

강소성 유한요소법에서의 다결정 모델의 구현

강경필¹ · 이경훈¹ · 김용환^{2, #} · 신광선³

Implementation of Polycrystal Model in Rigid Plastic Finite Element Method

G. P. Kang, K. Lee, Y. H. Kim, K. S. Shin

(Received May 25, 2017 / Revised July 18, 2017 / Accepted August 21, 2017)

Abstract

Magnesium alloy shows strong anisotropy and asymmetric behavior in tension and compression curve, especially at room temperature. These characteristics limit the application of finite element method (FEM) which is based on conventional continuum mechanics. To accurately predict the material behavior of magnesium alloy at microstructural level, a methodology of fully coupled multiscale simulation is presented and a crystal plasticity model as a constitutive equation in the simulation of metal forming process is introduced in this study. The existing constitutive equation for rigid plastic FEM is modified to accommodate deviatoric stress component and its derivatives with respect to strain rate components. Visco-plastic self-consistent (VPSC) polycrystal model was selected as a constitutive model because it was regarded as the most robust model compared to Taylor model or Sachs model. Stiffness matrix and load vector were derived based on the new approach and implemented into DEFORMTM-3D via a user subroutine handling stiffness matrix at an elemental level. The application to extrusion and rolling process of pure magnesium is presented in this study to assess the validity of the proposed multiscale process.

Key Words : Visco-plastic Self-consistent, Polycrystal Model, Mg Alloy, Finite Element Method, Multiscale

1. 서론

자동차 산업에서는 환경 규제에 대한 대응으로 연비 향상을 도모하고 있으며, 차량의 경량화는 가장 유력하고 가능성이 높은 대안으로 여겨진다. 알루미늄, 복합소재 등과 함께 최근 마그네슘도 경량소재로서 주목받고 있다. 지금까지는 실린더 헤드 커버, 하우징 등 주로 주조재로서 적용되어 왔으나, 수요범위를 확장하기 위해서는 구조재로 사용될 수 있는 단조, 압연, 압출 등의 가공 공정을 거친 부

품의 비중 확대가 필요하다. 마그네슘은 육방조밀 격자(hexagonal closed packed) 구조를 지니는데, 높이 방향인 c축으로는 변형저항이 매우 큰 반면, 기저면을 따라서는 슬립에 대한 변형 저항성이 매우 낮다. 이로 인해 압연 후의 판재는 c축과 ND(normal direction)가 나란히 배향되는 강한 집합조직을 형성하게 된다. 이러한 특성을 지닌 마그네슘 압연 판재는 두께 방향으로의 성형성이 매우 불량하여, 벤딩이나 드로잉 등의 후속 공정에 어려움이 많은 실정이다.

1. ㈜솔루션랩
2. 충남대학교
3. 서울대학교

Corresponding Author : School of Mechanical Engineering, Chungnam National Univ., E-mail: yonghkim@cnu.ac.kr

압연 후의 마그네슘 판재는 상온조건에서 인장과 압축시의 응력-변형률 선도 패턴이 매우 상이한 비대칭성(asymmetry)을 가지며, 성형중 집합조직의 형성에 따른 이방성(anisotropy) 발달이 두드러진다. 이러한 특성으로 연속체 역학에 기반한 기존의 유한요소법으로는 소성가공 중 변화하는 물성의 변화를 정확히 반영할 수 없어, 수치해석의 적용에 한계가 있었다. 마그네슘 합금의 비대칭성과 이방성에 기인하는 전산모사의 난점을 극복하기 위해 신규 항복함수 모델을 사용하거나, 반복적인 하중 변화 문제에 경로의존적 경화모델을 적용한 연구들이 수행된 바 있다[1~4].

다결정 모델(polycrystal model)은 미세조직과 거시범위에서의 물성 응답을 연계하는 모델로서, 단결정 레벨에서의 소성변형 기구를 고려하며, 집합조직의 발달 모사 외에도 다결정체에서의 응력-변형률 응답 계산을 수행하게 된다. Fig. 1에 그 개요도를 나타내었다. 대표적인 다결정 모델들 중 점소성 자기일관성(visco-plastic self-consistent) 모델은 응력평형 조건과 변형률연속 조건을 동시에 만족하기 때문에 고전적 다결정 모델들 보다는 엄밀한 모델로 인식되고 있다[5, 6]. Molinari[7]가 도입한 이후 이방성 거동까지 고려가 가능한 확장된 점소성 자기일관성 다결정 모델은 Lebensohn과 Tomé[8]에 의해 개발되었다. 이후 미세조직의 변화를 보다 실제적으로 모사할 수 있는 추가적인 작업들이 이 모델에 기반하여 이루어져왔다. 그 사례로는 전위밀도의 변화와 연계한 경화모델의 구현[9], 기공의 변화를 설명할 수 있는 압축성 다결정 모델의 구현[10], 연화과정을 모사하기 위한 재결정 모델의 구현[11, 12]을 들 수 있다. 유한요소법과 점소성 자기일관성 모델을 결합한 멀티스케일 해석도 2000년대부터 시도되고 있다. 지르코늄과 우라늄 소재 벤딩[9, 13], 알루미늄 압연[14] 문제에 탄소성 유한요소법과 결합한 멀티스케일 해석 연구가 진행된 바 있다.

