

상관관계에 대한 교사 지식 분석 - 2×2 분할표를 중심으로 -

신 보 미*

이 연구는 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 2×2 분할표를 활용하여 분석함으로써 상관관계 및 관련 개념 지도에 대한 교수학적 함의를 모색하고자 하였다. 이를 위해 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보기 위한 지필검사 문항을 개발하였다. 지필검사 문항 개발에는 2×2 분할표와 관련된 선행 연구 검토를 통해 추출한 교수학적 이슈를 문항 개발의 주요 관점으로 구체화하여 반영하였다. 개발한 검사 문항을 활용하여 현직 중·고등학교 교사 53명을 대상으로 지필검사를 실시하고, 지필검사에 대한 교사들의 답변은 검사 문항 개발의 주요 관점에 비추어 분석하였다. 이러한 분석 과정을 통해 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 ‘내용 지식’, ‘학생들의 이해에 대한 지식’, ‘수업 활용 지식’의 3가지 측면에서 분석함으로써 학교 교육과정에서 상관관계 및 관련 개념을 다루는 것과 관련된 시사점을 설명하였다.

I. 서론

NCTM(2000)은 학생들이 이변량 자료에서 나타나는 상관관계를 이해하여야 하며 이는 학교에서 배운 통계와 실생활을 연결 짓고 적용하는데 핵심 요소가 된다고 강조하였다. 또한 교육과정 국제 비교 연구에 따르면(김화경·김선희·박경미·장혜원·이환철·이화영, 2016) 상당수 국가에서 상관관계를 학교 교육과정을 통해 다루고 있다. 이에 2015 개정 교육과정에서는 상관관계의 중요성과 세계적 추세를 감안하여 일상생활과 다른 학문 분야에 활용도가 높은 상관관계를 중학교에서 지도하도록 하였다(박경미 외, 2015).

선행 연구(이경화, 2004; 김화경 외, 2016)에 따르면 상관관계 지도를 위한 주요 내용 요소에

는 분할표, 산점도, 상관계수, 특이점 등이 있다. 2015 개정 교육과정은 ‘자료를 산점도로 나타내고 이를 이용하여 상관관계를 말할 수 있다’(교육부, 2015, p. 36)는 성취 기준을 제시함으로써 위 내용 요소 중 특히 산점도를 학습 요소로 삼아 상관관계를 지도하도록 하였다. 상관관계 개념 발달과 관련된 최초의 수학교육 연구로 알려진 Inhelder & Piaget(1955)는 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 아동들의 비형식적 이해를 살펴보았으며, 이후 상관논리 발달을 살핀 여러 연구들도 분할표를 이용하여 이변량 자료의 연관성(association)에 대한 학생들의 이해를 분석하였다(남주현·이영하, 2005, p. 315에서 재인용).

일반적으로 2×2 분할표(two-way table)는 2개의 범주형 변수를 [그림 I-1]에서와 같이 배열한 다음 각 범주에 속하는 도수를 정리한 표를 말한

* 전남대학교, bomi0210@jnu.ac.kr

다. 2×2 분할표는 스포츠, 여론조사, 질병진단 등과 같은 실생활 맥락에서 발생하는 상관관계를 모델링하는 주요 도구로 활용되므로 이에 대한 이해는 이변량 자료의 연관성을 판단하는데 주요 토대가 된다(Watson & Nathan, 2010). 이러한 맥락에서 Watson & Callingham(2003)은 학생들의 통계적 소양 수준을 파악하는 연구에서 상관관계에 대한 이해 정도는 분할표를 활용한 설문 문항을 통해 조사하였다.

한편 2×2 분할표는 조건부확률을 비형식적으로 다룰 때도 활용된다(김미경, 2003). 2×2 분할표는 통계적 상관관계를 다루는 상황에서 뿐만 아니라 사건의 독립과 종속에 관한 내용을 다루는 조건부 확률과도 깊은 관련이 있다. 실제로 2009 개정 교육과정의 확률과 통계 교과서 9종 모두는 조건부 확률을 도입하는 단계에서 [그림 I-1]과 같은 2×2 분할표를 활용한다.

(단위: 명)

검사 결과 니코틴	양성	음성	합계
있음	17	3	20
없음	2	28	30
합계	19	31	50

[그림 I-1] 2×2 분할표 예시
(김원경 외, 2015, p. 73)

그러나 노아라·유연주(2013)는 제 7차 중학교 교육과정을 통해 분할표와 상관관계를 학습한 후¹⁾ 2009 개정 고등학교 교육과정에서 조건부확률을 다루어 본 경험이 있는 고등학생들의 분할표에 대한 이해에 여러 한계가 있음을 발견하였다. 연구자들은 2×2 분할표가 질적인 범주형 자료를 요약하는 매우 간단한 표로 일상생활에서

폭넓게 활용되기 때문에 이에 대한 이해를 개발하는 것은 통계적 소양의 배양이라는 측면에서 매우 중요하다고 강조하였다.

선행 연구(Petrou, 2009; 조성민 2006)에 따르면 수학 교육과정은 교사가 진행하는 수업을 통해 실제로 구현되며 교사의 지식은 수업을 실행하는 능력과 밀접하게 관련된다. 교사는 수업을 통해 학생의 수학적 이해에 주요한 영향을 미치는 바, 2015 개정 교육과정을 통해 새롭게 도입되는 상관관계에 대한 교수-학습의 방향도 상관관계에 대한 교사 지식의 특징에 의해 달라질 가능성이 크다. 특히 2×2 분할표는 상관관계에 대한 이해 및 통계적 소양 수준을 살피는데 다양한 선행연구에서 활용되었으며 사건의 독립과 종속 및 조건부확률에 대한 이해와도 깊게 관련된다. 이에 이 연구에서는 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 2×2 분할표를 활용하여 분석함으로써 상관관계 및 관련 개념 지도에 대한 교수학적 함의를 모색하는데 목적을 둔다.

이를 위해 우선 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보기 위한 지필검사 문항을, 확률·통계 지도를 위한 교사 지식 검사 도구의 유형(Watson, Callingham, & Nathan, 2009)에 비추어 구체화한다. 또한 2×2 분할표에 대한 선행 연구를 검토함으로써 상관관계 및 관련 개념의 교수-학습에 2×2 분할표를 활용할 때 염두에 두어야 하는 교수학적 이슈를 추출하여 검사 문항 개발에 주요 관점으로 반영한다. 개발한 검사 문항을 활용하여 현직 중·고등학교 교사를 대상으로 지필검사를 실시하고, 지필검사에 대한 교사들의 답변은 검사 문항 개발의 주요 관점에 비추어 분석한다.

1) 상관관계는 분할표와 산점도를 주요 내용 요소로 하여 우리나라 중학교 교육과정을 통해 제 7차 교육과정 시기까지 다루어지다가 2007 개정 교육과정에서 삭제되었다.

II. 이론적 배경

1. 확률·통계 지도를 위한 교사 지식 검사 도구의 유형

Shulman(1987)이 교사 지식을 ‘내용 지식(content knowledge, [CK])’, ‘교수학적 내용 지식(pedagogical content knowledge, [PCK])’ 등의 하위 요소가 포함되는 전문 지식으로 설명한 이래 수학교육 분야의 여러 연구는 수학을 효과적으로 지도하는데 필요한 교사 지식의 구성 요소를 구체화하여 실제 교사들이 지니고 있는 지식의 특징을 살피기 위한 분석 도구를 개발하는데 다양한 시사점을 제공하였다. 특히 Watson(2001)은 확률·통계에 대한 교사 지식을 분석하는데 필요한 검사 도구를 Shulman(1987)이 제시한 교사 지식의 하위 요소에 비추어 개발하였다. 또한 Watson et al. (2009)은 지필검사를 통해 확률·통계에 대한 교사 지식을 분석할 때 활용할 수 있는 검사 도구의 유형을 범주화하고 이에 대한 예를 구체적으로 제시하였다. 이하에서는 Watson et al. (2009)이 제시한 확률·통계 지도를 위한 교사 지식 검사 도구의 유형에 대해 좀더 상세히 살펴본다.

