

중력 효과를 받는 인공 초공동에 대한 수치해석

김지혜¹⁾ · 정소원¹⁾ · 안병권^{*,1)}

¹⁾충남대학교 선박해양공학과

Numerical Analysis of Artificial Supercavitation under the Gravity Effect

Ji-Hye Kim¹⁾ · So-Won Jeong¹⁾ · Byoung-Kwon Ahn^{*,1)}

¹⁾Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University, Korea

(Received 2 March 2017 / Revised 1 June 2017 / Accepted 25 August 2017)

ABSTRACT

Supercavitation can be generated at relatively lower speeds by injecting compressed air behind the cavitator. As a result, an artificially created supercavity is deformed and its tail tends to rise due to gravitational effects. However, practical prediction of the artificial supercavity currently depends on empirical results. In this study, a mathematical model for the artificial supercavity under the gravity effect is proposed. Based on a boundary element method, geometric characteristics of the supercavity at different flow conditions are examined. The results were compared with an existing empirical formula and also experimental observations carried out at a cavitation tunnel of the Chungnam National University.

Key Words : Cavitator(캐비테이터), Artificial Supercavitation(인공 초공동), Gravity Effect(중력 효과)

1. 서론

수중에서 고속으로 이동하는 물체 주변의 압력이 증기압 이하로 감소하면 액체는 기체로 상변화하여 운동체는 마치 공기 중에서 이동하는 것과 같은 현상이 발생하는데, 이러한 현상을 자연 초공동(natural supercavitation)이라 한다. 초공동 현상이 발생하면 수중 운동체는 물과 접촉하는 면적이 줄어들면서 마찰

저항이 급격히 감소하여 고속 주행이 가능한 장점을 가진다. 그동안 자연적으로 발생하는 초공동의 형상과 작용하는 항력 특성에 대한 다양한 실험 및 수치해석 연구가 진행되어왔다. Self and Ripken^[1]은 수직 제트 유동장 안에 위치한 구에서 발생하는 축대칭 초공동 형상을 관측하였고, Wu^[2]는 선형이론을 기반으로 한 수치해석 연구를 수행하였다. Waid^[3]는 초고속 터널에서 평판, 원통, 썬기 형상에서 발생하는 초공동의 형상을 계측한바 있으며, Silberman^[4]은 수직제트유동에서 발생하는 2차원 초공동 형상을 관측하여 이론해석 결과와 비교하였다. 국내에서는 Park and Rhee^[5]는

* Corresponding author, E-mail: bkahn@cnu.ac.kr
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

OpenFOAM에 기반하여 개발된 SNUFOAM-Cavitation을 사용하여 다상유동해석법에 기반한 초공동 해석을 수행한 바 있으며, Ahn et al.^[6]은 비점성해석법을 기반으로 하는 자연 초공동 해석을 수행하였다. 그러나 자연적으로 초공동을 발생시키기 위해서는 고속 주행이 가능해야하며 따라서 매우 높은 추력을 필요로 한다. 이러한 단점을 보완하기 위해 운동체의 앞부분에서 압축 공기를 분사시켜 줌으로써 공동의 발생을 촉진시키는 인공 초공동(artificial supercavitation)에 대한 관심이 높아지게 되었다. 상대적으로 낮은 속도 영역에서 발생하는 인공 초공동의 특성상 발생하는 초공동은 중력장의 영향을 받아 운동체의 축 중심과 비대칭적인 형상을 띄게 된다. Campbell and Hilborne^[7]의 연구를 선두로 하여 Logvinovich^[8], Savchenko et al.^[9] 등이 인공 초공동에 의해 발생하는 초공동의 형상에 대한 기초 연구를 수행하였다. 또한 국내에서는 Jin et al.^[10]은 비응축성 가스의 영향을 고려 할 수 있는 전산해석 코드를 개발하여 다상유동해석법에 기반한 초공동 해석을 수행한 바 있으며, Ahn et al.^[11]은 캐비테이션 터널 실험을 통해 분사량에 따른 인공 초공동의 형상과 발생 특성을 평가하였다. 본 연구에서는 중력 효과를 받는 인공 초공동의 형상 변화에 대한 수학적 모델링을 제시하고 수치해석을 수행하였으며, 캐비테이션터널 모형실험을 통해 관측된 결과와 비교, 검증하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 초공동 해석

