

## 모바일 기반 수학 학습 어플리케이션 개발 및 활용 방안<sup>1)</sup>

김 부 미\*

본 연구에서는 학교 수학의 내용을 담아낸 모바일 기반 수학 학습 어플리케이션을 개발하고, 이를 수학 교수·학습 상황에서 활용할 수 있는 방안을 모색하였다. 먼저, 중학교 수학의 ‘이차함수와 그래프’, ‘대푯값과 산포도’ 단원에서 조작을 통한 개념 탐구와 토론 학습이 가능하도록 어플리케이션 <중3수학교실>을 안드로이드 버전으로 수학교육 전문가, 수학 교사, 컴퓨터공학 전문가, 디지털 애니메이션 감독과 협업하여 개발하였다. 이때, 예비교사의 도움을 받아 중학교 3학년 남녀 학생 4명을 대상으로 개발한 어플리케이션을 적용하여 그 활용가능성을 검증하였다. 또한, 수학 수업에 어플리케이션을 활용하는 교수·학습 지도안과 어플리케이션 활용 매뉴얼을 개발하고 중학교 3학년 1개 학급을 대상으로 사례 연구를 실시하여 그 현장 적용 가능성을 모색하였다.

### 1. 서론

최근 세계는 스마트기기와 소셜네트워크(SNS)의 급속한 확산을 넘어 유비쿼터스 모바일 인터넷, 빅 데이터, 인공지능, 가상현실, 증강현실 등의 기술들이 서로 연결되어 변화를 이끌어내는 제4차 산업 혁명의 시대에 진입하고 있다. 이러한 환경 변화는 교육 분야에 IT 기술을 접목한 융·복합 콘텐츠 출현을 활성화시키고 있을 뿐만 아니라, 21세기를 살아갈 학생들이 길러야 할 핵심역량으로 디지털 소양을 강조하고 있다. 또한 우리나라의 2015 개정 수학과 교육과정에서도 정보처리 역량을 강조하고 있다.

교육부(2016)는 「제2차 수학교육 종합 계획(2015~2019)」을 통해 실생활 중심의 실용적인 통계 교육을 위한 수학 교수·학습 방법 개선, 수학에 대한 흥미 제고를 위해 게임 기반 온라

인 학습 콘텐츠 개발, 체험·탐구 중심의 수학교육 프로그램 개발 및 운영 등의 세부 정책을 추진하고 있다. 이에 따라 최근 학교 현장에 태블릿 PC가 보급되고 있으며, 휴대폰을 가지고 있는 학생들이 늘어나는 추세를 반영하여 모바일 교수·학습 시스템에 대한 학교 현장의 요구가 확대되고 있다. 그러나 수학교육에서 모바일 기기를 활용한 연구는 이미영(2011), 채재선(2013) 등의 일부 연구 외에는 크게 활성화되어 있지 않다. 또한 수학 교사들이 디지털 환경에서 공학적 도구를 활용하여 어떻게 수학 수업을 운영해야 하는지에 대한 연구도 이종희 외(2012), 김부미와 이종희(2012), 윤정은(2015)의 연구 외에는 찾아보기 힘들다.

수학교육에서 테크놀로지 활용에 대한 국내외 연구를 살펴보면, 김남희(2006), 손홍찬(2006), 한세호(2009), 양성현과 강옥기(2011), 고상숙 외(2015), 반은섭과 류희찬(2017) 등은 탐구형 기하

\* 원광대학교, bmkim@wonkwang.ac.kr

1) 이 논문은 2015년 대한민국 교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2015S1A5A8014394).

소프트웨어, 스프레드시트, 그래픽계산기나 컴퓨터대수시스템(CAS)의 활용 방안과 그 교수·학습의 효과를 보고한다. 디지털 기반 e-러닝 수학 학습에 대한 연구를 살펴보면, Confrey와 Maloney (2006), Sande(2011), Watson과 Fitzallen (2016) 등이 웹기반 탐구형 수학 학습 소프트웨어를 개발·적용한 사례 연구를 수행하고 있다. 또한 김부미(2012), Bowker, Hennessy, Dawes와 Deaney (2009)은 ICT 활용 수학 수업과 자원 및 그 교수·학습의 효과를 보고한다. Pursak, Hershkowitz와 Schwarz(2011), 이은숙과 조정수(2015) 등은 디지털 교육 환경에서 수학적 추론 학습 설계와 수학 교사의 전문성 신장 및 공학 사용에 대한 교사의 신념을 연구하고 있다.

이처럼 국내외의 테크놀로지를 활용한 수학 교육에 대한 연구들은 공학적 도구나 웹기반 연구가 대부분이며, 모바일 기반 수학 학습에 대한 연구는 찾아보기가 어렵다. 모바일 기반 교육 환경은 웹기반 환경에 비해 학습 콘텐츠에 대한 접근이 즉각적이고 용이하고, SNS 시스템을 활용한 양방향 의사소통이 편리하다는 장점이 있다. 따라서 모바일 환경에서 수학 학습의 가능성을 탐색하기 위한 학습 콘텐츠를 개발할 필요가 있다. 또한 모바일 기반 교수·학습의 교육적 활용도를 탐색해 보기 위해, 실제 수학 교실에서 수학 학습 어플리케이션과 같은 학습 콘텐츠를 활용한 수학 학습 방법을 탐색해 볼 필요가 있다.

이에, 본 연구에서는 수학 교수·학습에서 컴퓨터 시스템이 갖추어진 교실뿐만 아니라 무선 네트워크를 활용하여 시간과 장소에 구애받지 않고 학습자가 수학과 교육과정의 내용을 스스로 학습할 수 있는 수학 학습 어플리케이션을 개발하고자 한다. 구체적으로 모바일 기반 교수·학습 환경에서도 효과적으로 수학 학습을 할 수 있도록 학교 수학 중 이차함수의 그래프의 성질과 대푯값과 산포도 단원에 대한 수학

학습 콘텐츠를 개발하고자 한다. 또한 수학 학습 어플리케이션을 활용한 수학 학습 방법을 면담 수학 수업과 연계하여 실제 현장에 적용할 수 있는 방안을 모색하고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 디지털 테크놀로지와 수학교육

2000년대에 들어서면서 수학교육에서 ICT를 활용한 다양한 연구가 수행되어 왔다. 현재는 공학적 도구를 활용한 수학 교수·학습의 효과에 대한 연구, 웹기반 수학 학습, 모바일 기반 수학 학습에 대한 연구가 이루어지고 있다. 특히, 모바일 학습은 2000년대 초반부터 시작되었지만 i-OS와 안드로이드 운영 체제가 제공된 이후에 보다 효과적인 학습의 형태를 갖추었으며, 모바일 학습의 구성요소로는 의사소통, 상호작용, 응용프로그램(applications)이 있다(Ally, Grimus, & Ebner, 2014). ‘의사소통’은 소셜 미디어를 활용하여 학습 내용과 과정을 소통하는 것을 의미한다. ‘상호작용’은 팟캐스트(podcast)와 같이 시간에 맞춰 학습 콘텐츠와 상호작용이 가능함을 의미하는 구성 요소이다. ‘응용프로그램’은 학습 문제에 대해 다양한 응용 프로그램으로 학습할 수 있음을 의미한다.

수학 교육에서 디지털 테크놀로지를 활용한 최근의 연구는 웹기반 수학 교수·학습과 모바일 기반 수학 어플리케이션을 활용하는 방향에 대한 연구로 나눌 수 있다. 먼저 웹기반 수학 교수·학습에 대해 살펴보면, Confrey 외 (2010)는 ‘달 착륙(Lunar Lander)’이라는 중력, 질량, 속도에 대한 지식을 바탕으로 한 게임형 온라인 기반 소프트웨어 개발 및 이를 적용한 사례 연구를 하였다. Watson과 Fitzallen(2016)은 학생과의

상호작용 인터페이스를 강조하여 학습의 비계를 설정하도록 하는 학습 유도성(affordance of learning)을 강조한 온라인 기반 통계 학습 소프트웨어인 ‘TinkerPlots’를 개발하여 연구하고 있다. 이러한 웹기반 수학 학습 콘텐츠의 개발과 적용에 대한 연구 외에도 Olley(2011), Moreno-Armella와 Santos-Trigo(2016) 등은 중·고등학생들에게 피자의 온도와 배달 시간의 최적화 문제, 터널 통과 시 트럭 바퀴의 자취와 속도와 같은 문제 상황을 디지털 테크놀로지를 활용하여 해결할 수 있게 하는 수학적 모델링 과제 발골을 제안하고 있다. Pepin, Gueudet, Yerushalmy, Trouche와 Chazan(2016)은 수학교육에서 E-book의 활용 효과 및 잠재성에 대한 연구를 하고 있다. Sinclair, Arzarello, Gaisman과 Lozano(2010)은 디지털 테크놀로지를 활용한 컴퓨터 기반 평가(computer aided assessment)에 대한 연구를 수행하고 있다.

최근 웹기반 수학 학습은 맞춤형 수학교육 플랫폼을 개발하는 방향으로 진보하고 있다(Sinclair et al., 2010; 박수민, 2015). 구체적으로, 디지털 솔루션 KnowRe는 대수학 준비과정(pre-algebra), 대수학에 대해 연습, 강화, 응용 프로그램 및 개선 교육에 대한 자료를 제공하도록 우리나라에서 개발되었으며, 현재 미국 캘리포니아와 애리조나 주의 중·고등학교 수학교육 현장에서 사용되고 있다(박수민, 2015). KnowRe는 학생의 문제풀이 과정을 지켜보다 막히는 부분에서 도움을 주도록 설계된, 개별화 프로그램이다. KnowRe는 수학 문제 해결 과정에서 단계별 대화형 학습을 제공하는 옵션 ‘Walk Me Through’ 지침이 제공된다. 이를 통해 교사는 각 학생과 상호작용을 하고 학생의 개념과 지식에 대한 이해를 평가할 수 있다. 또한 교사가 대시보드를 활용하여 학생들에게 맞춰진 수업 계획과 개개인에 대한 진도와 성적표를 실시간으로

확인하고 기록하는 학습이력관리시스템을 제공한다. 특히, KnowRe의 모든 단원의 시작은 수학적 개념을 적용할 수 있는 실제 상황을 만화로 시작하고 연습문제와 응용문제를 달성할 때마다 별과 코인을 획득하거나 탐험 지도에서 자신의 영역을 확장해 나갈 수 있도록 하는 게임화된 요소를 제공하여 학생의 흥미와 지속력을 유지시키고 있다.

