

차원 축소와 복원관계를 통한 복합재료 보의 열응력 해석

장 준 환¹ · 안 상 호^{2*}

¹방위사업청 항공기사업부, ²신한대학교 자동차공학과

Thermal Stress Analysis of Composite Beam through Dimension Reduction and Recovery Relation

Jun Hwan Jang¹ and Sang Ho Ahn^{2*}

¹Aircraft Program Department, Defense Acquisition Program Administration, Gwacheon, 13809, Korea
²Department of Automotive Engineering, Shinhan University, Uijeongbu, 11644, Korea

Abstract

Fiber-reinforced composites not only have a direction of thermal expansion coefficient, but also inevitably suffer thermal stress effects due to the difference between the manufacturing process temperature and the actual use temperature. The damage caused by thermal stress is more prominent in the case of thick composite laminates, which are increasingly applied in the aerospace industry, and have a great influence on the mechanical function and fracture strength of the laminates. In this study, the dimensional reduction and thermal stress recovery theory of composite beam structure having high slenderness ratio is introduced and show the efficiency and accuracy of the thermal stress comparison results between the 3-D finite element model and the dimension reduction beam model. Efficient recovery analysis study will be introduced by reconstructing the thermal stress of the composite beam section applied to the thermal environment by constructing the dimensional reduction modeling and recovery relations.

Keywords : thermal stress, cross-sectional analysis, reducible modeling, recovery analysis

1. 서 론

복합재료의 경량화, 고성능화와 더불어 신뢰성이 확보됨에 따라 항공기의 일부 부위에 적용되었던 복합재료의 적용이 확대되고 있다. 최근에는 복합재 구조 성형을 위해 고온, 고압 이외에 상온 경화제(Cold bonding)를 이용하여 구조물의 크기에 제한이 없는 대량생산 방식을 일부 무인기 제작에 적용할 수 있게 되었다. 그러나 고하중, 열악한 조건에서 운용되는 항공기 주요 부재는 여전히 신뢰성이 검증된 오토클레이브에서 고온, 고압의 조건에서 제작된다. 복합재료는 열팽창 계수의 방향성을 갖고 있을 뿐만 아니라, 제작 온도와 실제 사용온도 사이의 차이 때문에 필연적으로 열응력 효과를 받게 된다. 열응력에 의한 파손현상은 두꺼운 복합재층판의 경우에 더욱 현저한 현상으로 적층판의 역학적 기능 및 파단강도에 큰 영향을 미치게 된다.

세장비가 큰 블레이드의 경우 형상의 변화가 심하면서도 두꺼운 이방성의 복합재료가 적용되었기 때문에 3차원 형상의 정확한 모사가 어렵다. 복잡한 형상을 등가적 특성을 갖도록 1차원 보로 표현하는 것이 주요 관건이다. 블레이드는 기하학적으로 길이 대 두께의 비가 매우 큰 형태를 가지며 굽힘과 비틀림으로 인한 탄성 변형을 갖게 되며, 기하학적 비선형 특성이 나타난다. 기하학적 비선형은 재료의 물성과 상관없이 다양한 구조적 형상에 따라 나타나며, 부가된 하중에 의해 변위가 크게 발생하여 구조물의 위치가 변화하거나 모멘트와 같은 추가된 하중이 발생할 경우에는 기하학적 비선형 특성을 반드시 고려해야 한다.

많은 연구자들이 차원 축소 모델의 모형으로 연구하고 있다. 복합재 블레이드의 차원 축소 모델링 기법은 이십년 전부터 활발히 제안되고 있으며 정리하면 다음과 같다. Borri와 Mantegazza

* Corresponding author:

Tel: +82-31-870-3683; E-mail: drshahn@naver.com
Received June 12 2017; Revised July 21 2017;
Accepted October 16 11 2017

