

변형에너지에 기반한 비정형 판부재의 좌굴강도 평가기법

지광습^{1*}, 김홍현², 안진영³, 오민한⁴

Evaluation of Buckling Strength of Non-structured Plates by Using the Deformation Energy

Goangseup Zi^{1*}, Hong-hyun Kim², Jin-young Ahn³, Min-Han Oh⁴

Abstract: A new index for the buckling strength of non-structured plates is proposed. The external work or the deformation energy caused by the external loads or the boundary displacement controlled by a load parameter is calculated along an equilibrium path of the member under consideration. If the second variation of the energy with respect to the parameter loses its positiveness, it is defined as the limit of the stability. In contrast to the current method given in codes where the stability limit is evaluated by using only representative internal forces, the evaluation of the stability limit is always consistent even with the change of the distribution of the internal forces on the boundary. If the elasticity is concerned, the result from this proposed approach becomes identical to that from the classical methods.

Keywords: Ultimate strength of plates, Elasto-plastic instability, Deformation energy, Non-structured plates, Offshore structures

1. 서론

해양에 설치되는 해양구조물은 육상에 설치되는 토목 시설물에 비해 삼차원적으로 더 큰 복잡성을 가지고 구성된다. 유연한 제작을 위하여 대부분은 강재를 이용한 구조물로 제작되는데, 부재의 면적이나 길이에 비해 두께가 상대적으로 작은 판형 부재를 서로 연결하여 제작된다. 그러므로 설계 시 면내의 변형에 의해 발생하는 인장응력이나 압축응력을 평가하는 것뿐만 아니라 면 외의 변형으로 인한 좌굴에 대한 안정성을 평가하는 것도 매우 중요하다.

설계단계에서 신속한 좌굴평가를 위해서 사용되는 기준은 사각형 판부재를 대상으로 한 DNV-RP-C201과 원통형 쉘부재의 좌굴평가에 사용되는 DNV-RP-C202가 있다. 대부분의 구조부재는 사각형으로 정형화되어 있으므로 DNV-RP-C201이 주로 설계단계에서 참조된다. 설계단계에서 참조되기 때문에 부재 경계에 작용하는 응력상태는 등분포 또는 선형 형

태로 단순화되어 있으며, 경계에 작용하는 응력이 부재의 좌굴시 최대 응력 값 대비 소정의 안전율을 확보하고 있으면 안전한 것으로 판단한다. DNV-RP-C201의 작용응력 대 응력강도의 비율을 속칭 사용계수(usage factor)로 정의하여 목표 안전율 확보여부를 판단한다.

복수의 단면력 성분이 존재하는 경우는 모든 단면력의 조합을 검토하여 한계상태면을 구성하고, 복수의 단면력의 상호비율에 해당하는 사용계수를 사용한다. 이때 개별 하중의 작용 순서는 고려하지 않는다. 하지만, 경계면의 길이가 부재의 크기에 비해 클 경우는 경계면 내 개별 단면력의 분포를 간단한 선형함수로 근사화하기가 어려우므로 고려해야 하는 한계상태면의 수는 무수히 증가한다. 또한 비선형 조건에서는 사용하중 상태의 경계면 내 단면력의 상대 크기나 분포가 극한상태에 도달하는 과정에서 변화하는 것이 일반적이며, 한계상태면의 크기와 형상도 이에 영향을 받을 수밖에 없다. 그러므로 경계면의 길이가 부재의 크기에 비해 크고, 비선형성이 존재하는 경우 한계상태면을 미리 구성하는 것은 어렵다.

Paik(2008)은 ANSYS/FEA, DNV-PLUS, ALPS/ULSAP 등을 이용하여 이방향 압축과 측면 압축 하중(lateral pressure load)이 작용하는 비보강관의 극한강도에 대한 벤치마크 연구를 수행하였으며 판부재의 극한강도는 초기 처짐 형태, 경계조건, 하중조건 등 다양한 변수에 크게 영향을 받는 것을 확인하였다. 장범선(2009)은 비보강관, 횡하중이 없는 보강관,

¹정회원, 고려대학교 교수, 교신저자

²학생회원, 고려대학교 학사과정

³학생회원, 고려대학교 석박사과정

⁴정회원, 현대중공업 중앙기술원 수석연구원

*Corresponding author: g-zi@korea.ac.kr

Professor of Korea University, 145, Anam-ro, Seongbuk-gu, Seoul, 02841, Republic of Korea

•본 논문에 대한 토의를 2017년 6월 1일까지 학회로 보내주시면 2017년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

횡하중이 있는 보강판 이 세 부재를 DNV-Ship-Rule, DNV-RP-C201, DNV-PLUS을 기반으로 좌굴강도를 산정하고 비교 분석하였다. 비보강판의 경우 세 식의 좌굴 강도 값은 비교적 비슷하지만, 보강판의 경우 DNV-RP-C201의 계산 과정에서 횡방향 응력이 횡방향 좌굴강도를 넘어서게 되며 다른 기준에 비해 좌굴 강도 값이 작게 산출됨을 확인하였다. 김을년(2011)은 설계자가 손쉽게 좌굴강도 평가를 수행할 수 있도록 DNV-RP-C201을 기반을 둔 좌굴강도 평가 프로그램을 개발 하였다.

하지만 위에서 언급한 연구는 대부분 정형 부재를 대상으로 수행되었다. 해양구조물은 사각형 형태의 정형부재가 다수를 차지하지만, 주요 구조부위를 연결하는 부분은 불가피하게 비정형적인 기하학적 형상을 가진 부재들로도 구성되어 있다. 비정형 부재에서는 경계면에 작용하는 응력상태가 등분포 또는 선형으로 단순화할 수가 없는 경우가 많으며, 또한 대상 부재의 형상이 정형화된 사각형 등 형태에서 벗어나는 경우는 DNV-RP-C201을 이용해서 좌굴저항성을 평가하는 것은 무리가 있다. 또한 사각형 부재일지라도 전단지연(shear lag) 때문에 선형적으로 단면력이 분포하는 경우는 매우 드물며, 대부분 비선형 형태로 분포한다.

Harada(2002)는 정형 판부재 내에 큰 구멍이 있는 유공판의 좌굴 고유치 분석을 수행한 후, 그 결과에 기초하여 유공으로 인한 감소 인자를 고려한 새로운 탄성 좌굴강도 공식을 제시하였다. Kim(2015)은 유한요소 해석을 통해 유공판의 중형비, 세장비, 구멍의 형상과 크기, 위치 등 설계변수를 포함한 좌굴강도 설계식을 도출하였다. 이승정 외(2009)는 고인성 강관의 좌굴안정성을 비선형 유한요소해석법으로 분석하였다. 최근 도형민(2016)은 한국선급의 자체적인 방법과 공통구조 규칙에서 규정된 방법으로 비정형 패널을 직사각형으로 이상화 한 후 좌굴강도 평가를 수행하도록 제시하였지만, 직사각형으로 이상화하는 과정에 주관적인 판단이 개입될 필요가 있다.

본 연구에서는 검토대상 부재의 크기에 비해 경계면의 크기가 상대적으로 커서 DNV-RP-C201의 가정과 같은 선형의 단면력 분포를 가정하기가 어렵거나, 부재의 형상이 비정형으로서 좌굴평가를 DNV-RP-C208의 비선형 유한요소기법을 통해 수행해야 하는 경우 좌굴안정성을 에너지 기법에 의해 수행하는 방안을 제시하였다. 이 기법에 의해 평가한 부재의 좌굴안정성의 안전여유를 DNV-RP-C201의 절차에서 사용되는 사용계수의 개념으로 정량화하는 방안을 제안하였다. 이 절차를 이용해 실제 해양구조물의 비선형 좌굴해석에 적용한 예를 제시하였다.