확률·통계 지도를 위한 교사 지식을 분석하는데 활용할 수 있는 검사 도구의 유형 중 하나는 특정 문항에 대해 학생들이 보일 수 있는 적절한 반응과 부적절한 반응을 교사들에게 예측해보도록 하는 것으로, 교사의 답변 중 학생들이 보일 수 있는 적절한 반응의 예를 통해서 확률·통계와 관련하여 해당 교사 자신이 지니고 있는 CK를 살펴볼 수 있으며 학생들이 보일 수 있는 부적절한 반응의 예를 통해서 PCK 중 일부로서 Shulman(1987)이 지적한 바 있는 학생들의 이해에 대한 교사 지식의 특징을 살펴볼 수 있다. 또 다른 유형의 검사 도구로는 특정 문

항을 확률·통계 영역의 어떤 학습 내용을 지도하는 수업에서 어떻게 활용할 것인지 구체적으로 설명하도록 하는 문항으로, 이를 통해 수업 실행과 관련된 교사의 PCK에 대한 정보를 얻을 수 있다.

이상에 따르면 Watson et al. (2009)에 따라 개발한 검사 문항을 통해 확률·통계에서 다루는 학습 내용 자체에 대한 교사 지식, 해당 학습 내용에 대한 학생들의 이해에 대한 교사 지식, 해당 학습 요소를 지도하는 수업 관련 실행 지식의 특징을 살펴볼 수 있다. 이에 이 연구에서는 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보는 지필검사 문항을, Watson et al. (2009)이 제시한 확률·통계 지도를 위한 교사 지식 검사 도구의 유형에 비추어 개발한다. 이하에서는 지필검사 개발에 주요 관점으로 반영할 교수학적 이슈를 추출하기 위하여 확률·통계 교육에서 2×2 분할표가 갖는 의미와 이를 활용하여 상관관계 및 관련 개념에 대한 학생들의 이해를 살핀 연구를 개관한다.

2. 확률·통계 교육에서 2×2 분할표

최근에 여러 교육과정은 확률·통계 영역에서 2×2 분할표의 의미를 강조하였다. 특히 GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education, Franklin et al., 2007) 보고서는 고등학교 단계로 볼 수 있는 C수준의 학생들이 이변량 범주형 자료 사이의 상관관계를 판단할 수 있어야 한다고 강조하였다. CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics, CCSSI, 2010)도 고등학교의 “조건부확률과 확률 법칙”이라는 단원에서 다음과 같이 2×2 분할표를 다루도록 명시하였다.

학생들은 이변량 범주형 자료의 연관성을 보여

주는 2×2 분할표를 해석하고 그럴 수 있어야 한다. 주어진 사건이 서로 독립인지 판단하거나 조건부확률을 예측하는데 2×2 분할표를 표본공간으로 활용할 수 있어야 한다(CCSSI, 2010, p. 82).

교육과정 문서뿐만 아니라 여러 선행 연구도 2×2 분할표가 확률·통계 교육에서 갖는 의미를 다양한 측면에서 분석하였다. 기본적으로 2×2 분할표는 통계 영역에서 이변량 자료의 상관을 살피는데 활용되며 이 경우에 종종 분할표를 상관표(contingency table)라고 부르기도 한다. Watson & Nathan(2010)은 사람들에게 특정한 신념이 있거나 없는 것과 특정한 행동을 하거나 하지 않는 것 사이에 상관관계가 있는지 알아보기 위해 해당 신념과 행동에 대한 도수적 관계를 <표 II-1>과 같이 정리한 2×2 분할표를 해석하는 활동을 구체적으로 설명하였다.

Watson & Nathan(2010)에 따르면 비율 $\frac{n(A \cap B)}{n(A)}$ 과 $\frac{n(A^c \cap B)}{n(A^c)}$ 을 비교함으로써 특정한 신념과 특정한 행동사이에 직접적인 연관성이 존재하는지를 알아볼 수 있다. 만약 두 비율이 같거나 거의 비슷하다면 특정한 신념과 특정한 행동사이에 상관이 있다고 볼 수는 없으며 두 비율의 차가 크다면 특정한 신념과 특정한 행동사이에 상관이 있다고 판단할 수 있다.

Batanero & Sanchez(2005)는 이상과 같은 방법으로 2×2 분할표에서 상관관계를 알아보는 것을 두 조건부확률의 차를 비교하는 상황으로 해석

하였다. 이를 테면 $\rho = P(B|A) - P(B|A^c)$ 으로 구한 ρ 값을 활용하여 <표 II-1>에서 주어진 변량사이의 상관관계를 판단할 수 있다. Batanero & Sanchez(2005)에 따르면 $\rho = 1$ 일 때는 변량 사이에 완전한 양의 상관관계가 있으며, $\rho = -1$ 일 때는 완전한 음의 상관관계가 있다. 만약 $\rho = 0$ 이면 변량 사이에 상관이 없는 것으로 두 변량이 서로 독립이라는 것을 알 수 있다. 즉, 조건부확률의 차로 정의된 ρ 을 활용하면 학생들이 상관계수의 기본 성질을 직관적으로 이해하도록 유도할 수 있다.

한편 Pfannkuch, Seber, & Wild(2002)는 확률 영역에서 고등학생들이 가장 어려워하는 내용 중 하나인 조건부확률을 지도할 때 조건에 대한 정보를 도수의 형태로 모두 보여주는 2×2 분할표를 활용함으로써 조건부확률과 관련하여 주어진 정보를 학생들이 놓치지 않도록 도울 수 있다고 설명하였다. Pfannkuch et al. (2002)에 따르면 조건부확률 공식을 암기하고 이를 형식적으로 적용하여 확률을 계산하는 것에만 머무르지 않고, 비율적 추론에 의한 상대도수를 활용하여 2×2 분할표에 대한 해석 활동을 진행하면 확률적 상황에서 적절한 판단 전략을 찾는 학생들의 능력을 향상시킬 수 있다.

이상과 따르면 <표 II-1>과 같은 2×2 분할표에서 이변량 범주형 자료의 상관관계를 판단할 때 $\frac{n(A \cap B)}{n(A)}$ 과 $\frac{n(A^c \cap B)}{n(A^c)}$ 의 차를 비교하는 전략을 사용할 수 있으며, 이는 조건부확률의 차를

<표 II-1> 특정 행동과 신념에 대한 2×2 분할표의 예

	특정한 신념이 있음(B)	특정한 신념이 없음(B ^c)	합계
특정한 행동을 함(A)	$n(A \cap B)$	$n(A \cap B^c)$	$n(A)$
특정한 행동을 하지 않음(A ^c)	$n(A^c \cap B)$	$n(A^c \cap B^c)$	$n(A^c)$
합계	$n(B)$	$n(B^c)$	

살피는 것으로 해석할 수도 있다. 또한 국외 교육과정을 비롯하여 여러 연구는 조건부확률을 다룰 때 비율적 추론에 의한 상대도수를 활용하여 2×2 분할표에서 사건 사이의 독립성을 판단하는 활동을 진행하는 것이 조건부확률에 대한 개념적 이해에 도움이 된다고 설명하였다. 이러한 선행 연구 결과는 2×2 분할표를 통해 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보기 위한 지필검사 문항을 개발할 때 다음과 같은 주요 관점을 반영할 필요가 있음을 시사한다.

개발 관점 1. 2×2 분할표에서 자료의 상관관계를 판단할 때 어떤 전략을 사용하는가?

개발 관점 2. 2×2 분할표를 상관관계, 조건부확률, 상대도수에 대한 수업과 관련짓는가?

3. 2×2 분할표에 대한 학생들의 이해

Inhelder & Piaget(1955; Batanero & Sanchez, 2005, p. 255에서 재인용)는 상관관계에 대한 이해가 확률적 사고 발달의 최종 단계에서 나타난다는 가설을 세우고 이를 확인하기 위해 <표 II-2>와 같은 2×2 분할표를 13세 이상의 학생들에게 제시하여 눈동자와 머리 색깔 사이의 상관관계를 판단하도록 하였다.

<표 II-2> 눈동자와 머리 색깔에 대한 2×2 분할표의 예

	금발 머리(A)	갈색 머리(A ^c)	합계
파란 눈동자(B)	a	b	$a+b$
검은 눈동자(B ^c)	c	d	$c+d$
합계	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

Inhelder & Piaget(1955)에 따르면 일부 학생들은 <표 II-2>에서 a 칸만을 사용하여 양의 상관관

계 여부를 판단하였다. 그 외 다른 학생들은 두 칸씩 비교하는 전략을 사용하였지만 상관관계를 판단하는데 a 칸과 d 칸이 같은 의미를 갖는다는 것을 알지 못한 채, a 칸과 b 칸을 비교하거나 c 칸과 d 칸을 비교하였다. 연구자들은 상관관계를 이해하기 위해서는 $(a+d)$ 는 양의 상관관계와 관련이 있고 $(b+c)$ 는 음의 상관관계와 관련이 있음을 인식하는 것이 우선적으로 필요하다고 강조하였다.

