

가변길이 적응필터를 사용한 부대역 적응필터

The subband adaptive filter with variable length adaptive filter

양 윤 기*
Yoon-Gi Yang*

Abstract

Recently, some variable length adaptive filters which employ variable lengths taps for the input signal statistics are proposed [1-5]. In this paper, a new subband adaptive filter with variable filter tap length is proposed. The proposed subband variable length adaptive filters can optimize filter length for each subband which can result less computational complexities with respect to the conventional full band adaptive filters. When the signal in the full band has narrow spectrum, the conventional full band adaptive requires very long filter taps, whereas the proposed subband variable filter requires less taps with the spectrum split in subband. The computer simulation results reveals that in many case, in system identification with narrow band system estimation, the proposed adaptive filter has less computational complexities with faster convergence.

요 약

최근 고정된 길이의 적응필터에서 벗어나 신호의 통계적 특성에 적합한 가변길이 적응필터가 보고되고 있다 [1-5]. 본 논문에서는 신호의 주파수 영역 분할을 이용한 부대역 적응필터에서, 가변길이 대역 적응필터를 적용한 새로운 적응필터를 제안한다. 이러한 부대역 가변길이 필터는 각대역에서 적응필터의 길이를 최적화하여 계산량을 최소화할 수 있다. 또한 추정하고자 하는 시스템을 주파수 영역에서 분해하여 추정함으로써 대역을 분할하지 않았을 때 발생할 수 있는 불필요하게 긴 적응필터를 사용하지 않아도 되어서 효과적인 신호의 추정이 가능하다고 판단된다. 특히, 컴퓨터 모의실험결과 제안한 적응필터는 기존의 필터보다 협대역 신호를 좀더 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있었다. 이러한 특성을 갖는 제안한 가변길이 부대역 적응 필터는 적응 방향제거기 와 같은 특정한 응용에서 우수한 성능을 보일 것으로 판단된다.

Key words : digital signal processing, adaptive filter, subband, complexity, system response

* Dept. of Information and Telecommunication Eng.
The University of Suwon, KOREA

* Corresponding author

email: ygyang@suwon.ac.kr tel: 031-220-2589

Manuscript received Aug. 28, 2017; revised Sep. 12, 2017 ;
accepted Sep. 18, 2017

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 연구배경

적응필터는 입력신호의 통계적인 특성에 포함된 정보를 추출하여 잘모르는 시스템의 추정을 통하여 다양한 신호처리를 하는 신호처리 기법으로 1980년대 이후 많은 연구가 진행되어 왔고, 실제로 산업 및 군사 전자시스템 및 모뎀등에 많이 이용되어 왔다. 적응필터는 필터의 구조 및 적응 알고리즘 등에 의하여 다양하게 분화되어 왔다 [6]. 적응필터의 연구는 필터의 구조, 적응 알고리즘,

성능분석, 실제응용 등 다양한 분야에서 많은 연구가 이루어 졌고, 실제 전자 시스템, 통신 시스템의 중요한 블록으로 많이 사용되고 있다. 그런데, 10 여년 전부터 가변길이 적응 필터가 몇몇 연구자들에 의해서 연구되고 있다. 이것은 적응필터의 최적의 필터의 길이를 추정하여 적응필터의 복잡성을 최소화 하고, 적응속도를 빠르게 하는 두가지 사안에서 최적화하는 이점이 있다. 그러나, 적응필터의 길이를 최적화하는 문제는 아직 연구중으로 여러가지의 접근방식이 존재하는 게 사실이다 [1]-[4].

한편, 최근에 몇몇 연구자에 의해서 입력신호의 주파수 성분을 분해하여 각 대역별 신호로 적응필터를 구동하는 알고리즘이 제시되어 연구되어 오고 있다 [7]-[9]. 이러한 필터의 구조는 여러가지 장점이 있는데, 신호가 가지고 있는 주파수 대역에서 각기 다른 필터의 길이를 가지고 있는 적응필터를 사용할 수 있다는 점에서 가변길이 적응필터와 잘 융합될 수 있다.

따라서, 본 연구에서는 각 부대역에서 신호의 특성을 고려한 가변길이 부대역 적응필터를 제안하려 한다. 아울러, 각 대역에서의 최적필터를 유도하고 이를 기반으로 최적의 길이를 추정하면 적응적으로 필터의 길이를 추정하는 알고리즘을 제시하려 한다. 이를 컴퓨터 모의실험을 통하여 검증하도록 한다.

II. 가변길이 적응 알고리즘과 부대역 적응필터

적응필터에서 적절한 길이의 필터의 길이를 찾아내는 것은 매우 어렵다. 적응필터의 길이가 너무 길면 적응필터의 수렴성에 나쁜 영향을 주고, 최종 수렴후에 이론적인 MSE (mean squares error) 보다 추가적인 에러인 excess MSE 를 증가시킨다는 연구가 자주 보고 되고 있다 [1]. 한편 추정 하고자 하는 시스템의 길이 보다 너무 적은 길이의 적응필터를 사용하면 기본적으로 잘못된 시스템의 모델로 커다란 에러를 유발한다. 따라서, 일반적으로 추정하고자 하는 필터의 길이 보다 조금 넉넉하게 필터의 길이를 정하여 적절한 성능을 내는 것을 일반화 하고 있다.