2. DNV-RP-C201 기준에 의한 직사각형 판부재의 좌굴 안전성 평가

DNV-RP-C201은 판부재의 좌굴 극한강도를 평가를 위한 설계기준이며 Fig. 1과 같이 직교 이방성으로 보강된 구조의 직사각형 부재를 평가하기 위해 개발된 기준이다(DNV, 2010). 평가 대상 판의 경계에 작용하는 응력은 등분포 형태를 기본적으로 고려하나, Fig. 2와 같은 선형분포 형태도 고려가 가능하다. 이 응력 분포를 계산하기 위해 사용하중 조건을 적용한 선형탄성 해석기법을 사용하며, 해당 부재가 최대 좌굴강도에 도달한 후에도 동일한 분포를 유지하는 것이 가정된다. 즉 Fig. 2와 같이 선형의 응력분포를 고려한 경우, 사용하중 조건의 최대 응력과 최소 응력의 비 ψ 는 최대 좌굴강도에 도달한 시점에도 동일한 조건에 적용할 수 있다.

좌굴안전성의 평가를 위해 다음과 같이 작용하중과 좌굴강도를 비교한다.

$$S_d < R_d \quad (1)$$

S_d 는 평가대상에 해당하는 하중효과에 의한 작용력, R_d 는 설계강도이다. 설계강도는 공칭강도 R_k 에 재료계수 γ_M 를 도입하여 다음과 계산된다.

$$R_d = R_k / \gamma_M \quad (2)$$

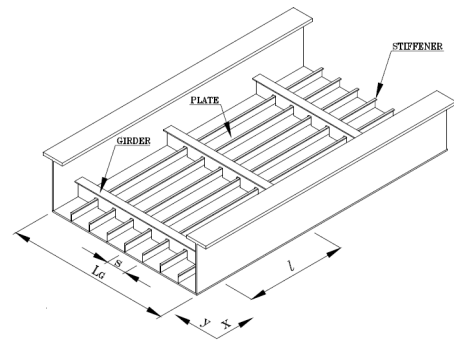


Fig. 1 Orthotropically stiffened plate panel

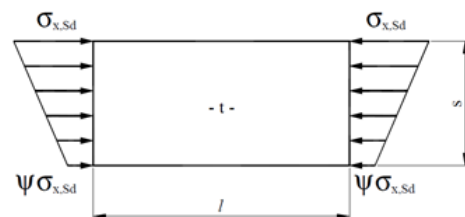


Fig. 2 Unstiffened plate under linear varying longitudinal compression

DNV-RP-C201에서는 작용력 S_d 와 공칭강도 R_k 의 비를 사용계수(usage factor) $\eta = S_d/R_k$ 로 정의하여 이 사용계수가 허용사용계수 η_p 보다 작도록 설계를 수행하도록 하고 있다.

$$\eta < \eta_p \quad (3)$$

허용사용계수 η_p 는 DNV-RP-C201의 정의에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$\eta_p = \beta \eta_0 \quad (4)$$

좌굴분석 시 $\beta = 1.0$ 이며, 사용하중효과를 고려할 경우, $\eta_0 = 0.6$ 을 사용한다.

평가대상 판부재의 경계에 작용하는 작용력이 수직응력과 전단응력이 동시에 작용하는 경우와 같이, 두 개 이상의 작용력이 동시에 작용하는 경우는 Fig. 3과 같이 다중 작용력을 제곱평균한 값 L 을 이용하여 사용계수 η 의 계산을 일반화시킨다. 즉,

$$L_0 = \sqrt{\sigma_0^2 + \tau_0^2} \quad (5)$$

$$L_u = \sqrt{\sigma_u^2 + \tau_u^2} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{L_0}{L_u} \quad (7)$$

여기서 σ_0, τ_0 은 평가대상 작용에 해당하는 하중효과에 의한 수직응력과 전단응력, σ_u, τ_u 은 조합상태의 극한수직응력강도 및 극한전단응력강도이다. 원칙적으로는 Fig. 2와 같이 응력성분의 모든 조합비에 따라 L 를 계산하여 (σ_u, τ_u) 의 상관도를 작성하고, 작용력에 의한 (σ_0, τ_0) 가 한계상태면 내에

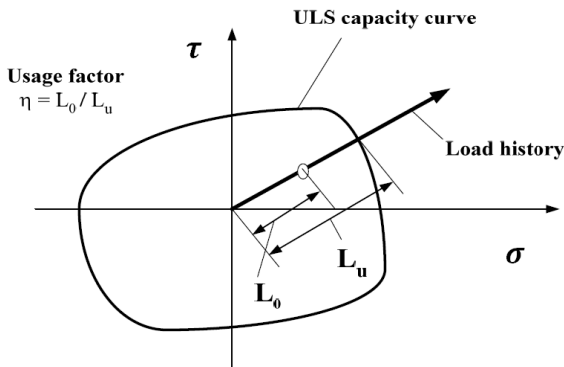


Fig. 3 Definition of safety margin/usage factor; example for biaxial loading on a plate

위치하는지 확인하여 평가한다.

하지만 모든 부재를 대상으로 응력성분의 모든 조합비를 고려해서 (σ_u, τ_u) 로 표현되는 한계상태면을 구성하는 것은 매우 어렵다. Fig. 2와 같이 부재 경계면에 작용하는 응력의 분포가 상수가 아닌 경우는 경계에서 형성될 수 있는 모든 응력비와 분포를 고려해야 하므로 Fig. 3의 한계상태면 계산을 위한 경우의 수가 무수히 증가한다. 그러므로 현실적으로 DNV-RP-C201의 절차에서는 Fig. 3과 같이 부재 경계에 작용하는 σ 및 τ 와 같은 작용력의 분포나 비율적인 특성은 하중 작용시나 극한상태에서도 동일한 것으로 가정해서 사용계수를 계산하여 식 (3)에 의해 평가한다.

3. 유한요소법에 의한 좌굴안전성 평가

평가 대상 부재가 직사각형 형태에서 크게 벗어나는 프레임 시스템, 이차부재 등과 같은 경우는 유한요소법을 이용해서 좌굴안전성을 평가할 수 있는데, 이 절차는 DNV-RP-C208를 따른다. DNV-RP-C208은 해양구조물의 좌굴 비선형 해석 기법에 대해 기술하였다. 적용범위는 항복강도가 최대 500 MPa인 구조용 강재로 설계된 해양구조물로 규정되어 있으며 부재 형상에 대한 제한은 없다.

요소망의 구성, 탄소성 재료모델의 선택, 단면력의 관독 방법 등이 자세히 기술되어 있다. 좌굴안전성의 평가는 DNV-RP-C201의 경우와 유사하게 다음 식을 이용한다.

$$\gamma_L S_k \leq R_k / \gamma_M \quad (8)$$

여기서 S_k 는 공칭하중이므로 $\gamma_L S_k$ 는 식 (1)의 S_d 와 동일하

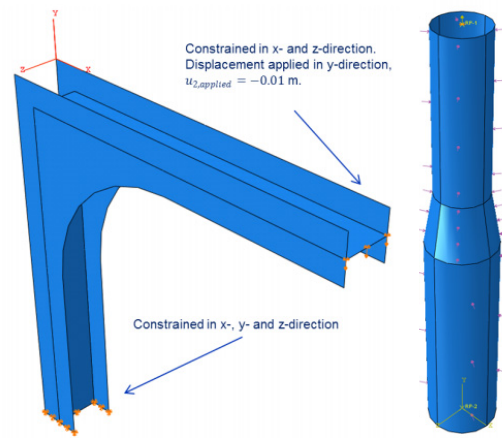


Fig. 4 Example for evaluating buckling stability using FEM as shown in DNV-RP-C208

다. 허용응력설계법을 채택하는 경우 하중계수 $\gamma_L = 1.0$ 이다. Fig. 4와 같이 평가대상 부재의 경계면에 작용하는 작용력이 상대적으로 분명하게 구별되는 경우 S_k 나 R_k 는 작용력의 합력으로 간단히 정의할 수 있으며, 안전을 확보 정도를 평가하기 위해 식 (3)과 (7)의 절차와 유사하게 사용계수를 도입하여 평가할 수도 있다.