모바일 기반 수학 어플리케이션을 활용한 연구를 살펴보면, 정의적 영역에서 그 교수·학습의 효과를 보고하거나 어플리케이션에 대한 교수학적 분석 연구들이 주를 이루고 있다. 박수민(2015), 이미영(2011)은 각각 초등학교 1~2학년군과 중학교 1학년 수와 연산 영역의 사칙계산을 중심으로 개발된 모바일 게임형 학습 콘텐츠를 개발하여 적용한 결과, 학생의 수학 학습에 대한 흥미와 참여도를 높일 수 있음을 보고한다. 채제선(2013)은 몬티홀 문제 등에 대해 스마트폰을 활용하여 토론 학습을 실시한 결과, 학생들의 수학에 대한 흥미와 수학 학습에 대한 인식이 긍정적으로 변화함을 보고한다. Daher(2010), Daher와 Baya'a(2012), Özüün-Koca와 Edwards(2015)의 연구에서 중학생들에게 교실 밖 실제세계에서 일어나는 문제 상황을 스마트폰의 동영상과 사진 기능, CAS 어플리케이션, 그래프 어플리케이션 등을 활용하여 문제를 해결하도록 한 결과, 학생들은 다른 학생들과 협력학습을 통해 해결하려는 성향을 보였으며 수학에 대한 태도가 긍정적으로 변화하였다. 또한 학생들은 즉각성, 자료수집과 접근의 용이성, SNS의 활용 등을 이유로 Web 기반 학습보다 스마트폰의 디지털 도구 활용을 선호하는 것으로 나타났다.

국내의 모바일 기반 수학 학습 관련 어플리케이션을 조사한 연구를 살펴보면, 5분 내외의 짧은 동영상 콘텐츠인 클립형 콘텐츠를 수업 보조 자료로 많이 활용하고 있으며 초등학교 저학년

의 사칙계산 학습을 위한 어플리케이션, 중등학교용 다양한 버전의 계산기 어플리케이션, 문제 풀기 어플리케이션이 많았다(김부미, 2012; 고광진, 2014; 박수민, 2015). Handal, El-Khoury, Campbell과 Cavanagh(2013)도 Apple iTunes Store에서 초등과 중등 수준의 수학 학습 어플리케이션 100개를 분석한 결과, 대부분의 어플리케이션이 이미 학습한 내용을 얼마나 알고 있는지 확인하는 문제 풀기와 같은 연습 위주로 구성되어 있다고 보고하고 있다. 이로 부터 학생들은 수학 학습 어플리케이션을 활용하지만, 자기주도적인 탐구보다는 연습 위주의 수동적 역할로 학습에 참여하고 있음을 알 수 있다.

Ebner(2015)는 초등학교의 수학 학습 어플리케이션을 조사하여 그 유형과 학습전략에 따른 교육 활동을 분석하였다. 연구 결과, 수학 학습 어플리케이션은 독립실행형 학습 어플리케이션(예, MatheZoo, iLearn+ 등), 게임 기반 학습 어플리케이션(예, iBubbleMath, MatheFindIt 등), 협력학습 어플리케이션(예, MatheBingo, MathePairs 등), 학습 분석 어플리케이션(예, 1\*1 Trainer 등)으로 그 유형을 구분할 수 있었다. 또한 이러한 4가지 유형의 어플리케이션을 학습전략에 따라 분석한 결과, 학습 분석형을 활용한 학습만이 자기주도 학습, 우발 학습(incidental learning), 협력학습, 학습 분석(학습 이력 관리 및 평가)이 모두 가능한 것으로 나타났다. 협력학습형 어플리케이션은 우발 학습과 협력학습이, 게임 기반형은 자기주도 학습과 우발 학습이, 독립실행형은 자기주도 학습만이 가능한 것으로 나타났다.

이상에서 살펴본 모바일 기반 수학 학습 어플리케이션은 수학 교수·학습 상황에 필요한 교구를 종류별로 구비하지 않아도 되어 경제적이고 그 접근이 다른 공학적 도구에 편리하다는 장점이 있지만, 사용 언어, 디자인과 텍스트, 사용하는 목표 집단 등에 따라 어플리케이션의 학

습 유용성이 달라질 수 있음을 알 수 있다. 그리고 양방향 의사소통, 학습이력관리가 가능한 어플리케이션이 여전히 제한적임을 알 수 있다.

## 2. 모바일 기반 수학 학습

영국의 통합정보체제위원회(Joint Information Systems Committee: JISC)는 미래의 교실 수업의 특징으로 모바일 학습, 연결된 학습(connected learning), 시각적이고 상호작용적인 학습(visual and interactive learning), 지원기반 학습(supported learning)을 들고 있다(Sinclair et al., 2010). Tangney, Bray와 Oldham(2015)은 현실주의 수학교육과 미래 수학 교실의 연결 고리가 되는 학습모형인 Bridge21 모형을 제안하면서 모바일 학습, 협력 학습, 학습 과정에 통합된 테크놀로지, 통섭적 교육과정에 따른 주제 학습을 강조한다.

모바일 기반 수학 교수·학습에 대한 연구는 어플리케이션 개발과 그 교수·학습 효과 분석이나 모바일 어플리케이션을 활용한 학교 수학 수업 모형을 탐색하는 방향으로 이루어지고 있다. 특히, 모바일 수학 학습 어플리케이션을 활용한 학습은 수학적 모델링 학습에 효과가 있는 것으로 나타나고 있다. 구체적으로, Daher(2010), Daher와 Baya'a(2012), Özüin-Koca와 Edwards(2015)의 연구에서 학생들은 수학적 모델링 활동을 교실 밖에서 행하는 수학 실험처럼 인식하면서 실세계 문제를 스스로 발굴하고 자신의 추측을 어플리케이션을 활용하여 개선함으로써 문제를 해결하였다. Yerushalmy와 Botzer(2011)는 중등 수학 학습에 적합한 모바일 기반 그래프 어플리케이션을 개발하여 Math4Mobile 프로젝트를 수행하였다. 연구 결과, 학생들은 스스로 실제 물리적 환경에서 일변수 함수로 표현되는 상황을 찾고 그래프 어플리케이션을 활용하여 함수의 질적 측면과 양적 측면을 모두 성공적으로 탐구하

였다.

또한, 모바일 기반 개별화 맞춤형 수학 학습을 위한 어플리케이션 개발과 관련한 연구를 살펴 보면, Decker, Meier, Christ, Hillenbrand, Claus와 Kosching(2015)은 Offenburg 대학에서 대학 신입생들을 위한 준비과정으로 고등학교 수학과 대학 수학의 수준 차이를 줄이는 MassMatics 어플리케이션을 개발하였다. MassMatics에서는 경제와 공학에 사용되는 실제 문제를 3단계의 곤란도를 구분하여 제공하고 이를 통해 분수, 근호, 절댓값, 지수와 로그, 방정식과 부등식, 기하, 함수, 반례 활용을 다룬다. 또한 학생들이 어려움을 겪을 때마다 힌트 형식의 e코치가 도움을 주도록 구성되어 있다. e코치는 학생 개인의 학습 어려움에 대한 다양성을 사전 분석하여 단계를 세분화하고, 수학 전문 용어를 사용하되 수학을 잘 이해하는 또래 대학생의 언어로 제공하도록 개발되었다. 400여명의 1학년 대학생들에게 MassMatics를 정규 교과과정으로 적용한 결과, 참여 학생의 약 80%가 MassMatics의 e코치를 활용하여 매일 90분 이상 스스로 원하는 시간에 학습하였다. 설문조사에서 학생들은 MassMatics 어플리케이션이 수학 공식의 이해와 문제해결에 도움이 되고, 웹기반 학습에 비해 접근이 용이하고 학습의 효율성이 높다고 응답하였다.

신윤정(2012), Song과 Kim(2015) 등은 모바일 기반 수학 학습 어플리케이션을 활용한 학교 수업 모형으로 탐구 학습 모형을 제안하고 있다. 구체적으로, 신윤정(2012)은 고등학교 도함수 단원에 Grapher어플리케이션을 활용하기 위해 크게 3단계로 수업을 구성하고 있다. 첫 번째 단계에서 학생들은 어플리케이션의 활용법을 연습하여 조작법을 익히고, 실제 수업은 두 번째 단계부터 실시한다. 두 번째 단계에서 학생들은 도함수의 방정식과 부등식에의 활용에 대하여 Grapher어플리케이션을 활용하여 자발적으로 탐구한다. 마지

막 단계에서는 탐구한 내용이나 문제 해결 과정을 전체 학급 토론을 통해 정리한다. Song과 Kim(2015)은 수학 수업시간에 문제를 만들고 이를 해결하기 위해 스탠포드 모바일 탐구 기반 학습 환경(Stanford Mobile Inquiry-Based Learning Environment: 이하 SMILE)을 개발하고 인도네시아와 아르헨티나의 초등학생들에게 각각 하루에 2시간씩 일주일동안 적용한 후 7단계의 탐구 학습 모형을 제안한다. SMILE은 문제 만들기(Make your question), 문제 해결(Solving question), 결과 보기(See Results)라는 메뉴로 구성되어 있다. 문제 만들기과 문제 해결 메뉴는 화면에 글로 적는 것 외에 사진, 비디오, 오디오를 활용할 수 있다. 또한 SMILE은 학생참여, 다양한 상호작용, 반성, 동료평가, 경쟁과 협동이 가능하도록 구성되어 있다.

SMILE을 활용한 수업 모형은 ①도입과 어플리케이션의 기능 설명, ②문제를 위한 동기유발(prompt for problem), ③모둠 및 문제 생성(Student Grouping & Generating Questions), ④문제 생성(Question Generation), ⑤문제 해결(Question Solving), ⑥결과 검토(Result Review), ⑦반성의 7개 국면으로 구성된다. 각 단계별 특징을 정리하면, ①단계는 학생들이 어플리케이션의 각 기능을 1차시 동안 탐색해 보게 하는 시간으로, 교사가 학생의 조작 능력을 알아보고 앞으로의 수업에서 학생에게 도움을 줄 수 있게 한다. 실제 수업은 ②단계부터 시작된다. ②단계는 학생 스스로 학습주제와 관련된 간단한 선다형 문제를 만들고 다른 학생들과 이를 공유하는 단계이다. 이때 탐구 주제와 관련된 사진을 찍거나 인터넷에서 디지털 이미지와 정보를 찾아 질문을 만들 수도 있다. ③단계에서 학생들은 각자 제시한 다양한 문제와 그에 대한 답을 서로 비판적으로 검토 하면서 그룹을 조직한다. 그룹은 해결하고자 하는 문제에 관심이 있는 3~4명이 모여 만든

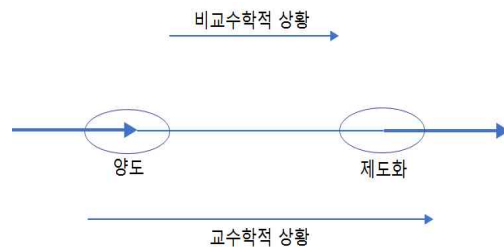
다. ④단계에서는 각 그룹에서 하나의 문제를 만들어 업로드하여 학급의 전체 학생들과 공유하도록 한다. 문제는 그래프, 표, 도형 등을 사용할 수 있고 종이에 적은 후 사진을 찍어 업로드 할 수도 있다. ⑤단계에서는 각 그룹에서 제안한 문제를 모두 스스로 해결하여 제출한다. 이때 동료의 질문과 검토를 받을 수 있다. ⑥단계에서는 자신의 답과 동료의 답을 비교하면서 정답을 검토하고 질문 비율에 대한 개별, 그룹별 순위도 알아본다. ⑦단계에서는 교사가 학생의 문제와 해결 과정과 답에 대한 피드백을 제공하면서 반성의 기회를 주고 학생들에게 관련된 새로운 문제를 만들 기회를 제공하며 형성평가를 실시한다.