본 연구에서는 공동의 발생과정에서 유체의 점성효과를 지배적이지 않다고 가정하고, 비점성 유동해석법을 기반으로 한 경계요소법을 사용하였다. 경계치 문제의 해석을 위하여 캐비테이터의 표면과 공동의 표면에 다이폴(dipole)을 분포함으로써 양력을 표현할 수 있도록 하고, 공동 발생 범위에만 소스(source)를 분포시켜 공동의 두께 영향을 표현함으로써 경계치 문제를 정식화하였다. 주어진 경계조건을 적용하여 다이폴 및 소스의 세기를 결정하고 이를 통해 주어진 길이를 만족하는 공동의 형상 및 공동 주위의 유동을 해석하였다. Fig. 1은 본 해석법의 계산 절차를 보여준다. 입력 받은 공동 길이에 맞는 초기 공동 형상 정보를 이용하여 적분방정식을 풀고, 미지수로 얻은 다이폴과

소스의 세기를 이용하여 새로운 공동 형상을 얻게 된다. 이렇게 획득한 공동 형상이 수렴 기준(공동 마감 조건)을 만족할 때 까지 반복계산을 수행하며 최종적으로 도출한 공동 형상에 따른 속도와 압력 분포, 그리고 최종 항력을 계산한다.

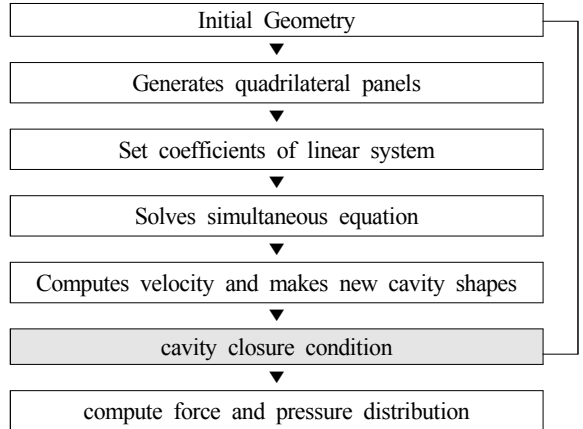


Fig. 1. Computational procedure

식 (1)은 Green 정리를 이용한 본 해석 방법의 유동장 적분 방정식이며, 여기서, Φ 는 전체 속도포텐셜, U_∞ 는 유입속도, μ 는 다이폴의 세기, q 는 소스의 세기, N^D 는 다이폴의 수, N^S 는 소스의 수, G 는 Green 함수, S_B 는 수중 운동체 몸체의 표면, S_C 는 발생하는 공동의 표면을 나타낸다.

$$\Phi = U_\infty \cdot \underline{x}_i + \sum_{j=0}^{N^D-1} \mu_j \int_{S_B \cup S_C} \frac{\partial G}{\partial n} ds + \sum_{k=0}^{N^S-1} q_k \int_{S_C} G ds$$

$$, i=0, \dots, N^D-1, j=0, \dots, N^S-1 \quad (1)$$

이를 이산화하여 표현하면 식 (2)와 같이 정리할 수 있다. 여기서 \underline{V}_i 는 공동 표면에서의 속도, g_j 는 해당 위치까지의 공동표면의 길이를 나타낸다.

