신뢰성응용연구
제17권, 제3호. pp.188-196, 2017

사전확률분포와 Marcov Chain Monte Carlo법을 이용한 최적보전정책 연구*

하정랑[1] · 박민재[2†]

[1]연세대학교 응용통계학과, [2]홍익대학교 경영학과

Optimal Maintenance Policy Using Non-Informative Prior Distribution and Marcov Chain Monte Carlo Method*

Jung Lang Ha[1] · Minjae Park[2†]

[1]Department of Applied Statistics, Yonsei University
[2]Business School, Hongik University

Purpose: The purpose of this research is to determine optimal replacement age using non-informative prior information and Bayesian method.
Methods: We propose a novel approach using Bayesian method to determine the optimal replacement age in block replacement policy by defining the prior probability with data on failure time and repair time. The Marcov Chain Monte Carlo simulation is used to investigate the asymptotic distribution of posterior parameters.
Results: An optimal replacement age of block replacement policy is determined which minimizes cost and nonoperating time when no information on prior distribution of parameters is given.
Conclusion: We find the posterior distribution of parameters when lack of information on prior distribution, so that the optimal replacement age which minimizes the total cost and maximizes the total values is determined.

Keywords: Bayesian Method, Block Replacement, Marcov Chain Monte Carlo, Non-Informative Prior Distribution

1. 서 론

일반적으로 보증 기간 내에 고장이 발생하는 경우 수리비용이 사전에 계획된 예방보전 비용보다 비싸다고 가정하면 수리 대신 시스템을 예방보전하는 것이 더 경제적인 전략이 된다. 시스템 고장 시간에 대한 정보를 알고 있다고 가정하면 고장으로 인해 발생하는 비용을 최소화시킬 수 있는 적절한 보전정책을 통해 최소 수리(minimal repair) 대신 예방보전을 실시했을 때 비용이 절감되는 최적의 교체 정책을 결정할 수 있다. 즉, 블록 교체 정책을 따르는 수리 가능한 시스템에서 최적의 예방 보전 주기를 결정하여 보전정책을 실

* This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea(NRF) funded by the Ministry of Science, ICT and Future Planning(NRF-2017R1E1A1A03069903).
† 교신저자 mjpark@hongik.ac.kr
2017년 6월 9일 접수; 2017년 8월 29일 수정본 접수; 2017년 9월 12일 게재 확정.

시함으로써 고장으로 인한 비용을 최소화함은 물론 이로 인해 시스템의 생산성도 향상시킬 수 있다. 시스템에서 고장이 발생하였을 때 Barlow와 Hunter[1]는 비용을 최소화할 수 있는 두 가지 형태의 보전 정책 즉, 블록교체정책과 시간교체정책을 제안하였으며, Beichelt[2]는 더 일반적인 고장 모형을 통하여 최소 수리에 의해 해결되는 고장인 일반적인 고장과 교체에 의해서만 해결되는 심각한 고장에 따른 각각의 보전 정책을 제안하였다. 일반적으로 시스템 고장이 어떠한 분포를 따르는지 알려져 있지 않은 경우에는 와이블 분포를 가정한 후 적절한 모수 추정 방법을 통하여 시스템의 평균 수명 기간을 계산할 수 있다. Gibbons과 Vance[3]는 시뮬레이션방법을 통하여 와이블 분포의 두 모수를 추정하는 방법을 연구하였으며 Shinha과 Sloan[4]은 베이즈 방법을 이용하여 와이블 분포가 3개 모수를 갖는 경우, 각각의 모수를 추정하였다. 더 나아가 Wilson과 Benmerzouga[5]는 고장 시간이 지수함수를 따를 때 베이지안 방법을 이용하여 교체 정책을 고안하였으며, Bassin[6]은 베이즈 방법을 통하여 평균 수리 비용을 상수로 가정했을 때 고장 시간이 와이블 분포를 따르는 블록 교체 모형에서 최적의 교체 주기를 찾는 모형을 연구하였다. Boland [7]는 최소 수리비용을 고장 시간에 대한 증가함수로 고려하여 최소 수리를 갖는 최적의 교체 모형을 고려하였으며 Mazzuchi와 Soyer[8] 그리고 Sheu *et al*.[9]은 Boland[7]가 고려한 교체모형에 대하여 베이지안 접근 방법을 적용하였다. 고장률 함수를 와이블 분포로 가정하고, 사전확률분포로 감마분포와 베타분포를 이용하여 와이블 분포의 모수를 추정하고, 이에 따라 단위 시간당 평균 비용을 최소화 시키는 방법을 고안하였다. Jung과 Han[10]은 블록교체 모형에 대하여 Mazzuchi와 Soyer[8]의 사전확률분포를 이용한 단위 시간당 기대 비용에 기대 비 가동시간을 함께 고려하여 베이지안 측면의 교체 정책을 제안하였다. 와이블 분포의 척도모수와 형상모수를 베이즈 방법으로 추정함에 있어, Soland[11]는 형상모수가 무한한 값을 가진다면 와이블 분포의 고정된 차원의 충분통계량이 존재하지 않으므로 형상모수를 유한한 값이라고 가정하였다. 즉, 형상모수가 주어졌을 때 척도모수의 조건부 사전확률분포를 감마분포로 정의하여 사후확률분포를 추정하였다. Sathe와 Hancock[12]는 일반적인 방법으로 와이블 분포의 형상모수와 척도모수를 사전확률로 정의하여 장기적인 기대 비용을 감소시키는 방법을 연구하였다. Mazzuchi와 Soyer[8]는 척도모수의 적절한 사전확률분포로 감마분포를 가정하였으며, 형상모수는 이산형으로 정의하여 이의 사전확률분포로는 이산화시킨 베타분포를 가정하였다.