Batanero, Estepa, Godino, & Green(1996)은 17~18세 고등학생 213명을 대상으로 2×2 분할표에 대한 지필검사를 실시하였는데, 각 분할표에 대해 양의 상관, 음의 상관, 독립과 같이 3가지 경우 중 하나로 답하도록 하고 이에 대한 학생들의 반응을 분석하였다. 연구자들은 문제 맥락과 관련하여 상식적으로 알려진 상관관계와 분할표에 의해 판단되는 상관관계가 서로 일치하지 않는, 다음과 같은 상황을 학생들에게 제시하였다.

문제. 어떤 병원에서 흡연과 기관지병 사이에 관련이 있는지 알아보기 위해 250명을 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 조사한 표본에 대해 기관지병은 흡연과 관련이 있다고 볼 수 있는가? 이유를 설명하여라(Batanero et al., 1996, p. 159).

	기관지병 있음	기관지병 없음	합계
흡연	90	60	150
비흡연	60	40	100
합계	150	100	250

흡연과 기관지병사이에 상관관계가 있다는 일반적인 상식과는 달리 위 문제에서 주어진 정보에 따르면 흡연과 기관지병 사이에는 상관이 없다고 판단하여야 함에도 불구하고 학생 55.4%가 흡연과 기관지병 사이에 상관이 있다는 잘못된 답변을 하였다. Batanero et al. (1996)에 따르면 학생들이 변량 사이의 관계에 대해 갖고 있는 나름의 신념 때문에 실험적인 자료를 유심히 살

피지 않는 경향이 있다.

한편 노아라·유연주(2013)는 우리나라 고등학생들이 2×2 분할표로 제시된 이변량 자료의 상관관계를 어떻게 판단하는지 분석하였다. 연구자들에 따르면 상당수 학생들이 상관관계를 판단할 때 상대도수나 조건부확률 개념을 사용하지 못하였다. 학생들 대다수가 비율적 추론을 통해 각 변량의 상대도수를 비교하는 것이 아니라 빈도수 자체만을 고려하여 상관관계 유무를 판단하는 오류를 보였다. 학생들은 자료의 총합이나 각 범주의 빈도수가 작은 경우 상관관계 유무를 판단할 수 없다고도 하였는데 이 역시 상대도수가 아니라 절대적인 빈도수에만 주목하는 학생들의 성향을 보여준다. 또한 연구자들은 학생들이 조사된 수치에 근거하여 상관관계를 판단하기보다 두 변량에 대한 개인적인 선입견에 의해 상관관계를 결정하는 경향이 있으며, 상관관계를 인과관계와 같은 것으로 보는 사전 신념에 의해 오류를 범하기도 한다고 설명하였다.

이상에 따르면 학생들은 2×2 분할표로 제시된 이변량 범주형 자료사이의 상관관계를 판단할 때 특정한 하나의 칸만을 고려하거나 상관관계를 판단하는데 큰 의미를 갖지 않는 칸을 비교하는 전략을 사용한다. 학생들은 비율적 추론에 기초한 상대도수나 조건부확률을 활용하여 상관관계를 판단하지 않고 특정 칸의 절대적인 빈도수에만 주목하는 경향이 있다. 또한 분할표로 제시된 수치적 정보보다는 변량사이의 관계에 대한 사전 신념에 기초하여 상관관계를 판단하거나 상관관계와 인과관계를 혼동하기도 한다. 이상의 선행 연구 결과는 2×2 분할표를 통해 상관관계에 대한 교사 지식을 알아보기 위한 지필검사 문항을 개발하는데 다음 주요 관점이 반영될 필요가 있음을 시사한다.

개발 관점 3. 학생들이 특정 칸의 절대적인 빈

도수에만 주목할 것이라고 예측하는가?

개발 관점 4. 학생들이 사전 신념에 기초하여 상관관계를 판단할 것이라고 예측하는가?

III. 연구방법

1. 검사도구

이 연구에서는 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보기 위한 지필검사 문항을 개발하기 위하여 그 소재가 되는 <표 III-1>과 <표 II-2>을 검사 문항 개발의 주요 관점에 비추어 Batanero et al. (1996)에서 발췌하였다.

<표 III-1> 흡연과 기관지병 유무에 대한 2×2 분할표

	기관지병 있음	기관지병 없음	합계
흡연	90	60	150
비흡연	60	40	100
합계	150	100	250

<표 III-2> 야외활동 정도와 피부질환 유무에 대한 2×2 분할표

	피부 질환 있음	피부 질환 없음	합계
야외활동에 소극적	13	3	16
야외활동에 적극적	2	12	14
합계	15	15	30

<표 III-1>은 흡연과 기관지병사이의 상관관계에 대한 일반적인 상식과 달리 둘 사이에는 상관관계가 없음을 나타내므로 사전신념에 기초하여 상관관계를 판단하는 학생들의 오개념을 교사들이 예측할 수 있는지(개발 관점 4) 살펴보는 좋은 소재가 된다. <표 III-2>를 통해서도 자료의

총합이나 각 범주의 빈도수가 작은 경우에 변량 사이의 상관관계를 판단할 수 없다고 보는 것과 같이 절대적인 빈도수에만 주목하는 학생들의 성향을 교사들이 예측할 수 있는지(개발 관점 3) 알아보기에 적합하다²⁾.

<표 III-1>과 <표 III-2>의 2×2 분할표를 활용하여 Watson et al. (2009)이 제시한 검사 도구의 유형에 따라 지필검사 문항을 개발하였다³⁾. 우선 문항 I-1과 II-1은 <표 III-1>과 <표 III-2>의 각 분할표에 대해 학생들이 보일 수 있는 옳은 답변과 틀린 답변의 예를 예측해 보도록 하는 문항이다. 옳은 답변의 예를 통해서 교사들이 2×2 분할표에서 상관관계를 판단할 때 어떤 전략을 사용하는지 살펴볼 수 있으며(개발 관점 1), 틀린 답변의 예를 통해서 교사들이 2×2 분할표와 관련된 학생들의 다양한 이해 특징을 어떻게 예측하는지 알아볼 수 있다(개발 관점 3, 4). 또한 문항 I-2와 II-2는 교사들이 <표 III-1>과 <표 III-2>의 각 분할표와 관련되는 학습 내용을 무엇이라고 생각하며 이를 수업에서 어떻게 활용할 것인지를 알아보기 위하여 개발하였다(개발 관점 2).

2. 분석 방법

이 연구의 연구 대상은 교육 경력 15년 내외의 현직 중·고등학교 교사 53명이다. 개발된 검사 도구를 활용하여 2017년 3월에 교사들을 대상으로 약 1시간에 걸쳐 지필검사를 실시하였다. 지필검사를 통해 수집한 교사들의 답변 자료는 검사 문항 개발의 주요 관점에 비추어 분석하였다.

문항 I-1과 II-1에 대한 교사들의 답변은 개발

관점 1에서 주목한 바에 따라 교사들이 상관관계를 옳게 판단한 것인지 여부를 우선 살펴본 다음 사용한 전략을 유형별로 분류하고 각 유형에 대한 교사 인원수를 파악하였다⁴⁾. 또한 학생들이 보일 수 있는 틀린 답변으로 교사들이 제시한 예도 유형별로 분류하고 해당 유형의 교사 인원수를 조사함으로써 개발 관점 3, 4에서 주목한 오개념을 교사들이 얼마나 인식하였는지를 알아보았다. 문항 I-2와 II-2에서는 교사들이 제시한 학습 내용별 응답 인원수를 세고 해당 학습 내용을 선택한 이유를 각각 정리하였다(개발 관점 2).

이상과 같은 분석의 과정은 연구자와 수학교육전공 박사 학위 과정에 있는 교사 2명이 개별적으로 진행하였으며, 개별적인 분석 과정에서 분석자들 간에 차이가 발생하는 부분에 대해서는 4회에 걸친 공동 논의를 통해 지속적으로 수정하고 보완하여 최종 분석 결과를 도출하였다.

IV. 연구결과

이하에서는 앞서 제시한 분석 방법에 비추어 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 ‘내용 지식’, ‘학생들의 이해에 대한 지식’, ‘수업 활용 지식’의 3가지 측면에서 구체적으로 살펴본다.