©2017 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

(1985), Hodges(1990), Bauchau와 Kang(1993)은 변형 및 회전에 의한 변형률이 존재한다는 사실에 기반으로 보의 차원 축소 모델링에 대한 이론을 제시하였다. Givatto 등(1983)은 Saint-Venant의 원리를 기초 유한요소법을 사용하여 복합재료가 적용된 보의 단면 해석에 선구자 역할을 하였다. 비록 Borri 등(1992)은 기하학적 비선형 문제와 휨 효과를 반영시키지 못했지만, 로터 블레이드의 동역학 비선형 문제에 적용시켰다. Kosmatka와 Friedmann(1989)는 복합재료로 구성된 프로펠러 블레이드의 정적 해석과 동적해석 연구를 수행하였고, 이로부터 복합재 블레이드 모델링의 일반적인 방법론을 제시하였다. 최근에 수행된 연구로 Wang(2011)은 복합재 보의 차원 축소 모델링과 열응력과의 관계를 변형에너지 형태로 기술하고 열응력의 3차원 결과와 복원된 1차원 보의 열응력을 비교하였다. Jeon 등(2014)은 열전도 및 기계적 하중을 받는 섬유 강화 폴리머(FRP) 복합재료의 시간 의존 응답을 분석하였고, Pietro 등(2016)은 푸리에 열전도 방정식을 이용하여 보의 열 탄성 응답을 계산하였다. Vidal 등(2016)은 다양한 열 경계 조건에 따라 적층된 샌드위치 보의 열적 거동을 분석하였다. Warminska 등(2016)은 기계적 및 열적 부하로 인한 횡단면 및 비선형 중단 변위의 진단 및 관성을 고려한 복합재 보의 진동 해석에 대한 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 3차원 유한요소모델 구현이 어려운 다양한 재료로 이루어진 세장비가 큰 날개 구조물이 받는 열응력 효과를 모사하기 위하여 차원축소 모델링과 복원해석을 수행하였다. 제작과 운용과정에서 필연적으로 수반되는 열응력을 시각적으로 형상화하고 효율적인 차원축소-복원해석 프로세스를 정립하여 효율적 설계방법의 근거를 제시하였다.

2. 이론

본 장에서는 단면해석을 통해 보의 강성행렬을 구하기 위한 과정을 기술하고, 축소된 1차원 보의 응력, 변형을 복원 과정을 소개한다. 온도장 역시 복원이론에 1차원 보의 거동을 워핑함수로 표현된 변위장을 이용하여 3차원 변위장과 응력장으로 복원과정을 기술하였다.

2.1 3차원 형상의 차원축소

세장비가 크고 다양한 재질이 적용되어 있는 복잡한 구조 형상을 단면해석을 통하여 강성행렬을 얻고 단면의 중립점에 강성행렬을 연결하여 1차원 보를 구성하는 것이 차원축소 보 모델링의 핵심이다(Jang *et al.*, 2011).

Fig. 1은 복잡한 형상으로부터 단면해석을 수행하여 1차원

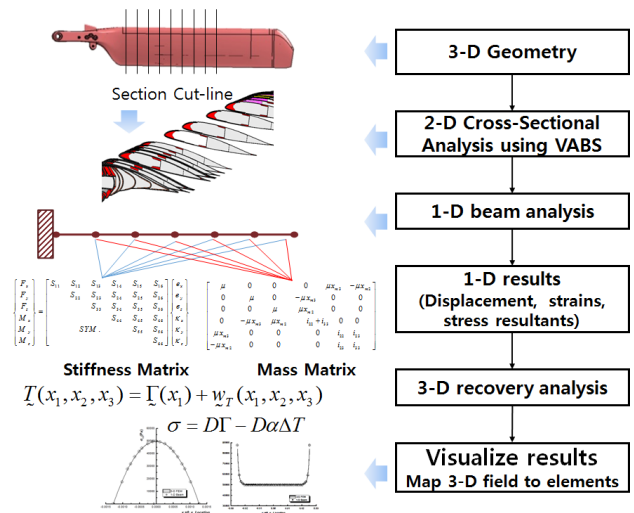


Fig. 1 Dimension reduction & thermal stress recovery process of composite beam

보 모델을 구성하고 차원 복원해석을 수행하는 전체적인 과정이다. 먼저 외부 형상이 바뀌는 구간, 내부 재질이 변경되는 구간을 설정하여 날개의 연속체 형상을 단면으로 구분한다. 그리고 단면해석을 수행하여 삼각형 또는 사각형의 유한 요소로 분할한다. 각각의 분할된 단면에 기하학적 정보와 재질정보가 입력되면 각 단면에서의 질량행렬과 강성행렬을 계산할 수 있다. 각 단면의 중립점에 강성행렬과 질량행렬을 입력하고 연결하여 1차원 보 모델을 구성한 이후, 경계조건과 온도를 포함한 적용 하중을 입력하여 원하는 지점에서 복원해석을 수행하면 3차원의 복원 열응력 또는 변형률을 계산할 수 있다. 이후 복원해석 데이터를 시각적으로 형상화하며, 설계 변경사항이 생길 때 마다 반복 수행한다.

비틀림이나 곡률을 가진 구조에서 축 방향으로 적절한 단면 위치를 선정해야 한다. 식 (1)과 같이 3차원 변형률장은 탄성 변형률과 워핑벡터와 워핑벡터의 미분값을 포함한다. Fig. 2는 굽힘, 전단, 비틀림에 의한 워핑과 워핑의 좌표축을 나타낸다.