본 연구에서는 최소 수리를 실시하는 최적의 블록교체 정책에 대한 와이블 분포의 모수추정을 위한 베이지안 접근법을 연구한다. 또한, 사후확률분포의 함수족과 관련된 사전확률분포를 지정하여 모수에 대한 주관성이 포함된 사후확률분포를 도출하여 최적의 교체 모형을 제시했던 기존 연구들과 달리, 사전 모수에 대한 주관적인 가정이 배제된 Non-informative 사전확률분포를 고려하여 객관적으로 모수를 추정하고 이에 따른 최적의 교체 모형을 제시한다. 사전확률분포에 대한 가정 없이 베이지안 접근법을 이용하고 사후확률분포는 주어진 고장 시간 데이터에만 의존한다. 사전확률분포를 특정 분포로 지정하지 않았을 때 나타나는 사후확률분포는 일반적으로 정의된 형태의 분포를 따르지 않는 경우가 많으므로 마코프체인 몬테카를로(Marcov Chain Monte Carlo: MCMC)법을 이용하여 두 모수의 분포를 추정한다. 측정 단위가 서로 다른 단위 시간당 기대 비용과 기대 비 가동 시간을 고려한 최적의 교체 정책을 설정하기 위해서 Jiang과 Ji[13]가 제안한 총가치 함수를 이용한다.

2. 블록교체정책을 이용한 최적보전정책

일반적인 블록 교체 모형에서 사전에 계획된 교체(preventive maintenance)는 시스템 사용 기간과 보증기간 내 교체와 무관하게 고정된 주기로(t, 2t, 3t, ⋯) 발생한다고 가정한다. 또한 Barlow와 Hunter[1]의 연구와 마찬가지로 교체 이전에는 최소 수리만을 실시한다고 가정한다. 여기서 최소 수리는 단지 제품이 고장 나기 이전의 상태가 되도록 고장난 제품을 수리하는 것을 의미하며, 시스템 교체 주기에는 영향을 미치지 않으므로 최소 수리와 무관하게 사전에 계획된 교체 주기에서 시스템의 교체가 일어난다. 일반적으로 단위 시간당 기대 비용을 구하기에 앞서 고장시간 t가 와이블 분포를 따른다고 가정할 때, 시스템 고장율의 함수 $h(t)$는 다음과 같다.

$$h(t;\,\alpha,\,\beta)=\alpha\beta t^{\beta-1},\ t\geq 0,\ \alpha>0,\ \beta>0 \qquad (1)$$

따라서 와이블 분포의 모수 α와 β가 주어졌을 때, 보증 기간 내 평균 고장 횟수는 다음과 같다.

$$E[N(t)|\alpha,\beta]=\int_0^t h(t;\alpha,\beta)dt=H(t;\alpha,\beta) \quad (2)$$

주어진 기간 내에서 발생하는 평균 고장 횟수에 따른 기대 비용을 구하기 위해 교체 비용과 최소 수리비용을 구분하여 정의한다. 사전에 계획된 시스템의 교체 비용을 c_r, 보증 기간 내 시스템 고장이 발생했을 때 이를 해결하기 위한 최소 수리비용을 c_m이라고 정의한다. 일반적으로 교체비용보다 수리비용이 적으므로 $c_r>c_m$의 부등식이 성립한다. 그러므로 비용 c_r과 c_m, 모수 α와 β가 위와 같이 주어질 때 x구간의 계획된 교체 주기에서 발생하는 비용은 $c_r+c_mN(x)$를 따르며 단위 시간당 기대비용은 다음과 같다[10].