최근에 이러한 문제를 몇몇 연구자들이 체계적으로 연구하기 시작하였는데, [1],[4] 등이 대표적인 연구결과들이다. 특히 [4] 에서는 Segmented Filter (SF) 알고리즘이라고 불리는 알고리즘이 소개되었는데, 필터를 블록으로 나누어 축척된 에러를 관찰하여 필터의 길이를 줄이거나 늘리는 방식을 취하는데, 가변길이 알고리즘의 기본이 되는 알고리즘으로 알려져 있다. 다른 방식은 Gradient descent (GD) 라 불리는 알고리즘 [1] 으로서, 기본적으로 MSE 가 필터길이의 함수로 표현된다는 가정에 의한다. 따라서, 주기적인 시간에 필터의 길이를 비용함수의 음의 방향으로 적응하는 알고리즘을 제시 하였다 [1]-[4].

먼저 가변길이 알고리즘을 소개하기 위해서 적응필터의 입력벡터를 x_N 계수 벡터를 w_N 이라고 하고, 추정신호, 적응신호의 출력, 추정오차를 $d(n)$, $y(n)$, $e(n)$ 이라고 하자. 현재의 적응필터의 길이를 N 이라고 하고, M 을 N 보다 작은 정수라고 하자. 이때 전체 N 길이의 적응필터를 사용하지 않고 그보다 적은 길이의 M 를 사용할 때의 추정오차를 $e_M^{(N)}$ 이라고 하자. 그러면

$$e_M^{(N)} = d(n) - w_N^T(1:M) \cdot x_N(1:M) \quad (1)$$

과 같은데, 여기서 $w_N(1:M)$, $x_N^T(1:M)$ 는 각각 계수와 입력벡터의 처음 M 개의 심볼만 취한 subvector 를 의미한다. 이제 segmented MSE 를 $\xi_M^{(N)} = E\{|e_M^{(N)}|^2\}$ 이라고 정의하자. 일반적으로 $\xi_{N-\Delta}^{(N)} \geq \xi_N^{(N)}$ 일 경우가 많다. 그러나 필터의 길이 N 이 너무 증가하면 오히려 에러가 커질 수도 있다. 따라서 [4] 에서는 최적의 길이 N 을

$$\min\{ N \mid \xi_{N-\Delta}^{(N)} - \xi_N^{(N)} \leq \epsilon' \}. \quad (2)$$

이라고 정의하였다. 따라서, 가변길이 적응 알고리즘 이라함은 식 (2) 의 최적의 N 을 추정하여 적응필터의 파라미터를 최적화 하는 알고리즘을 의미한다. 이러한 N 을 추정하는 방식중에서 먼저, SF 알고리즘은 필터를 길이 Δ 의 블록으로 L 개로 분할하여, 즉 $N = \Delta L$ 로 한다음 블록의 개수를 늘리거나 줄이는 알고리즘이다. 이를 위하여 accumulated squared error (ASE) 를 정의하여 사용하는데 [1]-[4], 이는

$$ASE_k(n) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} (e_{k\Delta}^N(i))^2 \quad (3)$$

인데 여기서 k 는 segment 의 index 이고 $M < N$ 인 $M = k\Delta$ 에 대하여 $e_{k\Delta}^N(i)$ 는 식 (3) 에서 제공되는 길이 M 으로 필터의 길이를 줄였을 때 발생하는 에러의 값이다. 만약 시간 n 에서 L(n) 개의 segment 가 있다고 하자. 그리고 n+1 시간에서 ASE 값들을 추정하여 $ASE_L(n) < ASE_{L-1}(n)$ 이면 L 값을 증가시키고, 반대로 감소시키는 것이 SF 알고리즘의 핵심이다.

두번째 알고리즘은 Gradient descent (GD)라 불리는 알고리즘 [1] 으로서, 기본적으로 MSE 가 필터길이의 함수로 표현된다는 가정에 의한다. 따라서, 주기적인 시간에 필터의 길이를 비용함수의 음의 방향으로 적응하는 알고리즘을 제시 하였다. GD 알고리즘에서 입력신호와 필터의 weight 와 입력은

$$w_{L(n)+\Delta(n)} = \{w_0(n), w_1(n), \dots, w_{L(n)+\Delta(n)-1}(n)\}^t \quad (4)$$

$$x_{L(n)+\Delta(n)} = \{x_0(n), x_1(n), \dots, x_{L(n)+\Delta(n)-1}(n)\}^t \quad (5)$$

와 같이 표현된다. 적응필터의 길이 L 에 대해서 squared error 를 $J_{L(n)}(n)$ 이라고 정의하면 $J_{L(n)}(n) = e^{2L(n)}(n)$ 으로 표시되는데, 여기서 $e_{L(n)}(n)$ 은

$$e_{L(n)}(n) = d(n) - x_{L(n)}^t(n)w_{L(n)}(n) \quad (6)$$

와 같다. GD 알고리즘의 기본 철학은 MSE $J_{L(n)}(n)$ 이 필터길이 L(n) 의 함수라고 가정하고 적절한 주기의 iteration 마다 필터의 길이 L(n) 의 값을 $J_{L(n)}(n)$ 을 최소화 하는 방향으로 적응하는 방식으로

$$L(n+1) = \begin{cases} L(n) - \delta(\overline{\nabla} J_{L(n)}(n)) & \text{mod}(n, T) = 0 \\ L(n) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

