table 5.** Cases used to estimate volatility of traffic volume

	Opening Year	Operating Periods (years)	Volatility (using Equation 10)
Cases A	2000-12-05	15	0.49
Cases B	2002-12-23	13	0.42
Cases C	2006-02-12	10	0.44
Cases D	2006-06-29	10	0.24
Cases E	2008-12-01	7	0.49
Cases F	2009-07-01	7	0.23
Cases G	2009-07-15	7	0.23
Cases H	2009-11-01	7	0.28
Cases I	2009-10-01	7	0.26
Average	-	-	0.34
Standard deviation	-	-	0.116

Black-Scholes 옵션가격결정 모형을 이용한 사례사업의 매년도 풋옵션 가격의 크기를 측정한 결과 30년간 약 120억원으로 산정되었다(Table 6). 즉 정부는 BTO-a 방식을 선택함으로써 민간사업자에게 약 120억원의 가치를 재정지원하고 있다고 볼 수 있으며, 이 금액의 크기는 민간이 프로젝트에 투자하는 민간투자비인 3,000억원 대비 약 4%를 차지한다. 도출된 풋옵션가격은 정부 입장에서 향후 실제 통행료수입이 투자위험분담기준금의 크기보다 낮아질 것으로 기대되는 위험분담금의 크기를 측정한 것이라고 할 수 있다. 2032년과 2040년에 옵션가치가 크게 산정된 이유는 행사가격이 높아졌기 때문인데, 대상사업의 대수선이 예정된 연도로 투자위험분담기준금 중 고정운영비가 산정되었기 때문이다.

앞서 투자위험 분담가치 산정에서 적용한 변동성(교통량 예측 위험)은 34%이다. 하지만, 이 변동성은 9개 민간투자 사업으로 추정된 평균적인 값으로서, 장래에 본 연구의 사례사업의 변동성과는 다를 수도 있다. 따라서, 변동성을 불확실한 위험요인으로 가정하고 확률 변수로 설정하여 교통량 예측 위험에 따른 옵션가치를 분석하였다. 변동성의 불확실성에 대한 분석은 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 실시하였다. 몬테카를로 시뮬레이션 기법은 대표적인 확률분포 접근방법으로 위험 항목별로 확률변수를 설정하여 분포의 범위내에서 사업의 불확실성을 평가하는 기법이다. 교통량의 변동성은 표준정규분포를 가정하였으며 표준정규분포의 값은 마이크로소프트사의 엑셀의 "NORMSINV (RAND())" 함수로서 엑셀의 스프레드시트에서 구현하였으며, 시뮬레이션은 3,000회를 수행하였다.

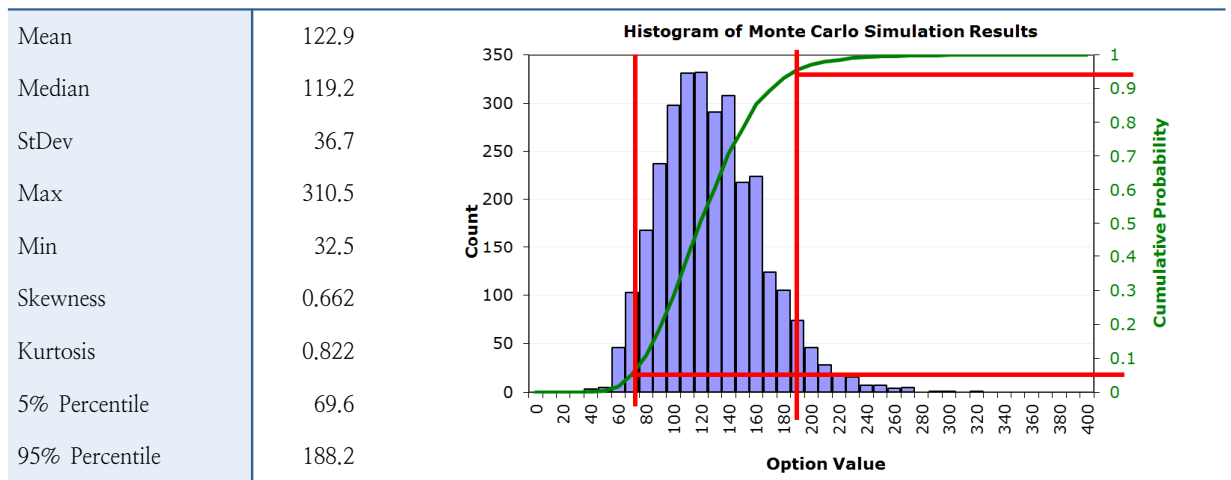
풋옵션의 가치는 평균 122억원으로 산정되었으며, 표준편차는 36.7억원으로 나타났다. 시뮬레이션 결과의 통계량과 히스토그램은 아래와 같다. 투자위험 분담 가치는 69억원에서 188억원의 범위에서 결정될 확률이 90%를 차지하는 것으로 도출되었다.