$$E(C(x)|\alpha,\beta)=\frac{c_r+c_m\int_0^x \alpha\beta t^{\beta-1}dt}{x} \quad (3)$$

따라서 Mazzuchi와 Soyer[8]의 연구에 따라 α와 β가 주어질 때 위의 기대 비용을 최소화 시키는 시간x를 블록 교체모형의 최적 교체 주기 x_c^*라 하고, 고장율이 증가한다고$(\beta>1)$ 가정하면 기대 비용을 최소화시키는 최적 교체 주기 x_c^*의 함수를 다음과 같이 얻을 수 있으며, 이 함수는 와이블 분포의 모수 α와 β에 의존한다.

$$x_c^*=\left(\frac{c_r}{c_m\alpha(\beta-1)}\right)^{1/\beta} \quad (4)$$

시스템을 운용하는데 있어서 교체 및 최소 수리를 실시할 때, 교체 및 수리비용뿐만 아니라 시스템의 비가동 시간이 필연적으로 발생되므로, 최적의 교체 주기를 결정함에 있어 기대 비용과 더불어 기대 비 가동 시간도 고려해 주어야 한다. 이를 위해 기대비용과 같은 방법으로 x시점에서 시스템 교체에 의한 비 가동 시간을 d_r, 최소 수리를 위한 비 가동 시간을 d_m라 할 때, Jung과 Han[10]의 연구에서 제안한 단위 시간당 기대 비 가동 시간은 다음과 같다. 수리에 걸리는 시간의 함수도 고장율함수와 마찬가지로 와이블분포를 따른다고 가정한다.

$$E(D(x)|\alpha,\beta)=\frac{d_r+d_m\alpha x^{\beta}}{x+d_r} \quad (5)$$

단위 시간당 기대 비용과 기대 비 가동 시간은 서로 다른 단위를 사용하므로 두 비용을 함께 고려하여 최적의 교체 주기를 결정하기 위하여 Jiang와 Ji[13]에 의해 제안된 총 가치 함수를 이용한다. 단위 시간당 기대 비용에 대한 가치 함수를 구하면 다음과 같고, 단위 시간당 기대 비용은 x_c^*에서 유일한 최소값 $C_{\min}$을 갖는다.

$$v_1(x)=\frac{C_{\min}}{E[C(x)|\alpha,\beta]} \quad (6)$$

마찬가지로 단위 시간당 기대 비 가동 시간에 대한 가치 함수는 다음과 같으며 단위 시간당 기대 비가동 시간은 x_d^*에서 유일한 최소값 $D_{\min}$을 갖는다.

$$v_2(x)=\frac{D_{\min}}{E[D(x)|\alpha,\beta]} \quad (7)$$

두 가치 함수를 결합하여 각 비용에 대한 가중치를 w_i로 주면 다음과 같이 총 가치 함수를 정의할 수 있다. 따라서 아래의 총 가치 함수를 최대화하는 값이 최적의 보전기간 x^*가 된다.

$$V(x)=w_1v_1(x)+w_2v_2(x) \quad (8)$$

3. 베이지안 접근법을 이용한 최적 보전정책

일반적인 신뢰성 이론에서와 마찬가지로 고장 시간 t가 고장률 함수를 갖는 와이블 분포를 따른다고 가정할 때, 모수 α와 β의 불확실성을 표현하기 위해 사전확률분포를 주어진 데이터에만 의존하도록 non-informative 사전확률분포로 설정할 수 있다. 따라서 Non-informative 사전확률분포를 이용한 사후확률분포는 객관적이며 데이터 의존적이다. Soliman *et al.* [14]에 의해 고안된 고장률 함수 h(t)에 포함된 두 모수 α와 β에 대한 non-informative 사전확률분포는 다음과 같다.

$$p(\alpha)=\frac{1}{\alpha},\ \alpha>0 \quad (9)$$

$$p(\beta)=\frac{1}{\beta},\ \beta>0 \quad (10)$$

시스템이 새로 교체되는 시점을 x라고 할 때, 시점 0부터 x까지 발생한 고장시간을 $t_1, t_2, \cdots, t_n$이라고 두면($0 < t_1 < \cdots < t_n < x$) 각각의 시간 $t_i, i = 1, 2, \cdots, n$는 와이블 분포를 따르므로 두 모수에 대한 가능도비 함수는 다음과 같다.