와 같이 조정이 이루어지는데, 여기서, $\overline{\nabla} J_{L(n)}(n)$ 는 최근 T 개의 sample 에 대한

$J_{L(n)}(n)$ 의 L(n) 에 대한 평균적인 gradient 로

$$\overline{\nabla} J_{L(n)}(n) = \frac{1}{T} \sum_{i=n-T+1}^n \nabla J_{L(n)}(n) \quad (8)$$

와 같이 정의된다. 여기서 제일 중요한 transient gradient 는

$$\begin{aligned} \overline{\nabla} J_{L(n)}(n) &= \frac{\partial^2 e_{L(n)}(n)}{\partial L(n)} \\ &= 2e_{L(n)}(n) \frac{e^{L(n)+\Delta} - e^{L(n)-\Delta}}{2\Delta} \\ &= -\frac{1}{\Delta} e_{L(n)}(n) x_{2\Delta}^t(n) w'_{2\Delta}(n) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 정의된다. 최근의 [4] 연구에서는 앞의 두 알고리즘이 일정한 가정하 에서 동일한 알고리즘이 라는 것이 판명 되었다. 본 연구에서는 이러한 가변길이 적응 알고리즘을 시간/주파수 영역에서 신호를 분해하여 처리하는 부대역 적응필터로 확장하여 실험하여 부대역의 장점을 밝혀내며, 부대역 가변길이 적응필터의 특성을 해석하고 실제 여러가지의 응용을 연구하는 것을 주요 목표로 한다.

한편, 부대역 적응필터는 기존의 적응필터의 입력을 서로 다른 주파수 대역으로 쪼개서 처리하는 시스템으로, 다음의 그림 1 에는 일반적인 부대역 적응 필터가 제시되어 있다.

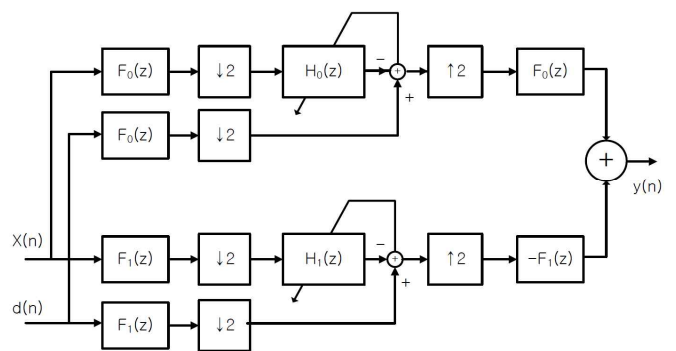


Fig.1 2 band subband adaptive filter
그림 1. 2 대역 부대역 적응필터,

여기서 입력신호 x(n) 과 추정하고자 하는 신호 d(n) 은 대역분할 필터 $F_0(z), F_1(z)$ 로 분해되고, 2:1 로 down sampling, 다른 용어로 decimation 되어 각 대역의 적응필터로 입력된다. 적응필터의 출력은 1:2 interpolate 된 이후 다시

합성필터인 $F_0(z), F_1(z)$ 로 필터링된 이후에 최종 합산하여 전대역 신호로 출력된다.

이러한 부대역 적응필터는 신호의 주파수 대역에서 최적화된 적응 알고리즘을 적용할 수 있다는 장점이 있다. 특히 각 대역별로 적응적으로 다른 알고리즘을 사용할 수 있는 장점이 있다. 또한 각 부대역에서 신호의 통계적 특성을 보다 정확히 추정할 수 있는 장점이 있다. 이러한 장점이 가변길이 적응필터에도 유용하게 사용될 수 있을거란 것이 본 연구의 주요 동기가 된다. 이 부대역 적응필터의 자세한 구조와 특성은 [9] 에 제시되어 있다.

III. 제안하는 부대역 가변길이 적응필터

본 장에서는 본 논문에서 제안하는 부대역 가변길이 적응필터를 제시하려 한다. 다음의 그림 2 에는 본 논문에서 제시하는 2대역 부대역 가변길이 적응필터가 제시되어 있다.

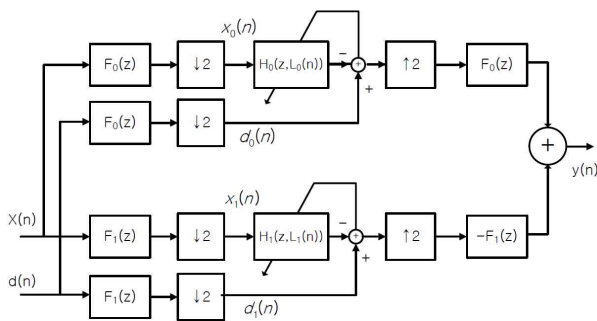


Fig. 2 Proposed subband variable length adaptive filter
 그림 5. 제안하는 부대역 가변길이 적응필터,

여기서 입력신호 $x(n)$ 과 추정하고자 하는 신호 $d(n)$ 은 대역분할 필터 $F_0(z), F_1(z)$ 로 분해되고, 2:1 로 decimation 되어 각 대역의 적응필터로 입력된다. 대역 분할필터 $F_0(z), F_1(z)$ 는 각각 입력신호의 주파수 성분을 분석하여 $F_0(z)$ 는 저대역 (lower sideband) 1/2 을 통과 시키고, $F_1(z)$ 는 고대역 (upper sideband) 1/2 을 통과 시키는 필터인데, 잘 알려져 있다시피 이상적인 저대역/고대역 통과필터가 존재하지 않기 때문에 대역이 침범되는 부위를 서로 상쇄시켜주는 QMF (quadrature mirror filter) 같은 필터를 주로 사용하게 된다. 적응필터의 출력 $y_0(n), y_1(n)$

은 1:2 interpolate 된 이후 다시 합성필터인 $F_0(z), F_1(z)$ 로 필터링된 이후에 최종 합산하여 전대역 신호로 출력된다.