하지만 식 (8)을 사용할 때 경계 내에서 작용력의 분포나 방향이 변화하는 경우, 예를 들어 작용력의 방향이 양에서 음으로 변화하는 경우는 S_k 나 R_k 를 계산하기 위해 작용력을 적분하는 것은 엉뚱한 수치적인 결론을 초래할 수도 있다. 분포의 크기가 같고, 방향이 반대인 작용력 분포를 적분하면 S_k 또는 R_k 의 값이 영으로 계산된다.

4. 경계면의 변위로 재하되는 부재의 변형 특성

2 절에서 언급했듯이 DNV-RP-C201의 적용범위는 등분포 혹은 선형분포하중이 작용하는 직사각형 강판에 국한된다. 하지만 실제 해양구조물은 다양한 기하학적 형상을 가진 부재로 구성되어 있으므로 DNV-RP-C201를 직접 적용할 수 없는 부재들도 다수 있다.

Fig. 5는 대형 해양구조물인 TLP의 예이다. 수직방향의 원형 컬럼과 수평방향의 거더의 강성은 매우 크며, 컬럼과 거더를 연결하기 위해 브라켓 부재가 배치된다. 이 브라켓 거더는 상대적으로 강성이 큰 컬럼과 거더의 변위에 의해 하중이 재하된다. 또한 브라켓 거더의 면적에 비해 경계면의 길이가 상대적으로 크므로 경계면 내의 단면력 분포를 단순히 선형이나 등분포로 가정할 수 없다. 재하과정 중 단면력의 분포 특성도 초기 분포와는 상이하게 변동한다.

이러한 부재의 좌굴안전성을 평가시 다음과 같은 문제점이

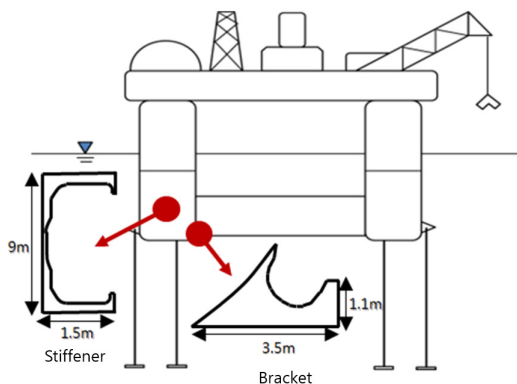


Fig. 5 Example of members under displacement loading due to stiff members near those

발생한다.

- 경계면 내에서 응력성분의 상대 분포가 재하단계별로 변화하는 경우 식 (1) 또는 (8)을 사용하기 위해 필요한 대표 응력성분을 선정이 불가능하다.
- 응력성분의 방향이 일관성이 없는 경우는 작용력의 합력을 계산하는 것이 무의미하며, 크기가 같으며 방향이 정반대인 경우 합력이 영으로 계산될 수도 있다.

5. 변형에너지를 이용한 좌굴임계점의 정의

하중이 작용하고 있는 구조시스템의 좌굴안정성에 관한 에너지 이론은 이미 잘 정립이 되어 있다. 외부 하중이 작용하고 있는 구조시스템의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$\Pi(\mathbf{q}) = U(\mathbf{q}) - W_p(\mathbf{q}) \quad (9)$$

여기서 Π 는 대상 구조시스템의 총포텐셜에너지, U 는 변형에너지, W_p 는 하중의 포텐셜, \mathbf{q} 는 구조시스템의 변위계를 제어하는 매개변수 벡터이다. 이때, 유한요소법에서의 요소 내 변위계는 절점변위로 완벽히 제어되므로 절점 변위 세트를 매개변수로 정의할 수도 있다. 위 포텐셜에너지의 매개변수에 대한 일차변분이 영인 매개변수 값이 해당 구조시스템이 평형조건을 만족하는 점을 의미한다. 이 매개변수 값을 평형값에서 변화하면 평형경로에서 벗어나게 된다. 구조부재를 시험해서 얻거나, 또는 해석을 통해 계산하는 하중-변위 선도의 모든 점에서 $\delta\Pi = 0$ 을 만족한다(Bazant 외 1991).

좌굴안정성은 이 총포텐셜의 이차변분이 모든 매개변수 벡터에 대해 양일 때 확보되는 것으로 정의되어 있다. 이때, 자기부상력, 수압, 풍압 등은 변위에 의존하는 대표적인 하중의 종류이며, 변위가 크면 하중을 계산하기 위해 작용점의 변위를 고려해야 한다. 하지만 하중이 하중작용점의 변위와 상관없이 작용하는 경우 위 식 (9)에서 하중 포텐셜의 이차변분은 사라지고 단순히 변형에너지의 이차변분만 남으며, 에너지 평형조건에 따라 총포텐셜에너지의 이차변분량은 다음과 같이 단순화된다(Bazant 외 1991).

$$\delta^2\Pi(\mathbf{q}) = \int_{\Gamma} \frac{1}{2} \delta\mathbf{t}(\mathbf{q}) \cdot \delta\mathbf{u}(\mathbf{q}) \, d\Gamma = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \delta\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{q}) : \delta\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{q}) \, d\Omega \quad (10)$$

여기서 $\delta\mathbf{t}(\mathbf{q})$ 는 매개변수 벡터 \mathbf{q} 의 변화 때문에 발생하는 하중작용점의 표면력의 변분, $\delta\mathbf{u}(\mathbf{q})$ 는 매개변수 벡터 \mathbf{q} 의 변화 때문에 발생하는 하중작용점의 변위의 변분, $\delta\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{q})$ 와 $\delta\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{q})$ 의 매개변수 벡터 \mathbf{q} 의 변화 때문에 발생하는 응력과 변형률의 변

분이다. 이 식 (10)에서 $\mathbf{t}(\mathbf{q})$ 와 $\mathbf{u}(\mathbf{q})$ 는 평형상태에서는 외부 작용력과 작용점의 변위와 동일하나, 안정성 검토를 위한 변분 분석시에는 $\delta\mathbf{t}(\mathbf{q})$ 와 $\delta\mathbf{u}(\mathbf{q})$ 가 \mathbf{q} 에 의해 제어되며 구조시스템의 적합조건, 구성방정식, 평형조건에 의해 결정된다.

특정 하중상태의 좌굴여부를 판독하기 위해서는 식 (10)의 $\delta^2\Pi(\mathbf{q})$ 의 부호를 확인하며, 특정 \mathbf{q} 에 대해 $\delta^2\Pi(\mathbf{q})$ 가 양의 값을 유지하지 못하는 경우 좌굴로 판정한다. 식 (10)을 실제 문제에 직접 적용하기 위해서는 모든 하중 값에 대해 적절히 선택된 \mathbf{q} 에 해당하는 $\delta\sigma$ 와 $\delta\epsilon$ 를 계산하는 절차가 필요하며, 계산량이 기하급수적으로 증가한다.

본 연구에서는 (1) 식 (10)의 마지막 항이 단순히 매개변수 \mathbf{q} 의 선택에 의해 발생하는 변형에너지 U 의 이차량인 점과, (2) 경계면에 작용하는 외부 하중이 하중작용점의 변위와는 상관없다는 가정을 도입하여 매개변수를 이용해서 외부 하중이나 경계면의 변위를 제어하는 경우에 식 (10)을 적용할 수 있도록 하였다. 이 경우의 가정은 좌굴평가 대상 부재가 큰 구조시스템의 일부인 경우 해당 부재에 작용하는 하중은 변위의 함수이지만, 개별 부재의 좌굴 평가시의 하중은 독립적인 것으로 보는 것으로 대부분의 기준과 평가 기법에서도 적용하고 있다.

일반적으로 부재를 비선형 해석할 때 경계면에 작용하는 외부 하중이나 경계면의 변위는 제어 매개변수 λ 를 이용해서 제어된다. 경계면에 작용하는 하중이나 변위는 매개변수 λ 에 비례하여 선형적으로 증가하며, 각 스텝 별로 이에 해당하는 응력, 변형률, 에너지를 계산한다.