$$\sum_{j=0}^{N^D-1} \mu_j D_{ij} + \mu_{C.TE} \sum_{j=N^D}^{N^D-1} D_{ij} - \sum_{j=N^D}^{N^D-1} (\underline{V}_i \cdot \underline{g}_j) D_{ij} + \sum_{k=0}^{N^S-1} q_k S_{ik}$$

$$= -U_\infty \cdot \underline{x}_i \quad (2)$$

또한 $D_{i,j}$ 는 j -번째 패널에 위치한 법선 다이폴에 의해 i -번째 패널에 유기되는 속도 포텐셜, $S_{i,j}$ 는 j -번째 패널에 위치한 소스에 의해 i -번째 패널에 유기되는 속도 포텐셜로 이는 각 패널의 형상정보에 따라 계산할 수 있다. 따라서 이 식에서의 미지수는 캐비테이터에 위치한 법선 다이폴의 세기 μ 와 공동에 위치한 소스의 세기 q , 그리고 공동 표면에서의 속도 V_t 이다. 계산된 법선 다이폴의 세기 μ 로 속도 포텐셜 ϕ 를 구할 수 있으며(식 (3)), 소스의 세기 q 로 이루어진 공동 마감 조건(식 (4))을 만족하도록 반복 계산을 수행한다.

$$\mu_j = \mu_{N^p-1} - \underline{V}_t \cdot g_j = -\phi_j \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{N^s-1} q_j \Delta s_j = 0 \quad (4)$$

Fig. 2는 위의 수치해석법을 이용하여 계산한 결과로 중력 효과가 배제된 자연 초공동에 해당한다. 캐비테이터의 직경(D_c)은 50 mm, 몸체의 최대 직경(D_B)이 145 mm, 몸체의 전체 길이(L_B)가 1,650.5 mm인 수중 운동체를 대상으로, 수심 변화(0.5~2.0 m)에 따라 발생하는 자연 초공동의 길이(L_{cav})가 캐비테이터 직경의 30, 40, 50, 60배인 경우에 해당하는 속도와 항력의 계산결과를 보여준다.

초공동의 발생 특성은 캐비테이션수(cavitation number)에 따라 평가할 수 있으며, 자연 초공동의 경우 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma_n = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} \quad (5)$$

여기서, p_∞ 는 주변 압력, p_v 는 증기압력, V_∞ 는 유입속도를 나타낸다. 인공 초공동의 경우, 공동 내부 압력(p_c)을 사용하여 다음 식과 같이 정의한다.

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_c}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} \quad (6)$$

앞서 설명한 바와 같이 상대적으로 낮은 속도 조건에서 발생하는 인공 초공동의 경우 관성력에 대한 중

력의 비율이 크게 작용하여 운동체의 축에 비대칭적인 공동이 발생하며 이를 계산하기 위해서는 중력 효과를 고려한 수학적 모델링이 필요하다.

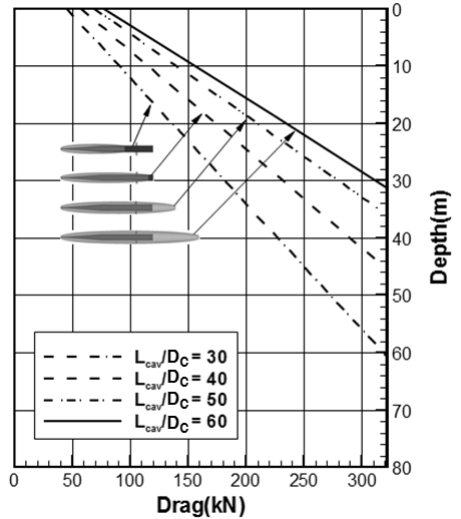
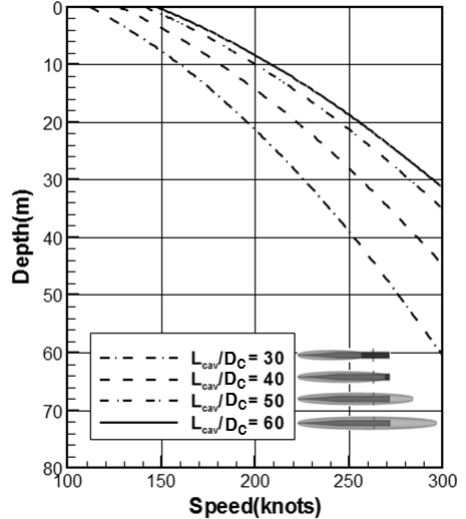