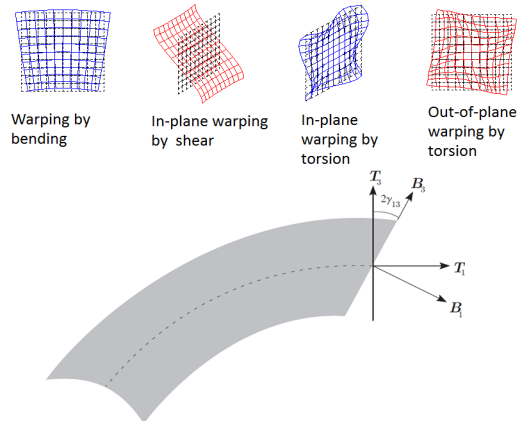


Fig. 2 Coordinate system used for transverse shear formulation and warping

변형된 보의 기준선에 접하는 축방향 T_i 에서 횡전단 변형은 위핑의 일부분으로 분류할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{11} &= \bar{\gamma}_{11} + x_3 \bar{\kappa}_2 - x_2 \bar{\kappa}_3 + w_1' \\
 2\Gamma_{12} &= w_{1,2}' - x_3 \bar{\kappa}_1 + w_2' \\
 2\Gamma_{13} &= w_{1,3}' + x_2 \bar{\kappa}_1 + w_3' \\
 \Gamma_{22} &= w_{2,2}' \\
 2\Gamma_{23} &= w_{2,3}' + w_{2,3}' \\
 \Gamma_{33} &= w_{3,3}'
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, w_i 는 좌표계 T_i 에서의 위핑함수이고 κ 는 모멘트에 의한 변형률이다.

변형률 에너지는 위핑함수의 항을 포함하는 식 (1)과 변형률 에너지의 정의로 표현할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \langle \langle \Gamma^T D \Gamma \rangle \rangle \tag{2}$$

여기서, D 의 정의는 복합재료의 강성행렬이다. 단면해석을 계산될 수 있으며 변형률 에너지의 정의를 통하여 식 (2)를 풀면 횡전단 변형을 허용하는 보 모델에 대한 변형률 에너지의 형태로 표현되며 아래와 같다.

$$2U = \bar{\epsilon}^T A \bar{\epsilon} + 2\bar{\epsilon}^T B \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^T C \epsilon' + 2\bar{\epsilon}^T D \bar{\epsilon} \tag{3}$$

A, B, C, D 는 단면 형상과 재질정보를 포함한 행렬이다. 식 (3)은 변형률과 강성의 곱으로 표현할 수 있으며 6×6 의 행렬을 얻을 수 있다. 식 (4)에서 6×6 의 행렬은 횡전단 변형을 허용한 복합재료 보에 대한 강성행렬이다.

$$2U = \begin{Bmatrix} \bar{\gamma}_{11} \\ 2\gamma_{12} \\ 2\gamma_{13} \\ \bar{\kappa}_1 \\ \bar{\kappa}_2 \\ \bar{\kappa}_3 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\gamma}_{11} \\ 2\gamma_{12} \\ 2\gamma_{13} \\ \bar{\kappa}_1 \\ \bar{\kappa}_2 \\ \bar{\kappa}_3 \end{Bmatrix} \tag{4}$$

2.2 축소 보 모델의 복원

3차원 변형률은 1차 미분과 2차 미분항을 이용하여 응력을 표현할 수 있으며 Yu 등(2012)에 차원 복원의 과정이 기술되어 있다. 굽힘과 초기 비틀림을 포함하는 세장비가 큰 보 형상에 대한 위핑함수는 $h/R, h/l$ 변수의 차수로 표현하면

$$w(x_i) = (V_0 + V_{1R})\epsilon + V_{1S}\epsilon' \tag{5}$$

여기서, $w(x_i)$ 는 3차원 위핑함수이다. V_0 는 $2U_0$ 를 미분하여 최소화할 때의 위핑함수, V_{1R}, V_{1S} 는 $2U_1$ 을 최소화할 때의 위핑함수이다. 그리고 3차원 변형률을 변형률과 변형률의 미분항으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= [(\Gamma_a + \Gamma_R)(V_0 + V_{1R}) + \Gamma_\epsilon] \epsilon \\
 &\quad + [(\Gamma_a + \Gamma_R)V_{1S} + \Gamma_l(V_0 + V_{1R})] \epsilon' + \Gamma_l V_{1S} \epsilon''
 \end{aligned} \tag{6}$$

3차원 변형률은 $\Gamma = [\Gamma_{11} \ 2\Gamma_{12} \ 2\Gamma_{13} \ \Gamma_{22} \ 2\Gamma_{23} \ \Gamma_{33}]^T$ 이다.