1. 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 내용 지식

2) <표 III-1>과 <표 III-2>에서 주어진 수치는 통계적으로 연관성이 검증된 것으로 <표 III-1>에 따르면 흡연과 기관지염사이의 연관성은 통계적으로 유의하지 않으며 <표 III-2>에 따르면 야외활동 정도와 피부 질환사이의 연관성은 통계적으로 유의하다(Batanero et al., 1996).

3) 지필검사 문항의 세부 내용은 <부록>을 참조하기 바란다.

4) 상관관계를 옳게 판단하였다는 것은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 타당한 전략을 사용하여 옳게 판단한 경우를 말한다.

문항 I-1의 (1)와 II-1의 (1)에서는 학생들이 각각 [문제1]과 [문제2]를 해결할 때 보일 수 있는 옳은 답변의 예를 교사들에게 작성하도록 하였다. Watson et al. (2009)에 따르면 이러한 유형의 문항을 통해 교사가 지닌 내용 지식의 특징을 살펴볼 수 있다. 각각에 대하여 상관관계를 옳게 판단한 경우와 그렇지 않은 경우에 교사들의 반응 내용과 인원수를 요약하면 <표 IV-1>과 같다.

문항 I-1의 (1), II-1의 (1)와 관련하여 각각 교사 42명과 22명이 상관관계를 옳게 판단한 것으로 나타났으며, 상관관계를 판단할 때는 조건부 확률보다 비율적 추론에 기반한 상대도수를 좀 더 많이 활용하는 것으로 드러났다⁵⁾. 이는 교사

들이 [문제1], [문제2]를 활용하여 수업을 진행할 수 있는 학습 내용으로 조건부확률을 가장 많이 선택한 것과는 대조를 이룬다⁶⁾. 교사들은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 판단하는 문제 자체를 해결할 때는 상대도수를 주로 사용하지만, 2×2 분할표를 수업 활동의 소재로 다룰 때는 조건부확률 지도에 활용하려는 경향을 보였다.

문항 II-1의 (1)에서 상관관계를 옳게 판단한 교사 중 5명은 분할표에 주어진 인원수가 작기 때문에 [그림 IV-1]과 같이 자신이 판단한 상관관계를 단정 짓기 어렵다는 의견을 덧붙였다.

<표 IV-1> 문항 I-1의 (1)와 II-1의 (1)에 대한 교사들의 반응 내용 요약

문항	교사 반응 내용 요약(인원수)	
I-1. (1)	상관관계를 옳게 판단한 경우(42)	$\frac{90}{150} = \frac{(\text{기관지병 있음})}{(\text{흡연자})} = \frac{(\text{기관지병 있음})}{(\text{비흡연자})} = \frac{60}{100}$ 이므로 관련이 없다(34).
		$\frac{90}{150} = P(\text{흡연} 기관지병 있음}) = P(\text{흡연}) = \frac{150}{250}$ 이므로 관련이 없다(8).
	상관관계를 옳게 판단하지 못한 경우(4)	$\frac{90}{150} = \frac{(\text{기관지병 있음})}{(\text{흡연자})} > \frac{1}{2}$ 이므로 관련이 있다(4).
	기타(5)	관련이 있다는 말이 정의되지 않아서 답변할 수 없다(2). 사람마다 성별, 나이 등이 다르므로 관련성을 알 수 없다(3). 무응답(2)
II-1. (1)	상관관계를 옳게 판단한 경우(22)	$\frac{13}{16} = \frac{(\text{피부 질환 있음})}{(\text{야외활동 소극적})}$ 과 $\frac{(\text{피부 질환 있음})}{(\text{야외활동 적극적})} = \frac{2}{14}$ 의 차이가 매우 크기 때문에 관련이 있다(19).
		$\frac{2}{14} = P(\text{피부 질환 있음} 야외활동 적극적) \neq P(\text{피부 질환 있음}) = \frac{15}{30}$ 이므로 관련이 있다(5).
	상관관계를 옳게 판단하지 못한 경우(24)	피부질환이 있으면서 야외활동에 소극적인 사람 수와 피부질환이 없으면서 야외활동에 적극적인 사람 수가 상당히 많으므로 관련이 있다(11).
		$\frac{13}{15} = \frac{(\text{야외활동 소극적})}{(\text{피부 질환 있음})} > \frac{1}{2}$ 이므로 관련이 있다(4).
		야외활동에 적극적이면 피부질환이 적으므로 관련이 있다(4).
		야외활동에 적극적인 사람도 피부질환이 있으므로 관련이 없다(3).
기타(5)	야외 활동에 소극적인 경우에 피부질환의 확률이 높을 수는 없으므로 관련이 없다(2).	
	관련이 있다는 말이 정의되지 않아서 답변할 수 없다(2). 사람마다 성별, 나이 등이 다르므로 관련성을 알 수 없다(3). 무응답(2)	

5) <표 IV-1>에서 굵은 글씨로 작성된 부분을 말한다.
6) <표 IV-3>을 참조하기 바란다.

은의 상관관계가 있는 것임이나, 선택항목을 고려하면..
당장작성은 어렵 것 같음.

[그림 IV-1] 문항 II-1의 (1)에 대한 교사의
상관관계 판단 사례

노아라·유연주(2013)는 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 판단하기 위해서는 절대적인 빈도수보다 비율적 추론에 기반한 상대도수를 활용하여야 하므로 [그림 IV-1]과 같이 절대적인 빈도수 자체에 주목하는 의견은 타당하다고 보기 어렵다고 지적하였다. 이러한 오류는 노아라·유연주(2013)의 연구에 참여한 학생들에게서도 비슷하게 나타났다.

한편 문항 I-1의 (1), II-1의 (1)와 관련하여 각각 교사 4명과 24명이 상관관계를 옳게 판단하지 못한 것으로 드러났다. 특히 <표 IV-1>에서 음영 표시된 부분에 해당하는 교사들은 2×2 분할표의 특정한 몇 개의 칸만을 이용하여 상관관계를 판단하였다. Watson & Callingham(2003)은 2×2 분할표로 주어진 변량사이의 상관관계를 판단하는 학생의 수준을 문제 해결에 사용한 칸의 수에 따라 상·중·하로 판단하였는데, 이에 따르면 음영 표시된 부분에 해당하는 교사들은 문제 해결에 분할표의 두 칸 또는 한 칸 만을 사용한 바, 2×2 분할표로 주어진 변량사이의 상관관계에 대해 중·하 수준의 이해를 지닌 것으로 볼 수 있다.

또한 문항 II-1의 (1)와 관련하여 ‘야외활동에 소극적인 경우에 피부질환의 확률이 높을 수는 없으므로 관련이 없다’와 같이 상관관계를 판단한 교사 2명은 ‘야외활동에 소극적이면 피부질환의 확률이 낮다’는 사전 신념을 지닌 것으로 보이며 이러한 자신의 신념과 다른 정보를 제공하는 분할표로 인해 두 변수 사이에는 상관관계가 없다고 판단하게 된 것으로 보인다. 이상에 따르면 문항 I-1의 (1), II-1의 (1)와 관련하여 상

관관계를 옳게 판단하지 못한 교사 4명과 24명은 개발 관점 3, 4에서 주목하였던 오개념의 영향을 받는 것으로 볼 수 있다.

문항 I-1의 (1)와 II-1의 (1)에 대한 교사들의 반응 중 눈에 띄는 것은 일부 교사들이 ‘관련이 있다는 말이 정의되지 않아서 답변할 수 없다’와 ‘사람마다 성별, 나이 등이 다르므로 관련성을 알 수 없다’를 언급한 것이다. 전자의 경우는 주어진 문제에 답하기 위해서는 ‘관련이 있다’는 용어의 엄밀한 수학적 정의가 필요한데 그렇지 않기 때문에 상관관계를 판단할 수 없고, 후자의 경우는 문제에서 주어진 변수뿐 아니라 여러 요인이 관련될 수 있으므로 상관관계를 판단할 수 없다고 주장한 것이다. 이 두 사례는 확실성만을 지나치게 추구하거나 불확실성만을 과도하게 고려하는 경향은 확률·통계적인 문제 해결에 장애로 작용할 수 있음을 보여주는 것으로 여러 연구(Batanero, Henry, & Parzysz, 2005; Garfield & Ben-Zvi, 2010)는 이 두 측면의 조화로운 통합이 확률·통계 교육에서 무엇보다 중요하다고 강조하였다.