$$L(\alpha, \beta | t_1, t_2, \cdots t_n) \tag{11}$$
$$= \left\{ \alpha^n \beta^n (\prod_{i=1}^{n} t_i)^{\beta-1} \right\} \exp\{-\alpha x^\beta\}$$

따라서 앞서 구한 모수 α와 β가 주어졌을 때 단위 시간당 기대 비용을 나타내는 식 (3)에 α와 β의 non-informative 사전확률분포를 적용하여 최종적으로 구해지는 단위 시간당 기대 비용은 다음과 같다.

$$E[C(x)] = E_{\alpha,\beta}[E[C(x)|\alpha, \beta]]$$
$$= \frac{c_r + c_m E[\alpha x^\beta]}{x} \tag{12}$$

위와 동일한 방법으로 앞서 구한 모수 α와 β가 주어졌을 때 단위 시간당 기대 비 가동 시간을 나타내는 식 (5)에 α와 β의 non-informative 사전확률분포를 적용하여 최종적으로 구해지는 단위 시간당 기대 비 가동 시간을 구하면 다음과 같다.

$$E[D(x)] = E_{\alpha,\beta}[E[D(x)|\alpha, \beta]]$$
$$= \frac{d_r + d_m E[\alpha x^\beta]}{x + d_r} \tag{13}$$

위와 같이 non-informative 사전확률분포를 고려하여 단위시간당 기대 비용과 기대 비 가동 시간을 최소화 하는 최적의 보전기간 $x^*_{B,c}$와 $x^*_{B,d}$를 구한다[8]. $v_{B1}(x)$을 단위 시간당 기대 비용에 대한 가치 함수라고 할 때, 단위 시간당 기대 비용은 $x^*_{B,c}$에서 유일한 최소값 $C_{\min}$을 갖는다. 마찬가지로 단위 시간당 기대 비 가동 시간에 대한 가치 함수를 $v_{B2}(x)$라고 할 때, $x^*_{B,d}$에서 유일한 최소값 $D_{\min}$을 갖는다. 이처럼 두 종류의 가치 함수를 이용하여 총 가치 함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$V_B(x) = w_1 v_{B1}(x) + w_2 v_{B2}(x) \tag{14}$$

위의 총 가치 함수를 최대화하는 값이 최적의 보전기간 x^*_B가 된다. 기준 시점 0에서 새로운 시스템으로 교체하는 x까지 발생한 고장시간을 $t_1, t_2, \cdots, t_n$이라고 할 때 고장 시간에 대한 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(t_1, t_2, \cdots, t_n) = \left\{ \prod_{i=1}^{n} h(t_i) \right\} \exp\{-H(t)\} \tag{15}$$

고장 시간이 와이블 분포를 따를 때 $t_1, t_2, \cdots, t_n$의 가능도비 함수는 다음과 같다.

$$L(\alpha, \beta | t_1, t_2, \cdots t_n) \tag{16}$$
$$= \left\{ \alpha^n \beta^n (\prod_{i=1}^{n} t_i)^{\beta-1} \right\} \exp\{-\alpha x^\beta\}$$

사전확률분포와 가능도비 함수를 통해 고장시간 $t_1, t_2, \cdots, t_n$이 주어졌을 때 α와 β의 결합 사후확률분포는 다음과 같다.

$$f(\alpha, \beta | t_1, t_2, \cdots t_n) \tag{17}$$
$$\propto \left\{ \alpha^{n-1} \beta^{n-1} (\prod_{i=1}^{n} t_i)^{\beta-1} \right\} \exp\{-\alpha x^\beta\}$$

위의 결합 사후 분포를 통해 α와 β의 조건부 사후확률분포를 다음과 같이 구할 수 있으며, α의 조건부 사후확률분포는 $\gamma(n, \frac{1}{x^\beta})$를 따름을 알 수 있다.

$$p(\alpha | \beta, t_1, \cdots, t_n) \propto \alpha^{n-1} \exp(-\alpha x^\beta) \tag{18}$$

$$p(\beta | \alpha, t_1, \cdots, t_n) \propto \beta^{n-1} (\prod_{i=1}^{n} t_i^{\beta-1}) \exp(-\alpha x^\beta) \tag{19}$$