이때 입력신호가 decimation 된 이후의 부대역 신호를 각각 $x_0(n), x_1(n)$ 이라고 하고 추정하고자 하는 신호 $d(n)$ 의 각 부대역의 신호를 $d_0(n), d_1(n)$ 이라고 하면 저대역, 고대역의 적응필터는 주파수 영역에서 $H_0(z, L_0(n))$ $H_1(z, L_1(n))$ 이 된다. 이때 각 부대역 적응필터의 길이는 각각 $L_0(n), L_1(n)$ 이 된다. 적응필터에서는 두대역에서 각각 독립적인 가변길이 적응 알고리즘을 적용할 수 있다.

본 연구의 핵심은, 신호를 부대역으로 분할하여 신호의 통계적인 특성에 따라 각각 $L_0(n), L_1(n)$ 를 독립적인 가변길이 알고리즘을 적용 시켜서 최적의 적응 필터를 구현하는 방식에 있다. 먼저 본 논문에서는 가변길이 적응필터의 대표적인 알고리즘인 SF (segmented filter) 알고리즘을 2 대역 부대역 적응필터에 적용하였다. 즉, 각 부대역의 적응필터의 입력벡터를 x_{Np} 계수 벡터를 w_N^p , $p = 0, 1$ ($p=0$ 이 저대역 (lower band), $p=1$ 이 고대역 (upper band)) 이라고 하고, 각 대역의 추정신호, 적응신호의 출력, 추정오차를 $d_p(n), y_p(n), e_p(n)$ 이라고 하자. 각 부대역의 적응필터의 길이를 N_p 이라고 하고, M_p 을 N_p 보다 작은 정수라고 하자. N_p 보다 적은 길이의 M_p 를 사용할 때의 추정오차를 $e_{M_p}^{(N_p)}$ 이라고 하자. 그러면

$$e_{M_p}^{(N_p)} = d_p(n) - w_{N_p}^T(1:M) \cdot x_{N_p}(1:M), \quad p=0,1 \quad (10)$$

와 같다. 이제 각 부대역에서의 segmented MSE 를 $\xi_{M_p}^{(N_p)} = E\{|e_{M_p}^{(N_p)}|^2\}$ 이라고 정의하자. 그러면, 부대역에서의 가변길이 적응 알고리즘은 각 부대역에서의 적응필터의 길이를 최적화 하는 알고리즘을 의미한다. 이를 위하여 각 부역에서의 accumulated squared error (ASE) 를 정의하여 사용하는데, 이는

$$ASE_k^{(n)} = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} (e_{k\Delta}^{N_p}(i))^2, \quad p=0,1 \quad (11)$$

인데, 여기서 k 는 segment 의 index 이고, β 는 forgetting factor $M < N$ 인 $M = k\Delta$ 에 대하여 $e_{k\Delta}^N(i)$ 는 식 (10) 에서 제공되는 길이 M 으로 필터의 길이를 줄였을때 발생하는 에러의 값이다. 만약 시간 n 에서 $L(n)$ 개의 segment 가 있다고 하자. 그리고 $n+1$ 시간에서 각 부대역에서 ASE 값들을 추정하여 $ASE_L^p(n) < ASE_{L-1}^p(n)$ 이면 L 값을 증가시키고 반대로 감소시키는 것이 본 연구에서 제시하는 부대역 SF 적응필터 (adaptive subband segmented filter) 의 알고리즘의 핵심이다.

이러한 제시된 부대역에서의 각각이 최적의 길이를 구하는 적응 필터는, 입력신호가 correlated 된 신호일 때 기존의 전대역 적응필터보다 훨씬 효과적으로 필터의 길이를 줄여서 적응 필터를 구현할 수 있을 것이라고 정성적으로 판단된다. 일반적으로 신호의 상관도가 높은 경우 긴 길이의 필터가 필요 하는데, 그 대표적인 예가 잡음하의 협대역 신호를 추정하는 문제 이다. 다음의 실험적인 예에서 이러한 문제를 고찰하여, 본 연구에서 제시한 구조가 상대적으로 의미 있는 예를 제시하고자 한다.

IV. 가변길이 적응필터의 모의시험

컴퓨터 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘의 장점을 관찰하기 위하여 시스템 추정 (system identification) 문제를 다루고자 한다. 모의실험을 위하여 실험에서는, 기존의 대표적 논문인 [4] 에서 제시된 그림 3 과 같은 적응필터를 사용한 시스템 추정 문제를 기존의 적응필터와 제안한 부대역 필터에 적용 하여 비교분석 하였다.