본 연구에서는 이방성 발달과 비대칭성에 의해 기존 연속체 역학 기반의 유한요소법에서는 적용할 수 없었던 문제점을 극복하기 위해, 미세조직 단계에서의 재료 거동 변화를 거시범위 해석에서 실시간으로 반영할 수 있는 멀티스케일 해석기법을 구축하고자 한다. 소성가공 중 집합조직의 변화를 반영할 수 있는 멀티스케일 해석을 위해, 점소성 자기일관성 다결정 모델을 구성방정식으로 하고, 탄

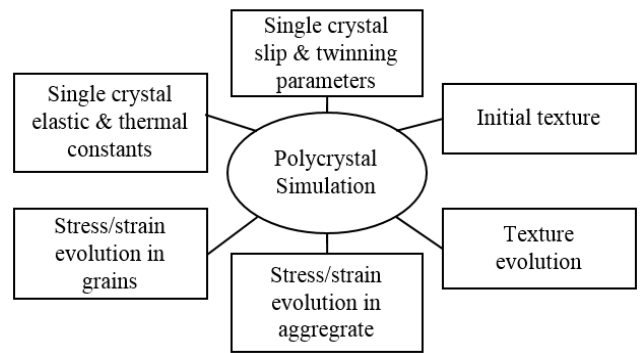


Fig. 1 Schematic diagram of polycrystal model [15]

소성 유한요소법보다는 대변형의 성형 문제에 대해 계산시간과 수렴성에 있어 장점을 지닌 강소성 유한요소법을 선정하여 결합을 시도하였다.

2. 멀티스케일 방법론

2.1 점소성 자기일관성 다결정 모델

점소성 자기일관성 다결정 모델에서는 Fig. 2에 보인 바와 같이 점소성 거동과 이방성을 가지는 균질한 등가의 매질인 HEM (homogeneous effective medium) 내부에 개별 결정립이 타원체 개재물로 가정되어 위치하게 된다. 외력이 HEM에 작용하면 응력 평형방정식을 만족하도록 반복(iteration) 과정을 거치며 결정립 내부에서의 응력 σ , 변형률속도 $\dot{\epsilon}_b$, 컴플라이언스(compliance) $M^{(12)}$ 가 결정된다. HEM의 특징은 계산에 고려된 모든 결정립의 평균으로 정의가 된다. 따라서, 초기에는 차이가 있지만, 수렴된 최종 결과는 모든 결정립들의 평균값과 HEM의 특성이 동일한, 즉 자기일관성을 구비한 결과가 도출된다[8].

점소성 자기일관성 모델에서는 소성변형 기구별로 변형저항을 정의하는데 있어 식 (1)에 보인 Voce의 경화모델식을 사용한다[13].

$$\tau_c = \tau_0 + (\tau_1 + \theta_1 \Gamma) \left(1 - \exp \left(-\frac{\theta_0 \Gamma}{\tau_1} \right) \right) \quad (1)$$

여기에서 $\tau_c, \tau_0, \tau_1, \theta_0, \theta_1, \Gamma$ 는 각각 임계전단 응력, 초기 임계전단응력, 역외삽된 응력항, 초기 기울기, 점진적 기울기, 전단변형률에 해당한다.

점소성 자기일관성 다결정 모델에서는 쌍정 분율에 따른 집합조직에 대한 영향은, 지배적인 쌍정의 방위에 따라 결정되도록 하는 PTR(predominant twin

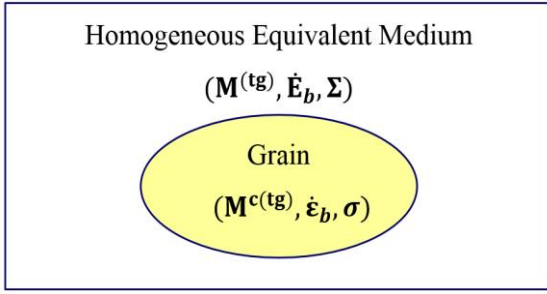


Fig. 2 Schematic diagram of visco-plastic self-consistent polycrystal model

reorientation) 모델을 사용한다[16]. 이 모델에서는 각 결정립에서 가장 주도적인 쌍정 시스템을 확인한 뒤 그 쌍정 분율이 임계 체적분율보다 크면 결정립 전체의 방위를 전환하게 된다.