교사는 학생의 모둠별 개별 활동을 포함하여 수업 전 과정(②~⑥단계)을 모니터링하고, 모바일 어플리케이션을 활용하여 시간을 관리하면서 학생의 활동을 조절한다. Song과 Kim(2015)의 사례 연구에서 학생의 SMILE의 활용도는 수업이 진행될수록 점점 높아졌고, 학생의 참여도와 상호작용도 증가하였다. 특히 ②단계에서 학생들의 참여도는 기존 수업에서보다 높게 나타났다.

이상에서 살펴본 모바일 기반 수학 학습은 공통적으로 현실적이고 맥락적인 문제를 모바일 기술을 활용하여 학생주도적으로 탐구, 해결할 수 있도록 하는 학습 활동과 쌍방향 의사소통을 통한 협력학습을 지향하고 있음을 알 수 있다. 또한 이러한 학습의 전 과정에서 교사는 학생의 학습 활동을 조화롭게 조정하고 비계를 설정함과 동시에 학생의 멘토가 되어야 함을 강조하고 있다.

한편, 신윤정(2012)와 Song과 Kim(2015)이 제안한 모바일 기반 수학 학습은 [그림 II-1]과 같은 Balacheff(2013)의 양도(devoloution), 비교수학적 상황, 제도화라는 교수학적 상황론에 비추어 해석할 수 있다. 모바일 기반 수학 학습은 크게 3단계의 학습 활동으로 구분될 수 있다. 과제와

테크놀로지를 소개하는 첫 단계는 학습의 주도권이 교사에서 학생으로 이전되는 것을 의미하므로 양도 단계로 볼 수 있다. 2단계는 주로 자기주도 학습 활동으로 구성되는데, 이 단계는 교수학적 의도는 감추어진 상태에서 교사의 중재 없이 학생 스스로 수학적 지식을 문제 해결의 도구로 활용하므로 비교수학적 상황으로 해석할 수 있다. 해결한 문제에 대한 발표와 토론을 하는 마지막 단계는 지식이 제도화되어 수학 교실 사회에 객관적 지식으로 자리 잡게 되는 것으로 제도화로 해석될 수 있다.



[그림 II-1] Balacheff(2013)의 교수학적 상황에서의 양도와 제도화

### III. 연구 방법

#### 1. 어플리케이션 설계 및 개발 절차

모바일 기반 수학 교수·학습 어플리케이션을 설계하고 개발하는 과정은 사전 준비 단계와 실제 어플리케이션 설계 및 개발 단계로 구분할 수 있다. 사전 준비 단계에서는 먼저 기존에 서비스되고 있는 다양한 교수·학습 사이트 및 모바일 어플리케이션의 장단점에 대한 분석을 실시하고, 관련 문헌을 조사하여 어플리케이션 설계 방향을 탐색하였다. 그런 다음 모바일 기반 수학 교수·학습 어플리케이션을 설계하였다.

구체적으로, 사전 준비 단계에서는 에듀넷에서

서비스하는 사이버 학습과 클라우드 환경(모바일, 태블릿 PC 등) 중 중등 수학 교육에 활용되고 있는 모바일 어플리케이션을 계산기 유형, 작도 유형, 3차원 공간도형 탐색용, 그래프 탐색용, 수학과 수학기 탐구용, 수학적 내용 학습용, STEAM과 연계한 수학 학습용 등과 같이 중점적으로 서비스하는 유형을 구분하고, 유형별로 내용 및 구성, 활용 방법, 교수·학습 매뉴얼, 사용 시의 장·단점 등을 분석하였다.

그리고 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정과 그에 따른 수학 교과서의 학습주제와 내용을 분석하여 모바일 기반 환경에서 구현가능한 중학교 수학의 주제별 내용을 전문가 협의회를 거쳐 학습 내용을 <표 III-1>과 같이 선정, 계열화하였다. 선정된 학습 주제는 중학교 3학년의 ‘대푯값과 산포도’와 ‘이차함수의 그래프’였다. 다만, 실생활 맥락을 주로 다루던 ‘이차함수의 최대와 최소’가 2015 개정 교육과정에서 고등학교로 상향 이동되었으므로 이 주제는 제외하였다.

<표 III-1> 어플리케이션 구현을 위한 학습 주제의 계열화

구현순서	이차함수와 그래프
1단계	이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 그리고, 그래프 특징 탐구하기
2단계	$a$ 값의 변화에 따른 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 탐구하기
3단계	평행이동을 통하여 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프 탐구하기
구현순서	대푯값과 산포도
1단계	대푯값
2단계	분산과 표준편차①
3단계	분산과 표준편차②

‘대푯값과 산포도’는 접근이 용이한 모바일 어플리케이션을 활용해 학생이 직접 자료를 정리

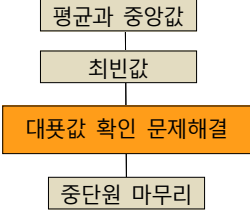
하고 주어진 자료를 조작하는 경험을 통해 개념을 탐구하기에 적합하여 선정하였다. 또한 ‘이차함수의 그래프’ 단원은 그래프를 학생들이 자신의 모바일 환경에서 손쉽게 구현하면서 수학적 의사소통과 추론을 강조한 활동을 통해 탐구한다면 이차함수의 그래프를 보다 쉽게 이해할 수 있을 것으로 판단되어 선정하였다.

실제 어플리케이션 설계 및 개발 단계에서는 학습목표를 설정하고 학습과제를 분석한 뒤 ‘대푯값과 산포도’, ‘이차함수와 그래프’의 형식, 구성, 활동의 공통 흐름도를 학생 개별 학습과 교사의 교실 수업에 모두 적용할 수 있도록 개발하였다(<표 III-2> 참조). 문헌 연구 결과를 바탕으로 어플리케이션의 형식은 크게 선수 학습 확인, 학습주제 탐구, 형성평가, 학습 코치의 네 부분으로 구성하였다. 구체적으로, 선수학습 확인을 하는 ‘어디까지 배웠지?’탭, 학습주제를 탐구하는 ‘오늘 뭘 하지?’탭, 형성평가를 수행하고 자신의 학습 결과를 확인하는 ‘내 실력은?’탭, 질문과 교사의 도움을 요청하는 ‘쌤, 도와주세요’탭으로 구성하였다.

그런 다음, 학생의 수준과 출발점 행동, 도착점 행동, 교수 전략 등을 고려하여 어플리케이션을 설계하기 위해 10년 이상 교직 경험과 수학 교육학 석·박사 학위를 가지고 있는 수학 교사 2명에게 선정된 각 단원의 학습 활동과 문제 해결 맥락에 대한 스토리보드를 설계하도록 하였다. 스토리보드를 바탕으로 각 탭의 내용, 동영상 강의, 학습 주제에 대한 발문, 개념 학습과 문제해결 활동, 형성평가 문항 등을 개발하고 수학 교사와 수학교육전문가의 검토를 받아 수정·보완하였다. 특히 ‘동영상 강의’는 만화의 대본과 예제를 수학 교사가 작성하고 만화 제작은 디지털 애니메이션 전문가가 담당하여 학생의 흥미를 끌 수 있도록 하였다.

이러한 과정을 거쳐 ‘이차함수와 그래프’와

<표 III-2> <중3수학교실> 어플리케이션의 형식

각 탭의 명칭	학습 활동	활동 형식
1번 탭 : 어디까지 배웠지?  (전시-본시-후시 학습 흐름도 보여주고 터치하면 대표 개념이나 내용 요약 제시)	차시별 주제 1	<예시: 대푯값 단원의 터치 주제> 
	차시별 주제 2	
	차시별 주제 3	
	터치하면 이동 ⋮	
2번 탭 : 오늘 뭘 하지?	동영상 강의	핵심개념의 만화 강의 제작
	학습 주제 발문	탐구/실험형 활동, 계산 기능, 통계학습용 표 모드, 이차함수 학습을 위한 그래픽 모드 개발
	개념학습 및 문제 해결 활동	RME(현실주의수학교육)수업 원리 적용
3번 탭 : 내 실력은?	확인 문제	형성평가 문제와 정답, 풀이과정 제작
	성적표	채점 결과 제시
4번 탭 : 쌤, 도와주세요.	질문있어요	문제풀이과정 사진 업로드해서 질문
	도와주세요	대화방

‘대푯값과 산포도’ 단원 각각에 대한 어플리케이션 설계도를 화면 디자인 형식으로 개발하였다. 디자인은 화면의 수만큼 제작하고 학습 내용과 학습 활동 구현을 위한 기능기에 대한 설명을 담았다. 설계도에 따라 수학교육 전문가, 컴퓨터 공학 전문가, 디지털 애니메이션 감독과의 협업을 통해 안드로이드 버전의 <중3수학교실> 어플리케이션을 ‘활용메뉴얼’과 함께 개발하였다.

특히, ‘이차함수와 그래프’에서는 학생들이 합숫값을 구하여 직접 표를 완성하고, 이차함수  $y = x^2$ ,  $y = ax^2$ ,  $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프를 다양하게 그려볼 수 있도록 그래픽 모드를 자체적으로 개발하였다. 구체적으로, 학생들은 그래픽 모드를 활용하여 그래프를 그리고자 할 때 합숫값을 순서쌍으로 변환하여 하나씩 찍어 그래프를 그리거나 대응표를 그래프로 변환할 수 있다. 뿐만 아니라, 주어진 식을 써 넣으면 그에 따른 그래프가 나타나고 그래프의 특징에 대한 탐구 결

과를 화면에 입력할 수 있게 제작하였다. 또한 그래프상의 한 점의 좌표, 교점 등을 알고 싶을 때, 그 점이나 그래프를 클릭하면 그에 대한 정보를 보여주는 창을 띄울 수 있도록 하였다.

어플리케이션의 개발 과정에서 예비 수학 교사 2명에게 설계한 모든 구현 기능을 시연해 보게 하여 표와 그래픽 모드 등에서 나타난 기능적 오류를 수정·보완하였다. 또한 수학교사와 수학교육전문가로 구성된 전문가협의회를 통하여 <중3수학교실>의 학습 내용과 활동의 적합성, 구현 기능과 교수·학습 방법의 적합성을 검토하였다.