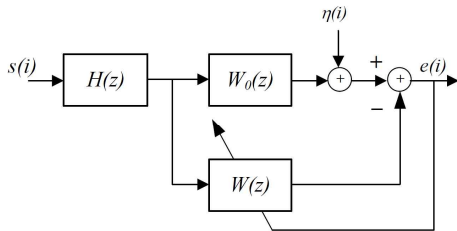


Fig. 3 System identification employing adaptive filter

그림 6 적응필터를 사용한 시스템 추정

일반적인 경우 미지의 시스템의 추정의 경우, 시스템의 차수가 알려져 있다고 가정하거나 적응필터를 충분히 긴 필터를 사용하는 것이 일반적이다. 본 연구에서는 이러한 문제에서 미지의 시스템의 차수를 모를 경우에 적응적으로 최적의 길이의 시스템의 임펄스응답의 길이를 추정하는 가변길이 문제를 다룬다. 특히 추정하고자 하는 시스템의 주파수 대역을 두개로 분할하여 시스템을 추정하는 문제를 최초로 다루고자 한다.

기존의 전대역 시스템추정과 부대역 시스템 추정을 같이 비교하기 위해서 그림 3 와 같은 미지의 시스템 $W_0(z)$ 의 임펄스 응답을 $w_k, k = 0, 1, \dots, N-1$ 이라고 하자. 이 시스템의 주파수 응답은

$$W_0(e^{j2\pi f}) = \sum_{k=0}^{N-1} w_{0k} e^{-j2\pi f k}, \quad -\pi < f < \pi \quad (12)$$

과 같다. 그림 3 에서 $s(i)$ 는 백색 가우시안 잡음이고, $H(z)$ 는 spectrum shaping filter 로 [4] 에서 제시된 것처럼 $H(z) = 0.35 + z^{-1} + 0.35z^{-2}$ 를 사용하였는데 이 경우 $H(z)$ 의 출력 $x(i)$ 는 상관도가 높은 신호로서 자기 상관 행렬의 eigenvalue spread 가 28.7 에 달하는 신호이다. 이 신호는 시스템의 계수를 추정하고자 하는 미지의 시스템 $W_0(z)$ 로 통과되고 추정잡음 $\eta(i)$ 가 더해진 후 출력되는데 실험에서는 20dB 의 SNR 을 갖는 잡음을 첨가 하였다. 적응필터 $W(z)$ 는 $W_0(z)$ 의 계수를 추정하기 위하여 계수를 적응적으로 변화하게 되는데, 입력 $x(i)$ 와 적응필터의 출력과 미지의 시스템의 출력간의 차이인 error 신호 $e(i)$ 의 통계적 최소값을 MSE (mean squared error) 관점에서 적응하게 된다.

먼저 추정하고자 하는 시스템을 [4] 에서 제시된 것처럼 식 (12) 의 미지의 시스템의 계수 w_{0k} 를 (-1,1) 사이의 균등한 랜덤 수자로 발생시킨 시스템을 사용하였다. 미지의 시스템의 길이를 45 로 하였을 때, 기존의 segmented filter 알고리즘으로 실험한 결과가 그림 4, 5 및 6 에 제시되어 있다.

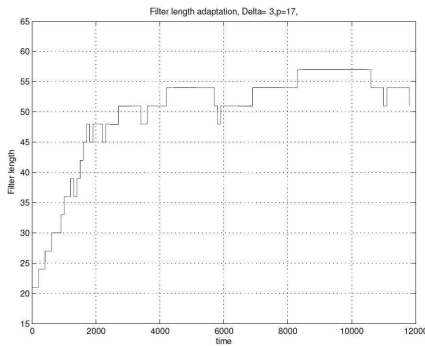


Fig. 4 Unknown system estimation with length 45 employing SF algorithm

그림 8. 길이 45 인 미지의 시스템 추정된 기존 SF 결과 ($\Delta=3$),

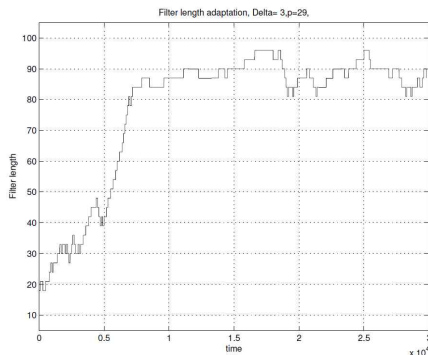


Fig. 5 Unknown system estimation with length 80 employing SF algorithm

그림 9. 길이 80 인 미지의 시스템 추정된 기존 SF 결과 ($\Delta=3$),

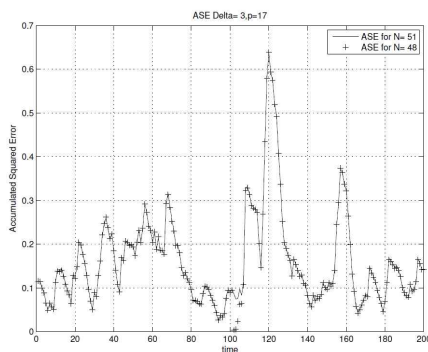


Fig. 6 ASE difference for the conventional SF algorithm

그림 10. 기존의 SF 알고리즘에서 ASE 값들의 차이 (N=48 vs. N=51),

그림 4 와 5 는 각각 길이 45, 80 의 미지의 시스템을 추정할 때 적응필터의 길이의 변화를 관찰한 결과이다. 두 그림에서 기존의 SF 알고리

즘이 적절하게 추정 하여 미지의 시스템의 길이 보다 2-4 배의 길이를 더한 길이로 47, 83 정도로 수렴하는 것을 알 수 있다. 그림 6 에서는 길이 45 의 시스템 추정의 마지막 단계에서 두개의 ASE, 즉 길 51 과 48 의 필터의 길이의 ASE 의 차이가 없음을 보여주며, 이 값으로 수렴한다는 것을 보여준다.

