

Calculating Cp of Position Tolerance when MMC Applied at Datum and Position Tolerance

Jun-Ho Kim* · Sung-Ho Chang**†

*SamSung Electronics

**School of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

데이텀과 위치공차에 최대실체조건이 적용되었을 경우의 위치공차의 Cp

김준호* · 장성호**†

*삼성전자

**금오공과대학교 산업공학부

Process capability is well known in quality control literatures. Process capability refers to the uniformity of the process. Obviously, the variability in the process is a measure of the uniformity of output. It is customary to take the 6-sigma spread in the distribution of the product quality characteristic as a measure of process capability.

However there is no reference of process capability when maximum material condition is applied to datum and position tolerance in GD&T (Geometric Dimensioning and Tolerancing). If there is no material condition in datum and position tolerance, process capability can be calculated as usual. If there is a material condition in a feature control frame, bonus tolerance is permissible. Bonus tolerance is an additional tolerance for a geometric control. Whenever a geometric tolerance is applied to a feature of size, and it contains an maximum material condition (or least material condition) modifier in the tolerance portion of the feature control frame, a bonus tolerance is permissible. When the maximum material condition modifier is used in the tolerance portion of the feature control frame, it means that the stated tolerance applies when the feature of size is at its maximum material condition. When actual mating size of the feature of size departs from maximum material condition (towards least material condition), an increase in the stated tolerance-equal to the amount of the departure-is permitted. This increase, or extra tolerance, is called the bonus tolerance. Another type of bonus tolerance is datum shift. Datum shift is similar to bonus tolerance. Like bonus tolerance, datum shift is an additional tolerance that is available under certain conditions.

Therefore we try to propose how to calculate process capability index of position tolerance when maximum material condition is applied to datum and position tolerance.

Keywords : Process Capability, Maximum Material Condition, Bonus Tolerance, Datum Shift, Position Tolerance

1. 서 론

일반적으로 공정의 생산능력을 평가하기 위해서 공정 능력이라는 용어를 사용한다. 즉 공정능력이 좋다는 것은 생산되는 제품의 품질변동이 작다는 것을 의미하며, 공정 능력이 나쁘다는 것은 품질변동이 크다는 것을 의미한다. 단 공정능력은 공정이 관리 상태에 있을 때에 생산되는 제품의 품질변동의 정도를 나타내는 것으로 공정이 외부 요인에 의한 방해 없이 정상적으로 가동된다는 것을 가정하는 것이다. 이러한 공정능력을 정보로 사용하기 위해서는 이를 양적으로 표현할 필요가 있다. 가장 일반적인 방법은 한 개의 품질특성에 대하여 규격상한과 규격하한의 차이를 6×표본표준편차로 나누며 이를 Cp라 부르며, 규격이 한쪽만 있거나 치수침이 있는 경우에도 같은 원리로 공정능력을 구할 수 있는 것은 이미 일반적인 품질관리문헌에 나와 있다[2, 9].