2.2 다결정 모델과 유한요소법의 연계

구성방정식의 역할을 수행할 다결정 모델과 강소성 유한요소법을 완전 결합하기 위한 수식의 유도 과정은 Lee 등[17]이 제시한 바 있다. 강소성 유한요소법의 지배방정식을 표현하는데 있어 기존에 사용하던 등가 응력(effective stress)과 등가 변형률속도(effective strain rate) 대신 식 (2)와 같이 변분식 $\delta\pi$ 를 응력과 변형률속도의 성분으로 구성할 필요가 있다.

$$\begin{aligned} \delta\pi &= \delta\pi_D + \delta\pi_p + \delta\pi_{s_f} \\ &= \int_V \sigma'_{ij} \delta\dot{\epsilon}_{ij} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta\dot{\epsilon}_v dV - \int_S t_i \delta u_i dS \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 $\delta\pi_D, \delta\pi_p, \delta\pi_{s_f}$ 는 각각 소성변형, 체적일정, 하중 경계조건과 관련된 항이다. $K, \dot{\epsilon}_v, t_i$ 는 각각 체적 벌칙상수(penalty constant), 체적 변형률속도, 단위면적당 표면력(surface traction)에 해당한다. 이하에서는 각 항을 인덱스 명기법으로 표기하도록 한다. 변형률속도 ϵ_i 를 변형률속도 행렬(strain rate matrix)의 성분 B_{ij} 와 절점의 속도장 v_j 의 곱으로 표현하면 식 (3)과 같다. 식 (2)에서의 $\delta\pi_D$ 를 절점 속도에 관해 1차 편미분한 항은 식 (4)와 같고 이는 요소의 하중벡터를 구성하게 되며, 2차 편미분항은 식 (5)와 같고 이는 요소의 강성행렬을 구성하게 된다.

$$\dot{\epsilon}_i = B_{ij} v_j \quad (3)$$

$$\frac{\partial \pi_D}{\partial v_i} = \int_V \sigma'_k \frac{\partial \dot{\epsilon}_k}{\partial v_i} dV = \int_V B_{ik} \sigma'_k dV \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_D}{\partial v_i \partial v_j} = \int_V B_{ik} \frac{\partial \sigma'_k}{\partial v_j} dV = \int_V B_{ik} \frac{\partial \sigma'_k}{\partial \dot{\epsilon}_m} B_{mj} dV \quad (5)$$

본 연구에서는 다결정 모델을 구현한 코드로는 미국 Los Alamos National Laboratory에서 개발한 VPSC 코드를 사용하였고, 이를 강소성 유한요소법에 적용하기 위해 SFTC사에서 개발한 상용 프로그램인 DEFORMTM에 사용자 서브루틴을 사용하여 구현하였다. 두 코드간에 정보교환을 위해서는 속도구배 L , 편차응력 σ' 과, 편차응력의 변형률속도 $\dot{\epsilon}$ 에 대한 미분값인 $\partial\sigma'/\partial\dot{\epsilon}$ 의 데이터 교환이 필요하다. 속도구배의 경우에는 두 코드 모두 9개의 성분을 사용하여 문제없으나, 편차응력과 그 미분항은 두 코드간에 각기 정의하는 방식이 다르므로 코드간 변수들을 연결할 수 있는 매개행렬의 정의가 필요하다. DEFORMTM에서는 Voigt 명기법을 사용하며, 이는 9개의 텐서 성분을 대칭성을 고려하여 식 (6), (7)과 같이 6개로 줄여 표현하는 방식이다.

$$\begin{aligned} \sigma'^T &\equiv (\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3, \sigma'_4, \sigma'_5, \sigma'_6) \\ &= (\sigma'_{11}, \sigma'_{22}, \sigma'_{33}, \sigma'_{12}, \sigma'_{23}, \sigma'_{31}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^T &\equiv (\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3, \dot{\epsilon}_4, \dot{\epsilon}_5, \dot{\epsilon}_6) \\ &= (\dot{\epsilon}_{11}, \dot{\epsilon}_{22}, \dot{\epsilon}_{33}, 2\dot{\epsilon}_{12}, 2\dot{\epsilon}_{23}, 2\dot{\epsilon}_{31}) \end{aligned} \quad (7)$$

VPSC 코드의 경우에는 편차응력 σ^i 과 변형률속도 $\dot{\epsilon}^i$ 간의 형태가 일치하는 Lequeu의 명기법[18]을 사용하여 수식처리에 효율성을 도모하고 있다. 여기에서는 정수압 응력항과 체적불변형 조건에 의해 항이 하나씩 줄어들어 5개의 항으로 표현된다.