Fig. 6은 단일 하중에 의해 변형하는 구조물의 하중-변위 선도를 도식화한 것이다. 매개변수 λ 를 하중에 적용하면 매 단계별 하중은 매개변수에 비례한 값인 $\lambda_i P_0$ 이며, 이에 해당하는 변위 $u_i = u(\lambda_i P_0)$ 는 구조해석을 통해 계산한다. 반대로 매개변수를 변위에 적용하면 변위는 $\lambda_i u_0$ 이고, 반력 $R_i = R(\lambda_i u_0)$ 은 구조해석을 통해 계산한다. 여기서 P_0 과 u_0 은 각각 기준 하중과 변위이고, i 는 스텝을 의미한다.

변위를 제어하여 u_i 를 u_{i+1} 로 증가시키면 Fig. 6과 같이 외

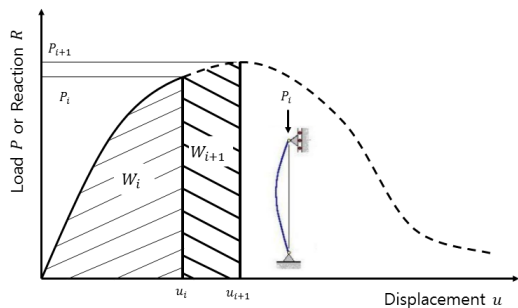


Fig. 6 External work increment of non-linear structure system under loading

부 일도 ΔW_i 만큼 증가한다. 이 외부 일의 증분은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta W_i = P_i \Delta u_i + \frac{1}{2} \Delta P_i \Delta u_i \quad (11)$$

여기서 i 는 매개변수 λ 로 제어되는 해석 스텝을 의미하고, $\Delta W_i = W_{i+1} - W_i$, $\Delta P_i = P_{i+1} - P_i$, $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ 이다. 식 (11)의 첫 번째 항은 선형 일이며, 두 번째 항은 이차 일이다. 위 일의 증분에서 ΔP_i 를 P_i 와는 독립적으로 선택할 수 있으며, Δu_i 를 ΔP_i 에 종속되게 계산하면 Δu_i 의 선택에 대한 외부 일의 증분을 계산할 수 있다. 에너지 평형조건에 의해 식 (11)의 스텝별 외부일의 증분은 변형에너지의 증분과 동일하므로, 식 (11)의 두 번째 항은 식 (10)과 같다. 그러므로 Δu_i 의 선택에 대한 좌굴 여부는 변형에너지의 이차량의 부호가 양이 아니면 좌굴로 평가한다.

하중상태가 매우 복잡한 경우는 식 (10)이나 (11)을 직접 적용하기가 거의 불가능하므로, 대신 각 스텝별 변형에너지 U 를 각 스텝별로 계산하고, 이 변형에너지를 매개변수 i 에 대해 이차 미분하여 좌굴임계점을 판별하는 방안을 제안하였다. 즉,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_i}{\partial i^2} > 0 & \quad \text{이면 안정} \\ \frac{\partial^2 U_i}{\partial i^2} \leq 0 & \quad \text{이면 좌굴} \end{aligned} \quad (12)$$

위 이차 미분보다는 이차 변분량을 사용하는 것이 더 편리하며, 유한차분법에 의해 다음과 같이 이차 변분량을 계산한다.

$$\begin{aligned} \delta U_i & \approx U_i - U_{i-1} \quad (\text{일차 변분량}) \\ \delta^2 U_i & \approx \delta U_i - \delta U_{i-1} = U_i - 2U_{i-1} + U_{i-2} \end{aligned} \quad (13)$$

스텝 j 에서 위 식 (12)의 안정조건이 상실되면, 스텝 j 는 외력 조건 또는 경계의 변위조건에 대한 임계점임을 의미한다. 문제에 따라서는 변형에너지 대신 경계면의 하중이나 반력의 변화를 다음과 같이 직접 계산하여, 그 부호를 사용하는 것이 용이할 수도 있다.

$$\begin{aligned} \delta^2 W & = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^T : \left(\frac{\partial \mathbf{t}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)^T : \delta \mathbf{u} \, d\Gamma \\ & \approx \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \Delta \mathbf{t}_i : \Delta \mathbf{u}_i \, d\Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

최대 강도 대 현재 작용력의 비인 식 (7)의 사용계수는 외부

일 W 또는 변형에너지 U 를 이용해서 다음과 같이 정의한다.

$$\eta = \frac{\sqrt{W^{ser}}}{\sqrt{W^{crit}}} = \frac{\sqrt{U^{ser}}}{\sqrt{U^{crit}}} \quad (15)$$

여기서 W^{ser} 및 U^{ser} 는 검토대상 하중 또는 변위에 의한 외부일과 변형에너지, W^{crit} 및 U^{crit} 는 $\Delta^2 W = 0$ 인 상태에 해당하는 외부일과 변형에너지이다. 선형탄성이고, 하중 성분의 분포와 방향이 일정하게 유지되는 경우는 식 (7)과 동일하다.

6. 적용 예제

6.1 단순지지 기둥

Fig. 7에 도시된 바와 같은 가장 기본적인 단순지지된 기둥을 예제로 제시하였다. 기둥의 단면은 $50 \times 50 \text{ mm}^2$, 길이는 2,000 mm이다. 해석을 단순화하기 위해, 탄성계수 $E = 200 \text{ GPa}$, 소성경화계수 $H = 2 \text{ GPa}$, 항복강도 $f_y = 355 \text{ MPa}$, 포와송비 $\nu = 0.3$ 의 탄소성 재료 물성치를 사용하였다. 오일러 법칙

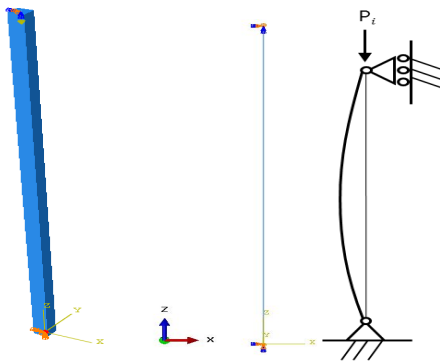


Fig. 7 Simply supported column

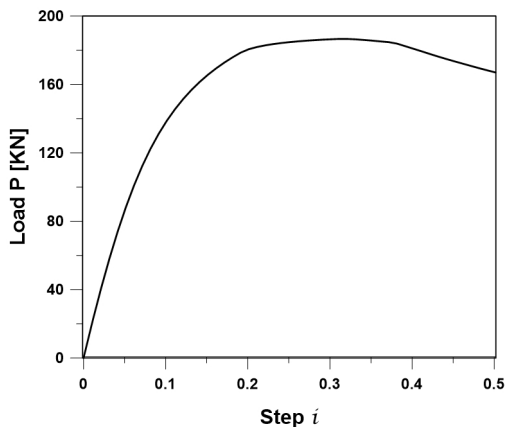
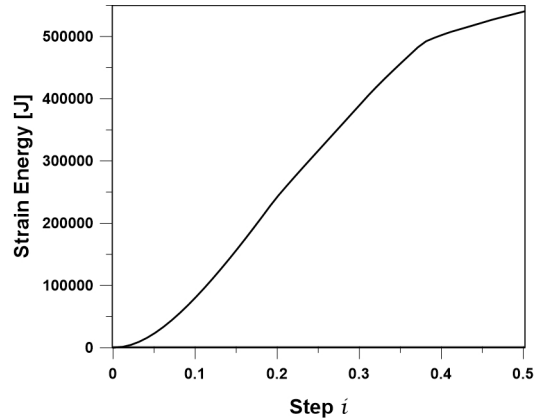
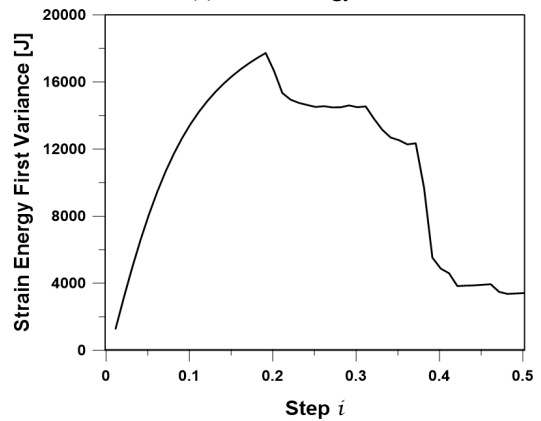