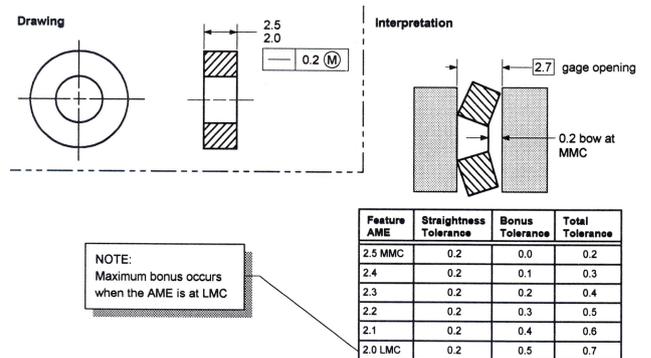
기하공차에서 위치공차에 대한 공차분석을 보면 3D 통계적 공차분석을 위해 위치공차를 거리방향 벡터인 $R(\mathbf{r}, \theta)$ 로 표현하고 Monte Carlo 시뮬레이션 접근을 하여 두 편과 두 홀의 조립문제를 수학적으로 표현하였다[10]. 강현장[4]은 최대실체조건(MMC : Maximum Material Condition)에서의 Zero Tolerance 방법에 통계적 개념을 도입하여 이 방법상의 장점인 프로세스의 유연성을 최대한 살리고, 단점인 산포증가로 인한 부적합률을 설계자가 원하는 수준으로 설계하고자 하였다. 광준일[7]은 MMC로 규제된 위치공차와 치수공차의 증가에 따른 구멍의 전체 공차영역 증가비율을 알아보고, 위치공차와 치수공차 중 어떤 공차가 전체 공차영역에 많은 영향을 주는지 알아봄과 동시에, 위치공차와 치수공차의 배분비를 탐색하여 생산공정의 현실성 있는 공차적용을 가능하게 하고 공정능력의 변동에 있어서 유연한 공차 설계변동이 가능하도록 하였다. 이상현[8]은 공정능력이 높을수록 안정된 생산으로 인해 제품의 치수공차는 목표값에 가깝게 생산될 수 있고, 구멍과 축사이의 여유가 더욱 증가할 수 있으며, 이로 인해 생산자는 공정능력을 고려하여 구멍과 축의 위치공차를 이론적인 위치공차보다 더 큰 위치공차 할당을 통하여 수율을 증가시키는 것이 가능하다고 하였다. 이러한 연구들에서 언급된 공정능력은 전부 단순히 치수에 따른 공정능력으로 기존의 공정능력에 대한 정의로 표현하였다. 하지만 기하공차가 적용된 품질특성의 공정능력에 대한 연구는 전무한 실정이다. 특히 기하공차에 MMC가 적용되었을 경우 지정된 품질특성은 MMC에 의해서 보너스공차가 추가될 수 있기 때문에 기존의 공정능력 정의로는 표현하기가 힘들다. 따라서 본 연구에서는 기하공차 중 위치공차에 MMC가 적용되었을 경우에 이를 공정능력으로 표현하는 방안을 제시하고자 한다.

2. 이론적 배경

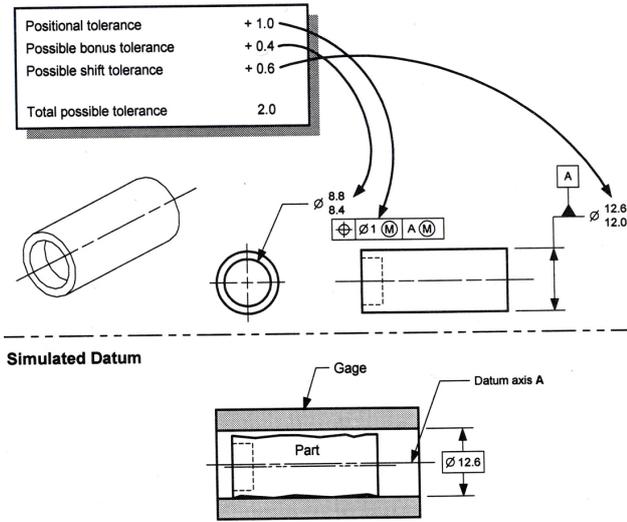
좌표공차계는 과거 도면에서 공차표시를 하기 위해 사용되어진 시스템으로 부품형상의 위치를 좌표와 주어진 치수 및 공차로 표시하여 왔다. 하지만 좌표공차계는 도면을 해석하는데 있어서 여러 단점이 있어서, 부품이 최종 제품에서 어떤 기능을 할 것인가를 정의 하는 기하공차가 국제표준[1, 3]으로 시작되어 현재는 모든 도면에서 기하공차를 사용하고 있다. 기하공차에 있어서 보너스공차는 추가로 제공되는 공차로 첫 번째는 공차기입박스의 공차부분에 MMC나 최소실체조건(LMC : Least Material Condition)이 있을 때만 적용된다. 여기에서 MMC는 FOS (feature of size)가 주어진 치수한계 내의 모든 지점에서 최대의 실체를 보유하는 조건으로 FOS의 위치에 따라 가장 큰 치수한계이거나 작은 치수한계 값이다. LMC는 MMC와 반대의 조건이다. FOS는 단독인 원통이나 구, 혹은 서로 마주보며 평행인 두 면으로써 크기치수와 연계되어 있는 것을 말한다. 첫 번째 보너스공차는 FOS의 치수공차에서 비롯되는 것으로 실제부품이 MMC나 LMC에서 출발할 때 생기는 추가공차로 지정된 기하공차에 더해진다[1, 3, 6].