사후확률분포를 이용하여 새로운 α^*와 β^*를 구해 단위시간당 기대 비용 및 기대 비 가동 시간 함수에 대입하여 그를 최소화하는 $x^*_{B,c}$와 $x^*_{B,d}$를 계산하면 주어진 고장 시간에 기초한 새로운 총 가치 함수를 도출할 수 있다. 이렇게 구한 새로운 총 가치 함수를 최대화하는 값이 두 기준을 함께 고려한 최적의 보전기간 x^*_B가 된다. 두 모수 α와 β의 조건부 확률분포를 위와 같이 알고 있으므로, 마코브 체인 몬테카를로(MCMC)법을 이용하여 두 모수에 대한 분포를 그려볼 수 있다. 이를 이용하여 생성된 모수의 분포의 평균값을 새로운 값

α^*와 β^*로 대체하여 위 과정을 시행하면 최적의 보전 기간을 구할 수 있다. 제 4장에서는 본 연구에서 제시한 내용을 바탕으로 MCMC 방법을 이용한 수치적 예를 보인다.

4. 블록 교체 모형의 수치적 예

본 연구에서 제안한 최적보전전략을 실제자료를 통하여 설명하고자 한다. 이번 장에서 사용하는 실제자료는 Mazzuchi and Soyer[8]가 그들의 연구에서 사용한 비행기 에어컨 고장 시간 자료이고 Jung과 Han [10]의 연구에서도 사용되었다. 초기값 $\alpha^{(0)}$와 $\beta^{(0)}$를 임의로 지정한 후 지정한 초기값을 이용하여 $x^{(0)}$을 계산하고 사후분포 $\gamma(n, \frac{1}{(x^{(0)})^{\beta}})$로부터 $\alpha^{(1)}$값을 생성한다. 또한 $p(\beta|\alpha, t_1, \cdots, t_n)$를 이용해 $\beta^{(1)}$값 생성한다. 위의 과정을 α와 β가 수렴할 때 까지 반복하여 샘플을 생성하고 생성된 샘플의 절반 이후의 값을 사용하여 모수의 분포를 그린다. 위의 내용을 도식화하면 MCMC방법의 구조는 <Fig. 1>과 같다.

<Table 1>에서는 고장 시간을 기록한 것이며 무정보 사전확률분포를 이용하여 베이지안 방법으로 최적의 보전 기간을 구하면 초기값 $\alpha^{(0)} = 2.1$, $\beta^{(0)} = 1.75$, $c_r = 25$, $c_m = 10$, $d_r = 35$, $d_m = 15$일 때, 최적보전주기(x_B^*)는 0.917이고 총가치($V_B(x^*)$)는 0.758이다. 첫 번째 주기(cycle 1)의 고장자료를 적용하고 가중치 $w_1 = 0.7$, $w_2 = 0.3$이라고 가정할 때, 새로운 최적보전주기는 0.805이며, 이 때 총가치는 0.750이다. 또한 베이지안 방법을 사용하지 않고 최적보전주기와 총가치를 구하면 각각 1.526과 0.728이다. 베이지안 방법을 쓰는 경우가 최적보전주기는 짧아지고 총가치는 커짐을 알 수 있다.

민감도 분석을 위해서 비용과 시간에 다양한 값을 적용해서 <Table 2>~<Table 4>를 얻었다. 총가치가 최대화되는 지점에서 교체를 실시하는 것이 최적의 교체 정책임을 알 수 있다. <Table 1>의 첫 번째 고장 시간자료(Cycle 1)를 대상으로 하여 <Table 2>에서 민감도분석을 실시하였다. 가중치는 $w_1 = 0.5$, $w_2 = 0.5$ 경우와 $w_1 = 0.7$, $w_2 = 0.3$ 경우를 고려하였으며 교체비용이 10, 15, 50인 경우와 수리비용을 다양하게 변화시켜 각각의 경우에 최적 보전주기, 총가치, 총기대비용, 총기대시간을 구하였다. 예를 들어, 초기 값 $\alpha^{(0)} = 2.1$ $\beta^{(0)} = 1.75$이고 가중치가 $w_1 = 0.5$, $w_2 = 0.5$, 교체비용이 $c_r = 10$이고 수리비용이 $c_m = 2$일 때 최적보전주기는 $x_B^* = 0.579$, 총가치는 $V_B(x^*) = 0.538$, 총기대비용은 $E[C(x^*)] = 64.366$, 총기대시간은 $E[D(x^*)] = 3.684$이다. 대체로 수리비용이 증가할수록 총가치와 총기대비용은 증가하지만 최적보전주기와 총기대시간은 일관된 경향을 보여주지 않았다. 교체비용이 증가