<중3수학교실>은 경제적·공간적 제약이 있어 서버를 활용하지 않는 모바일 환경에 적합한 어플리케이션으로 개발하였다. 이로 인하여, 용량이 큰 동영상 강의를 프로그램 내에 삽입하거나 자체적인 대화방을 개발하여 운영할 수 없었다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 대화방을 통한 토론 문제 해결과 교사에게 질문이나 도움을 요



청해야 할 경우, 어플리케이션의 메신저 서비스(SMS 문자 서비스)를 활용하여 동료 학생들이나 교사와 연락한 후 소셜네트워크(SNS)의 k대화방을 활용하도록 하였다. 즉, k대화방에 학생이 풀이 과정이나 질문 내용을 사진으로 찍어 업로드하면 이에 대해 동료 학생들이나 교사가 답할 수 있도록 하였다. 또한 제작한 만화 강의는 YouTube에 업로드 한 후 어플리케이션의 ‘동영상 강의’ 버튼을 클릭하여 연결하였다.

## 2. 어플리케이션 적용 방안 탐색

이차함수, 산포도, 분산과 표준편차에 대해 개발한 어플리케이션 <중3수학교실>을 중학교 3학년 남녀 학생 4명을 대상으로 시험 적용하여 그 활용가능성을 검증하였다. 참여 학생들은 전라북도 K시에 위치한 3개 중학교(K중, J중, S중)의 3학년 학생들로 2016년 9월 26일부터 10월 30일까지 학부모의 동의를 받아 <중3수학교실> 어플리케이션의 시험 적용에 자발적으로 참여하였다. 학생들의 2016학년도 국가수준 수학 학업성취도를 살펴보면, 우수 학력은 K중 남학생 1명(W), 보통 학력은 J중의 여학생 2명(C, H), 기초 학력은 S중 여학생 1명(Y)이었다. 학생들은 10월말에 <중3수학교실> 활용 학습에 대한 만족도와 어플리케이션의 수정·보완에 대한 면담 조사에 참여하였다.

‘샘, 도와주세요’팀의 운영은 수학교육 전공 3학년 학부생과 교육대학원 학생들 중 자원자를 모집한 후 중학교 3학년 수학을 지도하는 포털 사이트의 카페운영자로 활동한 경험이 있는 교육대학원 4학기 예비교사를 선정하였다. ‘샘, 도와주세요’팀을 운영한 예비교사는 학생들의 질문에 응답하고 문제해결에 대한 도움 등을 지원하였고, <중3수학교실> 어플리케이션의 시험 적용이 끝난 후 <중3수학교실> 어플리케이션 운영

에 대한 면담 조사에 응하였다.

수업 상황에 <중3수학교실> 어플리케이션을 적용할 수 있도록 교수·학습 지도안을 활용 매뉴얼과 함께 개발하여 학교 현장에 적용하는 방안을 탐색하였다. 교수·학습 지도안은 설계(design)-시연(enactment)-분석(analysis)-설계의 연속적인 순환 구조로 이루어지는 설계 기반 연구(Design-based research) 방법(disSessa & Cobb, 2004)을 적용하고자 하였다. 이를 위해 교수·학습 지도안은 어플리케이션 설계에 참여한 수학 교사 2명이 개발하였다. 그러나 시연 단계는 개발한 교사의 학교 사정으로 인하여 ‘샘, 도와주세요’팀을 운영한 예비교사가 2016년 10월에 교생 실습 기간에 K시 A중학교장과 실습지도 수학교사의 허락을 받아 실시하였다. 예비교사는 실습 기간에 중학교 3학년 수학을 배정받았으나 <중3수학교실>과 그 교수·학습 지도안을 활용한 수업이 실습학교의 진도와 일치하지 않아 개발한 수업지도안을 모두 적용할 수는 없었다. 예비교사는 ‘대푯값과 산포도’ 단원의 ‘대푯값’과 ‘이차함수와 그래프’ 단원의 ‘ $y = ax^2$ 의 그래프’를 주제로 각각 90분 블록수업 1개 차시로 1개 반 24명의 학생들을 대상으로 시연하였다. 예비교사는 수업 시연 전에 <중3수학교실> 어플리케이션과 활용매뉴얼, 교수·학습 지도안을 숙지하였다. 또한 예비교사는 교과서의 다른 주제에 대하여 연구자와 실습 학교의 수학 교사로부터 토론 수업 운영에 대한 지도를 받았다.

교수·학습 지도안의 분석 및 수정·보완은 개발자와 시연자에 대한 면담조사, 수업 시연 동영상 분석, 시연 학급 학생들에 대한 설문조사, 수업 시연 참관 교사의 참관록 분석, 수학교육 전문가와 수학 교사와의 전문가협의회를 통해 실시하였다.

본 연구에서는 적은 수의 학생과 교사, 예비교사를 대상으로 면담 조사를 실시하였으므로 반

구조화된 면담조사 방식을 선택하였다. 면담에 사용한 질문지와 교수·학습 지도안의 시연 후 사용한 설문지는 수학교육전문가의 검증을 받아 내용타당도를 확보하고자 노력하였다. 또한 수학교육전문가와 학습심리전문가에게 녹화 및 면담 전사 자료, 분석 결과에 대해 교차 검증을 실시하여 분석 결과의 타당성을 확보하기 위하여 노력하였다.

## IV. 연구결과

### 1. <중3수학교실> 어플리케이션의 개발

학생 스스로 체험·탐구하여 수학적 추론과 의사소통 능력을 신장시킬 수 있도록 <중3수학교실> 어플리케이션을 ‘이차함수와 그래프’, ‘대푯값과 산포도’ 단원에서 <표 III-1>의 세분화된 주제별로 활용매뉴얼과 함께 개발하였다. 개발한 <중3수학교실>의 주요 수학 학습 내용과 학생의 활동 결과를 어플리케이션 형식에 따라 살펴보면 다음과 같다(<표 IV-1> 참조).

선수 학습용 탭인 ‘어디까지 배웠지?’에서 학생들은 선수 학습을 확인한다. 구체적으로, 학생들은 어플리케이션의 동영상 강의를 클릭하여 ‘대푯값과 산포도’ 단원에서는 핵심 개념에 대한 설명과 간단한 예제를 풀어보는 만화를 보면서 개념을 스스로 학습하였다. ‘대푯값’ 주제에서는 핵심 개념인 대푯값, 평균, 최빈값, 중앙값에 대한 설명과 예제를, ‘분산과 표준편차①’에서는 산포도와 편차에 대한 설명과 예제를, ‘분산과 표준편차②’에서는 분산과 표준편차에 대한 설명과 예제를 만화 강의로 제작하였다. 그러나 ‘이차함수와 그래프’의 학습에서는 그래프의 조작을 통한 개념 탐구 활동을 위해 ‘어디까지 배웠지’ 화면에서 ‘이차함수의 뜻’을 터치하면 이

차함수 개념에 대한 간단한 설명이 화면에 나타나도록 하였다. 시험 적용 후 ‘어디까지 배웠지?’를 활용한 소감을 묻는 면담에서 이차함수의 뜻에 대한 설명에 대해서는 별다른 반응을 보이지 않은 반면, 모든 학생들이 ‘만화 동영상 강의가 재미있다.’와 같이 응답하였다. 특히, 보통 학력의 학생은 핵심 개념과 용어에 대한 설명이 만화 캐릭터를 통해 지루하지 않고 집약적으로 설명이 되어 있어 도움이 되었다고 응답하였다.

본 학습용 탭인 ‘오늘 뭘 하지?’는 세분화된 학습 주제에 대하여 학생 스스로 주어진 문제를 해결하고 어플리케이션의 기능을 조작하여 개념을 탐구하고 문제를 풀고 다른 학생들과 토의할 수 있는 활동으로 구성하였다. 구체적으로, ‘대푯값’ 주제에서는 다트를 날리는 상황을 플래시 애니메이션으로 개발하여 학생들은 직접 다트를 쏘고 값을 수집하는 활동을 할 수 있었다. 또한 중앙값, 최빈값, 평균을 언제 어떻게 활용하는 것이 좋은지 스스로 탐구할 수 있도록 자료를 같은 점수나 순서대로 배열하는 활동을 할 수 있었다. 시험 적용 후 이러한 조작을 통한 문제 해결 활동에 대한 면담 조사 결과, 우수 학력 학생을 제외한 학생들 모두 ‘대푯값뿐만 아니라 통계 학습에 흥미를 느낄 수 있고 내용 이해를 잘 할 수 있어 많은 도움이 되었다.’고 답하였다. 그러나 우수 학력 학생은 ‘문제 해결 과정에서 다트 실험을 통해 실 수 있는 느낌을 받았지만, 다트 실험으로 나타나는 경우의 수가 한정적이고 실험보다는 풀 수 있는 문제가 더 많이 제시되는 것이 좋겠다.’는 의견을 제시하였다.

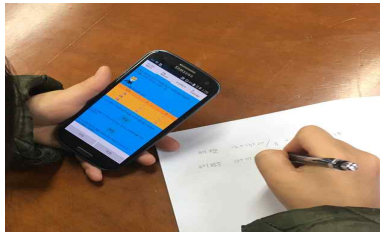
‘분산과 표준편차 ①, ②’ 학습에서는 분산과 표준편차를 구하는 공식을 유도하고 개념을 학습하는 과정을 학생이 직접 값을 조사하여 표를 만들고 자료의 분포상태를 탐구해 보도록 하였다. 이때, 평균, 분산, 표준편차의 값은 계산기로 쉽게 구할 수 있도록 하였다. 그러나 기초 학력

<표 IV-1> <중3수학교실> 어플리케이션의 기능 구현 화면캡처

<p>구글 스토어 소개 화면</p>	<p>학습, 그래픽 모드, 동영상 강의, 메신저 구성 화면</p>	<p>학습 주제 구성 화면</p>	<p>학습 탭과 '대푯값'의 학습 활동 구성 화면</p>
<p>'동영상 강의'의 만화 강의 화면</p>	<p>'어디까지 배웠지' 화면</p>	<p>'오늘 뭐하지'의 표 탐구 활동 화면</p>	<p>'오늘 뭐하지'의 다트 게임 화면</p>
<p>자료 정리 활동 후 최빈값 개념 확인 화면</p>	<p>'내 실력은?' 화면</p>	<p>'샘, 도와주세요'의 메인 화면</p>	<p>'샘, 도와주세요'의 질의 메신저 화면</p>

의 학생을 제외한 모든 학생들이 [그림 IV-1]과 같이 화면에서 문제를 확인하고 종이에 직접 풀

은 뒤 다시 화면에서 '정답' 버튼을 눌러 자신의 풀이 과정과 정답을 확인하였다.



[그림 IV-1] 학생의 문제해결 화면

‘이차함수와 그래프’는 ‘이차함수  $y = x^2$ 의 그래프를 그리고, 그래프 특징 탐구하기’, ‘ $a$ 값의 변화에 따른 이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프 탐구하기’, ‘평행이동을 통하여  $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프 탐구하기’의 주제로 구성하고, 세 주제 모두 학생들이 함수값을 구하여 직접 표를 완성할 수 있도록 하고, 그래픽 모드를 활용해 이차함수  $y = x^2$ ,  $y = ax^2$ ,  $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프를 직접 다양하게 그려보고 대화방에서 다른 학생들과 토의하거나 교사에게 질의하면서 이차함수와 그래프를 탐구하도록 구성하였다. 토의한 내용을 모바일 화면에 작성할 수 있고, 스마트폰 화면캡처 기능을 이용하여 이차함수의 그래프 탐구 결과를 공유할 수도 있었다.