2. 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 학생들의 이해에 대한 지식

문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에서는 학생들이 각각 [문제1]과 [문제2]를 해결할 때 보일 수 있는 틀린 답변의 예를 교사들에게 작성하도록 하였다. Watson et al. (2009)에 따르면 이러한 유형의 문항을 통해 학생들이 지닌 개념이나 오개념을 교사들이 얼마나 인식하고 있는지 살펴볼 수 있다. 여러 선행 연구(Ball, Hill, & Bass, 2005; Chick, Backer, Pham, & Cheng, 2006; Misailidou, 2008)는 학생의 이해에 대한 지식이 교사의 과제 개발이나 수업 설계에 주요한 영향을 미치기 때

문에 교사 지식의 핵심 영역에 속한다고 지적한 바 있다. 이 연구에서는 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)를 통해 지필검사 문항 개발의 주요 관점 3, 4에서 주목한 학생들의 오개념을 교사들이 인식할 수 있는지 살펴보고자 하였으므로 관련 오개념에 따라 교사들의 반응 내용을 범주화하고 그 인원수를 파악하였다. 이상에 따라 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에 대한 교사들의 반응 내용을 요약하면 <표 IV-2>와 같다⁷⁾.

<표 IV-2>에 따르면 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2) 각각에 대해 교사 32명과 14명은 학생들이 특정 칸의 절대적인 빈도수에만 주목하여 상관관계를 잘못 파악할 것이라는 점을 인식하였다(개발 관점 3)⁸⁾. 그러나 학생들이 사전 신념에 기초하여 상관관계를 잘못 판단할 것이라는 점에 대해서는 상대적으로 작은 수인 1명과 5명의 교사만이 이를 인식하였다(개발 관점 4)⁹⁾. 여러 선행 연구는 학생들이 변량사이의 상관관계를 판단할 때

<표 IV-2> 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에 대한 교사들의 반응 내용 요약

문항	교사 반응 내용 요약(인원수)	학생들의 관련 오개념 (개발 관점)
I-1. (2)	90 = (흡연자중 기관지병 있는 사람 수) > (흡연자중 기관지병 없는 사람 수) = 60 이므로 관련이 있다(32).	특정 칸의 절대적인 빈도수에만 주목 (개발 관점 3)
	$\frac{90}{150} = \frac{\text{(기관지병있음)}}{\text{(흡연자)}} > \frac{1}{2}$ 이므로 관련이 있다(5).	
	관련이 없으면 금연하라고 할 이유가 없으므로 관련이 있다(1).	사전 신념에 기초 (개발 관점 4)
	$\frac{90}{150} = \frac{\text{(기관지병있음)}}{\text{(흡연자)}} = \frac{\text{(기관지병있음)}}{\text{(비흡연자)}} = \frac{60}{100}$ 이므로 관련이 없다(3).	
	무응답(10).	
II-1. (2)	일반적으로 야외활동에 적극적이면 피부질환이 있어야 하는데 14명 중에서 2명만이 그러하기 때문에 관련이 없다(3).	사전 신념에 기초 (개발 관점 4)
	피부질환의 원인은 다양하므로 관련이 없다(2).	
	야외활동에 적극적인 사람이나 소극적인 사람이나 모두 피부질환이 있으므로 관련이 없다(5).	
	야외활동에 소극적이면서 피부질환이 있는 사람의 수가 13명으로 야외활동에 적극적이면서 피부질환이 있는 사람의 수인 2명보다 크기 때문에 소극적이 사람이 피부질환에 걸리기 쉽다(6).	특정 칸의 절대적인 빈도수에만 주목 (개발 관점 3)
	피부질환이 있는 학생 중 야외활동에 소극적인 학생이 많으므로 관련이 있다(3).	
	$\frac{13}{15} = \frac{\text{(야외활동에 소극적)}}{\text{(피부질환 있음)}} > \frac{1}{2}$ 이므로 관련이 있다(3).	
	잘 모르겠다(8).	
	무응답(21).	

7) 앞서 문항 I-1의 (1)와 II-1의 (1)에서 ‘관련이 있다는 말이 정의되지 않아서 답변할 수 없다’는 주장을 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에서 그대로 반복한 교사 2명의 답변은 학생의 이해에 대한 교사 지식의 특징과 관련된 시사점을 얻는데 한계가 있어 <표 IV-2>에서 제외하였다.

8) <표 IV-2>에서 굵은 글씨로 작성된 부분을 말한다.

9) <표 IV-2>에서 기울인 글씨로 작성된 부분을 말한다.

주어진 수치 정보를 무시하고 자신의 사전 신념을 따르는 경향이 있음을 지적한 바, 이와 관련된 오개념에 대해 교사들이 좀더 주목할 필요가 있다.

한편 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에 대해 각각 교사 5명과 3명은 학생들이 $\frac{90}{150}$
 $= \frac{(\text{기관지병이 있는 사람 수})}{(\text{흡연자 수})} > \frac{1}{2}$ 이므로 흡연과 기

관지병은 관련이 있다'거나 $\frac{13}{15}$
 $= \frac{(\text{야외활동에 소극적인 사람 수})}{(\text{피부질환 있는 사람 수})} > \frac{1}{2}$ 이므로 야외

활동 정도와 피부질환은 관련이 있다'고 잘못 판단할 것이라고 답변하였다. 이 교사들은 학생들이 분할표의 특정 칸에만 주목할 것이라는 점을 인식함과 동시에 특정 비율을 $\frac{1}{2}$ 과 비교하여 상관관계를 판단할 것이라고 예측하였다. Batanero & Sanchez(2005)에 따르면 학생들은 어떤 확률이 $\frac{1}{2}$ 보다 크면 일어날 가능성이 큰 것으로, $\frac{1}{2}$ 보다 작으면 일어날 가능성이 작은 것으로 간주하는 경향이 있는 바, 2×2 분할표로 주어진 변량의 상관관계를 판단할 때 학생들은 교사들이 지적한 오류를 범할 가능성이 있다. 후속 연구를 통해 교사들이 예측한 이러한 오개념이 실제로 나타나는지에 대해 살펴볼 필요가 있다.

교사들은 이상과 같이 학생들의 오개념에 대해 의미있는 예측을 하기도 하였지만 문항 I-1의 (2)에 대해 교사 3명은 음영 부분과 같은 옳은 판단을 학생들이 보일 수 있는 틀린 답변의 예로 제시하였다. 또한 문항 II-1의 (2)에 대해 교사 8명은 학생들이 '잘 모르겠다'고 답할 것이라고 하였다. 특히 문항 I-1의 (2)와 II-1의 (2)에서 각

각 교사 10명과 21명은 학생들의 틀린 답변을 전혀 예측하지 못하였다. 즉, 문항 I-1의 (2)에 대해서는 교사 13명이, 문항 II-1의 (2)에 대해서는 교사 29명이 학생들의 오개념과 관련하여 의미 있는 예측을 하지 못하였다. 2×2 분할표를 통해 2009 개정 교육과정의 확률과 통계 교과서 9종 모두가 조건부확률을 도입하고 있는 점을 감안할 때, 교사들은 2×2 분할표에 대한 학생들의 이해에 교수학적 관심을 좀더 기울일 필요가 있다.

3. 2×2 분할표에 대한 수업 활용 지식

문항 I-2와 II-2에서는 교사들에게 각각 [문제1], [문제2]를 어떤 내용에 대한 수업에서 어떻게 활용할지 질문하였으며 그 이유를 함께 작성하도록 하였다. Watson et al. (2009)에 따르면 이러한 유형의 문항을 통해 수업 실행과 관련된 교사 지식의 특징을 살펴볼 수 있는 바, 이 연구에서는 개발 관점 2에서 주목한 상관관계, 조건부확률, 상대도수 및 그 외 어떤 학습 내용에 대한 수업에서 2×2 분할표를 활용할 수 있다고 보는지 교사들이 제시한 학습 내용을 분류하고 이를 언급한 교사 인원수를 조사하였다. 이 때 한 교사가 여러 개의 학습 내용을 제시한 경우에는 인원수를 여러 명으로 세어¹⁰⁾ 교사들이 2×2 분할표를 활용하겠다고 답한 학습 내용을 다양하게 살피고자 하였다. 학습 내용에 따른 인원수를 파악한 다음에는 교사들이 제시한 이유를 학습 내용별로 정리하였다. 이상에 따라 문항 I-2와 II-2에 대한 교사들의 반응 내용을 요약하면 <표 IV-3>과 같다.