보의 평형 방정식(Hodges, 2003)으로 부터 얻은 변형률의 1차 미분과 2차 미분을 얻고 복원이론에 의하여 응력이 표현되고 횡전단 변형을 허용하는 단면해석을 통해 강성 행렬을 얻을 수 있다. 경계조건과 하중을 입력하면 식 (7)을 이용하여 변형률을 계산할 수 있다.

$$\epsilon = S^{-1}F \tag{7}$$

3. 온도장의 복원

온도장 역시 복원이론에 1차원 보의 거동을 위핑함수로 표현된 변위장을 이용하여 3차원 변위장과 응력장으로 복원할 수 있다. Wang(2011)은 연구를 통하여 온도장의 복원관계가 자세히 기술되어 있다. 온도의 변위장을 변위장과 위핑함수로 표현하면 다음과 같다.

$$T(x_1, x_2, x_3) = \Gamma(x_1) + w_T(x_1, x_2, x_3) \tag{8}$$

여기서, $\Gamma(x_1)$ 은 온도의 1차 변위장이며 w_T 는 온도에 대한 위핑함수이다. 식 (9)과 같이 온도장에서 다음과 같은 변형률 에너지의 관계가 성립한다.

$$U_A = \left\langle \left\langle \frac{1}{2} \Gamma^T D \Gamma - \Gamma^T D \alpha \Delta T \right\rangle \right\rangle \tag{9}$$

식 (9)를 Wang(2011)에서 기술한 과정으로 풀면 아래와 같이 열응력을 계산할 수 있다.

$$\sigma = D \Gamma - D \alpha \Delta T \tag{10}$$

여기서, $\sigma = [\sigma_{11} \ \sigma_{12} \ \sigma_{13} \ \sigma_{22} \ \sigma_{23} \ \sigma_{33}]^T$ 이다.

미소변수 ϵ_{ij} 와 온도 T 로 이루어진 온도장의 함수는 아래와 같다.

$$f(\epsilon_{ij}, T) = \frac{1}{2} C_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} - C_{ijkl}(T) \alpha_{ij}(T) \epsilon_{ij} \Delta T \tag{11}$$

여기서, ΔT 는 온도차이며 α 는 열팽창 계수이다.

4. 검증 예제

4.1 이방성 재질이 적용된 얇은 판의 3차원 응력과 복원응력 결과

본 수치예제는 단면해석을 통하여 차원이 축소된 얇은 판을 3차원으로 모델링하여 VABS로 차원 축소 모델을 복원하여 수치결과를 비교하는 Kovvali(2011)의 선행연구 모델이다. Fig. 3과 같이 단면은 $50.8\text{mm} \times 2.54\text{mm}$ 이며 길이 127mm에 이방성 재질 $E_{11}=1.291 \times 10^5$, $E_{22}=9.404 \times 10^3$, $G_{12}=5.156 \times 10^4$, $G_{13}=4.303 \times 10^4$, $\nu_{12}=0.3$, $\nu_{13}=0.3$ 이 적용된다.

유한요소 모델은 끝단에 비틀림 모멘트가 113N-mm가 적용되고 반대쪽은 6자유도를 구속하였다. 3차원 형상의 길이의 중심으로부터 응력을 추출하였다. 보의 중심으로부터 단면의