학생들이 그래픽 모드를 활용하여  $x$ 값의 범위를 유리수, 실수로 확장해 가면서 그래프의 특징을 탐구할 때 순서쌍  $(x, y)$ 의 값이 소수 표현이 됨을 사전에 안내하였으나, 보통 학력 학생 1명과 기초 학력 수준의 학생 1명은 분수와 근호로 표현된 수와 소수로 표현된 수를 동일시하는 것을 어려워하였다.

본 연구에서 개발한 그래픽 모드는 기존의 그래픽 탐구용 소프트웨어나 그래픽 계산기의 기능은 모두 수행하면서도 프로그램 언어를 배운 다거나 직접 자판이나 버튼을 누르지 않고 필요한 기능의 아이콘을 터치하게 되어 있다. 그 결과, 학생들의 시험 적용 후 면담 조사와 전문가의 검토 협의회에서 그래픽 모드의 사용이 매우

쉽고, 즉석에서 자료를 저장하거나 공유하기도 매우 편리하다는 평가를 받았다. 특히, 탐구활동 과정에서 학생들이 함수값을 계산하여 직접 입력하지 않아도 버튼을 터치하면 함수값을 바로 제시해주고,  $x$ 값이 같을 때  $y$ 값의 변화를 살펴 보거나  $y$ 값이 같아지는  $x$ 값의 차이를 생각해 보도록 하여 그래프의 변화를 예상할 수 있도록 유도하는 점과 함수값 계산 과정보다는 그래프의 평행이동 변화를 찾아내는 데 주안점을 둔 것을 긍정적으로 평가하였다.

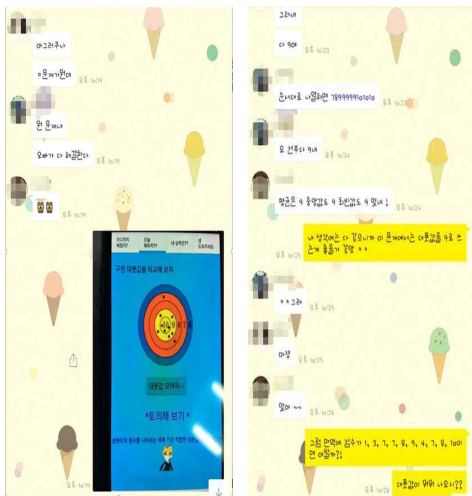
그러나 실제 운용 결과, 그래픽 표현이나 수식 입력, 통계표 입력 등에 있어서 Web 기반 수학 학습 프로그램과 달리 모바일 환경에서는 여러 화면이 동시에 오버랩 되지 않기 때문에 구현 기능 중 그래픽 모드를 활용한 선·후수 학습 화면의 연결이 매끄럽지 못한 경우가 나타나는 한계점도 있었다.

‘대포값과 산포도’와 ‘이차함수와 그래프’에서 <중3수학교실>을 활용한 토의·토론 학습은 SNS체계의 K대화방을 활용하여 진행되었다. 이때 ‘샘, 도와주세요’를 운영하는 예비 교사가 학생들의 토의 시간과 학습 내용을 조정, 정리하고 학생의 질의와 도움 요청에 답하였다. [그림 IV-2]는 ‘대포값’ 주제에서 ‘다트판의 실험 점수를 나타내는 데 가장 적합한 대포값은 무엇인가’라는 토의 문제를 모바일의 K대화방을 통하여 해결하고 있는 모습이다.

학생들은 토의학습에 대하여 다음과 같은 긍정적인 평가를 하였다. 특히, 웹기반 수학 학습의 경험이 있는 학생 W와 Y는 모바일의 SNS체계의 대화방에 대한 접근 용이성, 즉각성을 이유로 토의·토론 학습에 모바일 기반 학습이 웹기반 학습보다 편리하다고 하였다.

C: 친구들에게 연락이 안 되는 상황이면 토의를 할 수 없었지만, 혼자 생각하는 것보다 친구들과의 토의를 통해 의견을 공유해 답

- 을 더 잘 찾아낼 수 있어 좋았어요.
- H: 어려웠던 문제를 친구들과 이야기하면서 해결할 수 있어서 좋았습니다.
- Y: 새로운 친구를 사귀며 공부를 한다는 점이 신선했고 내가 생각 못한 질문을 친구들이 함으로써 많이 알 수 있어서 좋아요. 어려운 점은 학생이다 보니 데이터가 충분하지 않아 마음껏 하지 못합니다. 그리고 ‘토의해보자’는 문제를 K대화방으로 할 수 있어 카페에 댓글을 달던 것 보다 좋았어요.
- W: ‘토의해보자’를 어플리케이션을 통하여 바로 바로 할 수 있기 때문에 카페를 이용하지 않아서 더 좋았습니다.



[그림 IV-2] 학생들의 K대화방을 활용한 토의 학습 화면의 일부

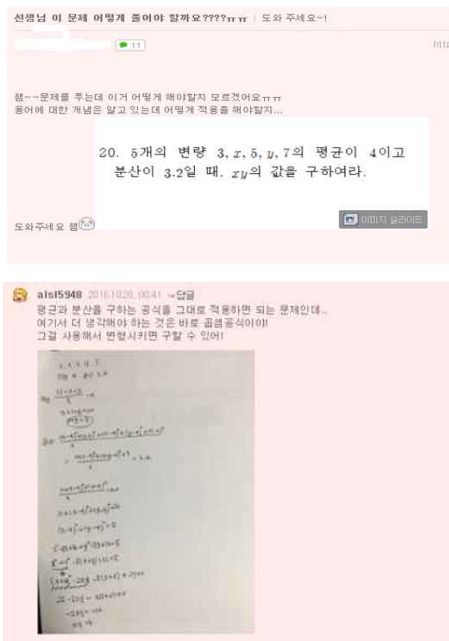
사교육 시간을 피해 토의 학습을 진행하기를 원한다는 학부모와 학생의 의견에 따라 처음에는 토의·토론이 밤 10시~10시 30분 사이에 이루어졌다. 그러나 시간이 4시 30분~5시와 6시 30분~7시 사이로 앞당겨졌다. 이 원인에 대해 면담한 결과, 어플리케이션을 활용한 자신만의 공부법을 알아낼 수 있어 도움이 되었다는 C학생이 다른 학생들에게 자투리 시간을 활용해 수학 문제를 토의하는 것을 제안하고 다른 학생들이 동

의하였기 때문이라고 답하였다.

형성평가 탭(‘내 실력은?’)에서 학생들은 형성평가 문제를 풀고 ‘정답확인’ 버튼을 눌러 자신의 성취 결과를 확인하고 ‘오답노트’ 버튼을 눌러 틀린 문제의 풀이과정과 답을 확인할 수 있도록 하였다. 학생들의 면담 결과, 모든 학생들이 ‘문제가 좀 더 다양하고 수준별로 골고루 제시되면 좋겠다.’는 의견과 ‘형성 평가 후 개별 학생의 수준에 맞는 맞춤형 연습 문제가 제공되면 좋겠다.’는 의견을 제시하였다. 형성평가를 위한 문제를 제시하였으나, 학생들은 보다 많은 수의 수준별 문제와 평가 결과에 따른 피드백을 반영한 연습 문제가 제공되기를 바라고 있었다.

‘샘, 도와주세요’ 탭은 ‘질문있어요’와 ‘도와주세요’로 구성하였다. 학생들은 ‘질문있어요’에서는 ‘오늘 뭐하지?’와 ‘형성평가’의 학습 내용을 어플리케이션의 SMS 메신저 기능이나 K대화방을 사용하여 질의하였다. 예비 교사는 어플리케이션의 팝업 기능(SMS 기능)과 K대화방을 활용하여 충실하게 응답하였다. 또한 학생들은 ‘도와주세요’에서 수준별 연습 문제 제공과 공유, 그에 대한 풀이과정과 정답에 대한 설명 등을 주로 요청하였다. 그러나 모니터링 과정에서 학생들의 보조 자료 요청에 대한 피드백을 어플리케이션의 팝업 기능(SMS 기능)만을 사용하는 것은 한계가 있었다. 또한 예비교사도 수준별 문제의 제공과 활용을 웹기반 학습으로 제공하면 학생의 어플리케이션을 활용한 학습 관리에 더 효율적일 것 같다는 의견을 제시하였다. 이에, 모바일 중심 수학 학습으로 운영하되 수준별 연습 문제와 같은 학습 보조 자료의 제공과 이에 대한 질의와 응답만을 목적으로 하는 포털 검색 사이트의 카페를 개설하였다. 학생들은 빨리 해결하기를 원하는 문제에 대한 질문은 K대화방을 이용하였으나, 수준별 연습 문제에 대한 질문의 대부분은 카페를 이용하고 이러한 과정을 다른

학생들과 공유하였다. [그림 IV-3]은 수준별 연습 문제에 대한 학생의 질문과 이에 대하여 예비교사가 응답한 카페의 운영 모습이다.



[그림 IV-3] 학생들의 도움 요청을 해결한 수학 학습 카페의 운영 화면

카페 운영에 대한 면담에서, 보통 학력 수준의 학생 C와 H는 ‘문제가 다양하고 수준별로 골고루 있어 좋았다.’고 답하였으며, 나머지 학생들은 ‘다양한 문제와 그 외에 활용할 수 있는 자료를 더 많이 제공할 수 있으면 좋겠다.’고 답하였다.

예비 교사와 카페 운영에 대하여 면담한 결과, ‘어플리케이션에서 링크된 인터넷 카페에 접속하는 것보다 실시간 대화방을 직접 개발하여 사용하도록 시스템을 보완한다면 시간이나 공간의 제약 없이 학생들의 질문이나 도움 요청에 대한 원격 교육이 가능했을 것으로 생각된다.’고 답하였다. 또한 형성평가 문제를 수준에 따라 단계별로 제시하거나 기본문제 제시 후 점수에 따라 보충, 심화 단계로 선택할 수 있도록 제공하는

것과 같이 학습자 특성을 고려한 다양한 수준의 문제를 제공하는 것을 제안하였다.

이 밖에도, <중3수학교실> 활용에 대하여 예비 교사는 모바일 기반 토의 학습이 전통적인 교과서 중심의 수업 방식과 웹기반 학습에서의 댓글 토의보다는 스마트폰 기기를 사용한다는 점에서 학생들의 흥미와 참여를 이끌어내고 집중력을 유지시킬 수 있었다고 응답하였다. 그러나 그래픽 기능을 사용할 때 수식을 표현하는 방법에 대한 자세한 설명이 필요하다고 제안하였다. 그리고 어플리케이션의 교사 역할을 하는 토끼 캐릭터를 터치하면 수식입력 방법을 안내하는 팝업창이 열리는데, 이것이 중학생들에게는 생소할 수 있으므로 모바일 학습을 운영하는 실제 교사가 키보드에 입력하는 방법을 보여주는 과정이 필요함을 제안하였다.