Fig. 2. Predicted natural supercavities and drag forces according to different depth conditions

2.2 중력 효과를 받는 인공 초공동 모델링

분사되는 공기유량에 따라 다른 특성을 갖는 인공 초공동은 아래와 같이 정의되는 공기공급계수(air entrainment coefficient)에 따라 그 특성을 파악할 수 있다. 여기서 \dot{Q} 는 분사되는 공기 체적유량(volumetric flow rate)이다.

$$Cq = \frac{\dot{Q}}{V_{\infty} D_C^2} \quad (7)$$

이때 형성되는 공동의 최대 폭(r_{\max})의 위치($L_{\max,D}$)에서부터 인공 초공동이 끝나는 위치(L_V)까지의 단위 시간당 체적 특성은 Fig. 3과 같이 모델링하고 이를 수식으로 표현하면 식 (8)의 우변과 같다.

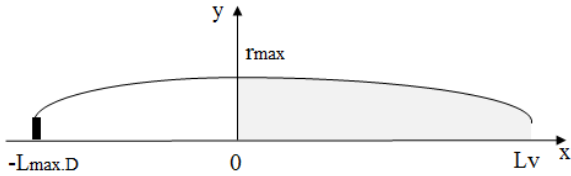


Fig. 3. Schematic view of the artificial supercavity

$$\dot{Q} = \pi \int_0^{L_V} y^2 dx \quad (8)$$

또한, 캐비테이터의 직경으로 무차원화된 프루드 수 (Froude number)를 공기공급계수와 공기체적유량으로 정리하면 다음 식 (9)와 같다.

$$Fn_D = \frac{V}{\sqrt{g D_C}} = \frac{\dot{Q}}{Cq g^{0.5} D_C^{2.5}} \quad (9)$$

즉, 공기체적유량은 프루드수와 공기공급계수로 다시 정리할 수 있다.

$$\dot{Q} = Fn_D Cq g^{0.5} D_C^{2.5} \quad (10)$$

발생된 공동의 기하학적 형상은 2차 다항식으로 정의하고 경계조건은 식 (12)에 대한 연립방정식을 이용하여 식 (14)와 같이 계산할 수 있다.

$$y(x) = ax^2 + bx + c \quad (11)$$

$$\begin{cases} y(0) = r_{\max} = c \\ y'(0) = 0 = b \\ y(L_V) = D_c/2 = aL_V^2 + bL_V + c \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ L_V^2 & L_V & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{\max} \\ 0 \\ D_c/2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$a = -\frac{1}{L_V^2} (r_{\max} - D_c/2) = -\frac{r'}{L_V^2}, \quad b = 0, \quad c = r_{\max} \quad (14)$$

위에서 정리된 계수들을 적용한 함수를 식 (8)에 대입하여 계산하고자 하는 길이에 대해 다시 정리하면 식 (15)와 (16)으로 표현된다.

$$\int_0^{L_V} y^2 dx = \left(\frac{1}{5} r'^2 - \frac{2}{3} r' r_{\max} + r_{\max}^2 \right) L_V = KL_V \quad (15)$$

$$L_V = \frac{\dot{Q}}{\pi K} \quad (16)$$

이를 통해 주어진 조건에서 발생하는 공동의 최대 폭과 그 위치를 계산할 수 있다. 중력효과를 받는 인공 초공동의 중심축은 일정한 곡률을 가지고 위쪽 방향으로 들어 올려 진다. 이 때 단위 길이를 갖는 축대칭 초공동 형상에 대해 다음과 같은 운동량 조건을 적용할 수 있다.