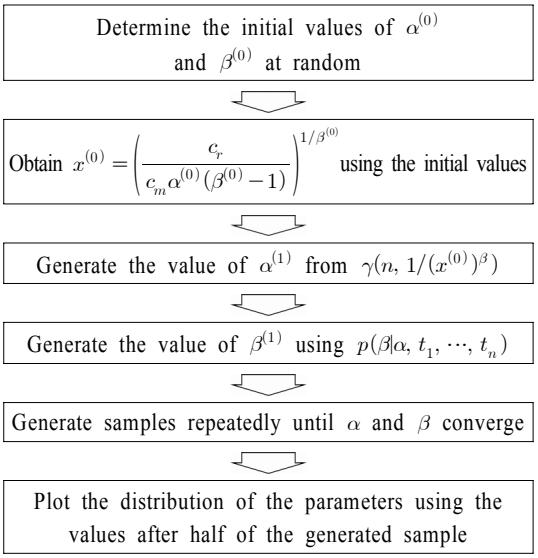

Fig. 1 MCMC Algorithm

Table 1 Optimal conservative period using Bayesian method

Cycle	Failure times	Bayesian		NonBayesian	
		x_B^*	$V_B(x^*)$	x_B^*	$V_B(x^*)$
0	-	0.917	0.758	1.558	0.736
1	0.050, 0.094, 0.196, 0.268, 0.290, 0.329, 0.332, 0.347, 0.544, 0.732, 0.811, 0.899	0.805	0.750	1.526	0.728
2	0.359, 0.368, 0.380, 0.650	0.906	0.808	1.218	0.786
3	0.090, 0.100, 0.160, 0.346, 0.407, 0.456, 0.470, 0.494, 0.550	0.912	0.758	1.558	0.736

할수록 총가치, 총기대비용, 최적보전주기와 총기대시간은 대체로 증가하는 경향을 보여주었다. 또한, 비슷한 방법으로 <Table 3>에서는 시간의 변화에 따르는 민감도분석을 실시하였다. 다른 가정들은 <Table 2>와 동일하고 교체시간이 10, 15, 50인 경우와 수리시간을 다양하게 변화시켜 각각의 경우에 최적 보전기간, 총가치, 총기대비용, 총기대시간을 구하였다. 예를 들어, 초기 값 $\alpha^{(0)}$ = 2.1 $\beta^{(0)}$ = 1.75이고 가중치가 w_1 = 0.5, w_2 = 0.5, 교체시간이 d_r = 10이고 수리비용이 d_m = 2일 때 최적보전기간은 x_B^* = 0.653, 총가치는 $V_B(x^*)$ = 0.544, 총기대비용은 $E[C(x^*)]$ = 316.810, 총기대시간은 $E[D(x^*)]$ = 3.884이다. 교체시간이 증가할수록 총가치와 총기대비용는 증가하지만 최적보전주기, 총기대시간은 대체로 감소하는 경향을 보여주었다. 반면, 수리시간이 증가할수록 총가치와 총기대비용은 감소하고 최적보전주기와 총기대시간은 증가하는 경향을 보여주었다. <Table 4>에서는 초기 값의 변화에 따른 민감도 분석을 실시하였다. α_0와 β_0의 변화에 따르는 총가치, 총기대비용, 최적보전기간, 총기대시간의 변화에 대하여 알아보았다.

Table 2 Using the failure time from Mazzuchi and Soyer's study[8], i.e. 0.05, 0.094, 0.196, 0.268, 0.290, 0.329, 0.332, 0.347, 0.544, 0.732, 0.811, 0.899, total value, optimal replacement age, expected total cost and expected total duration are determined for sensitivity analyses with different repair costs and replacement costs

w	c_r	c_m	x_B^*	$V_B(x^*)$	$E[C(x^*)]$	$E[D(x^*)]$
w_1 = 0.5, w_2 = 0.5	10.0	2	0.579	0.538	64.366	3.684
		3	0.284	0.619	88.516	1.998
		4	0.268	0.678	93.115	1.738
		5	0.243	0.725	102.542	1.589
		6	0.245	0.763	101.292	1.487
	15.0	3	0.543	0.542	97.868	3.505
		4	0.315	0.596	122.186	2.161
		5	0.278	0.633	136.211	1.904
		7	0.263	0.706	143.781	1.643
		9	0.245	0.766	150.953	1.481
	50.0	7	4.473	0.518	218.212	25.204
		9	0.965	0.531	276.539	5.709
		10	0.546	0.545	315.144	3.404
		15	0.292	0.613	433.834	2.011
		20	0.263	0.683	470.844	1.729
w_1 = 0.7, w_2 = 0.3	10.0	2	3.718	0.714	51.993	17.993
		3	1.246	0.738	64.956	5.590
		4	0.743	0.768	75.674	3.263
		5	0.529	0.804	81.999	2.311
		6	0.450	0.829	87.100	1.956
	15.0	3	4.284	0.714	74.733	19.659
		4	1.694	0.727	94.656	7.996
		5	0.944	0.751	104.569	4.268
		7	0.555	0.795	122.552	2.487
		9	0.438	0.833	130.123	1.916
	50.0	10	3.551	0.714	265.694	17.618
		15	1.333	0.734	337.868	6.174
		20	0.733	0.769	374.739	3.200
		25	0.511	0.805	418.321	2.287
		30	0.443	0.828	445.363	1.965