$$\sigma^{i,T} = \left(\frac{(\sigma_{22} - \sigma_{11})}{\sqrt{2}}, \frac{(2\sigma_{33} - \sigma_{11} - \sigma_{22})}{\sqrt{6}}, \sqrt{2}\sigma_{23}, \sqrt{2}\sigma_{13}, \sqrt{2}\sigma_{12} \right) \quad (8)$$

$$\dot{\epsilon}^{i,T} = \left(\frac{(\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{11})}{\sqrt{2}}, \frac{(2\dot{\epsilon}_{33} - \dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22})}{\sqrt{6}}, \sqrt{2}\dot{\epsilon}_{23}, \sqrt{2}\dot{\epsilon}_{13}, \sqrt{2}\dot{\epsilon}_{12} \right) \quad (9)$$

두 코드간의 매개행렬 U 는 식 (10)과 같이 정의되며 상기 식 (6)과 (8)을 대입하여 구할 수 있다.

$$\sigma' = U \sigma^i \quad (10)$$

이 매개행렬 U 는 또한 DEFORMTM에서의 미분항 $[\partial\sigma'/\partial\dot{\epsilon}]_{DEF}$ 과 VPSC에서의 미분항 $[\partial\sigma^i/\partial\dot{\epsilon}^i]_{VPSC}$ 간에도

식 (11)의 관계에 의해 관여된다.

$$[\partial\sigma'/\partial\dot{\epsilon}]_{DEF} = \mathbf{U}[\partial\sigma^\lambda/\partial\dot{\epsilon}^\lambda]_{VPSC} \mathbf{U}^T \quad (11)$$

3. 멀티스케일 해석

3.1 물성 파라미터의 확보

HCP 구조인 마그네슘은 소성 변형기구가 4개의 슬립과 2개의 쌍정 모드로 구성된다고 알려져 있다. Voce 경화모델에서는 4개의 파라미터가 필요하고, 쌍정 모델인 PTR 모델에서는 재료상수가 쌍정 모드 별로 2개씩 필요하므로 전체적으로 약 30개 이상의 물성 파라미터를 결정해야 한다. 한편, 유전자 알고리즘은 수식적으로 표현 가능하지 않은 최적화 문제, 동시에 많은 변수를 결정해야 하는 문제에 적합하다고 알려져 있다. VPSC 코드를 구동하기 위해 필요한 물성 파라미터들은, 유전자 알고리즘과 결합하여 실험에서 구한 단순 인장과 단순 압축 시험선도를 근사화하는 최적화 과정을 통해 확보할 수 있다. Lee 등은 이를 구현한 최적화 프로그램 VPSC-GA 를 개발한 바 있다[17].

본 연구에서는 멀티스케일 해석을 위한 물성으로 순수 마그네슘을 선정하였다. Bian [19]은 순수 마그네슘의 인장과 압축시험을 수행한 뒤 VPSC-GA 프로그램에 입력하여 최적화된 물성 파라미터들을 확보하였다. 최종적으로 결정된 파라미터로 도시된 인장 및 압축선도와 시험 결과를 Fig. 3에 보였고, 확보한 물성 파라미터는 Table 1에 나타내었다.

3.2 압출 공정의 전산모사

순수 마그네슘 소재를 대상으로 상온에서의 압출 공정에 대한 멀티스케일 전산모사를 수행하였다. 마그네슘 합금의 압출은 섭씨 300도 이상에서 이루어지는 것이 일반적이다. 하지만, 여기에서는 제시하는 멀티스케일 해석법이 제대로 동작하는지 검토하는 것이 주된 목적이며, 또한 사용한 VPSC 코드가 재결정에 대해 적용되지 않는 점을 고려하여 상온 조건에 대한 전산모사를 수행하였다. Fig. 4와 같이 링 형태의 빌렛 (billet), 내측의 코어 다이 (core die), 외측 금형, 램 (ram)으로 모델을 구성하였고, 초기 압출 빌렛은 내부 직경 10 mm, 외부 직경 40 mm, 높이 24mm로 구성하였다. 압출비는 압출각 17.5도, 단면적 감소율 15:8로 설계하였다. 초기 집합조직은

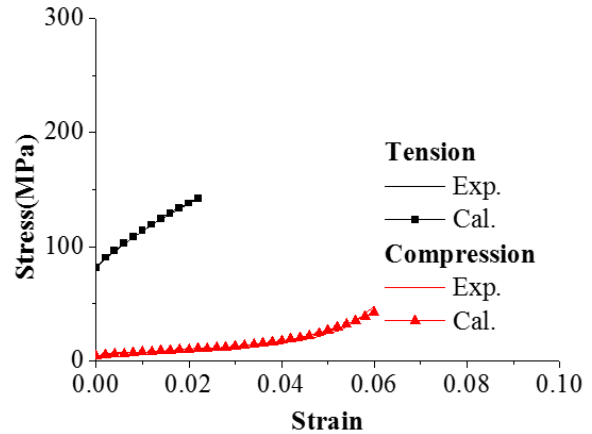


Fig. 3 Comparison of experimental and calculated stress strain curve by VPSG-GA program [19]