반대로, 그보다 적은 길이의 필터를 사용하는 경우에는 ASE 의 차이가 많이 발생 하는데, 길이가 충분하지 않을 경우 (예를 들어 27, 30) 의 경우, 각각 두 필터 길이를 사용할 때 과도한 ASE의 차이를 보여서, 필터의 길이를 증가 시킬 수 밖에 없는 상황이 된다. 그림 4 와 5 에서 또 하나 관찰 할 수 있는 것은 추정하고자 하는 시스템의 임펄스 응답의 길이가 길어지면, 길이를 추정하는데 더 오랜 시간이 걸린 다는 것을 알 수 있다. 실제로 그림 4 에서는 약 2,000, 그림 5 에서는 10,000 개의 입력 샘플만에 수렴하는 것을 알 수 있다. 이러한 특성이 본 연구에서 부대역 적응 필터를 가변길이 적응필터에 사용하게 하는 동기가 된다. 일반적으로 전대역 (fullband)의 임펄스 응답의 길이가 두 부대역(subband) 으로 분해되면, 전 대역 보다 훨씬 작아지는 경우가 많다는 점에 착안한 것이다. 이를 검증하기 위하여 다음절에 부대역으로 시스템을 추정하면 추정하고자 하는 미지의 임펄스 응답이 어떤 식으로 변환되는 지를 관찰 하고자 한다.

V. 부대역 분할된 시스템 및 부대역 가변길이 적응시스템 추정

본 절에서는 미지의 시스템이 두 대역으로 분해될 때, 추정하고자 하는 시스템의 길이가 어떠한 식으로 변환 되는가를 고찰한다. 먼저 앞절에서 제시된 그림 3 과 같은 적응필터를 사용한 시스템 추정 문제에서, 미지의 시스템 식 (12) 이 대표적 논문인 [4] 에 제시된것 처럼 IIR (infinte impuse response) 를 갖는

$$W(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \tag{13}$$

와 같을 때, 두 부대역으로 시스템을 추정할 경우의 시스템의 임펄스 응답의 길이를 고찰 하여 보자.

실험에서 $B(z) = 0.5 - 0.2z^{-1} + 0.6z^{-2}$ 및 $A(z) = 1 + 0.9z^{-1}$ 를 사용하였다. 먼저 전대역에서 이러한 IIR 응답을 식 (12) 와 같이 근사한 결과가 그림 7 에 제시 되어 있는데, 실험에서는 Matlab 의 Invfreq() 함수를 사용하여 근사화한 것이다.

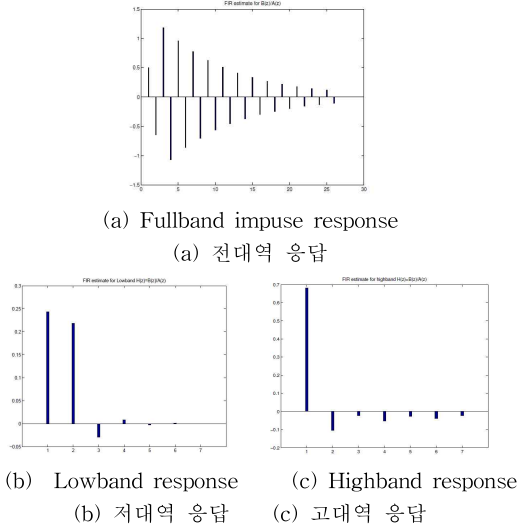


Fig. 7 Subband impulse response approximation
그림 7. 부대역 임펄스 응답 근사화

이 결과를 살펴보면 그림 7 의 (a) 의 경우 유의미한 임펄스의 길이가 25 정도 까지 나오는 것을 알 수 있다. 이를 두개의 대역으로 분해한 (b), (c) 의 경우 5 ~ 7 개 정도의 필터의 길이로 근사화 되는 것을 알 수 있다. 여기서 유의할 점은 전대역 시스템 $W(z)$ 두개의 부대역 으로 분해하면 저대역 (lowband) $W(z^{\frac{1}{2}})$ 과 고대역 (highband) 는 $W(-z^{\frac{1}{2}})$ 으로 분해 된다는 점이다 [9]. 이를 검증하기 위하여 그림 7 의 계수의 주파수 응답을 표시하면 다음의 그림 8 과 같다.