기하공차에서 두 번째 보너스공차는 공차기입박스의 데이텀 기입란에 MMC 심볼이 있는 경우이다. 흔히 두 번째의 보너스공차 경우는 데이텀 이동(datum shift)이라 부른다[7]. 두 번째 보너스공차는 데이텀 feature의 치수공차에서 비롯되는 것으로 실제부품이 MMC나 LMC에서 출발할 때 생기는 추가공차로 지정된 기하공차에 더해진다[1, 3, 6].

보너스공차의 최대 양은 첫 번째 경우는 기하공차가 지정된 FOS의 최대치수와 최소치수의 차이이며, 두 번째 경우는 MMC가 적용된 데이텀 feature의 최대치수와 최소치수의 차이이다. 또한 각각의 부품이 가질 수 있는 보너스공차의 양은 MMC 상태의 치수와 실제치수(AME : Actual Mating Envelope)와의 차이가 된다. 이에 대한 예를 <Figure 1>, <Figure 2>에서 보여주고 있다.



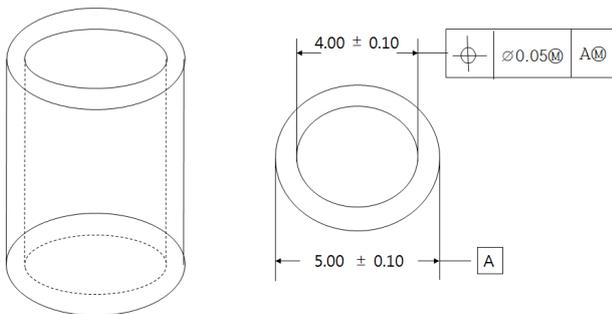
<Figure 1> Bonus Tolerance I



<Figure 2> Bonus Tolerance II

3. 연구내용 및 방법

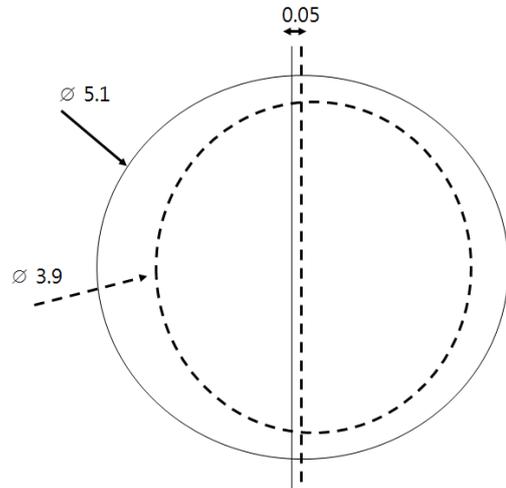
기하공차가 지정된 부품의 공정능력을 구하기 위해서 <Figure 3>의 부품을 예로 사용한다. 여기에서 우리는 내경의 중심축위치를 공정능력을 구하기 위한 품질특성으로 사용한다. 간략하게 설명하기 위해 5개의 부품치수만을 사용하기로 하자.



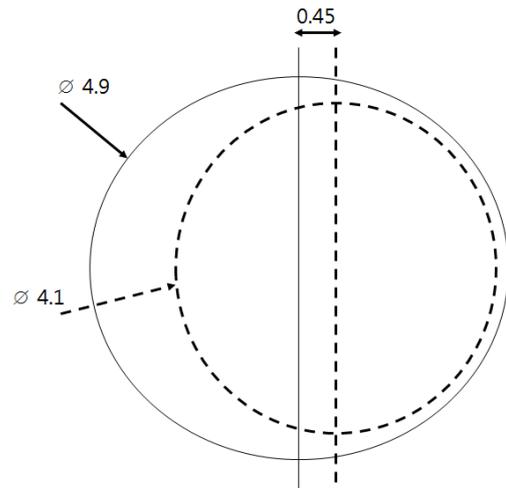
<Figure 3> Example Drawing

<Figure 3>에서 외경(OD : Outer Diameter)이 데이텀 A로 지정되었으며, 내경(ID : Inner Diameter)은 OD가 MMC 이면서 ID가 MMC일 때 위치공차 0.05를 가지는 것이다. 이를 풀어서 설명하면 외경이 MMC일 때의 중심축을 기준으로 내경이 MMC일 때의 중심 축 위치가 직경이 0.05인 공차영역 내에 있어야 한다는 것이다. 즉 ID가 3.9이고 OD가 5.1일 때 <Figure 4>와 같이 허용 가능한 위치공차가 0.05가 된다는 것으로 최대 허용 공차 값은 ID가 4.1일 때 발생하는 보너스공차 0.2와 OD가 4.9일 때 발생하는 보너스공차 0.2를 더한 것으로 <Figure 5>와 같이 0.45가

된다. 다시 말하면 지정된 위치공차는 0.05이지만 OD와 ID의 크기와 위치에 따라 두 중심축의 거리(위치공차)는 0.0에서 최대 0.45까지 변할 수 있다는 것이다.