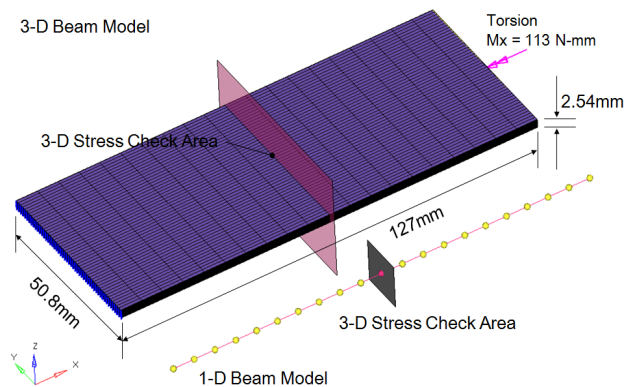


Fig. 3 Configuration of 3-D rectangular beam and 1-D beam, example 1

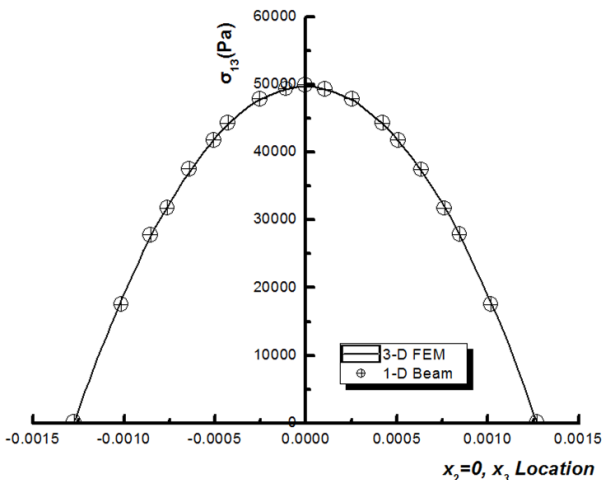


Fig. 4 Stress component σ_{13} at mid-span $x_1=63.5$, $x_2=0$, example 1

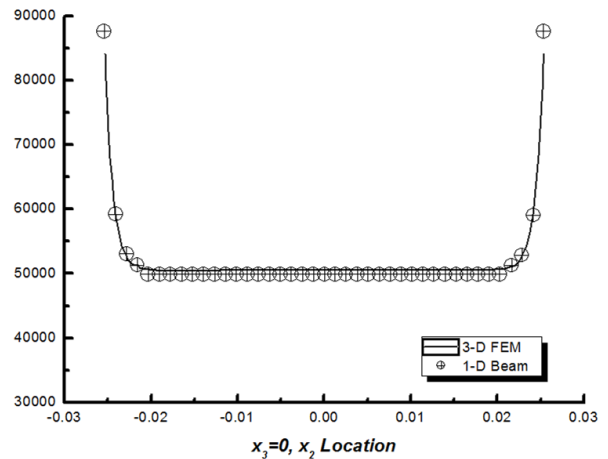


Fig. 5 Stress component σ_{13} at mid-span $x_1=63.5$, $x_3=0$, example 1

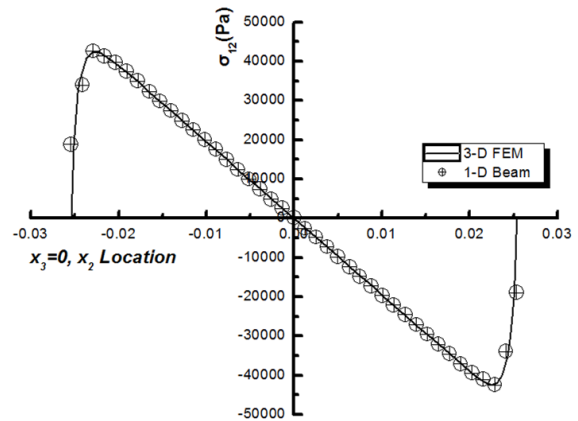


Fig. 6 Stress component σ_{12} at mid-span $x_1=63.5$, $x_3=0$, example 1

폭과 두께 방향으로의 VABS와 블레이드 해석 라이브러리로부터 계산된 응력을 추출하여 비교하였다. 1차원 보 모델은 단면해석으로 얻어진 강성행렬과 질량행렬을 포함한다. Fig. 4~6과 같이 보의 길이방향의 중간지점에서 복원된 3차원 응력은 유한요소 모델에서 추출된 응력과 동일 선도에 있음을 알 수 있다. 3차원 유한요소모델과 복원된 1차원 보 모델의 응력 상대 오차는 0.12%이하이다. 복원된 수치해석 결과는 1차 및 2차 형상함수가 적용되었다. 오차를 개선하기 위해 고차형상함수의 적용이 필요하며, 재질의 적층각도 이외에 요소의 회전각도의 정확한 입력을 필요하다.

4.2 열환경 하의 복합재 보의 복원응력 결과 비교

Fig. 7의 수치 검증예제는 끝단부에 상이한 온도에 노출된 솔리드 요소로 이루어진 복합재료로 구성된 외팔 지지보의 형상이다. 온도에 따라 발생한 열응력을 3차원 유한요소모델의 결과와 1차원 보의 복원 응력을 비교하였다. 보의 전체 길이는

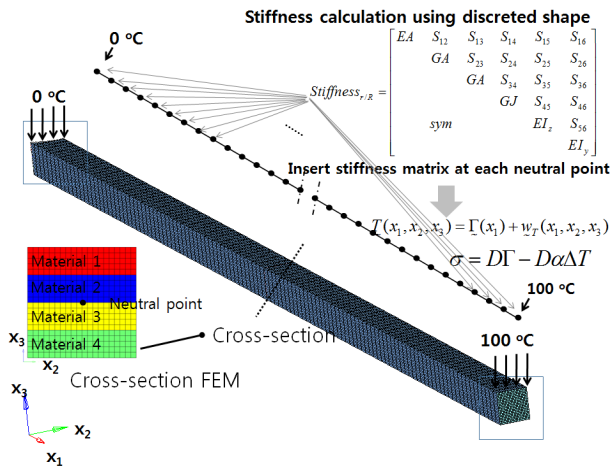


Fig. 7 Configuration of 3-D rectangular beam and 1-D beam, example 2

Table 1 Material properties of rectangular composite beam

Properties	Mat 1	Mat 2
E_{11}	259.4MPa	133.4MPa
E_{22}, E_{33}	14.90MPa	14.90MPa
$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$	0.25	0.26
G_{12}, G_{13}, G_{23}	5.53MPa	3.81MPa
α_{11}	$4.56 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	$2.0 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
α_{22}, α_{33}	$14.21 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	$27.34 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
k_{11}	602.7W/(m $^{\circ}\text{C}$)	601.9W/(m $^{\circ}\text{C}$)
k_{22}, k_{33}	5.61W/(m $^{\circ}\text{C}$)	0.72W/(m $^{\circ}\text{C}$)