Fig. 8 Load-step relation of the simply supported column

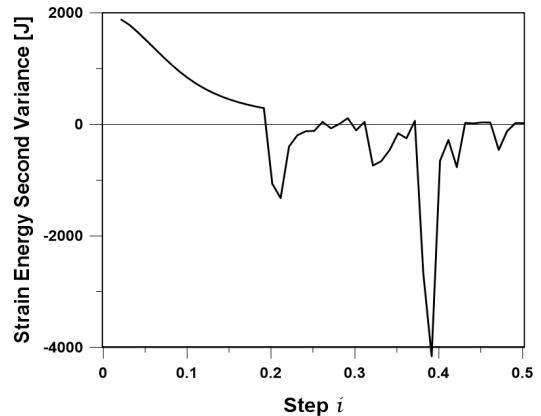
에 의해 계산한 임계하중은 $P_{cr} = 257.0 \text{ kN}$ 이다. EUROCODE 기준에 의해 중앙 처짐이 $S/200 = 2,000/200 = 10 \text{ mm}$ 가 되도록 초기결함을 설정하였다. 끝단에 변위하중을 점진적으로 재하하였다. 기준변위로는 $u_0 = 10 \text{ mm}$ 을 선택하였다. 초기 변형과 재료의 비선형을 고려하여 유한요소 해석을 통해 얻은 최대 하중은 Fig. 8에 도시된 바와 같이 재료의 비선형 때문에 오일러 법칙의 임계하중보다 작은 $P_{max} = 186 \text{ kN}$ 이 계산



(a) Strain energy



(b) The first variance of the strain energy



(c) The second variance of the strain energy

Fig. 9 Total Strain energy and its variations of the simply supported column

되었다.

이 기둥의 하중, 변형에너지와 변형에너지의 일차 변분량, 이차 변분량을 Fig. 9에 도시하였다. 이차 변분량은 음으로 바뀌기 직전인 스텝 $i=0.2$ 에서 임계치에 도달하였다. 이 이차 변분으로 판독한 임계 하중값은 182 kN으로 Fig. 8의 하중 변위 곡선을 통해 얻은 최대 하중점과 유사한 결과로 나타났다.

6.2 고정지지 기둥

Fig. 10에 도시된 바와 같이 한쪽 끝단이 고정단으로 지지된 기둥을 예제로 제시하였다. 기둥의 단면은 $50 \times 50 \text{ mm}^2$, 길이는 2,000mm이다. 해석을 단순화하기 위해 앞서 예제와 동일한 탄소성 재료 물성치를 사용하였다. 오일러 법칙에 의해 계산한 임계하중은 $P_{cr} = 525.9 \text{ kN}$ 이다. EUROCODE 기준에 의해 중앙 처짐이 $s/200 = 2,000/200$, $2,000/200 = 10 \text{ mm}$ 가 되도록 초기결함을 설정하였다. 끝단에 변위하중을 점진적으로 재하 하였다. 기준변위로는 $u_0 = 10 \text{ mm}$ 을 선택하였다. 초기 변형과 재료의 비선형을 고려하여 유한요소 해석을 통해 얻은 최대 하중은 Fig. 11에 도시된 바와 같이 재료의 비선형 때문에 오일러 법칙의 임계하중보다 작은 $P_{max} = 327 \text{ kN}$ 이 계산되었다.

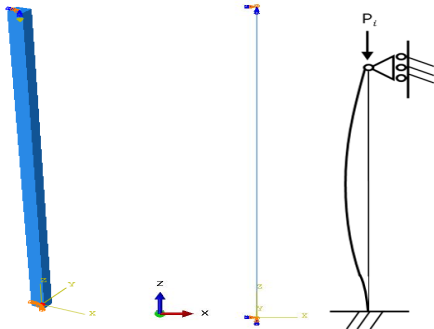


Fig. 10 Fixed supported column

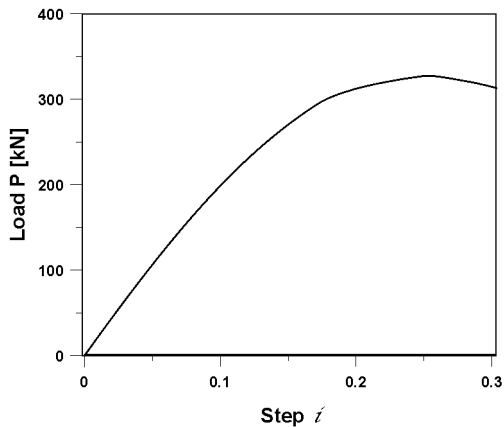
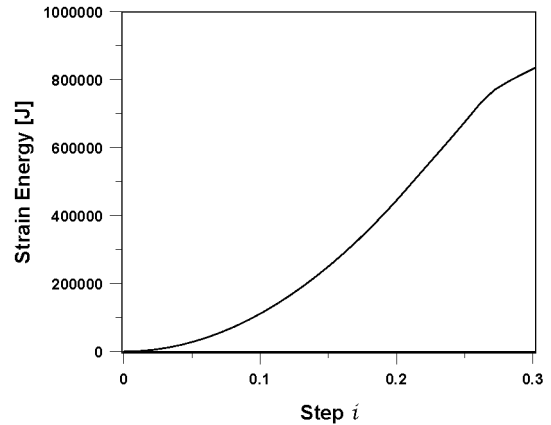
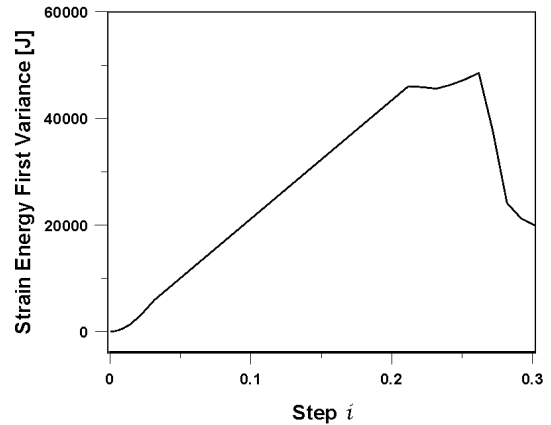


Fig. 11 Load-step relation of the fixed supported column

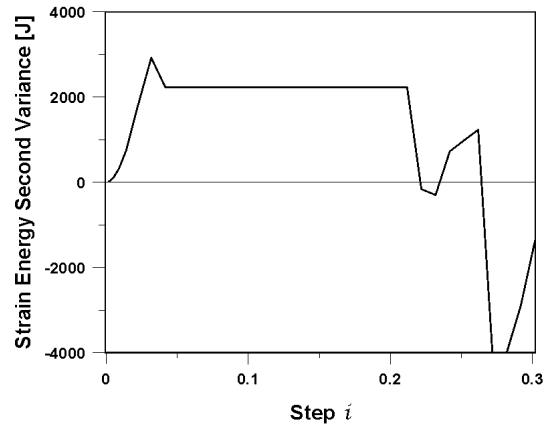
이 기둥의 하중, 변형에너지와 변형에너지의 일차 변분량, 이차 변분량을 Fig. 12에 도시하였다. 이차 변분량은 음으로 바뀌기 직전인 스텝 $i=0.22$ 에서 임계치에 도달하였다. 단순 지지 예제와 마찬가지로 이 이차변분으로 판독한 임계 하중값은 294 kN으로 Fig. 16의 하중 변위 곡선을 통해 얻은 최대 하중점과 유사한 결과로 나타났다.