<Figure 4> Position Tolerance at MMC



<Figure 5> Maximum Position Tolerance

이제 ID의 중심축위치를 품질특성치로 보았을 때, 이에 대한 공정능력지수를 구하기로 하자. 5개의 부품을 측정 한 결과는 <Table 1>과 같다.

<Table 1> Results of Parts Measured

Part	OD	ID	ID Position
1	5.023	4.022	0.140
2	5.055	4.086	0.105
3	5.045	3.955	0.025
4	4.955	4.110	0.021
5	5.090	4.050	0.068

만약 도면에 MMC 심볼이 없다면 추가적인 보너스공차가 생성되지 않으므로, <Table 1>의 결과만을 보았을 때, 부품 1, 2, 5는 지정된 위치공차 0.05를 벗어나 불량이며, 부품 4는 ID의 규격을 벗어나므로 불량으로 처리된다. 따라서 규격 내에 있는 ID 중심축위치 값 들을 가지고 기존의 공정능력을 구하는 방법으로 계산을 하면 된다.

하지만 MMC가 적용되었을 경우 OD와 ID는 주어진 치수한계 내에서 크기와 위치가 변할 수 있으며 이로 인해 기준이 되는 OD의 중심축 위치가 변할 수 있으며, ID의 중심축 위치도 변할 수 있다. 즉 <Figure 5>와 같이 보너스공차가 적용된다는 것이다. <Figure 5>에서 OD와 ID의 치수에 따라 최대 허용공차가 결정된다. <Table 1>에서 부품 4는 ID의 규격을 벗어나 불량이지만 계산과정을 보기위해 포함하였다. 따라서 각 부품의 보너스공차를 고려한 최대공차 값 혹은 상한공차(upper tolerance) 값을 구하기로 하자. 각 부품의 보너스공차는 MMC와 AME와의 차이로 그 결과는 <Table 2>와 같다.

<Table 2> Total Bonus Tolerance

Part	OD Bonus	ID Bonus	Total Bonus
1	5.10-5.023 = 0.077	4.022-3.90 = 0.122	0.199
2	5.10-5.055 = 0.045	4.086-3.90 = 0.186	0.231
3	5.10-5.045 = 0.055	3.955-3.90 = 0.055	0.110
4	5.10-4.955 = 0.145	4.110-3.90 = 0.200	0.345
5	5.10-5.090 = 0.010	4.050-3.90 = 0.150	0.160

다음 단계로 보너스공차에 지정된 위치공차 값을 더 하면 최대공차 혹은 상한공차 값을 <Table 3>과 같이 구할 수 있다.

<Table 3> Resultant Upper Tolerance

Part	Total Bonus	Position Tolerance	Upper Tolerance
1	0.199	0.05	0.249
2	0.231	0.05	0.281
3	0.110	0.05	0.160
4	0.345	0.05	0.395
5	0.160	0.05	0.210

다음 단계는 보너스공차가 포함된 상한공차 값과 ID의 실제 위치측정 값을 비교하여 상한공차 값을 얼마나 사용하였는지를 보자. 이는 공정능력지수를 구할 때 상한 규격과 하한 규격을 사용하는 것과 같은 의미로 보된다. 결과는 <Table 4>와 같다.