교사들은 문항 I-2, II-2에 대해 [문제1], [문제2]로 제시된 2×2 분할표를 조건부확률, 확률과 통계, 상대도수, 사건의 독립, 상관관계, 백분율에

10) 이를테면 문항 I-2에서 교사 1명이 '조건부확률', '상대도수'를 모두 언급하였다면 이에 대한 인원수를 '조건부확률'에 1명 '상대도수'에 1명으로 세었다.

<표 IV-3> 문항 I-2와 II-2에 대한 교사들의 반응 내용 요약

문항	교사 반응 내용 요약		
	학습내용 (인원수)	문항	선택한 이유(인원수)
I-2. II-2.	조건부확률 (23)	I-2.	*조건부확률의 의미를 지도할 수 있어서(5). *흡연과 기관지병처럼 원인과 결과의 인과관계를 가르치기 위해서(2). *무응답(16).
		II-2.	*조건부확률의 의미를 지도할 수 있어서(5). *계산이 복잡하고 내용이 생소하여 수업에는 사용하지 않는다(1). *무응답(17).
	확률과 통계 (21)	I-2.	*비율문제가므로(4). *비율이나 확률에 대한 오개념을 확인할 수 있게 하는 문항이어서(3). *둘 이상의 집단 비교 시 확률을 적용할 수 있다는 내용이므로(2). *상식과는 다르지만 수치에 기반한 논리적인 사고를 가르칠 수 있어서(2). *교육과정에 있지 않는 내용이므로 가르치지 않는다(3). *무응답(7).
		II-2.	*비율문제가므로(3). *비율이나 확률에 대한 오개념을 확인할 수 있게 하는 문항이어서(2). *둘 이상의 집단 비교 시 확률을 적용할 수 있다는 내용이므로(2). *상식과는 다르지만 수치에 기반한 논리적인 사고를 가르칠 수 있어서(2). *교육과정에 있지 않는 내용이므로 가르치지 않는다(3). *무응답(9).
	상대도수 (14)	I-2.	*총합이 다른 자료를 비교할 때 상대도수를 써야 하는 이유를 보여줄 수 있어서(8). *실생활에 상대도수가 활용됨을 보여줄 수 있어서(2). *무응답(4)
		II-2.	*총합이 다른 자료를 비교할 때 상대도수를 써야 하는 이유를 보여줄 수 있어서(8). *실생활에 상대도수가 활용됨을 보여줄 수 있어서(2). *무응답(4)
	사건의 독립 (6)	I-2.	*기관지병과 흡연처럼 상식적으로는 연관이 있어 보이지만 수학적인 방법에 따라 독립이 됨을 설명할 수 있어서(3). *기관지병과 흡연이 무관하다는 결과를 보여주어 흡연을 하여도 괜찮다는 인상을 주기 때문에 수업에 사용하지는 않는다(2). *무응답(1)
		II-2.	*주어진 결과는 두 사건이 관련이 없는 것처럼 보이지만 사실은 관련이 있기 때문에 수학적인 접근에 따라 독립과 종속의 의미를 확실하게 설명할 수 있어서(3). *무응답(3)
	상관관계 (5)	I-2.	*상관관계를 다루는 대표적인 소재여서(3). *자료의 해석과 왜곡의 예로 활용할 수 있어서(1). *무응답(1)
		II-2.	*상관관계를 다루는 대표적인 소재여서(3). *자료의 해석과 왜곡의 예로 활용할 수 있어서(1). *무응답(1)
	백분율 (2)	I-2.	*문제를 해결하기 위해서는 전체와 부분을 볼 줄 알아야 함을 설명할 수 있어서(1).
		II-2.	*무응답(1)

대한 수업에서 활용하겠다고 하였다(개발 관점 2). 가장 많은 23명의 교사가 2×2 분할표를 상대도수나 상관관계가 아니라 조건부확률을 지도하는데 활용할 것이라고 답하였는데, 이는 2009 개정 교육과정의 확률과 통계 교과서에서 조건부확률을 도입할 때 2×2 분할표를 사용하는 것과 무관하지 않아 보인다. 여러 선행 연구(박지현, 2008; 안선영·방정숙, 2006; Stein, Remillard, & Smith, 2007)는 교과서의 내용 전개 방식이 수업

을 설계하는 교사 지식에 주요한 영향을 미친다고 지적하였으며, 이 연구에서도 비슷한 특징을 발견할 수 있었다. 그러나 이 교사들은 조건부확률을 선택한 이유로 ‘조건부확률의 의미를 지도할 수 있어서’라고 설명하면서 조건부확률의 어떤 의미를 지도하는데 적합하다는 것인지는 구체적으로 밝히지 않았다. 또한 다른 학습 내용을 선택한 교사들에 비해 조건부확률을 선택한 교사들이 학습 내용을 선택한 이유에 대해 설명하

지 않은 무응답 비율도 가장 높았다. 교사들은 2×2 분할표가 조건부확률과 관련되는 것을 인식하고 있기는 하지만 조건부확률 지도에서 2×2 분할표가 갖는 교수학적 의미를 특징짓는 것에 한계를 보였다.

그 다음으로 교사들이 2×2 분할표를 수업에 활용하겠다고 지목한 학습 내용은 ‘확률과 통계’였다. ‘확률과 통계’는 우리나라 수학 교육과정의 5가지 내용 영역 중 하나로, 2×2 분할표를 어떤 내용에 대한 수업에서 어떻게 활용할 것인지 묻는 문항 I-2와 II-2의 답변으로는 너무 일반적인 설명이라고 볼 수 있다. Turner & Rowland (2011)는 내용-구체적인(domain-specific) 지식을 지닌 수학 교사가 가르치고자 하는 내용 요소의 수학적 의미를 반영하여 수업을 설계할 수 있으며 수업을 통해 이를 구체적으로 실행할 수 있다고 하였다. 교사들은 2×2 분할표와 확률·통계 영역의 주요 학습 내용의 연결성을 파악하여 수업을 통해 해당 학습 내용의 의미를 풍부하게 하는데 2×2 분할표가 갖는 잠재성에 익숙해질 필요가 있다.

한편 특정 학습 내용에 대한 수업에서 2×2 분할표를 활용하는 이유에 대해 교사들이 작성한 답변에서 개발 관점 3, 4에서 주목한 오개념과 관련되는 이슈를 확인할 수 있었다. 문항 I-2에 대해 [문제1]을 조건부확률 수업에서 활용하겠다고 답한 교사들 중 2명은 ‘흡연과 기관지병처럼 원인과 결과의 인과관계를 가르치기 위해서¹¹⁾’라고 설명함으로써 교사들도 상관관계와 인과관계를 혼용하는 경우가 있음을 보여주었다. 또한 ‘확률과 통계’ 및 ‘사건의 독립’을 지도하는 수업에서 [문제1]과 [문제2]를 활용할 수 있다고 답한 교사들 중 일부는 주어진 문제의 분할표가 상식적으로 생각하는 변량사이의 관계에 대한 사전

신념과는 다른 결과를 보여주기 때문에 수학적 인 활동의 가치를 가르칠 수 있다¹²⁾고 설명하였다. 특히 문항 I-2에서 [문제1]이 사건의 독립을 지도하는 상황과 관련되기는 하지만 이를 실제 수업에서 활용하지는 않겠다고 답한 교사 2명은 상관관계를 판단한 결과가 ‘흡연을 하여도 괜찮다’는 의미로 해석될 수 있기 때문이라고 설명하면서 수학적 내용이 학생의 신념에 미칠 수 있는 영향에 대해서도 주목하였다.

또한 문항 I-2와 II-2에 대한 교사 답변에서 드러난 특징 중 하나는 해당 문항이 [문제1], [문제2]를 어떤 내용에 대한 수업에서 어떻게 활용할 것인지를 묻고 있음에도 불구하고 모든 교사들이 ‘어떻게 활용할 것인지’에 대해서는 구체적인 답변을 하지 않았다는 점이다. 이러한 특징이 ‘어떻게 활용할 것인지’를 구체적으로 작성하기 힘든 지필검사 환경의 한계에서 기인한 것인지, 교사들이 ‘조건부확률 수업에서 활용한다’와 같은 자신들의 설명을 ‘어떤 내용에 대한 수업에서 어떻게 활용할 것인지’에 대한 충분한 답변으로 간주하는 것인지에 대해서는 후속 연구를 통해 좀더 정교한 분석이 필요할 것으로 보인다.