**Table 6. Results: Gov't risk share value in the BTO-a case** (unit: Hundred Million Won)

Year	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039
S	199.6	204.0	208.3	212.8	217.3	222.1	227.5	232.8	238.3	244.3	249.9	255.9	261.9	268.6	274.9
X	143.7	149.9	145.8	150.8	146.6	152.5	169.5	208.2	166.3	157.5	166.9	158.2	161.3	198.3	163.3
Value	4.1	4.7	3.5	3.9	2.9	3.3	5.8	16.4	4.0	2.4	3.1	1.8	1.8	6.4	1.5
Year	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050	2051	2052	2053	2054
S	281.2	286.2	291.2	296.2	301.4	306.5	312.6	318.9	325.2	331.7	338.4	345.1	352.1	359.1	366.3
X	261.9	160.5	187.3	162.2	197.3	205.6	166.3	171.1	242.2	172.3	186.1	213.5	228.8	170.5	185.2
Value	24.3	1.0	2.8	0.8	3.3	3.9	0.7	0.7	8.2	0.6	1.0	2.5	3.6	0.3	0.5
$\Sigma$ P	119.7														

\*: See Table 1 for the definitions of S and X.  
 \*\*: Value refers Gov't risk share value.

**Table 7. Summary statistics** (unit: Hundred Million Won)



## 결론 및 시사점

2015년 정부는 민간투자사업기본계획 제32조부터 제33조의2를 개정 및 신설하여 수익형 민간투자사업의 투자 위험분담형을 규정하였다. 정부의 위험 분담은 지금 시점에는 알 수 없지만 장래 발생할 수 있는 민간 투자자의 투자 실패 가능성에 대한 보장으로 조건부 청구의 형태를 띠고 있다. 정부가 보장 수준을 결정하거나 환수 수준을 결정하는 것은 중요하면서도 어려운 문제임에도 불구하고 사업의 평가나 입찰 및 협상단계에서는 충분히 검토되지 못하고 있다.

본 연구의 목적은 BTO-a방식에 대해 정부 투자위험분담을 옵션가격결정 모형을 통해 가치를 산정하는데 있다. 투자위험 분담은 옵션(option)의 형태를 갖는다. 민간사업자는 수입이 감소했을 때 정부로부터 보조금을 청구할 권리를 가지고 있으며, 반대로 정부는 일정 조건하에서 보조금을 지급할 의무를 가지고 있다. 본 연구에서는 Black-Scholes 옵션가격결정 모형을 활용하여 정부의 위험 분담 의무와 민간의 권리에 대한 공정 가치를 추정을 시도하였다.

사례 사업은 제안된 고속도로 민간투자사업을 대상으로 하였으며, 분석결과 옵션가격이 약 120억원으로 추정되어 정부의 투자위험 분담가치는 총민간투자비의 약 4% 가치가 있는 것으로 나타났다. 정부가 투자위험을 분담함으로써 120억원의 재정지원을 추가로 투입하는 효과로 볼 수 있다. 교통량 위험을 확률변수로 가정할 경우 사례사업

에서 도출된 옵션가치는 평균이 122억원이고 표준편차는 36.7억원으로 도출되었다. 누적분포를 도출한 결과 90% 확률 구간인 옵션가치가 69억원에서 188억원의 범위에서 결정될 것으로 나타났다. 다만, 사례사업의 경우 교통량 예측 오차를 교통량 위험으로 보고 Black-Scholes 모형에 직접 적용하였으나, 변동성(volatility)을 추정하는 방법은 단순하게는 표준편차부터 옵션가격에 내재되어 있는 예측치를 추정하는 내재변동성(implied volatility) 등 다양하므로, 향후 후속 연구를 통해 보다 유의미한 결과를 도출할 수 있을 것으로 본다.