<중3수학교실> 어플리케이션의 활용에 대하여 전문가협의회에서 수학 교사와 수학교육전문가는 다음과 같은 긍정적인 평가를 하였다.

- 어플리케이션의 사용이 비교적 간단하고 용이하여 학생들이 쉽게 접근가능하며, 이차함수 그래프를 그려보고 그 성질을 이해하는 수업목표에 가장 잘 부합하도록 그래픽 기능이 강조된 앱으로 수업에 보조도구로 활용할 수 있다. 학생들이 수업 중 그래프를 직접 확인해 볼 수 있고, 수업 후에도 개별적으로 반복적인 연습이 가능하다.
- 수업 과정에서 학생들이 탐구한 결과를 화면에 직접 입력, 작성하고 캡처하여 카페에 올리면 종이 학습지 대신 수행평가로 활용가능하다.
- 수업 후에도 개별 학습과정에서 학습내용 또는 문제풀이에 대하여 모르는 것이나 궁금한 부분이 있으면 사진이나 동영상으로 링크된 카페에 올리면 교사의 피드백을 받을 수도 있고, 다른 친구들과도 의견을 나누는 등의 상호작용이 가능하다.

또한 전문가협의회에서는 <중3수학교실> 어플

리케이션의 활용에 대하여 다음과 같은 유의점과 개선점도 제안하였다.

- 이차함수 그래프를 시각적으로 확인해보고 활용하는 그래픽 기능이 앱의 가장 중요한 부분인데 스마트폰 모델에 따라 화면이 작아 기능이 제한적일 수 있다. 그러한 점에서는 스마트폰보다 화면이 큰 태블릿 PC와 같은 스마트 기기가 수업활용에 더 적합할 것으로 보인다.
- 실시간 대화방으로의 연결이 가능했다면 시간이나 공간의 제약 없이 원격교육이 가능했을 것으로 보이나 그렇지 못한 점이 다소 아쉽고, 링크된 인터넷 카페에도 접속하기 위해서는 스마트폰 데이터를 사용해야 하므로 교실 내에 무선인터넷 환경이 구축되어야 학생들의 접근이 자유로울 것이다.

<중3수학교실> 어플리케이션의 시험 적용 결과와 전문가협의회의 결과를 반영하여 그 활용 매뉴얼을 개발하였다. <부록 1>은 ‘분산과 표준편차’의 교수·학습에 <중3수학교실> 어플리케이션을 활용하기 위해 개발한 매뉴얼이다.

## 2. 교수·학습 지도안 개발

<중3수학교실>은 누구나 접근이 용이한 어플리케이션으로 개발되었으므로, 어플리케이션을 수학 교수·학습에서 활용할 수 있는 방안도 다양할 것이다. <중3수학교실> 어플리케이션은 수학 교과 교실에서 문제해결과 함께 자신의 수학적 활동 과정과 결과를 조망할 수 있는 맞춤형 교수·학습 자료로 활용될 수 있을 것이다. 또한 교사의 수업 설계에 따라 어느 차시에 사용할 수 있을지에 따라 다양하게 활용될 수도 있을 것이다. 예를 들어, 2009 개정 수학과 교육과정에서 약 4~5차시에 걸쳐 지도되는 ‘분산과 산포도’ 단원에서 <부록1>과 같은 <중3수학교실>의 어플리케이션 활용매뉴얼을 최종 차시의 지도안

으로 변형하여 수업할 수 있을 것이다. 이 수업의 학습목표는 학생이 이전에 학습한 분산과 표준편차의 의미를 다시 한 번 모둠별 토론 학습을 통해 이해, 정리한 후 자기평가를 하는 것을 목적으로 할 수 있다.

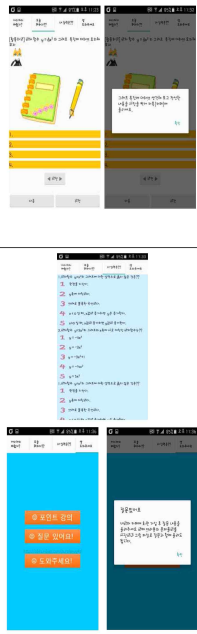
이처럼 다양한 활용 방법의 일환으로, 본 연구에서는 <중3수학교실> 어플리케이션을 활용하여 ‘이차함수와 그래프’, ‘대푯값과 산포도’ 단원에 대하여 수학교과교실에서 토론 수업을 할 수 있도록 각각 교수·학습 지도안을 개발하였다. ‘이차함수와 그래프’ 단원에서 개발한 교수·학습 지도안은 이차함수의 그래프의 성질을 학습하는 것을 목표로 4차시로 개발되었다. ‘대푯값과 산포도’ 단원의 교수·학습 지도안은 ‘구체적인 자료를 이용하여 대푯값(중앙값, 최빈값, 평균)의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.’, ‘구체적인 자료를 이용하여 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.’를 학습 목표로 5차시로 개발되었다. 개발한 지도안은 ‘대푯값’과 ‘산포도’ 단원에서 각각 45분 수업 1개 차시, 90분 블록수업 1개 차시로 활용될 수도 있다. [그림 IV-4]는 이차함수와 그래프 중 ‘이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프’에 대한 지도안이다.

교수·학습 지도안의 현장 적합성을 알아보기 위하여 ‘대푯값’과 ‘이차함수와 그래프’를 주제로 한 예비교사의 수업 시연과 그에 대한 수업 분석을 실시하였다. ‘이차함수와 그래프’ 단원에서는 [그림 IV-4]의 교수·학습 지도안을 <중3수학교실> 어플리케이션과 함께 활용하였다.

분석 결과, 학생들은 설문조사에서 ‘<중3수학교실> 어플리케이션을 쉽게 조작할 수 있는가?’의 질문에 대하여 20명(83.3%)이 ‘그렇다’고 답하였다. 또한 ‘<중3수학교실>을 활용한 수업이 유익하였는가?’에 대하여 17명의 학생들(70.8%)이 ‘유익하다’고 답하였다. 유익하다고 답한 학생을 대상으로 ‘가장 유익하다고 생각하는 활동



단원	I. 이차함수와 그 그래프 3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프	차시	3차시
학습 목표	■ 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해할 수 있다.		
단계	교수 학습 활동	APP 기능 활용	
도입 (5분)	[선수 학습 확인] : 전 시간 학습 내용을 확인하고 학생들이 질문이 있으면 설명한다. ▶ 1. 이차함수의 뜻 2. $y = x^2$ 의 그래프의 특징 [본 차시 학습목표 제시] : 본시 학습목표를 확인한다.		
전개 (30분)	[탐구 활동 1] : $x, y$ 사이의 대응표를 이용하여 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = 2x^2, y = \frac{1}{2}x^2$ 의 함수값의 변화를 비교할 수 있게 한다. ▶ 표를 완성한다. ▶ $x$ 의 값이 같을 때의 함수값을 비교하여 각각 활동 결과를 발표해 보도록 하고, 교사는 보충 설명을 한다. [그래프 탐구 1] ▶ $x$ 의 값이 같을 때 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = 2x^2$ 의 함수값, $y = x^2$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 함수값을 비교하여 $y = 2x^2$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 모양을 각각 생각하게 한다. ▶ 앱의 그래픽 기능을 이용하여 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = 2x^2, y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 색깔을 달리하여 그려보게 한다. (이때, 그래픽 보드에 함수식을 입력하는 방법을 자세히 설명해 준다.) ▶ $y = 3x^2, y = 4x^2, y = \frac{1}{4}x^2, y = \frac{1}{9}x^2$ 등의 그래프도 그려보도록 하고, 그래프에 어떤 변화가 있는지 생각해 보도록 유도한다. ▶ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프는 $a$ 의 값에 따라 그래프의 폭이 달라짐을 시각적으로 확인하게 한다. [탐구 활동 2] : $x, y$ 사이의 대응표를 이용하여 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = x^2, y = 2x^2$ 과 $y = -2x^2$ 의 함수값의 변화를 비교할 수 있게 한다. ▶ 표를 완성한다. [그래프 탐구 2] ▶ 이차함수 $y = -x^2$ 과 $y = -2x^2$ 의 그래프의 모양을 미리 예측해 보도록 한다. ▶ 앱의 그래픽 기능을 이용하여 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2, y = 2x^2$ 과 $y = -2x^2$ 의 그래프를 색깔을 달리하여 그려보게 한다. ▶ $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a$ 의 절댓값이 같고 부호가 다를 때, 그래프에 어떤 변화가 있는지 시각적으로 확인하게 한다.		

단원	I. 이차함수와 그 그래프 3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프	차시	3차시
학습 목표	■ 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해할 수 있다.		
단계	교수 학습 활동	APP 기능 활용	
정리 (10분)	[토의 활동] : 그래프 탐구활동을 통하여 $y = ax^2$ 의 그래프 특징에 대하여 모둠별로 토의해 보도록 한다. ▶ 토의한 내용을 각자 보드에 작성하고, 화면캡처 스마트 폰 기능을 이용하여 키체에 올리도록 한다. ▶ 교사는 함수 $y = ax^2$ 의 그래프 $a > 0, a < 0$ 의 특징에 대해 정리하여 보충 설명한다. - $a$ 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지고 항상 $y$ 축 대칭인 것을 설명한다. - $y = ax^2$ 와 $y = -ax^2$ 의 그래프는 $x$ 축에 서로 대칭인 것을 설명한다. [형성평가] : 내실력 확인하기 문제를 각자 풀게 한 후 채점하여 성취 수준을 파악한다. [학습 내용 정리] ▶ 포인트 강의를 통하여 이 시간에 배웠던 개념을 요약하여 다시 확인하고 복습할 수 있다. ▶ 질문이 있는 부분은 화면에 링크된 키체에 접속하여 본인의 문제풀이 사진이나 그림 파일로 질문과 함께 올리도록 안내하고, 교사는 답글이나 회신을 통해 피드백을 준다.		

[그림 IV-4] ‘이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프’ 단원의 교수·학습 지도안

을 하나 적어주십시오.’라는 질문을 한 결과, 8명의 학생들은 스스로 그래프를 쉽게 그려보는 활동을 통하여 이차함수의 그래프의 성질을 탐구하는 것이 유익하다고 답하였다. 9명의 학생들은 게임 형식으로 자료를 생성하고 자신이 만든 구체적인 자료를 이용하여 대푯값의 개념을 이해하고 문제를 해결하는 것을 유익하다고 답하였다. 또한 16명의 학생들(66.7%)은 닥트 게임을 통한 대푯값 탐구 활동이 가장 흥미 있었다고 하였다. 그러나 형성평가에 대한 피드백을 팝업 기능을 이용하여 채점 결과, 풀이과정과 답만을 제공하는 것에 대하여 대부분의 학생들은 기존의 수업과 차이점을 느끼지 못하고 있었다.