V. 결론

이 연구는 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 2×2 분할표를 활용하여 분석함으로써 상관관계 및 관련 개념 지도에 대한 교수학적 함의를 모색하고자 하였다. 이를 위해 2×2 분할표를 활용하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 알아보기 위한 지필검사 문항을 Watson et al. (2009)에 비추어 개발하였다. 지필검사 문항 개발에는 2×2 분할표와 관련된 선행 연구 검토로

11) <표 IV-3>에서 기울인 글씨로 작성된 부분을 말한다.

12) <표 IV-3>에서 굵은 글씨로 작성된 부분을 말한다.

부터 추출한 교수학적 이슈를 문항 개발의 주요 관점으로 구체화하여 반영하였다. 개발한 검사 문항을 활용하여 현직 중·고등학교 교사 53명을 대상으로 지필검사를 실시하고, 지필검사에 대한 교사들의 답변은 검사 문항 개발의 4가지 주요 관점에 비추어 분석하였다. 이러한 분석 과정을 통해 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 ‘내용 지식’, ‘학생들의 이해에 대한 지식’, ‘수업 활용 지식’의 3가지 측면에서 살펴볼 수 있었으며, 이를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 교사 대부분은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 적절하게 판단하였지만 일부 교사들은 선행연구에서 밝힌 학생들의 오개념과 비슷한 유형의 오개념을 드러내었다. 교사들 중에는 분할표의 특정한 한·두 칸만을 이용하여 상관관계를 잘못 판단하거나 사전 신념의 영향으로 분할표로 주어진 변량사이의 상관관계를 판단하는데 오류를 범하였다. 또한 어떤 교사들은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 다룰 때 확실성만을 지나치게 추구하거나 불확실성만을 과도하게 고려함으로써 ‘2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대해서는 답할 수 없다’는 의견을 제시하기도 하였다. 2×2 분할표는 질적인 범주형 자료를 요약하는 간단한 표로서 다양한 실생활 맥락에서 발생하는 상관관계를 모델링하는 주요 도구로 활용되는 바(노아라·유연주, 2013; Watson & Nathan, 2010), 여러 선행 연구에 따르면 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 적절하게 판단하는 것은 통계적 소양의 측면에서 보더라도 매우 중요하다. 2015 개정 중학교 교육과정의 상관관계 단원에서 2×2 분할표를 명시적으로 다루지는 않지만, 교사의 내용 지식은 가르치는 교과서의 내용 자체만을 아는 것에서 한 걸음 더 나아가 다루는 수학 내용 전반에 대한 깊은 이해에

기반할 필요가 있으므로(Watson & Barton, 2011), 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 포함한 확률·통계 영역 전반에 대한 교사 교육 프로그램의 설계와 실행이 시급하다고 볼 수 있다.

둘째, 교사들은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 학생들의 오개념 중에서 절대적인 빈도수에만 주목하여 상관관계를 잘못 판단하는 오류에 대해서는 비교적 잘 파악하였다. 그러나 학생들이 개인적인 선입견이나 사전 신념의 영향으로 상관관계를 잘못 판단할 수 있다는 점은 대부분의 교사가 충분히 인식하지 못하였다. 또한 일부 교사들은 학생들이 보일 수 있는 틀린 답변의 예로 상관관계를 옳게 판단한 경우를 제시하거나 어떤 내용도 예측하지 못하는 무응답의 상태를 보여주었다. 학생들의 오개념에 대한 교사의 인식은 교육과정 및 교재 구성의 출발점으로, 교사가 학생들의 이해와 관련된 지식을 갖는 것은 학생들의 수학적 성장을 도모하는 수업을 설계하거나 과제를 개발하는데 필수 요소이다(Ball et al., 2005). Misailidou(2008)와 Chick et al. (2006)에 따르면 학생들의 수학적 사고 과정과 오개념에 대해 풍부한 지식을 지닌 교사는 수업을 통해 학생의 학습 동기 및 학업 성취에 의미있는 영향을 준다. 선입견이나 사전 신념에 의해 상관관계를 잘못 판단하는 오류는 비단 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 다룰 때만 드러나는 것은 아니므로(노아라·유연주, 2013), 2015 개정 중학교 교육과정의 상관관계를 지도해야 하는 교사들은 상관관계와 관련된 다양한 오개념에 익숙해질 필요가 있다.

셋째, 교사들은 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계에 대한 학생들의 오개념을 인식하는데 한계를 드러내기는 하였지만 연구대상 중에는 학생들이 보일 수 있는 새로운 오류의 예를 제시한 교사들이 있었으며, 학생의 사전 신

념과 수학적 내용 사이의 관계에 대해 주목할 만한 견해를 보여준 교사들도 있었다. 일부 교사들은 선행연구에서 지적한 것처럼 학생들이 분할표의 특정 칸에 있는 절대적인 빈도수에만 주목하는 것이 아니라 특정 칸을 이용하여 구한 구체적인 비율을 $\frac{1}{2}$ 과 비교하여 상관관계를 판단할 수도 있다고 설명하였다. 학생들은 확률적 판단을 내릴 때 어떤 사건이 발생할 확률이 $\frac{1}{2}$ 보다 크면 그 사건이 일어날 가능성을 매우 큰 것으로 보는 경향이 있으므로(Batanero & Sanchez, 2005), 교사들이 제시한 이상과 같은 오류는 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 판단할 때 학생들이 보일 수 있는 오개념과 관련하여 의미있는 가설을 제공한다. 또한 교사들 중 일부는 상식적으로 생각하는 변량 사이의 관계에 대한 사전 신념과는 다른 결과를 보여주는 분할표를 통해 수업에서 다루는 내용 요소의 가치를 가르칠 수 있으므로 해당 분할표를 수업에 활용하겠다고 말한 반면, 일부 교사들은 분할표에서 나타나는 상관관계를 판단한 결과로 인해 학생들이 바람직하지 않은 신념을 형성할 수 있기 때문에 이를 수업에 활용하지 않겠다고 설명하였다. 여러 선행 연구(Gal, 2005; Garfield & Ben-Zvi, 2010)는 학습 내용과 사전 신념 사이에 주고받는 영향이 수학의 다른 영역에 비해 확률·통계 영역에서 훨씬 직접적이므로 이러한 특징에 대해 교사는 교수학적 경각심을 가질 필요가 있다고 지적한 바, 이 연구에 참여한 일부 교사들은 학습 내용과 사전 신념 사이 존재하는 이슈에 대해 의미있는 안목을 지니고 있음을 알 수 있다.

넷째, 이 연구에서는 가장 많은 교사들이 조건부확률 수업에 2×2 분할표를 활용하겠다고 하였

으며, 그 이유에 대해서 교사 5명은 ‘조건부확률의 의미를 지도하는데 좋을 것 같아서’라는 설명을 제시하였다. 또한 교사 2명은 ‘원인과 결과의 인과관계를 가르치기 위해서’ 2×2 분할표를 조건부확률 수업에서 활용하겠다고 답함으로써 교사 자신이 상관관계와 인과관계를 혼동하는 모습을 보여주기도 하였다. 이외의 교사들은 2×2 분할표를 조건부확률 수업에 활용하겠다고는 하였지만 그 이유는 제시하지 않았다. 이상에 따르면 교사들은 2×2 분할표가 조건부확률과 관련된 것을 인식하고 있기는 하지만 조건부확률 지도에서 2×2 분할표가 갖는 교수학적 의미에 대해서는 제한된 지식을 지니고 있다고 볼 수 있다. 2009 개정 확률과 통계 교육과정의 교과서에서는 조건부확률을 도입할 때 2×2 분할표를 활용하고 있으며, 여러 선행 연구(Batanero & Sanchez, 2005; Pfannkuch et al., 2002)는 조건부확률 지도에 2×2 분할표를 활용함으로써 조건부확률과 상관관계, 상대도수 사이의 연결성을 추구할 수 있고 이를 통해 조건부확률 자체에 대한 개념적 이해도 개발할 수 있다고 강조하였다. 학교 수학에서 조건부확률이 형식적인 정의와 계산 공식에 의해 개념적인 이해와는 무관하게 지도되고 있는 현실을 감안하면(이정연·우정호, 2009), 조건부확률 지도에 2×2 분할표를 적극적으로 활용하는 교수학적 방안을 모색해 보는 것은 조건부확률 지도의 적절한 대안을 찾는 데 시사하는 바가 있다.