80mm이며 두 가지의 복합재료를 적용하였다. 지지부에서 $x_1 = 0$ 에서 온도 0 °C, 끝단에서 $x_1 = 80$ 에서 온도 100°C가 적용된다. 전체 두께는 2mm이며 (30° / -60°)sym의 적층각과 Table 1의 (Mat 2/Mat 1/Mat 1/Mat 2)의 재질이 적용된다. 축방향 위치 $x_1 = 40$ mm에서 응력결과를 복원하여 3차원 해석결과와 비교하였다. Fig. 8~10의 응력결과에서 복합재료의

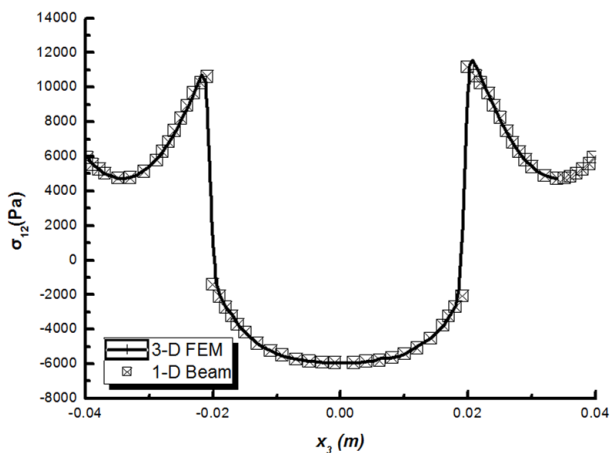


Fig. 8 Stress component σ_{11} at mid-span $x_1 = 40, x_2 = 0$, example 2

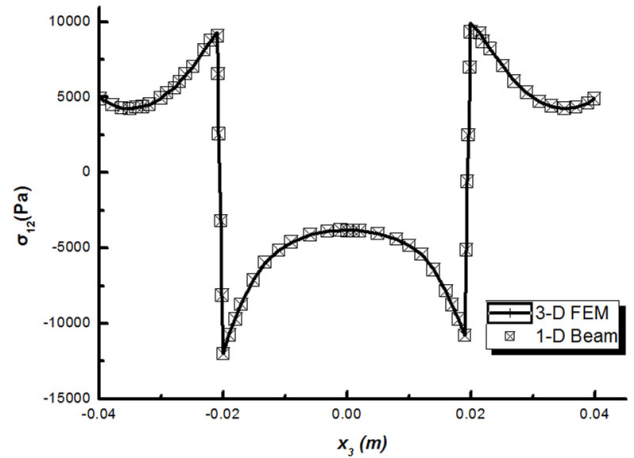


Fig. 9 Stress component σ_{12} at mid-span $x_1 = 40, x_2 = 0$, example 2

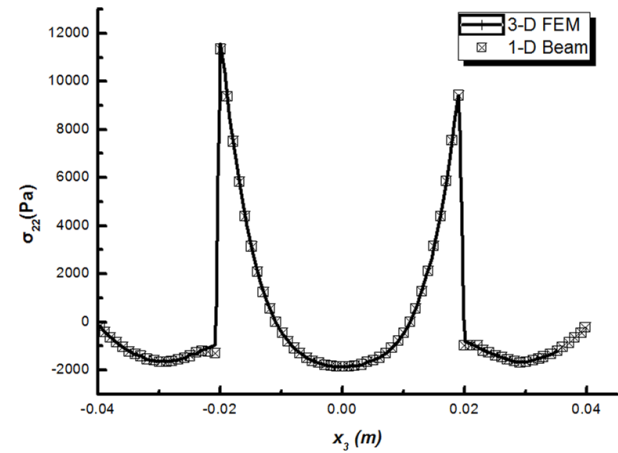


Fig. 10 Stress component σ_{22} at mid-span $x_1 = 40, x_2 = 0$, example 2

재질이 바뀌는 부위에서 최대 2.3%의 오차가 있고, 이를 제외 한 부분에서 Nastran의 유한요소해석 결과와 복원 관계를 이용한 응력결과는 일치한다.