Table 3 Using the failure time from Mazzuchi and Soyer's study[8], i.e. 0.05, 0.094, 0.196, 0.268, 0.290, 0.329, 0.332, 0.347, 0.544, 0.732, 0.811, 0.899, total value, optimal replacement age, expected total cost and expected total duration are determined for sensitivity analyses with different repair times and replacement times

w	d_r	d_m	x_B^*	$V_B(x^*)$	$E[C(x^*)]$	$E[D(x^*)]$
$w_1 = 0.5$, $w_2 = 0.5$	10.0	2	0.653	0.544	316.810	3.884
		3	2.184	0.523	270.180	14.119
		4	3.620	0.515	262.979	27.224
		5	3.806	0.512	261.552	34.965
		6	4.711	0.510	255.269	47.688
	15.0	3	0.580	0.547	318.811	3.561
		4	1.581	0.526	278.474	10.319
		5	2.723	0.518	261.241	19.505
		7	3.346	0.513	257.968	31.844
		9	3.949	0.509	265.767	48.264
	50.0	7	0.330	0.583	388.818	2.083
		9	0.419	0.554	346.802	2.693
		10	0.545	0.543	320.821	3.459
		15	2.253	0.518	265.478	16.692
		20	3.369	0.512	264.316	32.434
$w_1 = 0.7$, $w_2 = 0.3$	10.0	2	3.912	0.718	259.134	14.573
		3	4.763	0.712	260.072	24.834
		4	5.000	0.709	257.678	33.690
		5	4.879	0.707	265.470	42.517
		6	5.000	0.706	267.479	52.163
	15.0	3	3.711	0.716	259.244	15.425
		4	4.379	0.712	257.251	22.994
		5	4.873	0.709	262.999	31.741
		7	5.000	0.707	260.975	44.671
		9	5.000	0.705	259.105	56.799
	50.0	10	3.827	0.714	250.791	17.831
		15	4.496	0.709	258.744	31.561
		20	5.000	0.707	257.872	45.977
		25	5.000	0.705	256.998	57.045
		30	5.000	0.704	262.571	69.792

Table 4 Using the failure time from Mazzuchi and Soyer's study[8], i.e. 0.05, 0.094, 0.196, 0.268, 0.290, 0.329, 0.332, 0.347, 0.544, 0.732, 0.811, 0.899, total value, optimal replacement age, expected total cost and expected total duration are determined for sensitivity analyses with different α_0 and β_0

α_0	β_0	x_B^*	$V_B(x^*)$	$E[C(x^*)]$	$E[D(x^*)]$
2.0	2.1	1.857	0.628	110.474	10.725
	2.2	1.760	0.630	106.525	9.792
	2.3	1.462	0.638	101.933	7.763
	2.4	1.534	0.638	96.985	7.734
	2.5	1.394	0.644	94.472	6.825
	2.6	1.397	0.642	96.752	7.015
	2.7	1.324	0.648	91.349	6.246
	2.8	1.236	0.651	91.656	0.839
	2.9	1.070	0.659	91.824	5.032
	3.0	1.277	0.651	89.678	5.900
3.0	2.1	1.445	0.642	94.806	7.106
	2.2	1.309	0.647	92.782	6.277
	2.3	1.298	0.650	89.419	5.982
	2.4	1.147	0.656	89.897	5.290
	2.5	1.262	0.656	82.882	5.355
	2.6	1.185	0.660	82.927	5.017
	2.7	1.166	0.662	81.893	4.866
	2.8	1.138	0.663	82.560	4.785
	2.9	1.124	0.665	81.119	4.633
	3.0	1.073	0.670	79.615	4.320