(a) Strain energy



(b) The first variance of the strain energy



(c) The second variance of the strain energy

Fig. 12 Total Strain energy and its variations of the fixed supported column

6.3 TLP 구조의 브라켓 부재

Fig. 13은 대표적인 해양구조물인 TLP(tension leg platform) 구조이다. 원통형 수직 구조부재인 컬럼과 횡방향 구조부재인 거더는 주요 부재로서 강성이 매우 크며, 이 두 구조를 연결하기 위해 Fig. 14과 15의 브라켓 부재가 사용된다. 강성이 매우 큰 두 구조부재를 연결하기 때문에 이 브라켓 부재의 변형은 인접부재의 변위에 의해 유발된다(Jain, 1997).

수렴성 분석을 통해 Fig. 15와 같이 10mm 크기의 유한요소소를 사용하여 평가 대상 부재의 국부모델을 구성하였다. 대상 부재의 제원은 Fig. 15와 같다. 재료 비선형성과 기하 비선

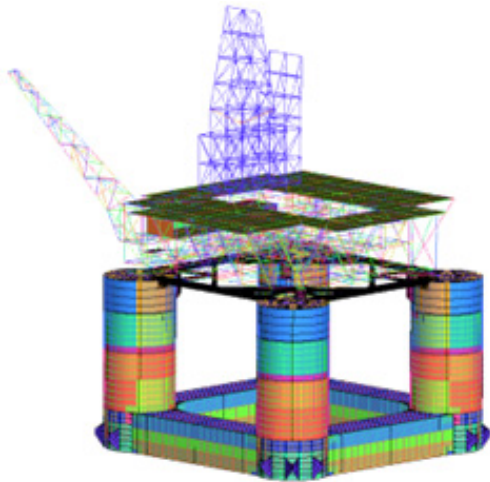


Fig. 13 Whole model of the TLP considered as examples in chapter 6.

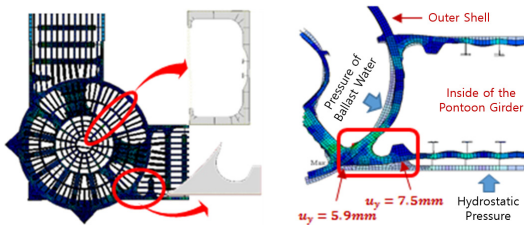


Fig. 14 Locations of example members

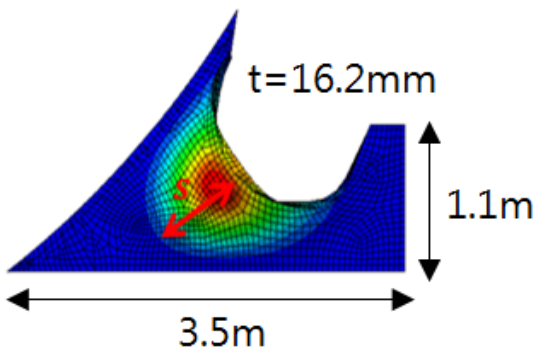
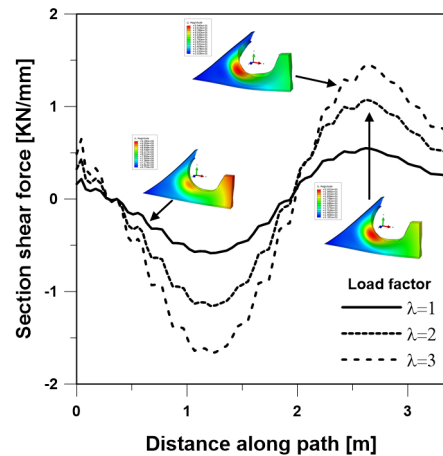


Fig. 15 Dimension of bracket member, buckling mode and imperfection

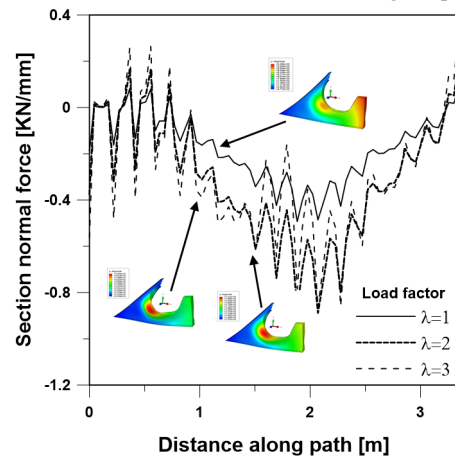
형성을 모두 고려한 유한요소 모델을 구축하였다. 재료 비선형 모델로는 탄성계수의 1%의 변형경화가 도입된 표준 J_2 탄소성모델을 채택하였다(ABAQUS manual, 2005). 탄성계수 $E = 200 \text{ GPa}$, 소성경화계수 $H = 2 \text{ GPa}$, 항복강도 $f_y = 355 \text{ Mpa}$, 포와송비 $\nu = 0.3$ 이다. 고유치 해석결과를 이용하여, EURO-CODE에 따라 $S/200$ 의 최대 면의 변위가 발생하도록 초기 변형을 도입하였다(Eurocode 3 1993-1-5, 2006). 초기변형을 도입하기 위해 굳이 고유치 해석을 실시할 필요는 없으며, 기타 다항식 또는 삼각함수 형태의 결함함수를 이용할 수도 있다(이승정의 2009).

Fig. 13의 전체 모델에서 평가대상 부재 경계면의 변위 분포를 추출하고, 이 변위 분포를 높은 해상도로 구성된 평가대상 부재의 모델의 경계에 매개변수를 이용해서 비례적으로 재하하였다. 즉, 임의의 스텝 i 에 경계면 Γ 에 가해진 변위는 다음과 같이 정의된다.

$$u_i(\mathbf{x}) = \lambda_i u_0(\mathbf{x}) \quad (16)$$



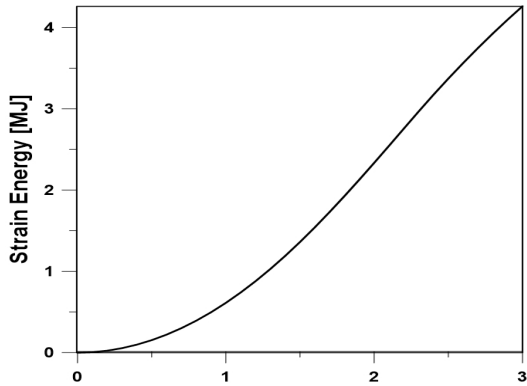
(a) Section shear force of the bracket along the path



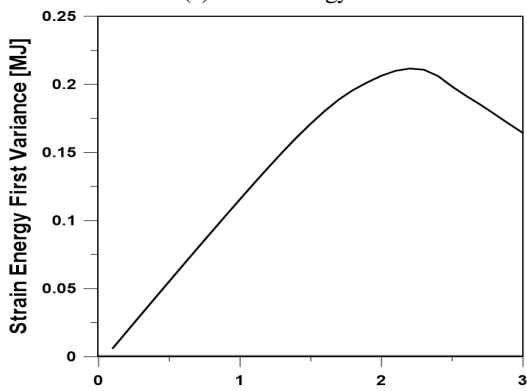
(b) Section normal force of the bracket along the path

Fig. 16 Section forces of the bracket member

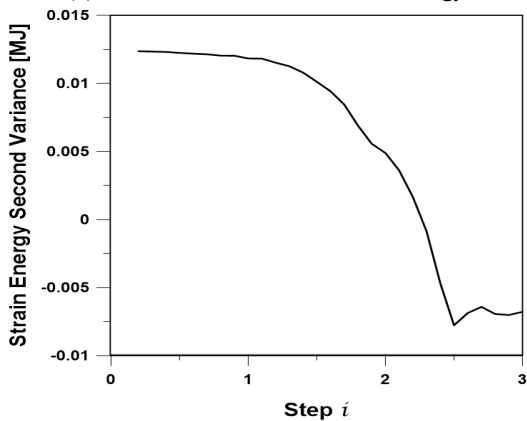
Fig. 16은 좌굴 평가 대상부재의 하면을 따라 관독한 변형 방향의 단면력과 전단방향 단면력의 분포이다(Pham et al, 2012). 비선형성의 매우 복잡한 단면력 분포를 확인할 수 있으며, 경계면 변위가 증가함에 따라 분포의 특성도 확연히 초기 상태로부터 변화한다. 초기에는 압축력의 분포가 국부적으로 좌굴이 진행되면서 인장력으로 방향이 바뀐 것을 확인할 수 있다. 또한 전단력의 분포는 초기 상태에서 두가지 작용 방향이 혼재하고 있으므로 단면력을 적분한 합력을 식 (8)에 대입



(a) Strain energy



(b) The first variance of the strain energy



(c) The Second variance of the strain energy

Fig. 17 Strain energy and its variations of the bracket member

하여 좌굴안정성을 평가할 수 없다.