$$\rho \pi r^2 V_y = \rho g \pi \int_0^t r^2 dt \quad (17)$$

이는 식 (17)의 좌변, 즉 초공동이 유동을 위로 들어 올리는 방향의 속도 성분(V_y)에 의해 발생하는 운동량과 식 (17)의 우변, 즉 단위 길이를 갖는 축대칭 초공동 형상이 부력을 받아 발생하는 운동량이 같다는 조건이며, 결과적으로 속도 성분 V_y 는 식 (18)과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$V_y = \frac{g}{r^2(x)} \int_0^t r^2 dt = \frac{dh_g}{dt} \quad (18)$$

이는 단위 시간당 변화하는 공동 중심축의 변화량 (dh_g)과 같으며, $dx = V_{\infty} dt$ 를 이용해 다시 정리하면 다음 식 (19)와 같이 정리할 수 있다.

$$h_g(x) = \frac{V_y}{V_{\infty}} = \frac{g}{\pi V_{\infty}^2} \frac{1}{r^2(x)} \int_0^x \pi r^2(x) dx \quad (19)$$

이 때, V_{∞} 는 유입 유동 속도를 나타내며, 해당 x 축 좌표까지의 체적을 $\Lambda(x)$ 로 하여 다시 정리하면 x

축 방향에 따른 공동 중심축의 변화량은 다음 식 (20) 과 같이 표현할 수 있다.

$$h_g(x) = \frac{g}{\pi V_\infty^2} \frac{1}{r^2(x)} \int_0^x \pi r^2(x) dx = \frac{gA(x)}{\pi r^2(x) V_\infty^2} \quad (20)$$

여기서, 공동 중심축의 변화량 $h_g(x)$ 은 식 (21)과 같이 Fn^2 에 반비례함을 알 수 있다.

$$h_g(x) \propto \frac{gL_{cav}}{V_\infty^2} = \frac{1}{Fn_L^2} \quad (21)$$

여기서 사용된 프루드수는 공동의 길이로 무차원화 된 값으로 아래와 같이 정의한다.

$$Fn_L = \frac{V}{\sqrt{gL_{cav}}} \quad (22)$$

Fig. 4는 위에서 설명한 인공 초공동의 중력장 효과를 도식적으로 나타내었다.

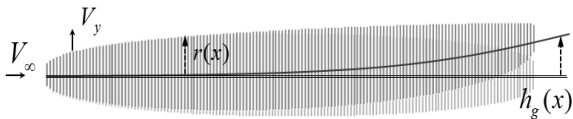


Fig. 4. Deformation of the cavity axis due to the gravity

반면, Savchenko^[12]는 캐비테이션수와 프루드수를 변수로 $0.05 \leq \sigma \leq 0.10$, $2.0 \leq Fn_L \leq 3.5$ 와 같이 제한된 조건에서 유효한 아래와 같은 근사식을 제시하였다.

$$h_g(x) = \frac{(1+\sigma)x^2}{3Fn_L^2} \quad (23)$$

본 해석법의 결과를 Savchenko의 근사식의 허용 범위 내의 아래 Table 1과 같은 조건하에서 비교하여 Fig. 5에 나타내었다.

$\sigma = 0.068$ 로 동일할 때, $Fn_L = 2.4, 2.8, 3.2$ 인 세 가지 경우에 대해서 본 해석법의 결과와 Savchenko의 근사식을 이용한 중심축의 변화량을 비교하여 나타내

었다. 여기서, 공동의 길이와 중심축의 변화량은 캐비테이터의 직경으로 무차원화 하였다. 프루드수가 커질수록, 즉 중력장의 영향이 상대적으로 작아질수록 공동 중심축의 변화량이 작아지는 것을 확인할 수 있다. Savchenko의 근사식 결과와 비교하여, 본 해석결과는 길이 방향에 따라 그 변화량이 크게 차이를 보이지 않다가 공동의 마감부분에서 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