4.3 열환경 하의 곡선형 복합재 보의 복원응력 결과 비교

두 번째 검증 모델은 열환경에 노출된 사각형의 단면으로 이루어진 아치형의 모델이며, 솔리드 요소로 구성된다. 복합재료로 구성된 곡선형 보가 온도에 따라 발생한 열 응력을 차원이 축소된 1차원 보의 복원 응력과 비교하였다. 곡선형 보에 적용된 재질은 두 가지의 복합재료를 적용하였고 재질특성과 열팽창 계수를 Table 2에 나타내었다. 곡선형 지지부에 전체적으로 온도 100°C가 적용된다. Fig. 11에서 복합재료로 이루어진 곡선형 고형모델과 1차원 차원축소 보 모델의 모델링 과정 및 적용하중을 나타내었다. Fig. 12, 13는 유한요소 모델과 차원

Table 2 Material properties and geometry properties for arch beam

Properties	Mat 1	Mat 2
E_1	70967MPa	141934MPa
ν_1	0.35	0.3
α_1	1.42×10^{-5} mm/mm/°C	8.11×10^{-6} mm/mm/°C
r_{inner}	104.6mm	
r_{oder}	109.7mm	
r_{oder}	5.08mm	
r_{oder}	2.54mm	

Stiffness calculation using discreted shape

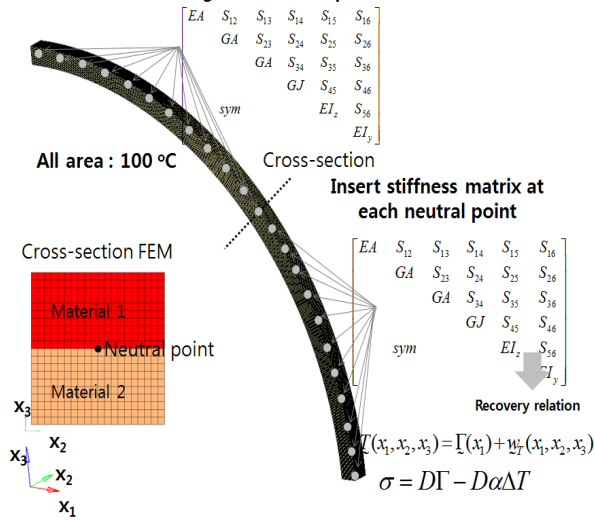


Fig. 11 Configuration of finite solid beam & cross-section, example 3

축소 보 모델의 결과를 비교한 결과이다. 중립면을 기준으로 $\theta = 45^\circ$ 위치의 단면에서 응력결과를 복원하여 3차원 해석결과와 비교하였다. 차원축소 보 모델에서 복원된 결과 역시 재질과 재질이 만나는 계면에서 3.4%의 오차가 발생하며, 이를 제외한 영역에서 Nastran의 유한요소해석 결과와 복원 관계를 이용한 응력결과는 동일한 선상에 있음을 알 수 있다.