5. 결 론

기존 연구에서는 베이즈 방법을 이용하여 최적 교체 정책을 결정함에 있어 고장 시간을 와이블 분포로 가정할 때, 와이블 분포의 두 모수 α와 β의 사전확률분포에 여러 가지 분포를 가정하였으나 본 연구에서는 사전 정보가 전혀 존재하지 않을 때 주어진 고장 시간에 대한 데이터만을 이용하여 객관적인 방법으로 사전확률을 정의하여 블록 교체 모형에서 최적의 교체 주기를 결정하는 방법에 대한 베이즈 접근법을 제안하였다. 사전적 분포를 가정하지 않는 무정보(non-informative) 사전확률분포는 데이터 의존적이므로 사후확률분포의 함수족과 관련하여 임의로 지정하는 사전확률분포에 비해 객관성을 확보할 수 있는 장점이 있다. 따라서 모수에 대한 사전적인 확률분포가 존재하지 않고, 고장시간이 와이블분포를 따른다고 가정하였을 때 베이즈 방법을 이용하여 단위시간당 기대 비용 및 기대 비 가동 시간을 계산하고 이를 가중 평균하여 만든 총가치 함수를 극대화시키는 지점에서 최적의 교체 주기를 결정하였으며, 실제 데이터의 수치적 예를 통하여 앞서 계산한 사후확률분포의 모수 α와 β를 마코브체인 몬테카를로(MCMC) 방법으로 도출한 후 총가치 함수에 적용시켜 모수에 대한 사전적 분포의 가정없이 블록 교체 정책의 최적의 교체 주기를 도출하였다. 실제 생활에서 접할 수 있는 여러 가지 조건들, 예를 들면 다른 종류의 수리서비스(완전수리, 불완전수리, 최소수리)나 여러 가지 종류의 보증정책(재생보증, 비재생보증) 등을 보전쟁책과 함께 고려하는 것은 모형화하기는 어렵지만 의미있는 연구주제가 될 것이다.

References

[1] Barlow, R. and Hunter, L. (1960). "Optimum Preventive Maintenance Policies." Operations Research, Vol. 8, No. 1, pp. 90-100.

[2] Beichelt, F. (1993). "A Unifying Treatment of Replacement Policies with Minimal Repair." Naval Research Logistics, Vol. 40, No. 1, pp. 51-67.

[3] Gibbons, D. I. and Vance, L. C. (1981). "A Simulation Study of Estimators for the 2-parameter Weibull Distribution." IEEE Transactions on Reliability, Vol. 30, No. 1, pp. 61-66.

[4] Sinha, S. K. and Sloan, J. A. (1988). "Bayes Estimation of the Parameters and Reliability Function for the 3 parameter Weibull Distribution." IEEE Transactions on Reliability, Vol. 37, No. 4, pp. 364-369.

[5] Wilson, J. G. and Benmerzouga, A. (1995). "Bayesian Group Replacement Policies." Operations Research, Vol. 43, No. 3, pp. 471-476.

[6] Bassin, W. (1973). "A Bayesian Optimal Overhaul Interval Model for the Weibull Restoration process." Journal of the American Statistical Association, Vol. 68, No. 343, pp. 575-578.

[7] Boland, P. J. (1982). "Periodic Replacement When Minimal Repair Costs Vary with Time." Naval Research Logistics, Vol. 29, No. 4, pp. 541-546.

[8] Mazzuchi, T. A. and Soyer, R. (1996). "A Bayesian Perspective on Some Replacement Strategies." Reliability Engineering and System Safety, Vol. 51, No. 3, pp. 295-303.

[9] Sheu *et al*. (1999). "A Bayesian Perspective on Age Replacement with Minimal Repair." Reliability Engineering and System Safety, Vol. 65, No. 1, pp. 55-64.

[10] Jung, K. M. and Han, S. S. (2006). "A Bayesian Approach to Replacement Policy Based on Cost and Downtime." Journal of Korean Data & Information Science Society, Vol. 17, No. 3, pp. 743-752.

[11] Soland, R. M. (1969). "Bayesian Analysis of the Weibull Process with Unknown Scale and Shape Parameters." IEEE Transactions on Reliability, Vol. 18, No. 4, pp. 181-184.

[12] Sathe, P. T. and Hancock, W. M. (1973). "A Bayesian Approach to the Scheduling of Preventive Maintenance." IIE Transactions, Vol. 5, No. 2, pp. 172-179.

[13] Jiang, R. and Ji, P. (2002). "Age Replacement Policy: a Multi-attribute Value Model." Reliability Engineering and System Safety, Vol. 76, No. 3, pp. 311-318.

[14] Soliman *et al*. (2012). "Modified Weibull model: A Bayes Study Using MCMC Approach Based on Progressive Censoring Data." Reliability Engineering and System Safety, Vol. 100, pp. 48-57.