Table 1. Calculation conditions

σ	Fn_L	σFn_L
0.068	2.4	0.2
	2.8	0.2
	3.2	0.2

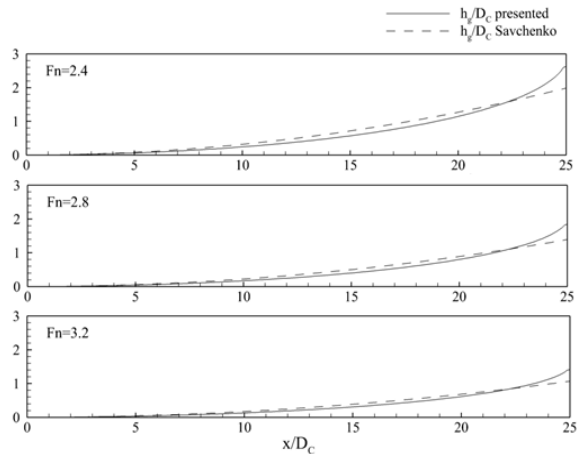


Fig. 5. Comparison of the gravity effect according to different froude number conditions

3. 결과 비교 및 검토

3.1 절 실험 장치 및 조건

해당 수치해석 모델링의 검증을 위하여 충남대학교 캐비테이션 터널(CNU-CT, Fig. 6)에서 모형실험을 수행하였다. 터널 시험부 크기는 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 1,400 \text{ mm}$ (H×B×L), 시험부에서의 최고 유속은 20 m/s 이다. 본 연구에 사용된 캐비테이터 직경과 각각의 실험 속도 조건은 Table 2와 같다.

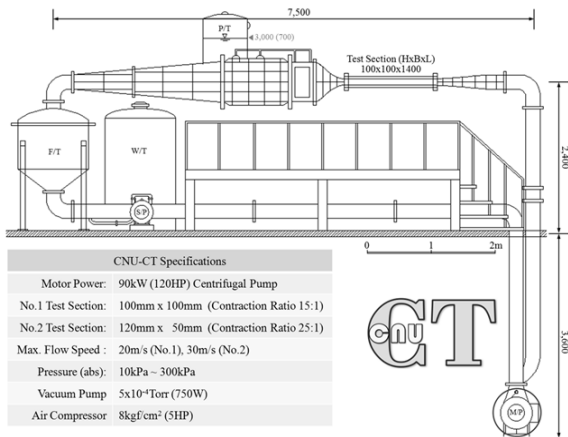


Fig. 6. CNU-CT specification

Table 2. Test models and experimental conditions

D_C [mm]	7.9	10.5	15.8	21.1
V [m/s]	4	6	8	10

각 실험 조건별 발생하는 초공동은 그림자영상 기술 (shadow image technique)을 이용하여 초고속 카메라로 촬영하여(Fig. 7) 공동의 형상정보를 추출하였다.

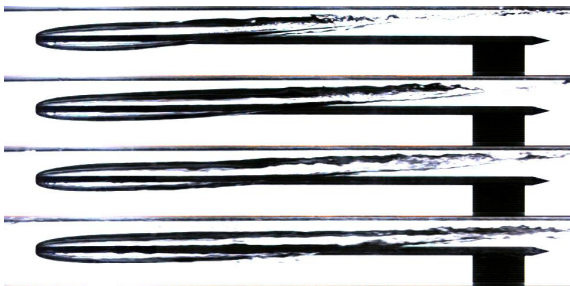


Fig. 7. Artificial supercavities generated at different flow speed conditions($D_C = 10.5$ mm, $C_q = 0.16$)

Fig. 8은 각 모형에서 발생하는 초공동의 최대 폭 (D_s)을 캐비테이터의 직경으로 무차원화하여 나타낸 결과로, 해석결과와 비교하여 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Table 3은 실험을 통해 계측된 공동의 기하학적 특성을 보여주며, 이와 동일한 조건에 대해 수치해석을 수행하였다.