이상에 따르면 2×2 분할표로 주어진 변량 사이의 상관관계를 판단하는 교사들의 내용 지식과 학생들의 이해에 대한 지식에 미흡한 부분이 있으며, 조건부확률이라는 구체적인 내용 요소를 지도하는 수업에 2×2 분할표를 활용하는 교사 지식에 한계가 있다¹³⁾. 일상생활과 다른 학문 분

13) 이 연구는 지필검사를 통해 2×2 분할표와 관련하여 상관관계에 대한 교사 지식의 특징을 분석한 초기 연구로서, 2×2 분할표와 관련된 다양한 상황에서 드러나는 교사 지식의 양상을 살피기 위해서는 별도

야에 활용도가 높은 상관관계의 중요성을 감안하여 이를 학교 교육과정을 통해 다룸으로써 학생들의 통계적 소양을 개발하려는 의도로 2015 개정 교육과정에 새롭게 도입한 상관관계를 의미있게 지도하기 위해서는 2×2 분할표를 비롯하여 상관관계와 관련되는 주요 내용 요소를 다루는 교사 교육과정의 설계와 실행, 상관관계 지도와 관련된 교수학적 논의가 보다 적극적으로 진행될 필요가 있다. 이 연구의 결과는 상관관계에 대한 교사 교육 프로그램의 모색과 교수학적 논의를 진행하는 출발점으로 활용될 수 있다.

참고문헌

교육부(2015). **수학과 교육과정**. 서울: 교육부.

김미경(2003). **중학교 3학년 상관관계 지도 내용 향상 방안**에 관한 연구. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.

김원경 외(2015). **고등학교 확률과 통계**. 서울: 비상교육.

김화경 · 김선희 · 박경미 · 장혜원 · 이환철 · 이화영(2016). 정비례/반비례, 상관관계의 도입 시기 및 내용 조직에 대한 교육과정 국제 비교 연구. **수학교육학연구**, 26(3), 403-420.

남주현 · 이영하(2005). 상관개념의 발달과 교수학적 중재에 관한 소고. **수학교육학연구**, 15(3), 315-334.

노아라 · 유연주(2013). 우리나라 고등학생들의 상관관계 이해도 조사. **수학교육학연구**, 23(4), 467-490.

박경미 외(2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구**. 서울: 한국과학창의재단.

박지현(2008). **학습자의 오개념과 오류에 대한 교사들의 Pedagogical Content Knowledge 사**

례 연구 -중학교 1학년 함수 영역을 중심으로. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.

안선영 · 방정숙(2006). 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제 분석. **수학교육학연구** 16(1), 25-41.

이경화(2004). 상관관계의 교수학적 변환에 관한 연구. **학교수학**, 6(3), 251-266.

이정연 · 우정호(2009). 조건부확률 개념의 교수학적 분석과 이해 분석. **수학교육학연구**, 19(2), 233-256.

조성민(2006). **교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구-고등학교 함수 내용을 중심으로**. 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.

Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (2005). Who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide? *American educator*, 29(1), 14-46.

Batanero, C., Estepa, A., Godino, J. D., & Green, D. R. (1996). Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 151-169.

Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). USA: Springer.

Batanero, C. & Sanchez, E. (2005). What is the nature of high school students'conceptions and misconceptions about probability? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 241-266). USA: Springer.

Chick, H., Baker, M., Pham, T., & Cheng, H.

의 후속 연구가 필요할 수 있다.

- (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. In J. Novotaná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Volume 2, pp. 297-304). Prague, Czech Republic.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association for Best Practices and the Council State School Officers.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A preK-12 curriculum framework*. VA: American Statistical Association. Retrieved June 4, 2017, from <http://www.amstat.org/education/gaise/GAISPreK-12.htm>.
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). USA: Springer.
- Garfield, B. J. & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing students' statistical reasoning*. USA: Springer.
- Misailidou, C. (2008). Assessing and developing pedagogical content knowledge: A new approach. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings the 32nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Volume 3, pp. 391-398). Morelia, Mexico.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: NCTM.
- Petrou, M. & Goulding, M. (2011). Conceptualising teachers' mathematical knowledge in teaching. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (pp. 9-25). London and New York: Springer.
- Pfannkuch, M., Seber, G. A. F., & Wild, C. J. (2002). Probability with less pain. *Teaching Statistics*, 24(1), 24-30.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). USA: Information age publishing.
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The knowledge Quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.) *Mathematical Knowledge in Teaching* (pp. 195-212). London and New York: Springer.
- Watson, J. M. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 305-337.
- Watson, A. & Barton, B. (2011). Teaching mathematics as the contextual application of mathematical modes of enquiry. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 65-82). New York: Springer.
- Watson, J. M. & Callingham, R. A. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3-46.

- Watson, J. M., Callingham, R. A., & Nathan, E. (2009). Probing teachers' pedagogical content knowledge in statistics: "How will Tom get to school tomorrow?" In R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Volume 2, pp. 563-570). NZ: MERGA.
- Watson, J. M. & Nathan, E. L. (2010). Assessing the interpretation of two-way tables as part of statistical literacy. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (pp. 69-87). The Netherlands: International Statistics Institute.

An Analysis of Teachers' Knowledge about Correlation - Focused on Two-Way Tables -

Shin, Bomi (Chonnam National University)

The aim of this study was to analyze characteristics of teachers' knowledge about correlation with data presented in 2×2 tables. In order to achieve the aim, this study conducted didactical analysis about two-way tables through examining previous researches and developed a questionnaire with reference to the results of the analysis. The questionnaire was given to 53 middle and high school teachers and qualitative methods were used to analyze the data obtained from the written responses by the participants. This study also elaborated the framework descriptors for interpreting the teachers' responses in the light of the didactical analysis and the data was elucidated in terms of this framework. The specific features of teachers' knowledge about correlation with data presented in 2×2 tables were categorized into three types as a result. This study raised several implications for teachers' professional development for effective mathematics instruction about correlation and related concepts dealt with in probability and statistics.

* Key Words : correlation(상관관계), two-way table(2×2 분할표), contingency table(상관표), conditional probability(조건부확률).

논문접수 : 2017. 8. 9

논문수정 : 2017. 9. 5

심사완료 : 2017. 9. 8

<부록> 지필검사 문항지(작성 영역 생략)

I. 다음 질문을 읽고 물음에 답하여 주십시오.

[문제1] 어떤 병원에서 흡연과 기관지병 사이에 관련이 있는지 알아보기 위해 250명을 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

	기관지병 있음	기관지병 없음	합계
흡연	90	60	150
비흡연	60	40	100
합계	150	100	250

위 표에 따르면 조사한 표본에 대해 기관지병은 흡연과 관련이 있다고 볼 수 있을까? 이유를 설명하여라.

I-1. [문제1]에 대해 학생들이 보일 수 있는 옳은 답변과 틀린 답변의 예를 써 주십시오. 또한 그 답변이 왜 옳은지와 왜 틀린지도 설명해 주십시오.

- (1) 학생이 보일 수 있는 옳은 답변의 예
- (2) 학생이 보일 수 있는 틀린 답변의 예

I-2. [문제1]을 중학교나 고등학교 수학의 어떤 내용을 가르칠 때 어떻게 사용하시겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?

II. 다음 질문을 읽고 물음에 답하여 주십시오.

[문제2] 어떤 병원에서 야외활동 정도와 피부질환 사이에 관련이 있는지 알아보기 위해 30명을 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

	피부 질환 있음	피부 질환 없음	합계
야외활동에 소극적	13	3	16
야외활동에 적극적	2	12	14
합계	15	15	30

위 표에 따르면 조사한 표본에 대해 피부질환은 야외활동 정도와 관련이 있다고 볼 수 있을까? 이유를 설명하여라.

II-1. [문제2]에 대해 학생들이 보일 수 있는 옳은 답변과 틀린 답변의 예를 써 주십시오. 또한 그 답변이 왜 옳은지와 왜 틀린지도 설명해 주십시오.

- (1) 학생이 보일 수 있는 옳은 답변의 예
- (2) 학생이 보일 수 있는 틀린 답변의 예

II-2. [문제2]을 중학교나 고등학교 수학의 어떤 내용을 가르칠 때 어떻게 사용하시겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?