

# 반복적 연산을 이용하는 Distributed MIMO 레이다 시스템의 위치 추정 기법

## Iterative Target Localization Method for Distributed MIMO Radar System

신혁수 · 정용식\* · 양훈기\* · 김종만\*\* · 정원주

Hyuksoo Shin · Young-Seek Chung\* · Hoon-Gee Yang\* · Jong-mann Kim\*\* · Wonzoo Chung

### 요 약

본 논문은 distributed Multi-input Multi-output(MIMO) 레이다 시스템에서 다수의 송·수신기 조합으로부터 얻어진 Time of Arrival(ToA) 정보들을 이용하여 표적의 위치를 추정하는 기법을 제안한다. 제안된 기법은 테일러 선형 근사를 반복적으로 수행함으로써 임의의 초기 값으로부터 표적의 위치를 추정한다. 시뮬레이션 결과는 제안된 알고리즘이 기존 표적 위치 추정 기법들보다 더 향상된, 더 나아가 Cramer-Rao Lower Bound(CRLB)에 도달하는 평균제곱오차(MSE) 성능을 가지는 것을 보여준다.

### Abstract

This paper presents a target localization scheme for distributed Multi-input Multi-output(MIMO) radar system using ToA measurements obtained from multiple transmitter and receiver pairs. The proposed method can locate the target from an arbitrary initial point by iteratively finding the Taylor linear approximation equation. The simulation results show that proposed method achieves the better mean square error(MSE) performance than the existing target localization methods, and furthermore, attains Cramer-Rao Lower Bound(CRLB).

Key words: Distributed MIMO Radar, Target Localization, Time Delays, Taylor Linear Approximation, CRLB

### I. 서 론

최근 대두되는 Multi-input Multi-output(MIMO) 레이다 시스템은 다수의 송·수신기를 이용하여 기존 Phased Array Radar(PAR) 시스템보다 높은 Degree of Freedom(DoF)를 얻을 수 있고, 이를 통해 레이다 시스템의 성능 향상을 기대할 수 있다<sup>[1],[2]</sup>. 특히 Distributed MIMO 레이다 시스템

의 경우, 다수의 전방향의 송·수신 안테나가 표적에 대해 분산적으로 배치되어 있기 때문에 여러 방향으로부터 얻어지는 도플러 추정 값과 Radar Cross Sections(RCS) 정보들을 통해 레이다 탐지 및 추적 성능 상 가능성을 보여 최근 학계로부터 주목받고 있다<sup>[3],[4]</sup>. 그러나 이 시스템의 경우, 전방향의 안테나에서 도래각 추정이 불가능하기 때문에 표적의 위치를 추정하는 것이 어려워졌다. 이에 Dis-

「이 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 국방 피탐지 감소기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었습니다.」

고려대학교 컴퓨터 전파통신공학과 (Department of Computer and Communication Engineering, Korea University)

\*광운대학교 전자공학과 (Department of Electronics Convergence Engineering, Kwangwoon University)

\*\*국방과학연구소 (Agency of Defence Development)

· Manuscript received September 4, 2017 ; Revised September, 19, 2017 ; Accepted October, 13, 2017. (ID No. 20170904-091)

· Corresponding Author: Wonzoo Chung (e-mail: wchung@korea.ac.kr)

tributed MIMO 레이더 시스템에서는 도래각 정보를 대신하여 각각의 수신기에서 얻어지는 Time of Arrival(ToA) 정보를 이용하여 위치를 추정하는 연구들이 활발히 진행되었다<sup>[5]~[9]</sup>.

ToA 정보는 표적의 위치와 비선형 방정식을 이루는데, 이러한 비선형 방정식으로부터 직접 표적의 위치를 찾는 것은 매우 어렵다. 이를 해결하기 위해 참고문헌 [5], [6]에서는 ToA 방정식을 테일러 선형 근사를 통해 선형 행렬식을 근사하여 표적의 위치를 추정하는, 이하 테일러 기법이 제안되었다. 이 기법의 경우, 테일러 선형 근사 시에 초기값 설정이 불가피한데, 초기 값이 실제 표적에 근사하면 optimal한 평균제곱오차(MSE) 성능 획득이 가능하지만, 실제 환경에서 표적 위치에 근접한 초기 값을 얻는 것이 불가능하므로 실현불가능한 방법이다.