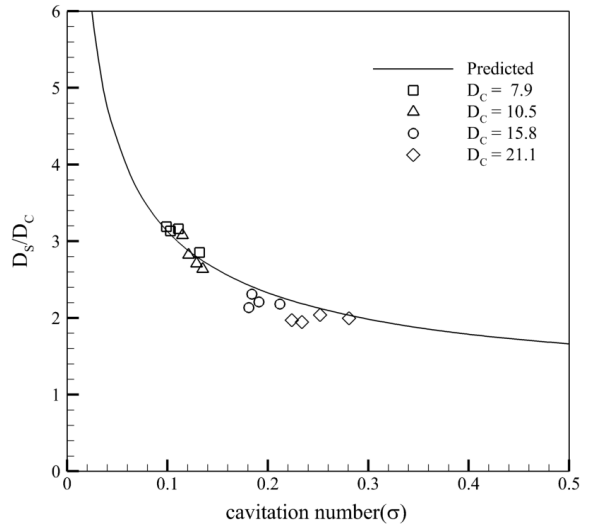


Fig. 8. Comparison of the cavity maximum diameter

Table 3. Geometric characteristics of measured supercavities

σ	Fn_D	r_{max} [10 ⁻² m]	$L_{max,D}$ [10 ⁻² m]	L_V [10 ⁻¹ m]
1.5	12	1.359	4.884	1.876
1.3	18	1.461	6.007	2.443
1.2	24	1.477	6.164	3.104
1.2	31	1.771	6.933	3.691

Fig. 9는 중력장 모델링의 적용여부에 따른 인공 초공동 형상의 차이를 잘 보여준다. 또한 실험 결과에서도 확인할 수 있는 바와 같이 프루드수가 작아질수록, 즉 속도가 낮을수록 중력장의 영향을 크게 받아 공동의 끝 부분이 올라가는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 10은 $C_q = 0.16$ 일 때, $D_C = 10.5$ mm인 캐비테이터에서 발생하는 인공 초공동 실험결과와 수치해석을 통해 계산된 초공동의 형상특성을 비교한 결과이다. 프루드수에 따라 중심축의 높이가 증가하는 공동의 형상이 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 다만, 프루드수가 낮을수록 공동의 길이와 끝부분 형상이 다소 차이를 보이고 있으며, 이에 대한 수치해석 및 모형실험에 대한 다각적인 원인 규명이 필요할 것으로 보인다.