Table 1 CRSS parameters of pure magnesium at room temperature [19]

Mode	τ_0	τ_1	θ_0	θ_1
Basal	0.7	0.7	415.5	100.0
Prismatic<a>	37.7	23.5	664.5	197.4
Prismatic<c+a>	55.0	48.9	997.0	173.7
Tensile Twin	1.7	1.1	45.6	20.5
Compressive Twin	93.5	36.3	1353.7	180.2

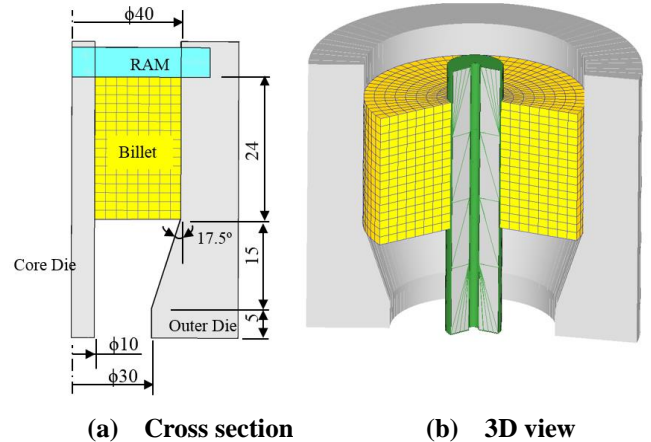


Fig. 4 Tool setup of extrusion simulation and dimension of billet

1,000개의 방위로 표현되며 주조처럼 무작위의 방위분포를 지니는 것으로 가정하였다. 해석 모델 구성은 128개 육면체 요소를 사용하였으며, 축대칭성을 고려하여 원주 방향으로 1개의 요소만 사용하였다. 마찰조건은 무마찰 조건을 적용하였다.

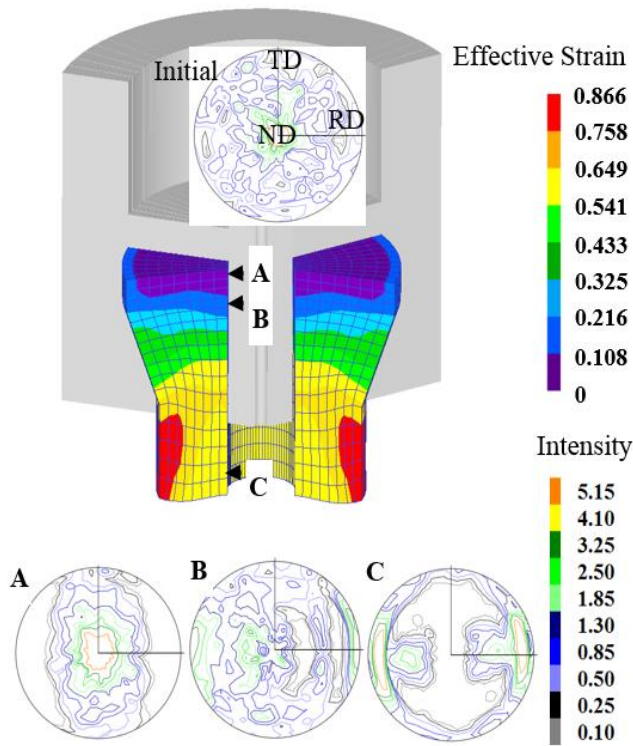


Fig. 5 Effective plastic strain distribution and (0002) pole figures after extrusion process

해석 결과로서 압출 최종 단계에서의 3개 지점에 대한 집합조직을 Fig. 5에 보였다. 램과의 접촉부인 A 지점에서는 압출방향으로 압축력이 작용하고, 따라서 기저면의 법선 벡터가 압축면에 나란하게 배열된다. (0002) 극점도는 c축이 압출방향(ED; extrusion direction)으로 집중된 집합조직임을 알 수 있다(ED와 ND는 동일방향임). 그러나, 이후 압출 진행시에는 반경방향으로 압축력이 작용하게 된다. B 지점에서는 A지점에서 확인할 수 있었던 명확하던 집합조직이 다소 무작위적으로 배열되고 집합조직 강도(intensity)가 낮아진 것을 확인할 수 있다. 최종적으로 압출되어 나온 소재의 안쪽 지점인 C지점에서는 격자의 c축이 압출방향에 수직으로 배향된 것을 확인할 수 있다. 이러한 압출시 ED에 수직으로 집중된 (0002) 극점도는 마그네슘 합금 AZ31 에서 관찰되는 기존의 결과와 일치한다[20~22].