경계면의 변위를 스텝에 따라 증가시킬 때, 변형에너지와 그 이차 변분량을 Fig. 17에 도시하였다. $i=1$ 은 기준 변위상태를 의미한다. 재료의 소성경화 특성과 변위 재하 때문에 스냅백은 발생하지 않고, 변형에너지는 지속적으로 증가하였다. 스텝이 $i=2.2$ 일 때 이차 변분량이 음의 값으로 변하므로 식 (12)와 (13)에 의해 이 때개변수 값에 해당하는 변형에너지가 임계상태의 변형에너지가 된다. 그러므로 사용상태의 에너지를 임계상태의 에너지와 비교하면 식 (15)에 의해 사용계수 η 를 계산할 수 있다.

$$\eta = \sqrt{\frac{U_{i=1}}{U_{i=2.2}}} = \sqrt{\frac{0.613}{2.757}} = 0.47 \quad (17)$$

DNV-RP-C201에서 추천하는 $\eta_0 = 0.6$ 과 비교할 때 좌굴안정성을 확보하고 있는 것으로 판단된다.

단면력이 비선형적으로 분포하므로 단면력의 대푯값을 설정하여 식 (7)을 직접 적용할 수는 없다. 수직방향 단면력의 크기가 최대인 스텝을 임계점으로 설정하고 각 지점의 단면력을 식 (7)에 대입하여 각 지점의 사용계수를 계산한 후 부재 경계면의 평균 사용계수를 계산하였다. 이 절차로 계산한 사용계수는 $\eta = 0.49$ 로서 역시 좌굴안정성을 확보하고 있다. 이 부재의 경우 두 기법에 의해 평가한 사용계수가 서로 유사하게 계산되었다. 따라서, 변형에너지를 이용한 방법을 사용할 경우 경계면에 따라 단면력을 적분할 필요 없이 사용계수를 도출해 낼 수 있다.

6.4 TLP 구조 노드의 내부 보강재

Fig. 14의 TLP의 수직 컬럼과 수평 거더가 만나는 부분은 통상 노드라 명명한다. 두가지 주 부재가 연결되기 때문에 큰 하중을 저항해야 하며, 응력상태가 매우 복잡하다. 노드 부재 내부는 채널형의 보강재로 보강되어 있는데, 노드 외벽의 강

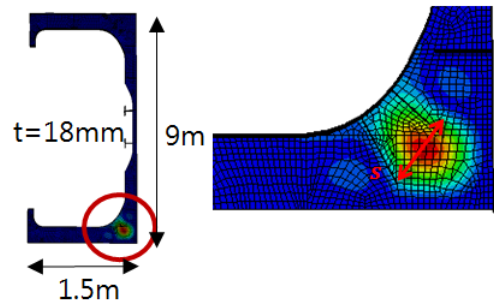


Fig. 18 buckling mode and imperfection of stiffener inside tank

성이 매우 크므로 이 보강재의 변형도 외벽의 변위에 의해 지배된다. 해석 조건은 6.3절의 예제와 유사하므로 생략한다. EUROCODE에 따라 Fig. 18의 초기 결함을 도입하였다.

Fig. 19에 도시된 바와 같이 경계면에서 판독한 단면력의 분포는 매우 복잡하며, 특히 일부분에 집중된 불연속적인 형태로 분포한다. 이러한 복잡한 분포 특성 때문에 적분하여 합력을 사용하는 것은 대표성을 얻기가 어려우며, 평균 단면력을 사용하는 것도 쉽지 않다.

경계면의 변위를 매개변수 i 를 이용하여 증가시킬 때 변형 에너지와 그 이차 변분량을 Fig. 20에 도시하였다. 역시 스냅백은 발생하지 않고, 변형에너지는 지속적으로 증가하였다. 스텝이 $i=2.3$ 일 때 이차 변분량이 음의 값으로 변하므로 식 (12)와 (13)에 의해 이 매개변수 값에 해당하는 변형에너지가 임계상태의 변형에너지가 된다. 그러므로 사용상태의 에너지를 임계상태의 에너지와 비교하면 식 (15)에 의해 사용계수 η 를 계산할 수 있다.

$$\eta = \sqrt{\frac{U_{i=1}}{U_{i=2.3}}} = \sqrt{\frac{2.757}{9.900}} = 0.53 \quad (18)$$

DNV-RP-C201에서 추천하는 $\eta_0 = 0.6$ 과 비교할 때 좌굴안정성을 확보하고 있는 것으로 판단된다. 6.3절의 예제와 마찬가지로 역시 수직방향 단면력이 최대인 스텝을 임계점으로 설정하고 식 (7)을 경계면의 각 지점에 적용하여 평균 사용계를