수업 참관 교사들은 어플리케이션을 활용하여 학생들이 직접 실험하여 대푯값 개념을 탐구하

는 부분을 효과적인 교수·학습이 일어난 부분으로 평가하였다. 또한 어플리케이션의 그래픽 모드는 일반적인 교실 수업에서도 이차함수 그래프 그리기에 대한 연습이나 적용 단계에서 학생들이 활용할 수 있는 보조매체로 적합하다고 평가하였다.

<중3수학교실> 어플리케이션을 활용하여 수업 과정에서 학생들이 직접 화면에 입력, 작성한 탐구 결과는 캡처하여 토론 수업에서 활용할 수 있었다. 모둠별 토의 학습에서는 대화방을 활용하지 않고 어플리케이션을 활용하여 그래프의 성질에 대하여 직접 토의하면서 협력적으로 문제를 해결하였다. 특히, 이차함수의 그래프를 잘 그리지 못하는 학생들도 어플리케이션의 그래픽 모드를 활용하여 그래프를 다양하게 그릴 수 있



어 토의가 전반적으로 활발하게 진행되었다. 다만, 이미 학습한 단원에 대하여 어플리케이션을 활용한 토론 수업을 진행하였다는 연구의 제한점이 있었다. 전체 학급 토론에서 학생들은 모두 별 탐구 결과를 발표할 때 스마트폰의 화면 캡처 기능을 수학교과교실의 U-러닝 시스템과 연동하여 활용할 수 있었다.

수업 시연을 한 예비 교사와의 면담 결과, 예비 교사는 학생들의 수업 참여가 교과서를 기반으로 한 전통적인 수업보다 자발적이고 적극적이었으며 학생들의 흥미 유발에 어플리케이션을 활용한 수업이 용이하다고 응답하였다. 또한 ‘대푯값’과 ‘이차함수와 그래프’ 단원에서 별도의 학습지를 개발하지 않고 모바일로 수업을 할 수 있어 편리하다고 응답하였다. 그러나 대푯값의 수업에서는 어플리케이션의 다크판 실험을 다양하게 변형할 수 없어 별도의 학습지를 개발하였으므로, 어플리케이션을 활용하는 교수·학습 방법의 정교화가 필요하다는 의견을 제시하였다.

## V. 결론 및 제언

본 연구에서는 모바일기반 수학 학습 상황에서 실현할 수 있는 학교 수학의 내용을 담아낸 어플리케이션을 개발하고, 개발한 어플리케이션을 수학 교수·학습에서 활용할 수 있는 방안을 모색하고자 하였다. 구체적으로, 디지털 테크놀로지와 모바일 학습 관련 수학교육 문헌들과 기존의 수학 학습 어플리케이션을 조사하였다. 그리고 ‘이차함수와 그래프’, ‘대푯값과 산포도’ 단원을 개발할 내용 영역으로 선정한 후 이에 대하여 <중3수학교실> 어플리케이션을 안드로이드 버전으로 개발하였다. <중3수학교실>에서 학생들은 실생활 사진에서 곡선을 찾고 이로부터 함수 관계를 추측해보는 활동으로 시작한 후 그래

픽 모드를 활용하여 이차함수의 그래프를 직접 탐구할 수 있었다. 또한 대푯값과 산포도 단원에서 학생들은 직접 구체적인 자료를 수집, 분석하는 활동을 체험함으로써 그 개념을 이해하고 문제를 해결할 수 있었다. 그리고 어플리케이션을 활용하여 자신의 추측, 문제해결의 과정과 결과 등을 토의·토론할 수 있었다. <중3수학교실> 어플리케이션을 수학 수업에서 활용할 수 있도록 그 활용메뉴얼과 함께 단원별로 교수·학습 지도안을 개발하고 중학교 3학년 학생 4명과 중학교 3학년 1개 학급, 예비교사를 대상으로 사례 연구를 실시하여 그 현장 적용 가능성을 모색하였다.

본 연구의 어플리케이션의 개발 사례는 수학교육전문가와 컴퓨터공학전문가가 소통하여 공학의 신기술과 교육적 활용을 접목한 하나의 협업 사례이다. 이러한 수학 학습 어플리케이션의 개발 연구는 U-러닝 수학교육콘텐츠 개발 활성화에 기여할 수 있을 것이다. 또한, 모바일 수학 학습 어플리케이션은 접근의 용이성이 뛰어나므로, 학생은 수학을 언제 어디서나 자기 주도적으로 흥미 있게 학습할 수 있게 도울 수 있다. 실제로, 비록 적은 수의 학생들을 대상으로 <중3수학교실>을 시험 적용하고 <교수·학습 지도안>을 중학교 3학년 1개 학급에 적용하였으나, <중3수학교실> 어플리케이션을 통해 학생들이 직접 조작하고 자기주도적으로 개념을 탐구하였고, 교수·학습 지도안은 수학 교실에서 실제로 활용할 수 있었다. 특히, <중3수학교실> 어플리케이션은 학생의 수학 학습에 대한 동기 부여, 수학에 대한 흥미와 긍정적인 태도를 기르는 데 기여할 수 있었다. 또한 모바일 기반 토의·토론 학습에 대한 학생들의 긍정적인 답변은 앞서 살펴본 Daher(2010), Daher와 Baya'a(2012), Song과 Kim(2015)의 연구 결과와 같이, 학생들이 웹기반 수학 학습 보다 모바일의 협력학습을 선호하고

있음을 알 수 있었다. 학생들의 어플리케이션 활용 시간과 면담 결과를 고려할 때, 학업성취 수준 등과 관계없이 어플리케이션을 활용하여 자신의 공부 방법을 정립해 나가거나 학생 스스로 수학을 언제 어디서나 자기주도적으로 흥미 있게 학습할 수 있음을 알 수 있었다.

본 연구 결과가 주는 시사점과 함께 다음과 같은 제한점도 고려하여 후속연구를 진행할 필요가 있다. 먼저, 본 연구와 같이 디지털 기반 수학 학습 콘텐츠의 개발과 활용에 대한 연구가 보다 내실 있고 다양한 콘텐츠로 구성되는 교수 학습 환경을 조성하고, 현장 교사에게 이를 반영하는 수학 수업을 G러닝, 탐구·체험형, 문제해결학습형 등 다양한 교수·학습방법을 활용하여 행할 수 있도록 도움을 주어야 할 것이다. Wi-Fi 환경이 아닌 곳에서 모바일 기반 수학 학습 콘텐츠를 실행할 경우, DATA-Free가 아닌 요금제를 사용하는 학생들은 수학 어플리케이션의 동영상 강의와 같은 일부 요소를 사용할 때 환경적 제약을 받을 수 있다. 또한 동시에 여러 개의 창이 열리지 않는 모바일 기기의 환경적 제약으로 인하여 그래픽 모드와 이를 활용한 선·후수 학습 화면의 연결이 매끄럽지 못할 수 있다. 그러므로 사이버 학습과 같은 기존의 웹기반 온라인 교수·학습 시스템을 모바일 중심의 교수·학습 시스템을 보완하는 형태로 개발할 필요가 있다. 나아가 수업 초기 온라인 학업성취도를 진단할 수 있는 개별학습 시스템, 시공간의 제약을 받지 않는 교사와 학습자의 1:1 개별 학습을 강조한 동시에 동료와의 상호작용을 통한 협력학습을 강조할 수 있는 모바일 학습, 온라인 학습, 오프라인 학습을 연계할 수 있는 시스템 개발 및 적용에 대한 연구가 필요하다. 또한, 오프라인 수학 수업에서 침묵하는 학생들의 성취 및 메타 인지적 전략을 통해 고차원적 지식을 구성하는 정도에 대한 확인과 피드백의 기회를 놓치지

않는 교수·학습 방안도 고려할 필요가 있다.

## 참고문헌

- 고광진(2014). **수학 수업에서 소통을 위한 스마트 기기의 활용방안 연구**. 성균관대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 고상숙, 고희경, 구나영, 김남희, 김리나(2015). **수학교육에서 공학적 도구** : 대한수학교육학회 2015 연보. 경문사
- 교육부(2016). **제2차 수학교육 종합 계획(2015~2019)**. 교육부.
- 김남희 (2006). 문제 해결력 신장을 위한 Cabri 3D의 교육적 활용. **수학교육학연구**, 16(4), 345-366.
- 김부미(2012). 우리나라의 ICT 환경 기반 수학 학습 현황 분석. **교과교육학연구**, 16(3), 657-687.
- 김부미, 이종희(2012). 미래 수학 교실 기준과 수업 모형의 개발. **한국학교수학회논문집**, 15(4), 673-698.
- 박수민(2015). **수학교육현장에서 활용 가능한 어플리케이션 연구**. 한양대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 반은섭·류희찬(2017). 동적 기하 환경을 활용한 문제해결 과정에서 변수 이해 및 일반화 수준 향상에 관한 사례연구. **수학교육학연구**, 27(1), 89-112.
- 손홍찬 (2006). **스프레드시트를 활용한 수학적 모델링 활동에서의 수학적 발견과 정당화**. 한국교원대학교 대학원 박사학위논문.
- 신윤정(2012). **스마트폰 어플리케이션을 활용한 수학 수업에 관한 연구**. 연세대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 윤정은(2015). **수학 반전 학습(flipped learning)에서 학생들의 참여 양상 및 참여요인탐색**. 서

- 울대학교 대학원 석사학위논문.
- 양성현, 강옥기(2011). GeoGebra를 활용한 역동적인 시각적 표상에 기반한 이차곡선 지도 방안. *학교수학*, 13(3), 447-468.
- 이미영 (2011). **수학학습을 위한 모바일 게임형 콘텐츠 개발: '수와 연산' 영역을 중심으로**. 건국대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이은숙, 조정수(2015). 공학 사용의 경험에 근거한 수학교사의 신념 연구: 포커스 그룹 인터뷰. *수학교육*, 54(2), 99-117.
- 이종희, 김선희, 김부미, 김기연, 김인숙, 박미순, 이소민, 최성이, 안 훈 (2012). **미래형 수학교실 및 수업 모델 개발**. 한국과학창의재단 정책연구 2012-5.
- 한세호 (2009). **고등학교 수학 학습에서 컴퓨터 대수체계(CAS)의 도구 발생**. 건국대학교 대학원 박사학위논문.
- 채재선(2013). **스마트폰을 활용한 수학 토론학습이 중학생들에게 미치는 영향**. 순천대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Ally, M., Grimus, M., & Ebner, M.(2014). Preparing teachers for a mobile world to improve access to education. *Prospectus*. Springer Netherlands, 1-17.
- Balacheff, N. (2013). Theory of didactical situations in mathematics. Presentation February 27, 2013. <http://www.slideshare.net/TheoRifortel/theory-of-didactical-situations>.
- Bowker, A. Hennessy, S., Dawes, M. & Deaney, R. (2009). Supporting professional development for ICT use in mathematics using the T-MEDIA multimedia resource. Joubert, M. (Ed.) *Proceedings of the British Society for research into Learning Mathematics* 29(1), 19-24.
- Confrey, J., Hoyles, C., Jones, D., Kahn, K., Maloney, A. P., Nguyen, K. H., Noss, R., & Pratt, D. (2010). Designing software for mathematical engagement through modeling (pp.19-45), InC. Hoyles & Lagrange, J.(Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain: the 17th ICMI Study*. Springer.
- Daher, W. (2010). Building mathematical knowledge in an authentic mobile phone environment. *Australasian Journal of Educational Technology*, 26(1), 85-104.
- Daher, W. & Baya'a, N. (2012). Characteristics of middle school students' learning action in outdoor mathematical activities with the cellular phone. *Teaching Mathematics Applications*, 31(3), 133-152.
- disSessa, A. & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Journal of the Learning Science*, 11(1), 105-121.
- Decker, E., Meier, B., Christ, A. Hillenbrand, G., Claus, S., & Kosching, R. (2015). Smartphones welcome!: Preparatory Course in Mathematics using the Nobile App MassMatics.(pp.47-60). In H. Crompton & J. Traxler (Eds.). *Mobile learning and mathematics: Foundations, Design, and Case studies*. Routledge.
- Ebner, M. (2015). Mobile applications for math education-How should they be done?(pp.20-32). In H. Crompton & J. Traxler (Eds.). *Mobile learning and mathematics: Foundations, Design, and Case studies*. Routledge.
- Handal, B., El-Khoury, J., Campbell, C., & Cavavagh, M. (2013). A framework for categorizing mobile applications in mathematics education. *Proceeding of Australian Conference*