3.3 압연 공정의 전산모사

압연공정의 멀티스케일 전산모사에 있어서는 썸기형상(wedge shape)의 판재를 사용하였다. 이 판재는 다양한 압하비를 한 공정에서 확보할 수 있도록

고안된 형상을 취하고 있다. 초기의 판재 형상은 두께 1~3 mm로 하였고, 폭은 6mm, 길이는 30mm 이다. 해석 모델은 대칭성을 고려하여 1/4 대칭으로 모델링하였고, 롤 직경은 200mm, 롤갭은 1mm로 상온 조건에서 해석을 수행하였다. 마찰조건은 전단마찰 조건으로 롤과 판재간 전단마찰계수는 0.2의 값을 사용하였다. 초기 집합조직은 1,000개의 결정립을 샘플링하여 생성하였고, 압연 시편 전체가 무작위의 방위분포를 가지는 것으로 가정하였다.

해석 결과로서 유효 소성변형률과 (0002) 극점도를 Fig. 6에 나타내었다. 집합조직의 분포를 보면 압연이 시작하는 A 지점(두께 중심)에서 변형률이 0.14 수준인 경우 기저슬립이 활성화된 집합조직을 보임을 알 수 있다. 즉 결정의 c축이 압연면의 법선벡터와 나란한 방향이 된다. 변형률이 0.36 수준인 B 지점(두께 중심)에서는 극점도의 강도가 더 강해지고, 이후에는 기저슬립 외에 다른 변형모드도 함께 활성화되는 것으로 예측된다. 이러한 해석 결과는 일반적인 마그네슘 합금의 압연 공정에 나타나는 전형적인 집합조직과 상응하는 결과이다[21, 23]. 또한 확대 그림의 요소 형상으로부터 확인할 수 있듯이, 두께 중심부는 주로 압하력만 작용하는데 반하여, 표면부위로 갈수록 압하와 함께 전단력도 동시에 작용함을 알 수 있다. (0002) 극점도에 있어서도 CC 지점에서는 비기저 슬립이 많이 활성화되었음을 알 수 있고, CS 지점에서는 전단력 방향, 즉 압연방향으로 극점이 이동한 것을 확인할 수 있다. 이 두 지점에서의 상대활동도의 변화양상을 공정시간을 x축으로 하여 Fig. 7에 나타내었다. 변형 초기단계에서는 기저슬립과 인장 쌍정이 주요한 변형모드이지만, 이후 인장 쌍정을 대신하여 pyramidal<c+a> 슬립으로 대체되는 것을 확인할 수 있다. 이후 다시 인장 쌍정이 활성화되고, pyramidal<c+a> 슬립이 감소하여 두 변형모드는 상호 경쟁적으로 발생하는 것을 확인할 수 있다. 압축 쌍정과 prismatic 슬립은 상대적으로 적은 활동도를 나타내고 있다. 전단력이 작용하는 0.55 초 이후의 활동도를 비교하면 인장쌍정의 감소와 다른 변형모드의 활성화를 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구는 마그네슘이 가진 상온에서의 인장/압축 선도의 비대칭성과 성형중 발달하는 이방성에 의해,

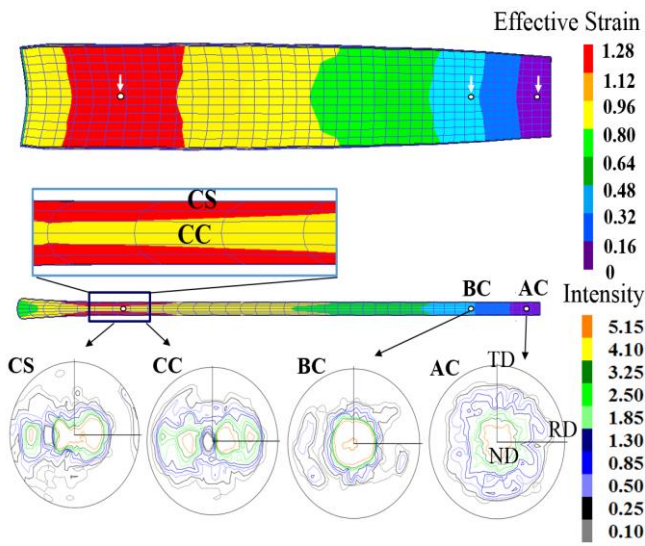


Fig. 6 Effective plastic strain distribution and (0002) pole figures after rolling process