참고문헌 [7]에서는 각 수신기에서 얻어지는 ToA 정보 간의 차이가 표적의 위치와 선형 방정식을 이루는 것에 착안하여 선형 최소제곱(LS) 기법을 통해 표적의 위치를 찾는 이하 LS 기법이 제안되었다. 그러나 이 기법의 경우 ToA 정보의 차이를 계산하는 과정에서 에러 증폭이 발생하고, 이는 위치추정 성능의 저하로 이어진다. 참고문헌 [8],[9]에서는 비선형성을 유발하는 cross-term들을 독립 파라미터로 취급하여 선형 방정식을 유도하고, 비선형 cross-term들로부터 발생하는 에러를 억제하기 위해 weighted 최소제곱(WLS) 기법을 사용하여 LS 기법보다 향상된 MSE 성능을 가지는, 이하 BRM 위치 추정 기법이 제안되었다. 그러나 BRM 기법의 경우에도 비선형 방정식으로부터 선형 최소제곱을 유도하여 표적을 추정하기 때문에 suboptimal한 MSE 성능을 가진다.

따라서 본 논문에서는, 반복적 연산을 통하여 표적의 위치와 근접한 테일러 근사 방정식을 추적하고, 이를 통해 정밀한 표적의 위치를 추정하는 기법을 제안하고자 한다. 제안된 기법은 임의의 초기 값으로부터 반복 수행을 통해 테일러 근사 방정식과 표적의 위치를 업데이트해줌으로써, 기존 테일러 기법이 가졌던 초기 값 문제를 겪지 않고도 optimal한 MSE 성능을 가진다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1과 같이  $M$ 개의 송신기와  $N$ 개의 수

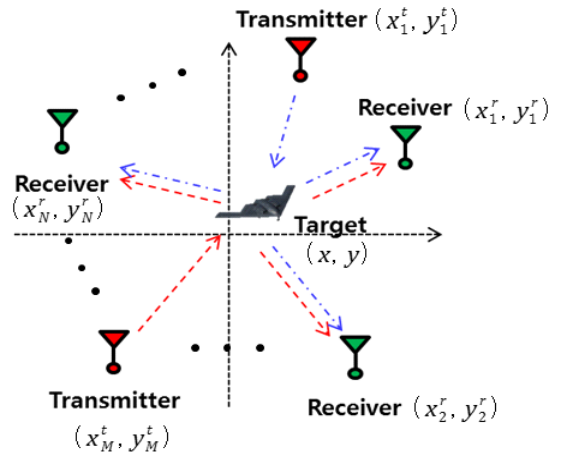


그림 1. Distributed MIMO 레이더 레이아웃  
Fig. 1. Distributed MIMO radar layout.

신기, 그리고 한 개의 표적이 2차원 평면에 분산배치되어 있는 시스템을 고려한다. 송신기와 수신기는 각각 알려진 좌표인  $X_k^t = [x_k^t, y_k^t]^T, k = 1, \dots, M, X_l^r = [x_l^r, y_l^r]^T, l = 1, \dots, N$ 에 위치하며, 표적은 미지의 좌표  $X = [x, y]^T$ 에 위치한다. 송신기들이 각각  $s_k(t), k = 1, \dots, M$ 의 서로 직교하는 전송 신호를 보낼 때  $l$ 번째 수신기에서 수신된 신호는 다음과 같다<sup>[6]</sup>.

$$r_l(t) = \sum_{k=1}^M \zeta \exp(-j2\pi f_c \tau_{lk}) s_k(t - \tau_{lk}) + w_l(t) \quad (1)$$