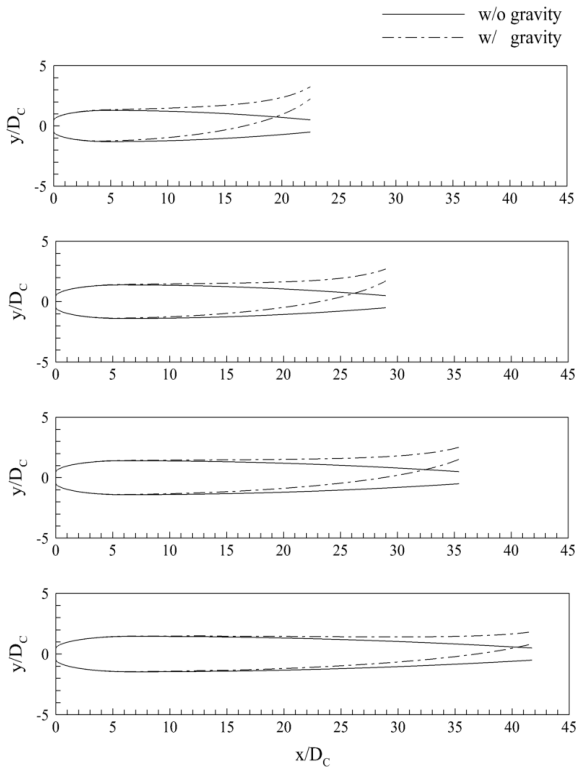


Fig. 9. Predicted supercavity shapes with and without gravity effect

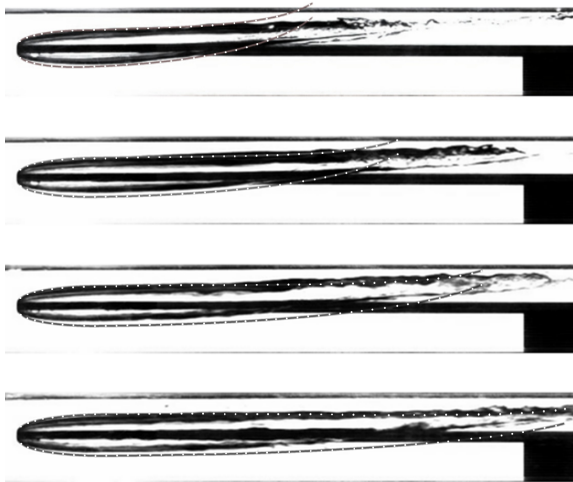


Fig. 10. Comparative results of measured and predicted artificial supercavities

4. 결론

본 연구에서는 중력 효과를 받는 인공 초공동의 발생 특성을 해석할 수 있는 수치해석법을 개발을 목표로 인공 초공동을 모사할 수 있는 수학적 모델링을 제시하고, 이를 바탕으로 공기 분사량과 유속 조건의 변화에 따라 생성되는 인공 초공동의 형상특성을 예측할 수 있음을 보였다. 또한 캐비테이션 터널 모형실험을 수행하고, 관측된 결과와 비교하여 그 유용성을 검증하였다.

후 기

본 연구는 CNU학술연구진흥사업(2016-1592-01)의 지원으로 수행되었음.

References

- [1] M. Self and J. F. Ripken, "Steady-State Cavity Studies in a Free-Jet Water Tunnel," Saint Anthony Falls Hydraulic Laboratory, Report No. 47, 1955.
- [2] T. Y. Wu, "A Free Streamline Theory for Two-Dimensional Fully Cavitated Hydrofoils," *Journal of Mathematics and Physics*, 35(1), pp. 236-265, 1956.
- [3] R. L. Waid, "Water Tunnel Investigation of Two-Dimensional Cavities," California Institute of Technology Hydrodynamics Laboratory, Report No. E-73.6, 1957.
- [4] E. Silberman, "Experimental Studies of Super-Cavitating Flow about Simple Two-Dimensional Bodies in a Jet," *Journal of Fluid Mechanics*, 5(3), pp. 337-354, 1959.
- [5] S. Park and S. H. Rhee, "Computational Analysis of Turbulent Super-Cavitating Flow Around a Two-Dimensional Wedge-Shaped Cavitator Geometry," *Computer and Fluids*, 70, 73-85, 2012.
- [6] B. K. Ahn, J. H. Kim, J. K. Choi, H. T. Kim, Y. I. Nah and D. H. Lee, "Numerical Analysis of Supercavitating Flows Based on Viscous/Inviscid Method," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, 17(1), pp. 25-32, 2014.

- [7] I. J. Campbell and D. V. Hilborne, "Air Entrainment Behind Artificially Inflated Cavities," Proceedings 2nd International Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington, 1958.
- [8] G. V. Logvinovich, "Hydrodynamics of Free-Boundary Flows," Israel Program for Scientific Translations Ltd., 1972.
- [9] Yu. N. Savchenko, V. N. Semenenko and S. I. Putilin, "Unsteady Supercavitated Motion of Bodies," International Journal of Fluid Mechanics Research, 27(1), pp. 109-137, 2000.
- [10] M. S. Jin, H. Y. Kim, C. T. Ha and W. G. Park, "Numerical Analysis of Ventilated Cavitation with Free Surface Effects," Journal of Computational Fluids Engineering, 18(1), pp. 13-21, 2013.
- [11] B. K. Ahn, S. W. Jeong, J. H. Kim, Y. R. Jung and S. B. Kim, "Experimental Study on Artificial Supercavitation of the High Speed Torpedo," Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology, 18(3), pp. 300-308, 2015.
- [12] Yu. N. Savchenko, "Investigation of High-Speed Supercavitating Underwater Motion of Bodies," NASA Report No. 19980020552, 1998.