<Table 4> Percentage usage of Upper Tolerance

Part	Actual ID Position Tolerance	Upper Tolerance	Percent of Tolerance
1	0.140	0.249	56.22%
2	0.105	0.281	37.37%
3	0.025	0.160	15.63%
4	0.021	0.395	5.32%
5	0.068	0.210	32.38%

이제 공정능력지수를 구하는 것과 같은 방법으로 상한공차를 모두 사용할 수 있는 경우를 공통 상한공차로 100% (혹은 1)라고 할 때, 각 부품의 공차사용 비율을 위치공차의 대체 품질특성치로 본다면

$$\text{평균}(\bar{X}) = 0.2938(\text{혹은 } 29.38\%)$$

$$\text{표준편차}(\text{Std. Dev.}) = 0.1976$$

따라서 공정능력지수 Cp는 한쪽 규격만 있는 경우에 해당되므로

$$C_p = (\text{Upp. Tol.} - \bar{X}) / (3 \times \text{Std. Dev.})$$

라고 할 수 있다. 여기서 상한공차는 1.00이 된다. 따라서 공정능력지수 Cp는 다음과 같다.

$$(1.00 - 0.2938) / (3 \times 0.1976) = 1.19$$

4. 결과 및 분석

최대실체조건이 적용된 기하공차를 품질특성치로 보았을 때, 이에 대한 공정능력지수를 구하는 방법은 기존의 공정능력지수를 구하는 방법으로는 해결할 수가 없다. 왜냐하면 최대실체조건이 적용된 기하공차는 보너스공차라는 추가적인 공차가 생기기 때문에 정해진 상하한 규격이 없다. 따라서 각 부품에서 발생할 수 있는 최대 기하공차(보너스공차와 지정된 기하공차의 합)의 양을 구한 다음, 실제 측정된 기하공차가 얼마나 최대 기하공차를 사용했는지를 대체 품질특성치로 취급하여 공정능력지수를 구하였다.

공정능력지수에 대한 해석에서 ID와 OD의 크기는 보너스공차에 영향을 주며 또한 위치에 따라 실제 위치공차는 두 직경간의 거리이므로 구해진 지수에 대한 해석은 두 직경의 크기에 대한 지수와는 관계가 없다. 물론 전혀 관계가 없는 것은 아니다. 만약 ID와 OD가 규격에 정확히 맞고 위치가 정확하다면 위치공차에 대한 지수는

크게 증가하게 된다. 따라서 위치공차에 대한 지수는 크기변동에 따라 발생하는 보너스공차에 비해 두 직경의 축의 실제 위치가 얼마나 동일 위치에 근접하느냐 하는 정도라고 해석할 수 있다. 따라서 지수값이 크다는 것은 비록 두 직경의 크기는 많은 변동(보너스공차)을 가지지만 두 직경의 축은 근접한다는 것을 의미하는 것으로 설계자의 의도에 적합하다는 것이다.

<Figure 3>에서 설계자가 MMC를 지정한 이유는 ID와 OD의 가공에서 발생할 수 있는 크기에 대한 변동에 여유를 주는 것이다. 따라서 위치공차에 대한 지수는 ID와 OD의 크기와는 다르게 가공 시 두 축에 대한 동축성에 더 큰 의미를 부여한다. 즉 지수가 크면 가공 시 두 축의 동축성이 좋다는 것이며, 지수가 작으면 동축성에 대한 관리가 필요하다는 것이다. 이를 보기위해서 1,000개의 자료를 가지고 시뮬레이션을 한 결과는 <Table 5>와 같다. 표에서 위치공차 퍼센트는 두 축 간의 거리가 0.05이내에 있는 양을 의미한다. 즉 100%는 모든 위치공차 값이 0.05이내에 있다는 것이며, 50%는 0.05이내에 50%가 있으며 나머지는 0.05와 0.45사이에 있다는 것이다. ID는 평균 4.0, 표준편차 0.1, OD는 평균 5.0, 표준편차 0.1인 정규분포를 따른다고 가정하였으며 규격을 벗어나는 경우는 공칭치수를 가진다고 가정하였다. 즉 ID의 경우 3.9보다 작거나 4.1보다 클 경우 4.0으로 처리하였다. OD의 경우도 같은 방법으로 처리하였다. OD의 보너스공차는 (5.1-OD)이며, ID의 보너스공차는 (ID-3.9)가