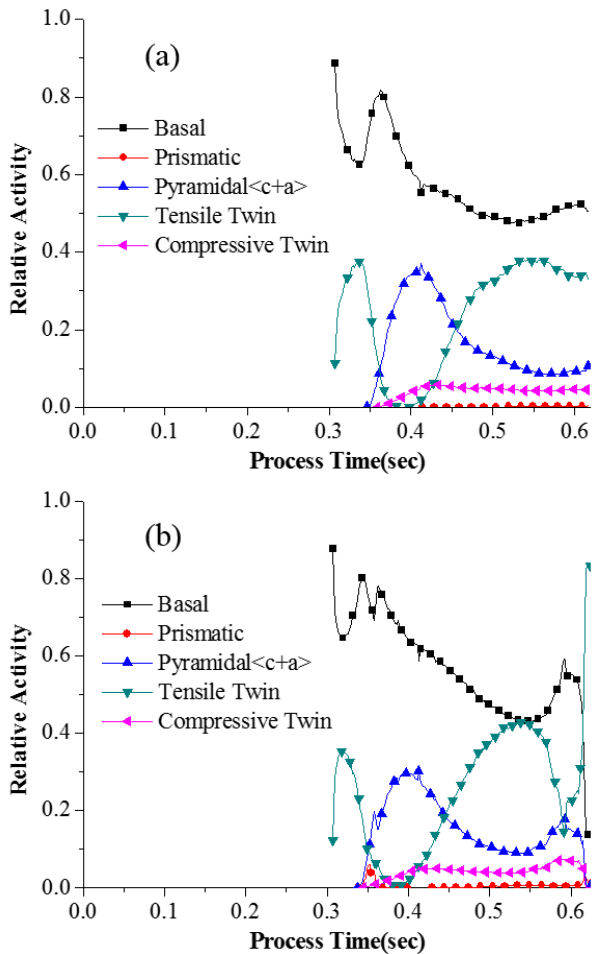


Fig. 7 Simulated relative activities during rolling for (a) CC point and (b) CS point

기존 연속체역학 기반 유한요소 해석에서는 신뢰성 있는 재료 거동모사가 불가능한 점을 극복하기 위해 미세조직 단계의 거동을 거시범위 해석에 반영할 수 있는 멀티스케일 해석 기법을 제시하였다. 본 연구의 수행 내용과 결론은 다음과 같다.

(1) 변형 과정에서 집합조직의 변화를 예측할 수 있는 다결정 모델중 가장 신뢰성이 높다고 알려진 VPSC 모델을 구성방정식으로 사용할 수 있도록 기존 강소성 유한요소법의 지배방정식을 응력과 변형률속도 성분으로 표현하였다. 이를 기반으로 강성행렬과 하중벡터를 정식화하였으며, 완전 결합 형태의 멀티스케일 해석이 가능하도록 구현하였다.

(2) 순수 마그네슘의 압출과 압연공정에 대한 멀티스케일 해석을 수행하여, 낮은 변형저항을 갖는 기저슬립과 인장 쌍정의 두드러진 활동에 의해 발달하는 집합조직을 예측하였다. 압축을 받는 방향으로 c축이 배향된다는 것을 해석적으로 보임으로써 기존에 알려진 집합조직의 발달과정과 정성적으로 일치하는 결과임을 확인하였다. 또한, 전단력이 작용하는 경우에는 인장 쌍정이 감소하고, 다른 소성 변형모드의 활동도가 증가하는 경향을 보이며, 극점이 전단방향으로 이동함을 확인하였다.

후 기

본 연구의 일부는 충남대학교 자체연구비 지원사업에 의해 지원되었습니다.

REFERENCES

- [1] O. Cazacu, B. Plunkett, F. Barlat, 2006, Orthotropic Yield Criterion for Hexagonal Closed Packed Metals, *Int. J. Plast.*, Vol. 22, No. 7, pp. 1171~1194.
- [2] M. G. Lee, R. H. Wagoner, J. K. Lee, K. Chung, H. Y. Kim, 2008, Constitutive Modeling for Anisotropic/Asymmetric Hardening Behavior of Magnesium Alloy Sheets, *Int. J. Plast.*, Vol. 24, No. 4, pp. 545~582.
- [3] J. H. Kim, H. S. Ryou, D. G. Kim, D. Y. Kim, W. O. Lee, S. H. Hong, K. S. Chung, 2008, Constitutive Law for AZ31B Mg Alloy Sheets and Finite Element Simulation for Three Point Bending, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 50, No. 10, pp. 1510~1518.