식 (1)에서  $f_c$ 는 반송 주파수,  $\zeta$ 는 표적의 RCS에 비례하는 복소 진폭을 의미하며,  $w_l(t)$ 는  $l$ 번째 수신기에서 발생하는 평균이 0인 백색 가우시안 잡음을 의미한다.  $\tau_{lk}$ 는 송신신호가  $k$ 번째 송신기로부터 표적을 경유하여  $l$ 번째 수신기까지 도달하는데 소요되는 ToA를 의미하며, 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{lk} = \frac{1}{c} [\sqrt{(x - x_k^t)^2 + (y - y_k^t)^2} + \sqrt{(x - x_l^r)^2 + (y - y_l^r)^2}] \quad (2)$$

식 (2)에서  $c$ 는 빛의 속도이다. 송신 신호들이 직교성, 즉,  $\int s_k(t) s_{k'}(t) dt = \delta(k - k')$ 을 만족하는 특성을 가

지기 때문에, 식 (1)로부터 Maximum Likelihood Estimation (MLE) 기법을 이용하여 ToA를 추정할 수 있으며, 수신 신호의 백색 잡음으로 인한 MLE의 추정에러  $\epsilon_{lk}$ 가 발생하였다고 가정하였을 때 추정된 ToA  $\hat{\tau}_{lk}$ 는 다음과 같이 나타낸다<sup>[6]</sup>.

$$\hat{\tau}_{lk} = \tau_{lk} + \epsilon_{lk} \quad (3)$$

본 논문의 목표는  $MN$ 개의 송수신기 조합으로부터 얻어지는  $MN$ 개의 ToA 정보들로부터 식 (3)을 이용해 표적의 위치  $X$ 를 찾아내는 것이다.

### III. 표적 위치 추정 기법

식 (3)은 표적의 위치인  $x$ 와  $y$ 에 대하여 선형방정식의 형태를 가지지 않으므로 식 (3)으로부터 직접 표적의 위치를 추정하는 것은 매우 어렵다. 따라서 임의의 초기 기준점  $X_0 = [x_0, y_0]^T$ 에서 반복적 테일러 선형 근사를 통해 표적의 위치를 추정하고자 한다.  $i$ 번째 반복수행에서 업데이트 된 표적의 위치 추정 결과를  $X_i = [x_i, y_i]^T$ 라고 할 때,  $X_i$ 를 기준점으로 한 식 (3)의  $(i+1)$ 번째 선형 근사 방정식은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{lk}(X_i) = & \frac{1}{c} [a_{lk}(X_i)x + b_{lk}(X_i)y \\ & + C_{lk}(X_i)] + \epsilon_{lk} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에  $a_{lk}(X_i), b_{lk}(X_i)$ , 그리고  $C_{lk}(X_i)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} a_{lk}(X_i) = & \frac{x_i - x_k^t}{\sqrt{(x_i - x_k^t)^2 + (y_i - y_k^t)^2}} \\ & + \frac{x_i - x_l^r}{\sqrt{(x_i - x_l^r)^2 + (y_i - y_l^r)^2}} \\ b_{lk}(X_i) = & \frac{y_i - y_k^t}{\sqrt{(x_i - x_k^t)^2 + (y_i - y_k^t)^2}} \\ & + \frac{y_i - y_l^r}{\sqrt{(x_i - x_l^r)^2 + (y_i - y_l^r)^2}} \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} C_{lk}(X_i) = & \left[ \begin{array}{c} \frac{x_i - x_k^t}{\sqrt{(x_i - x_k^t)^2 + (y_i - y_k^t)^2}} \\ + \frac{x_i - x_l^r}{\sqrt{(x_i - x_l^r)^2 + (y_i - y_l^r)^2}} \end{array} \right] x_i \\ & + \left[ \begin{array}{c} \frac{y_i - y_k^t}{\sqrt{(x_i - x_k^t)^2 + (y_i - y_k^t)^2}} \\ + \frac{y_i - y_l^r}{\sqrt{(x_i - x_l^r)^2 + (y_i - y_l^r)^2}} \end{array} \right] y_i \\ & + \sqrt{(x_i - x_k^t)^2 + (y_i - y_k^t)^2} \\ & + \sqrt{(x_i - x_l^r)^2 + (y_i - y_l^r)^2} \end{aligned} \quad (5b)$$