되며, 보너스공차의 합은 두 보너스공차의 합이며, 전체 허용 가능한 공차의 값은 (두 보너스공차의 합+0.05)이다. 실제 ID의 위치는 위치공차 퍼센트가 100%일 경우는 0과 0.05사이의 무작위 수이며, 위치공차 퍼센트가 50%일 경우는 50%는 0과 0.05사이 이며 50%는 $((0.05 + ((OD \text{ 보너스} \times (0 \text{과 } 1 \text{사이의 무작위 수})) + ((ID \text{ 보너스} \times (0 \text{과 } 1 \text{사이의 무작위 수}))))$ 이다. 따라서 모든 위치공차는 최대 허용 가능한 0.45이내에 있다. 이제 <Table 4>의 Percent of Tolerance는 앞의 (실제 ID의 위치)/(두 보너스공차의 합+0.05)가 된다. 나머지 계산은 앞에서 언급한 방법대로 처리하였다. 위치공차 퍼센트가 클수록 Cp값이 커지는데 이는 ID와 OD의 크기와는 관계없이 두 중심축이 근접한다는 것이다. 즉 ID와 OD를 가공 시 크기는 MMC에 의해서 유연하게 가공을 하지만, 두 축의 동축성은 관리를 잘하고 있다는 것이다. 결과의 일관성을 보기 위해 5,000개의 자료를 같은 방법으로 시뮬레이션 한 결과는 <Table 6>과 같으며, 결과는 큰 차이가 없는 것을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구 과제

제조 산업이 글로벌화 됨에 따라 제품 설계 시 작성도면을 국제 표준인 기하공차에 맞추어서 작성할 필요성이 대두 되고 있다[5]. 하지만 이러한 표준에 의거해 생산된 제품의 품질특성치에 대한 공정능력지수를 구하는 방법에 대한 연구는 없는 실정이었다. 특히 대부분의 도면에서 공차의 유연성을 위해 주로 사용하는 최대실체조건이 적용된 경우는 공정능력지수를 구하기 위한 상하한 규격이 없기 때문에 보너스공차를 이용한 상한공차를 이용하여 공정능력지수를 구하여 공정상에서 관리해야하는 조건이 무엇인지를 도출하였다.

추후 연구과제로 부품이 조립되는 경우에도 같은 방식의 공정능력지수를 사용할 수 있는지를 확인할 필요가 있으며, 공차조정을 할 필요가 있을 때 이러한 지수를 어떻게 활용할 것인지를 살펴 볼 필요가 있다.

<Table 5> Tolerance of Position Cp Depending on the Value of Position Percent(1,000 data)

Position Percent(%)	Tolerance of Position Cp
50	0.73
60	0.86
70	0.99
80	1.17
90	1.63
100	4.00

<Table 6> Tolerance of Position Cp Depending on the Value of Position Percent(5,000 data)

Position Percent(%)	Tolerance of Position Cp
50	0.76
60	0.83
70	0.96
80	1.17
90	1.67
100	4.12

References

- [1] ASME Y14.5M-1994, Dimensioning and Tolerancing, *The American Society of Mechanical Engineers*, 1994.
- [2] Duncan, A.J., *Quality Control and Industrial Statistics*, 4th ed., Irwin, Homewood, Ill., 1974.
- [3] ISO 1101, Technical Drawings-Geometrical Tolerancing-Tolerance of form, orientation, location and runout-Generalities, definitions, symbols, indications on draw-

- ings, International Standard Organization, 1983.
- [4] Kang, H.J., Optimization of the tolerance at MMC considering sigma level, [dissertation], [Gumi, Korea] : Kumoh National Institute of Technology, 2003.
- [5] Kim, K.W. and Chang, S.H., A Profile Tolerance Usage in GD&T for Precision Manufacturing, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2017, Vol. 40, No. 2, pp. 1-7.
- [6] Krulikowski, A., Fundamentals of Geometric Dimensioning and Tolerancing, Effective Training Inc, 1998.
- [7] Kwak, J.I., Comparison between Position Tolerance & Size Tolerance Considering Process Capability, [dissertation], [Gumi, Korea] : Kumoh National Institute of Technology, 2006.
- [8] Lee, S.H., A Study on the Optimization of Position Tolerance of Fasteners Considering Process Capability, [dissertation], [Gumi, Korea] : Kumoh National Institute of Technology, 2007.
- [9] Montgomery, D.C., Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley & Sons, 1985.
- [10] Shan, A., Roth, R.N., and Wilson, R.J., A New approach to statistical geometrical tolerance analysis, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1999, Vol. 15, No. 3, pp. 222-230.

ORCIDJun-Ho Kim | <http://orcid.org/0000-0002-5936-9975>Sung-Ho Chang | <http://orcid.org/0000-0002-9758-2902>