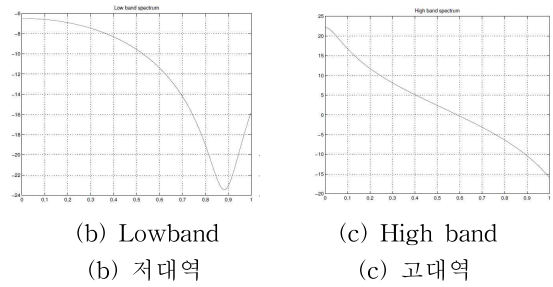
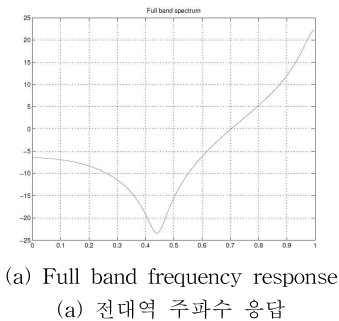


Fig. 8 Subband frequency response
그림 8. 부대역 주파수 응답

그림 8 에서 저대역 응답은 전대역 응답의 주파수 $0 < f < \frac{\pi}{2}$ 까지를 주파수 영역에서 두배 확장하여 표시된 것을 알 수 있다. 또한 고대역의 경우 전대역 응답의 주파수 영역 $\frac{\pi}{2} < f < \pi$ 의 영역을 확대하고 주파수 영역에서 대칭한 형태가 되는데, 이렇게 되는 이유는 [9] 에서 제시한 대로, 부대역 에서의 최적의 필터가 저대역 에서 $W(z^{\frac{1}{2}})$ 과 고대역 (highband) 는 $W(-z^{\frac{1}{2}})$ 로 수렴한다는 정리에 의한 것이고, 이에 대한 주파수 응답을 고려하면 그림과 같은 결과가 도출되는 것이다. 앞선 두 그림에서 보듯이 부대역으로 추정하게 되면 추정할 시스템의 임펄스 응답이 대폭 감소 하므로 보다 빠른 최적의 필터의 길이를 추정이 가능 하다는 것을 알 수 있다. 이 경우에 적응 필터의 복잡성이 주는 것과 함께 가변길이 길이 추정도 빠르게 되므로 일석이조의 효과를 얻을 수 있다. 이러한 장점을 심분 활용하면 적응 반향 제거기 (adaptive echo cancellation) 등에서 매우 의미있는 결과를 도출할 수 있을 것이라 판단된다.

실제로 이를 검증 하기 위하여 앞절에서 제시한 가변길이 부대역 적응 필터를 부대역 시스템 추정에 적용 하여 보자. 다음의 그림 9 에는 제시한 가변길이 부대역 적응 필터가 제시되어 있다.

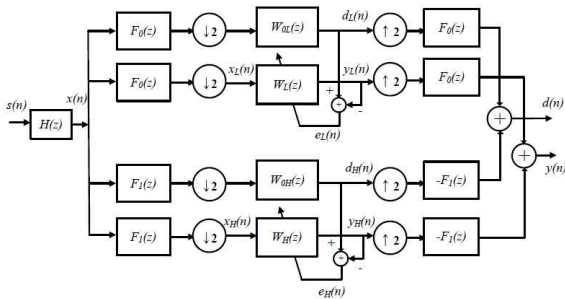


Fig. 9 System estimation using subband variable length adaptive filter

그림 9. 가변 길이 부대역 적응필터를 사용한 시스템 추정

제안한 그림 9 에서는 부대역의 계수만 추정하므로 전대역의 시스템 추정보다 훨씬 적은 양의 계수만 추정하여도 전체적인 시스템의 응답을 추정 할 수 있는 장점이 있다. 직접 실험을 위하여 그림 9 의 저대역의 미지의 시스템을 (-1,1) 사이의 random number 로 발생 시키고, 미지의 시스템의 길이를 40 로 하였을 때, 본 논문에서 제안한 부대역 segmented filter 알고리즘으로 실험한 결과가 그림 10, 및 11 에 제시되어 있다.

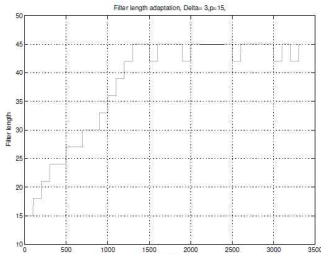


Fig. 10 Lower subband estimation using variable length adaptive filter

그림 10. 저대역 미지의 시스템 추정한 가변길이 부대역 적응필터의 길이 추정

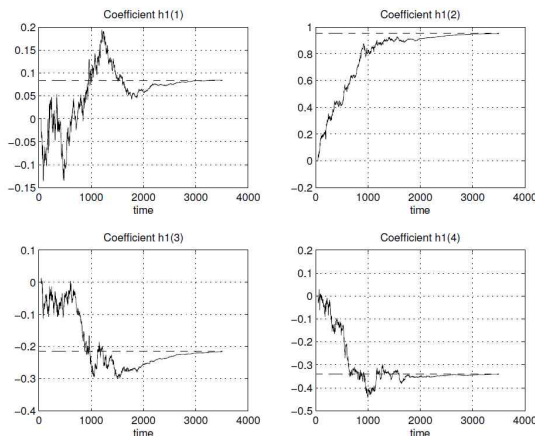


Fig. 11 Subband adaptive coefficient estimation

그림 11. 부대역 에서의 적응적 계수 추정 (저대역 앞의 3 계수만 표시)

위와 같은 그림 10 을 통하여 본 연구에서 제시한 적응필터가 부대역 에서도 길이가 적절히 추정 되어 미지의 시스템의 길이가 40일 경우 약 44 정도로 시스템의 길이가 부대역에서 추정이 잘 되고 있음을 알 수 있다. 또한 그림 11 에서는 적응필터가 미지의 계수를 약 1000 sample 정도에 잘 추정하여 시스템의 임펄스 응답을 추정함을 알 수 있다.