- [4] N. T. Nguyen, M. G. Lee, J. H. Kim, H. Y. Kim, 2013, A Practical Constitutive Model for AZ31B Mg Alloy Sheets with Unusual Stress-Strain Response, *Finite Elem. Anal. Des.*, Vol. 76, pp. 39~49.
- [5] D. K. Kim, 2014, Ph. D. Thesis, KAIST, Korea, pp. 116~122.
- [6] R. A. Lebensohn, C. N. Tomé, 1994, A Self-Consistent Viscoplastic Model: Prediction of Rolling Textures of Anisotropic Polycrystals, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 175, No. 1-2, pp. 71~82.
- [7] A. Molinari, G. R. Canova, S. Ahzi, 1987, A Self Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity, *Acta Metall.*, Vol. 35, No. 12, pp. 2983~2994.
- [8] R. A. Lebensohn, C. N. Tomé, 1993, A Self Consistent Approach for the Simulation of Plastic Deformation and Texture Development of Polycrystals: Application to Zirconium Alloys, *Acta Metall. Mater.*, Vol. 41, No. 9, pp. 2611~2624.
- [9] M. Knezevic, R. J. McCabe, R. A. Lebensohn, C. N. Tomé, C. Liu, M. L. Lovato, B. Mihaila, 2013, Integration of Self-Consistent Polycrystal Plasticity with Dislocation Density Based Hardening Laws within an Implicit Finite Element Framework : Application to Low-Symmetry Metals, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 61, No. 10, pp. 2034~2046.
- [10] R. A. Lebensohn, C. N. Tomé, P. J. Maudlin, 2004, A Self Consistent Formulation for the Prediction of the Anisotropic Behavior of Viscoplastic Polycrystals with Voids, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 52, No. 2, pp. 249~278.
- [11] T. Walde, H. Riedel, 2007, Modeling Texture Evolution during Hot Rolling of Magnesium Alloy AZ31, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 443, No. 1, pp. 277~284.
- [12] S. H. Choi, D. H. Kim, B. S. Seong, 2009, Simulation of Strain-Softening Behaviors in an AZ31 Mg Alloy Showing Distinct Twin-Induced Reorientation before a Peak Stress, *Met. Mater. Int.*, Vol. 15, No. 2, pp. 239~248.
- [13] C. N. Tomé, P. J. Maudlin, R. A. Lebensohn, G. C. Kaschner, 2001, Mechanical Response of Zirconium-I. Derivation of a Polycrystal Constitutive Law and Finite Element Analysis, *Acta Mater.*, Vol. 49, No. 15, pp. 3085~3096.
- [14] J. Segurado, R. A. Lebensohn, J. LLorca, C. N. Tomé, 2012, Multiscale Modeling of Plasticity Based on Embedding the Viscoplastic Self-Consistent Formulation in Implicit Finite Elements, *Int. J. Plast.*, Vol. 28, No. 1, pp. 124~140.
- [15] C. N. Tomé, 2012, Polycrystal Plasticity Modeling, EFRC Summer School 2012: Defects, Deformation and Damage in Structural Materials.
- [16] C. N. Tomé R. A. Lebensohn, U. F. Kocks, 1991, A Model for Texture Development Dominated by Deformation Twinning: Application to Zirconium Alloys, *Acta Metall. Mater.*, Vol. 39, No. 11, pp. 2667~2680.
- [17] K. Lee, G. P. Kang, Y. H. Kim, K. S. Shin, 2014, ASMA6(ed. Q. Liu), Chengdu, China, pp. 48~49.
- [18] P. Lequeu, P. Gilormini, F. Montheillet, B. Bacroix, J. J. Jonas, 1987, Yield Surfaces for Textured Polycrystals-I. Crystallographic Approach, *Acta Metall.*, Vol. 35, No. 2, pp. 439~451.
- [19] M. C. Bian, 2013, Ph. D. Thesis, SNU, Seoul Korea, pp. 58~59.
- [20] T. Mukai, M. Yamanoi, H. Watanabe, K. Higashi, 2001, Ductility Enhancement in AZ31 Magnesium Alloy by Controlling its Grain Structure, *Scripta Mater.*, Vol. 45, pp. 85~94.
- [21] E. Kapan, N. Shafaghi, S. Ucar, C. C. Aydiner, 2017, Texture-Dependent Character of Strain Heterogeneity in Magnesium AZ31 Under Reversed Loading, *Mater. Sci. Eng. A*, Vol. 684, pp. 706~711.
- [22] J. Straska, J. Strasky, P. Minarik, M. Jane, Robert, 2016, Microstructure evolution in Ultrafine-Grained Magnesium Alloy AZ31 Processed by Severe Plastic Deformation, *InTech*(ed. M. Janecek), DOI: 10.5772/61611.
- [23] AIST, 2010, Development of a New Rolling Process for Commercial Magnesium Alloy Sheets with High Room-Temperature Formability, http://www.aist.go.jp/aist_e/list/latest_research/2010/20100217/20100217.html.