다음 업데이트 좌표를 얻기 위하여 식 (4)를 모든  $MN$ 개의 송·수신기에 대하여 다음과 같이 행렬식으로 나타낸다.

$$M_i = D_i X + \varepsilon \quad (6)$$

식 (6)에서 각 행렬  $M_i, D_i$  그리고  $\varepsilon$ 은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} M_i = & \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \hat{\tau}_{lk} - \frac{1}{c} C_{lk}(X_i) \\ \vdots \end{array} \right]_{MN \times 1} \\ D_i = & \left[ \begin{array}{cc} \vdots & \vdots \\ a_{lk}(X_i) & b_{lk}(X_i) \\ \vdots & \vdots \end{array} \right]_{MN \times 2} \\ \varepsilon = & [\epsilon_{11} \cdots \epsilon_{NM}]^T \end{aligned} \quad (7)$$

식 (6)에 LS 추정 기법을 적용하면 다음과 같이  $(i+1)$ 번째 추정 결과를 얻을 수 있다<sup>[10]</sup>.

$$X_{i+1} \equiv (D_i^T D_i)^{-1} D_i^T M_i \quad (8)$$

이와 같은 방법으로 임의의 초기 값  $X_0$ 로부터  $P$ 회의 반복 연산을 통해 표적의 위치를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$X_P \equiv (D_{P-1}^T D_{P-1})^{-1} D_{P-1}^T M_{P-1} \quad (9)$$

### IV. 시뮬레이션 결과

본 논문에서 제안한 기법의 성능을 확인하기 위하여 제안된 기법과 기존 표적 위치 추정기법들<sup>[7]-[9]</sup>의 MSE 성능을 시뮬레이션을 통해 비교 분석하고자 한다. MSE 성능은 다음과 같이 1,000번의 Monte-Carlo 시뮬레이션으로 얻어진 샘플 MSE로 측정하였다.

식 (10)에서  $N_{mc}$ 는 Monte-Carlo 독립 시행의 횟수이고,  $[\hat{x}(n), \hat{y}(n)]^T$ 은  $n$ 번째 Monte-Carlo 시행에서 얻어진 표적 위치 추정 결과를 의미한다.

본 시뮬레이션에서는 2차원 평면에 분산 배치된 7개의

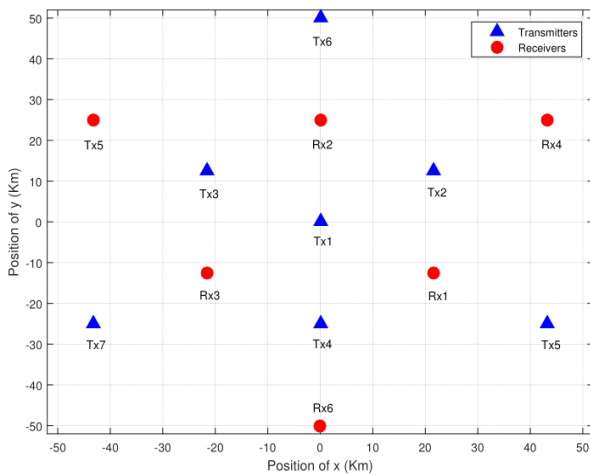


그림 2. 송·수신기 2D 위치  
Fig. 2. 2D arrangement of transmitting · receiving antennas.

표 1. 표적 위치 추정 기법들의 복잡도 테이블  
Table 1. Complexity table of target localization methods

	The number of multiplications
LS method [7]	$10(M+N-4)+8, M+N \geq 6$
BRM method [8][9]	$(M+2)^3 + (MN)^3 + (M+2)MN(MN+2M+5)$
Proposed method	$(10MN+8)P$

$$MSE_x = \frac{1}{N_{mc}} \sum_{n=1}^{N_{mc}} (x - \hat{x}(n))^2$$

$$MSE_y = \frac{1}{N_{mc}} \sum_{n=1}^{N_{mc}} (y - \hat{y}(n))^2 \quad (10)$$

송신기와 6개의 수신기를 사용하였고, 각 송·수신기의 위치는 그림 2와 같다. 표적의 위치는  $y=40$  km로 고정시키고,  $x$ 축으로 이동시키면서 시뮬레이션을 진행하였다.