본 연구에서 제시한 방법은 미래수요의 불확실성하에서 정부와 민간사업자가 더 나은 위험 분석과 투자위험 분담에 대한 경제적인 가치를 이해하는데 도움을 줄 것으로 기대한다. 또한 정부의 환수금과 프로젝트의 수익률을 결정짓는 환수비율에 대해서는 아직까지 별다른 산정 기준이 없어 민간사업자는 다양한 환수비율을 정부에 제안하고 있는 실정이나 본 연구의 제시한 방식을 활용한다면 환수에 대한 가치도 동일하게 산정하여 적정 환수비율을 모색할 수 있을 것이다.

## REFERENCES

- Ashuri B., Asce M., Kashani H., Molenaar K. R., Lee S., Lu J. (2012), Risk-Neutral Pricing Approach for Evaluating BOT Highway Projects With Government Minimum Revenue Guarantee Options, *Journal of Construction Engineering and Management*, 138(4).
- Black F., Scholes M. (1973), The Pricing of Option and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, 5, 637-657.
- Charles Y. J. Cheah, Jicai Liu (2006), Valuing Governmental Support in Infrastructure Projects as Real Options Using Monte Carlo simulation, *Construction Management and Economics*, 24, 545-554.
- Cho J.h., Park H.i.(2004), Valuation of Real Estate Development Project by Using Binomial Option Pricing Model, *Journal of the Korea Real Estate Analysts Association*, 10(1).
- Choi J. E., Park T. K. (2013), A Study on the Reasonable Rate of Return for the Korean PPI Projects: An Investigation of Transportation Projects, *Seoul City Review*, 14(4), 203-222.
- Cox J., Rubinstein M. (1976), Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics*, 229-263.
- Garvin M. J., Cheah C. Y. J. (2004), Valuation Techniques for Infrastructure Investment Decisions, *Construction Management and Economics*, 22(4), 373-383.
- Jeong S.-Y., Kim J.-P. (2014), Economic Evaluation of National Highway Construction Projects Using Real Option Pricing Models, *International Journal of Highway Engineering*, 16(1), 75-89.
- Jun J.-b., Kim S.-i. (2009), Financial Feasibility Analysis of Project Finance Considering Strategic Decision-making, *The Korea Spatial Planning Review*, 61, 25-39.
- Kim K. S. (2010), Rationalization for Decision-making on SOC Investment(Ⅱ): Risk Analysis of Estimated Subway Ridership, Korea Development Institute.
- Kim K. S. (2013), Valuation of the Minimum Revenue Guarantee in the Urban Railway PPP Project, Korea Development Institute.
- Kim M.H., Le K.h. (2012), Economic Evaluation of Port Hinterlands Using Real Option, *Journal of Korea Port Economic Association*, 28(3), 235-257.
- Kim S.-m., Kwon Y.-J. (2007), Dynamic Valuation of the G7-HSR350X Using Real Option Model, *Journal of the Korean Society for Railway*, 10(2), 137-145.

- Ku S. M., Lee. S. J. (2015), Development of Model for Optimal Concession Period in PPPs Considering Traffic Risk, J. Korean Soc. Transp., 34(5), Korean Society of Transportation, 421-436.
- Ministry of Strategy and Finance (2016), PPP Basic Plan.
- Myers S., Majd S. (1987), Abandonment Value and Project Life, Advances in Futures and Options Research, 4, 1-21.
- Shin S.-H. (2009), A Study on the Fair Returns of Private Participants' Investments on BTO PPI Projects, Korea Institute of Construction Engineering and Management, 10(2), 121-131.
- Shin S.-H. (2011), A Study on Early Termination Payment Option of BTO PPI Projects, Korea Institute of Construction Engineering and Management, 12(3).
- Shin S.-H. (2012), A Study on Risk Sharing of PPI Project Demand Risk, Korean Journal of Construction Engineering and Management, 13(2), 102-109.