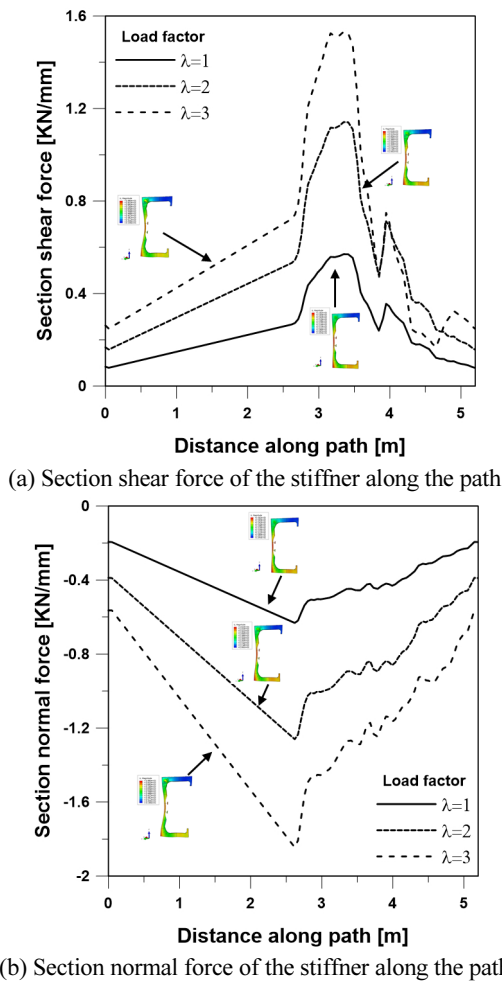


Fig. 19 Section forces of the stiffener member

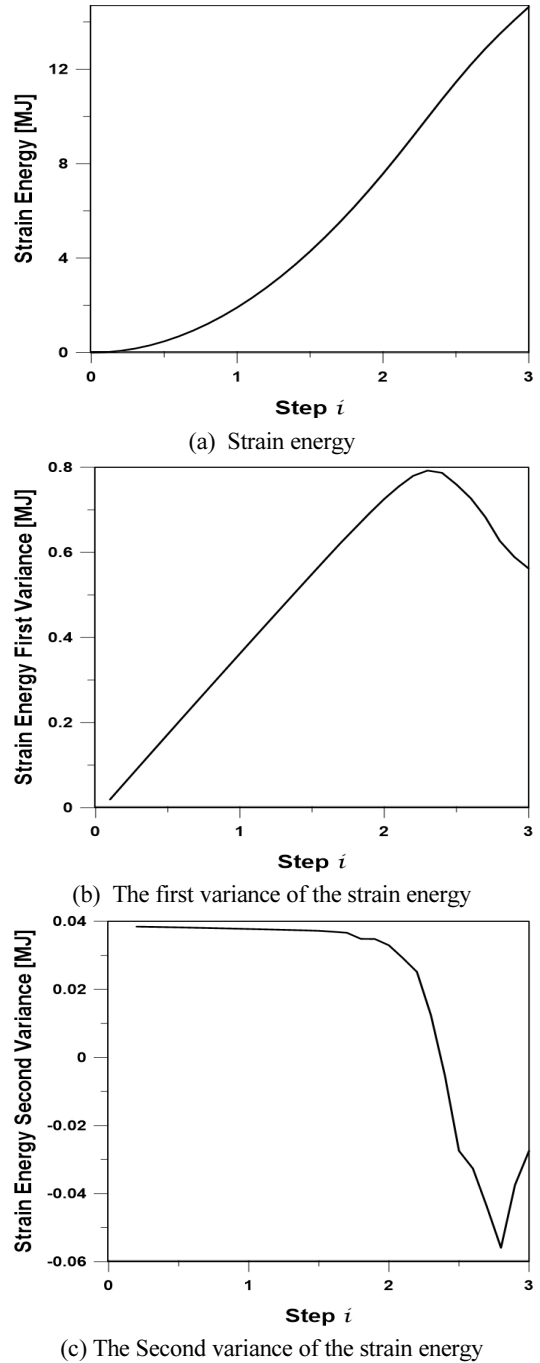


Fig. 20 Total Strain energy and its variations of the stiffener member

수를 계산할 수 있다. 이 결과는 $\eta = 0.22$ 로서 본 논문에서 제안하고 있는 에너지 기반의 사용계수 값식 (18)과는 상당한 차이가 있으며, 본 논문에서 제안하는 사용계수 산정법이 보다 보수적인 결과를 도출하였다. 기존 DNV방법에서 제시한 방법과 다르게 적분하는 응력성분의 범위를 선정하지 않아도 되는 점에서 편리하고, 선정하는 과정에서 발생할 수 있는 평가자의 주관적인 견해를 최대한 배제하여 객관적인 결과를 제공할 수 있다.

7. 결론

- 매개변수 해석 등과 같이 외부 하중이나 변위를 점진적으로 증가시키는 수치해석 기법에 적용할 수 있는 변형에너지의 이차 변분량을 이용한 좌굴평가 기법을 제안하였다.
- 이 기법은 부재 경계면에 작용하는 단면력 분포의 복잡성에 영향을 받지 않으며, 하중 재하단계에 단면력의 작용방향이 반대로 바뀌는 경우에도 적용할 수 있으며 단일 평가지표를 제공한다.
- 본 기법은 개별 부재 뿐 만 아니라 임의로 선택된 구조계의 부분 또는 전체의 좌굴평가에도 아무런 수정없이 변형에너지와 이차 변분량만을 계산하여 적용할 수 있다.
- 부재 경계에 작용하는 하중이 변위에 의존하는 경우에는 변형에너지의 이차 변분량만을 사용하는 본 기법을 이용할 수 없으나, 실무적인 관심사인 부재의 좌굴저항능력의 평가는 용이하게 수행할 수 있다.
- 복잡한 해양구조물 판부재의 좌굴안정성 평가를 본기법을 이용해서 수행하였고, 간단한 단순지지 예제를 이용해서 기존 기법과 동일한 결과를 얻는 것을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 2013년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제이며 (No. 20133010021770), 2015년 현대중공업(과제명: TLP 좌굴강도 평가 기술 및 비선형해석 적용법 정립)의 지원에도 감사드립니다.

References

- Do, H. M., Lee, J. R., and Yeom, C. U. (2016), The State of Arts on the Evaluation of the Buckling Strength of Sea Trust-Holdan, Bulletin of The Society of Naval Architects of Korea, *The Society of Naval Architects of Korea*, 45(4), 18-22.
- ABAQUS (2005) Version 6.5 User's Manual, Hibbit: Karlson & Sorensen Inc.
- Bazant, Z. P., and Cedolin, L. (1991), *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*, Oxford University Press, New York.
- DNV-RP-C201 (2010), Buckling Strength of Plated Structures, Det Norske Veritas.
- DNV-RP-C202 (2013), Buckling Strength of Shells, Det Norske Veritas.
- DNV-RP-C208 (2013), Determination of Structural Capacity by Non-linear FE Analysis Methods, Det Norske Veritas
- EN 1993-1-5 (2006) Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-5: General Rules – Plated Structural Elements, European Committee for Standardization.
- Jain, A. K. (1997), Nonlinear Coupled Response of Offshore Tension Leg Platforms to Regular Wave Forces, *Ocean Engineering*, 24(7), 577-592.
- Jang, B. S., and Cho, H. Y. (2009), Comparison of Buckling Check Formulas and Optimal Design, *Journal of Ocean Engineering and Technology*, *The Korean Society of Ocean Engineers*, 23(5), 71-78.
- Kim, S. Y., Moon, Y. S., Lee, S. J., Choi, G. G., and Zi, G. S. (2015), Buckling Strength Evaluation of Non-linear Behavior of TLP, KSCE 2015 Convention 2015 Civil Expo & Conference, *Korean Society of Civil Engineers*, 45-46.
- Kim, U. N., Jang, J. T., and Joung, J. H. (2011), Development of a Stability Evaluation System based on Marine Structural Design Codes, Conference Proceeding of the Society of Naval Architects of Korea, The Society of Naval Architects of Korea, 1048-1055.
- Lee, S. J., Yoon, Y. C., Cho, W. Y., Yu, S. M., and Zi, G. S. (2009), Large Deformation Inelastic Analysis of API-X80 Steel Linepipes, *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, *Computational Structural Engineering Institute of Korea*, 22(4), 363-370.
- Minoru Harada, Masahiko Fujikubo (2002), Estimation of Buckling and Ultimate Strength of a Rectangular Plate with Cutout, The Twelfth International Offshore and Polar Engineering Conference, The International Society of Offshore and Polar Engineers, 630
- Paik, J. K., Kim, B. J., Seo, J. K., (2008), Methods for Ultimate Limit State Assessment of Ships and Ship-Shaped Offshore Structures: Part II Stiffened Panels, *Ocean Engineering*, *Elsevier*, 35(2), 271-280.
- Pham, CH, and Hancock, GJ (2012), Tension Field Action for Cold-formed Sections in Shear, *Journal of Constructional Steel Research*, 72, 168-178.

Received : 03/07/2017

Revised : 04/11/2017

Accepted : 04/18/2017

요 지 : 비정형 판 부재의 탄소성 좌굴 강도를 평가할 수 있는 새로운 지표를 제안하였다. 부재 경계면에 작용하는 하중 또는 경계면의 변화에 따른 외부일 또는 변형에너지를 부재의 평형 변형경로에 따라 계산하고, 이 에너지의 이차 변분량의 부호가 양에서 음으로 바뀌는 시점을 안정한계로 제안하였다. 판 부재의 단면력을 등분포 또는 선형으로 근사한 상태로 단면력을 사용하여 좌굴한계를 평가하는 현 기법과는 반대로 단면력의 변화가 비선형적인 복잡한 경우에도 간단히 좌굴한계를 평가할 수 있다. 선형탄성 문제에 대해서는 본 기법의 결과와 전통적인 방법이 동일한 결과를 도출한다.

핵심용어 : 판의 극한강도, 탄소성 구조안정성, 변형에너지, 비정형 판부재, 해양구조물