- on *Science and Mathematics Education*. 142-147.
- Moreno-Armella, L. & Santos-Trigo, M. (2016). The use of digital technology in mathematical practices: Reconciling traditional and emerging approaches (pp.595-616). In L. D. English & D. Kirshner (Eds.). *Handbook of international research in mathematics education(the 3rd edition)*. Routledge.
- Olley, C. (2011). Modelling, function, and estimation: A pizza problem (pp.163-173). In A. Oldknow, & A., Knights (Eds.) *Mathematics Education with Digital Technology*. UK: Continuum Publishing Corporation.
- Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. I. (2016). E-Textbooks in/for teaching and learning mathematics(pp.637-661), In L. D. English & D. Kirshner (Eds.). *Handbook of international research in mathematics education(the 3rd edition)*. Routledge.
- Pursak, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B.(2011). From visual reasoning to logical necessity through argumentative design. *Educational studies in mathematics*, Published online: 23 June 2011.
- Özüün-Koca, S. A. & Edwards, T. G. (2015). Students' mathematical conjectures within interacting with a mobile device(pp.150-163). In H. Crompton & J. Traxler (Eds.). *Mobile learning and mathematics: Foundations, Design, and Case studies*. Routledge.
- Sande, C. (2011) A description and characterization of student activity in an open, online, mathematics help forum. *Educational studies in mathematics*, 77(1), 53-78.
- Sinclair, N., Arzarello, F., Gaisman, M. T., & Lozano, M. D. (2010). Implementing digital technologies at a national scale. In Celia Hoyles & Jean-Baptiste Lagrange(Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain*. NY: Springer.
- Song, D. & Kim, P. (2015). Inquiry-based mobilized math classroom with Stanford mobile inquiry-based learning environment(pp.33-46), In H. Crompton & J. Traxler (Eds.). *Mobile learning and mathematics: Foundations, Design, and Case studies*. Routledge.
- Stone, B. (2012). Flip Your Classroom to Increase Active Learning and Engagement. *28th Annual Conference on Distance Teaching and Learning*, Madison, WI.
- Tangney, B., Bray, A., & Oldham, E. (2015). Realistic mathematics education, mobile learning and the Bridge21 model for 21<sup>st</sup> century learning (pp.96-105). In H. Crompton & J. Traxler (Eds.). *Mobile learning and mathematics: Foundations, Design, and Case studies*. Routledge.
- Watson, J. & Fitzallen, N. (2016). Statistical software and mathematics education: Affordance for learning(pp.563-594), In L. D. English & D. Kirshner (Eds.). *Handbook of international research in mathematics education(the 3rd edition)*. Routledge.
- Yerushalmy, M. & Botzer, G. (2011). Guiding mathematical inquiry in mobile settings (pp.191-207). In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics*. New York: Springer.

# Development and Application of Mobile-Based Math Learning Application

Kim, Bumi (Wonkwang University)

The purpose of this study is to develop a mobile-based math learning application and explore its application. In order to develop a learning application, the present study included literature review on math education involving mobile learning, investigation of literature related to mathematics education conducted in a digital environment, and method of use and implementation environment of existing math learning applications by type. Based on these preliminary investigation and analysis, an android version application, 'Mathematics Classroom for Middle School 3rd Graders' was developed. This application can be used for learning units such as Quadratic Functions and Graphs, Representative Value, and Variance and Standard Deviation.

For the unit on Quadratic Functions and Graphs, the application was constructed so that students can draw various graphs by using the graphic mode and discuss their work with other students in the

chatting room. For the unit on Representative Value, the application was constructed with the mathematical concept of representative value explained through animation along with activities of grouping data acquired after playing archery games by points or arranging them according to size so that students can study when and how to use median value, mode, and average. The application for Variance and Standard Deviation unit was also constructed in a way that allowed students to study the concept of variance and standard deviation and solve the problems on their own.

The results of this study can be used as teaching & learning materials customized for individual student in math classes and will provide anyone the opportunity to engage in an interesting self-directed learning of math at anytime. Developed in the format of real life study, the application will contribute to helping students develop a positive attitude about math.


\* Key Words : Secondary School Mathematics Application(수학 학습 어플리케이션), Mathematics Learning Based on Mobile Services(모바일 수학 학습), Development of Application(어플리케이션 개발), Quadratic Functions and Graphs(이차함수와 그래프), Representative Value(대표값), Variance and Standard Deviation(산포도)

논문접수 : 2017. 8. 16

논문수정 : 2017. 9. 10

심사완료 : 2017. 9. 12

<부록 1> '분산과 표준편차'의 <중3수학교실> 어플리케이션 활용매뉴얼

<p>수업 단원</p>	<p>IV. 통계 4-1. 대푯값과 산포도 4-1-2. 산포도</p>	
<p>학습목표</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있게 한다.</li> <li>• 스마트폰 어플리케이션을 활용하여 학습 내용을 정리하고 자기평가를 할 수 있다.</li> </ul>	
<p>수업 준비물</p>	<p>교과서, 노트, 스마트폰 어플리케이션 등</p>	
<p>지도상의 유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 자료의 중심 경향을 나타내어 주는 대푯값만으로는 그 자료의 분포 상태를 알아보기에 충분하지 못하므로 자료의 흩어져 있는 정도를 측정하는 산포도가 필요함을 알게 한다.</li> <li>• 산포도에는 평균편차, 분산, 표준편차, 사분편차, 범위 등이 있으나 중학교 교육과정에서는 분산과 표준편차만을 지도한다.</li> <li>• 구체적인 자료를 이용하여 분산과 표준편차를 구하고, 이를 해석할 수 있게 한다.</li> <li>• 분산과 표준편차를 구할 때는 먼저 평균을 구하여야 함을 알게 한다.</li> <li>• 수치가 큰 자료의 산포도를 구할 때는 공학적 도구를 사용할 수 있도록 지도한다.</li> </ul>	
<p>수업 방식</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠식 토론학습</li> <li>• 학생들은 어플리케이션을 활용하여 학습한다.</li> <li>• 교사는 학생들이 앞서 배운 분산, 표준편차에 대한 내용을 스스로 정리하고 평가할 수 있도록 안내한다.</li> </ul>	
<p><b>교수 학습 내용 및 APP 기능 설명</b></p>		
<p>도입 (5분)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 앞서 배운 내용의 핵심이 무엇인지 간단히 안내한다.</li> <li>• 어플리케이션을 활용할 수 있도록 준비한다.</li> </ul>	
<p>전개 (30분)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠별로 지난 시간까지의 학습 내용을 정리한다.</li> <li>• 정리가 어렵거나 개념을 다시 확인해야 하는 부분은 동영상 강의를 활용하거나 서로 설명해주고 확인하도록 한다.</li> <li>• 어플리케이션의 [오늘 뭐하지?] 탭을 클릭하여 제시된 문제를 해결한다.</li> <li>• 계산기 어플리케이션을 활용하여 주어진 자료의 평균과 표준편차를 직접 구해보도록 한다.</li> <li>• 평균과 표준편차 값은 [정답] 버튼으로 확인할 수 있다.</li> <li>• 값을 직접 입력하여 산포도를 구할 자료를 만들고, 이를 활용하여 두 자료 set의 산포도를 구하도록 한다.</li> <li>• 화면 상단의 [내 실력은??] 탭을 열어 평가문제를 풀어본다.</li> </ul>	 <p>The screenshots show the app's interface for calculating statistics. The top screen features a cartoon cat and rabbit on a stage with a greenboard. Below are several screens for data entry and calculation:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Screen 1:</b> A table for entering data with columns for '성별' (Gender), '나이' (Age), '점수' (Score), and '빈도' (Frequency). Below the table are buttons for '평균' (Mean) and '표준편차' (Standard Deviation).</li> <li><b>Screen 2:</b> A screen for comparing two data sets (A and B) to find their mean and standard deviation.</li> <li><b>Screen 3:</b> A screen for comparing two data sets (A and B) to find their mean and standard deviation, with a '정답' (Answer) button.</li> <li><b>Screen 4:</b> A screen for comparing two data sets (A and B) to find their mean and standard deviation, with a '정답' (Answer) button.</li> </ul>

마무리  
(10분)

- 문제를 푼 뒤 문제화면 제일 마지막 페이지 화면 하단의 [오답노트]를 열면 문제 해설이 제공된다.
  - 문제를 푼 뒤 모둠별로 피드백을 주고 받도록 하고, 모둠 안에서 해결되지 않는 문제나 내용은 수업 상황에 맞게 교사의 도움을 요청하도록 지도한다.
- ※ 오프라인 수업인 경우에는 지도교사에게 질문하고, 온라인 자기주도적 학습이 경우에는 화면 상단 우측의 [샘, 도와주세요]탭을 활용하도록 안내한다.

차시예고 : 중단원 마무리 평가

The left screenshot shows a math problem: "5. 아래 그림은 A, B 두 모둠 학생들의 한달 학습 횟수를 막대그래프로 나타낸 것이다. 다음 중 옳게 말한 것은?" (The following bar charts show the number of learning sessions per month for groups A and B. Which of the following is correct?).

Group A data: (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10), (10, 11)

Group B data: (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), (10, 10)

The right screenshot shows a list of numbers: 1: -15, 2: -13, 3: -11, 4: -9, 5: -7. Below it is a math problem: "5. 두 사변수 x에 대하여 5개의 변형의 중량값은 이고 6개의 변형의 중량값은 7일 때, 의 값은(단, 이다.)" (When two variables x have 5 types of transformed weights and 6 types of transformed weights are 7, the value of is (where is)).

The right screenshot also shows a solution for a quadratic equation:  $x^2 + 2x + 2 = 0$ . The discriminant is  $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4 < 0$ . Since the discriminant is negative, there are no real solutions.