그림 3과 4는 제안된 기법, LS 기법<sup>[7]</sup> 그리고 BRM 기법<sup>[8],[9]</sup>을 각 기법으로 추정된 표적의  $x$  좌표의 MSE와  $y$  좌표의 MSE를 보여줌으로써 비교하였다. 또한 unbiased estimator가 가질 수 있는 optimal한 MSE 성능을 나타내는 지표인 Cramer-Raolower bound(CRLB)도 함께 제시되었다.

그림 3과 그림 4의 시뮬레이션 결과로부터 제안된 기

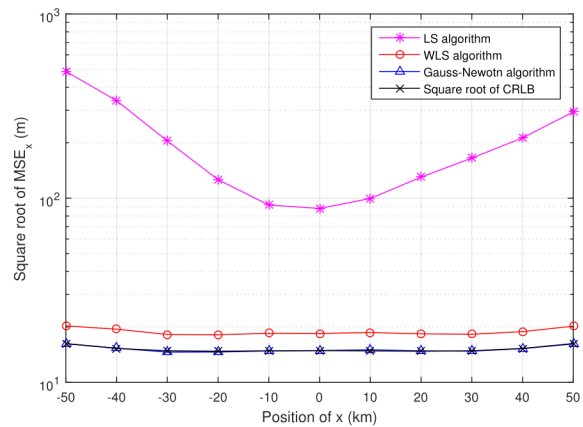


그림 3. LS, BRM 그리고 제안된 기법의  $x$ 좌표 MSE  
Fig. 3.  $x$ -coordinate MSE of LS, BRM and proposed methods.

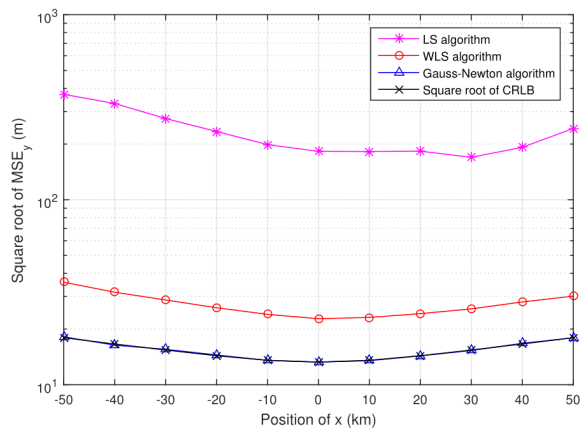


그림 4. LS, BRM 그리고 제안된 기법의  $y$ 좌표 MSE  
Fig. 4.  $y$ -coordinate MSE of LS, BRM and proposed methods.

법이  $x$ 와  $y$  모든 좌표에 대해서 기존 위치추정 기법들에 비해 향상된 MSE 성능을 가지고, 더 나아가 CRLB에 도달하는 optimal한 MSE 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다.

또한 표 1은 LS 기법<sup>[7]</sup>, BRM 기법<sup>[8],[9]</sup> 그리고 제안된 기법의 계산 복잡도를 나타낸다. 이때  $P$ 는 제안된 알고리즘의 반복수행 회수를 의미하는데, 현실적인 레이다 시스템을 고려했을 때, 임의의 초기값과 표적 사이의 거리가 50 km 이하인 경우, 최대 6~7번의 반복 수행을 통해 수렴하는 것을 광범위한 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있었다. 따라서 실용적인 환경에서 제안된 알고리즘의 계산 복잡도는 LS<sup>[7]</sup> 기법보다는 복잡하지만, 성능향상을 위한 추가적인 연산이 존재하는 BRM<sup>[8]</sup>의 알고리즘과는 유사한 계산 복잡도를 가지는 것을 표 1을 통해 확인할 수 있다.