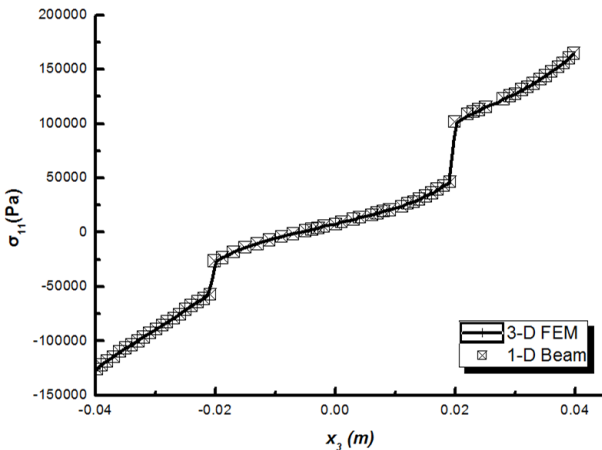


Fig. 12 Stress component σ_{11} at mid-span $x_1=40$, $x_2=0$, example 3

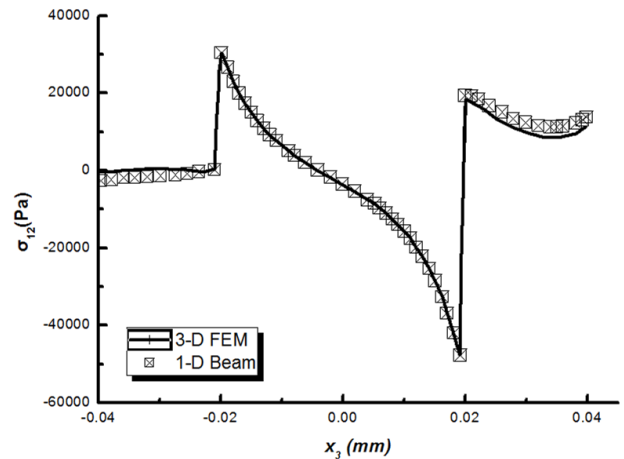


Fig. 13 Stress component σ_{12} at mid-span $x_1=40$, $x_2=0$, example 3

5. 결론

본 논문에서는 1차원의 변형률 에너지와 워핑함수를 이용하여 강성행렬을 구하는 과정과 차원 축소 모델의 변형률과 열응력 복원 과정을 기술하였다. 적층된 보 모델에 대한 검증으로 차원 축소모델의 타당함을 보이고 3차원 모델 복원 열응력 모델을 통하여 유효성을 검증하였다. 열적 환경에서의 복합재 보의 열응력을 계산하기 위하여 적용된 예제를 통하여 복원된 결과 역시 3차원 결과와 근사함을 증명하고 상용 유한요소 해석 결과를 비교하여 열응력을 도시하였다. 적층된 재료의 계면에서 3차원 유한요소 모델과 차원축소 보 모델의 열응력의 오차가 직선형 보에서 최대 2.3%, 곡선형 보에서 최대 3.4%의 오차를 가지고 있음을 확인하였다. 이러한 결과는 3차원 유한요소 모델 구현이 어려운 복합재 블레이드에서 저온과 고온의 운용 환경에 노출되어 있는 날개 구조의 차원 축소/복원을 통한 효율적 설계방법의 근거가 될 수 있다.

감사의 글

본 논문은 2017년도 신한대학교 학술연구비 지원으로 연구되었음.

References

Bauchau, O., Kang, N.K.A. (1993) Multibody Formulation for Helicopter Structural Dynamic Analysis, *J. American Helicopter Soc.*, 38, pp.3~14.

Borri, M., Mantegazza, P. (1985) Some Contributions on Structural and Dynamic Modeling of Helicopter Rotor Blades, *L'Aerotecnica Missili e Spazio*, 1.64,

pp.143~154.

- Borri, M.G., Ghiringhelli, L., Merlini, T.** (1992) Linear Analysis of Naturally Curved and Twisted Anisotropic Beams, *Compos. Eng.*, 2, pp.433~456.
- Giavotto, V.** (1983) Anisotropic Beam Theory and Applications, *Comput. & Struct.*, 16, pp.403~413.
- Hodges, D.H.** (1990) A Review of Composite Rotor Blade Modeling, *AIAA J.*, 28, pp.561~565.
- Jang, J.H., Koo, H.-M., Ahn, S.H.** (2017) Computation of Energy Release Rates for Slender Beam through Recovery Analysis and Virtual Crack Closure Technique, *J. Comput. Struct. Eng.*, 30, pp.31~37.
- Jeon, J., Muliana, A., La Saponara, V.** (2014) Thermal Stress and Deformation Analyses in Fiber Reinforced Polymer Composites Undergoing Heat Conduction and Mechanical Loading, *Compos. Struct.*, 111, pp.31~44.
- Kosmatka, J.B., Friedmann, P.P.** (1989) Vibration Analysis of Composite Turbo propellers Using a Nonlinear Beam-Type Finite-Element Approach, *AIAA J.*, 27, pp.1606~1614.
- Kovvali, R.K., Hodges, D.H.** (2011) Verification of the Variational Asymptotic Beam Section (VABS) Analysis for Initially Curved and Twisted Beams, 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA.
- Pietro, G., Hui, Y., Giunta, G., Belouettar, S., Carrera, E., Hu, H.** (2016) Hierarchical One-Dimensional Finite Elements for the Thermal Stress Analysis of Three-Dimensional Functionally Graded Beams, *Compos. Struct.*, 153, pp.514~2.8.
- Vidal, P., Gallimard, L., Polit, O.** (2016) Thermo-Mechanical Analysis of Laminated Composite and Sandwich Beams based on a Variables Separation, *Compos. Struct.*, 152, pp.755~766.
- Wang, Q.** (2011) Asymptotic Multiphysics Modeling of Composite Beams, Ph.D Dissertation, Mechanical Engineering, Utah State University.
- Warminska, A., Manoach, E., Warminski, J.** (2016) Vibrations of a Composite Beam Under Thermal and Mechanical Loadings, *Proc. Eng.*, 144, pp.959~966.

요 지

섬유강화 복합재료는 열팽창 계수의 방향성을 갖고 있을 뿐만 아니라 제작과정 온도와 실제 사용온도 사이의 차이 때문에 필연적으로 열응력 효과를 받게 된다. 이러한 열응력에 의한 파손현상은 실제 항공우주산업에서의 응용이 증대되고 있는 두꺼운 복합 적층판의 경우에 더욱 현저한 현상으로 적층판의 역학적 기능 및 파단강도에 큰 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 복잡한 재료로 구성되고 높은 세장비를 가진 블레이드 날개 구조의 차원축소 및 열 응력 복원 이론을 소개하고 3차원 유한요소모델과 비교결과를 통해 효율성과 정확성을 입증한다. 또한 차원을 축소된 모델링을 구성하고 복원이론을 이용하여 열적 환경에 적용된 복합재 보 단면의 열응력을 차원 복원하고 시각적으로 형상화하는 효율적인 복원해석 과정을 소개하고자 한다.

핵심용어 : 단면해석, 차원축소 모델링, 복원해석, 열응력