그러면, 다시 그림 7 와 같은 시스템을 기존의 전대역 필터와 제시한 부대역 가변길이 적응필터로 추정한다고 가정하여 보자. 같은 시스템의 응답을 추정하기 위해서 기존의 필터는 길이가 25 이상 되는 적응 알고리즘을 동작 시켜야 하며, 아울러 가변길이를 추정하는데도 더 많은 시간이 걸린다. 이에 반해서 부대역의 경우 첫번째 대역은 길이가 6 정도의 필터의 길이를, 두번째 대역의 경우는 길이가 5 정도의 필터의 길이를 가지고 추정 하여도 전체적인 시스템의 주파수 응답을 근사화 하여 추정이 가능 함을 알 수 있다. 이 경우 두 대역에서 보다 적은 필터를 사용하는 경우, 가변길이 적응 알고리즘을 돌려서 길이를 추정하는데 걸리는 시간을 줄일 수 있을 뿐 아니라, 적응필터가 수렴 기간에 도달 하였을 때에 각종 적응 알고리즘의 복잡성을 줄이는데도 매우 효과적이다.

참고로 대부분의 전형적인 적응 필터 알고리즘의 계산량은 필터의 길이를 L 이라고 할때 $O(L^2)$ 정도의 복잡성을 가지고 있기 때문에 [6] 확실히 부대역의 계산량의 이득을 볼 수 있다고 할 것이다. 보다 정밀한 계산량 분석은 [9] 참조하면 된다.

VI. 결론

본 연구에서는 최근에 연구된 적응필터의 길이를 추정하여 최적의 길이를 추정하는 가변길이 적응필터를 부대역 적응 필터에 적용하여 보았다. 각종 가변길이 적응 알고리즘과 부대역 필터의 여러 가지의 조합의 알고리즘이 나올 수 있으나 지면관계로 간단한 예를 제시하였다. 앞서의 연구인 [9]

의 연구들과 결합하면 보다 많은 실제의 예, 즉 acoustic echo cancelling 과 같은 실제의 예에 대해서 재미있는 결과를 보일 수 있을 것이라 추정되나, 이는 추후의 연구 과제로 다루기로 한다. 또한 [9] 의 엄격한 eigenvalue analysis 를 동원하여 가변대역 길이의 부대역 적응필터가 어떠한 신호와 시스템에서 상대적인 이점이 있는지를 보다 정확히 밝힐 수도 있다. 본 연구의 많은 반복적인 실험을 통하여 임펄스 응답이 긴 시스템, 다시 말하면 주파수의 응답에 sharp 한 부분이 있는 시스템의 경우, 기존의 전대역 적응 필터의 경우 상당히 긴 필터의 응답이 필요함을 실험적으로 밝힐 수 있었으며, 이 경우 제시한 부대역을 사용함이 보다 효과적임을 정성적으로 알 수 있었다. 그 대표적인 예가 잡음이 섞인 환경에서의 협대역 신호를 추정하는 예 인데 ALE (adaptive line enhancer) 나 협대역 간섭 제거기등이 이러한 예가 아닐까 한다 [6]. 또한 협대역 간섭 제거기 등에서도 의미가 있을 것이다.

References

- [1] Y. Gu, K. Tang, and H. Cui, "LMS algorithm with gradient descent lter length," *IEEE Trans. Signal Processing Letters*, vol. 11, pp. 305-307, Mar. 2004.
DOI : 10.1109/LSP.2003.822892
- [2] M. Godavarti and A. O. Hero, "Partial update LMS algorithms," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, pp. 2382-2399, July 2005.
DOI : 10.1109/TSP.2005.849167
- [3] N. Li, Y. Zhang, Y. Zhao, and Y. Hao, "An improved variable tap-length LMS algorithm," *Signal Processing*, vol. 89, pp. 908-912, 2009.
DOI : <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2008.11.008>
- [4] Y. Gong and C. F. N. Cowan, "An LMS style variable tap-length algorithm for structure adaptation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, pp. 2400-2407, July 2005.
DOI : 10.1109/TSP.2005.849170
- [5] R. C. Bilcu, P. Kuosmanen, and K. Egiazarian, "A new variable length LMS

algorithm: theoretical analysis and implementations," in *Electronics, Circuits and Systems*, 2002. 9th International Conference on, vol. 3, pp. 1031-1034 vol.3, 2002.

DOI : 10.1109/ICECS.2002.1046426

[6] B. Widrow and S. Stearns, *Adaptive Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1985.

[7] A. Gilloire and M. Vetterli, "Adaptive ltering in sub-bands," in *Proc. Internat. Conf on Acoust., Speech, and Signal Proc.* 1988, pp. 1572-1575.

DOI : 10.1109/ICASSP.1988.196909

[8] A. Gilloire and M. Vetterli, "Adaptive ltering in subbands with critical sampling: Analysis, experiments, and application to acoustic echo cancellation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, pp. 1862-1875, Aug. 1992.

DOI : 10.1109/78.149989

[9] Y. G. Yang, N. I. Cho, and S. U. Lee, "On the performance analysis and applications of the subband adaptive digital filter," *Signal Processing*, vol. 41, pp. 295-307, Mar. 1995.

DOI:[https://doi.org/10.1016/0165-1684\(94\)00105-9](https://doi.org/10.1016/0165-1684(94)00105-9)

BIOGRAPHY

Yoon-Gi Yang (Member)



1989 : BS degree in Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.

1991 : MS degree in degree in Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.

1996 : PhD degree in Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.

1997~present : Prof. The Univ of SUWON