## V. 결 론

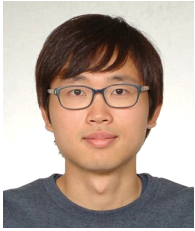
본 논문은 distributed MIMO 레이다의 ToA 정보들을 이용한 표적 위치추정 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 비선형 ToA 방정식에 테일러 선형 근사를 적용하여 표적의 위치를 찾는 것을 반복적으로 수행하여 표적의 위치를 정밀하게 추정함으로써 기존 테일러 기법이 가지는 초기 값 문제를 해결함과 동시에 선형 최소제곱 기반 기법들이 가지는 suboptimal MSE 성능을 극복하였다. 시뮬레이션 결과는 제안된 기법의 기존 기법들 대비 향상된 MSE 성능을 보여준다.

## References

[1] J. Li, P. Stoica, *MIMO Radar Signal Processing*, Wiley, 2008.  
 [2] A. M. Haimovich, A. E. L. Ind. Lansdale, R. S. Blum, and L. J. Cimini, "MIMO radar with widely separated antennas", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25,

no. 1, pp. 116-129, Jan. 2008.  
 [3] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, L. Cimini, D. Chizhik, and R. Valenzuela, "Spatial diversity in radars models and detection performance", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, pp. 823-838, Mar. 2006.  
 [4] N. Lehmann, A. M. Haimovich, R. S. Blum, and L. Cimini, "MIMO-radar application to moving target detection in homogenous clutter", *Adaptive Sensor Array Processing Workshop at MIT Lincoln Laboratory*, Jul. 2006.  
 [5] H. Godrich, A. M. Haimovich, and R. S. Blum, "Target localisation techniques and tools for multiple-input multiple-output radar", *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 3, no. 4, pp. 314-327, Aug. 2009.  
 [6] H. Godrich, A. M. Haimovich, and R. S. Blum, "Target localization accuracy gain in MIMO radar-based systems", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 6, pp. 2783-2803, Jun. 2010.  
 [7] M. Dianat, M. R. Taban, J. Dianat, and V. Sedighi, "Target localization using least squares estimation for MIMO radars with widely separated antennas", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 49, no. 4, pp. 2730-2741, Oct. 2013.  
 [8] A. Noroozi, M. A. Sebt, "Target localization from bistatic range measurements in multi-transmitter multi-receiver passive radar", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 12, pp. 2445-2449, Dec. 2015.  
 [9] A. Noroozi, M. A. Sebt, "Weighted least squares target location estimation in multi-transmitter multi-receiver passive radar using bistatic range measurements", *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 6, no. 10, pp. 1088-1097, Jun. 2016.  
 [10] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice-Hall, 1993.

신 혁 수



2011년 2월 고려대학교 컴퓨터통신공학부 (공학사)  
2011년 3월~현재 고려대학교 전파통신공학과 석사박사 통합과정  
[주 관심분야] Digital Signal Processing, MIMO RADAR

김 중 만



2002년 2월: 경북대학교 전자전기공학부(공학사)  
2004년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)  
2005년 2월~현재: 국방과학연구소 연구원  
[주 관심분야] 레이더 시스템 및 탐지/추적

정 용 식



1989년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)  
1991년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학석사)  
2000년 8월: 서울대학교 전기공학부 (공학박사)  
2003년 3월~2006년 2월: 명지대학교 통

신공학과 조교수  
2006년 3월~현재: 광운대학교 전파공학과 교수  
[주 관심분야] 전자파수치해석 및 EMI/EMC, Radar 신호처리

정 원 주



1989년 2월: 고려대학교 수학과 (이학사)  
1999년 2월: Cornell University Electrical Engineering (공학석사)  
2002년 2월: Cornell University Electrical Engineering (공학박사)  
2002년~2005년 (주)Dotcast, Senior System Architect로 근무

2005년~현재: 고려대학교 컴퓨터통신공학부 정교수  
[주 관심분야] Digital Signal Processing for Digital Communications Systems, MIMO RADAR

양 훈 기



1985년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학사)  
1987년 2월: SUNY at Buffalo ECE (공학석사)  
1992년 2월: SUNY at Buffalo ECE (공학박사)  
1993년 3월~현재: 광운대학교 전파공학

과 교수  
[주 관심분야] 무선 통신 시스템, UWB, RFID, 스펙트럼공학, 레이더 신호 처리