

## 중력 변화율 텐서를 이용한 선형 이상체 위치 결정

박창석<sup>1</sup> · 임형래<sup>1,2,3,\*</sup>

<sup>1</sup>과학기술연합대학원대학교 물리탐사공학과, 34113, 대전광역시 유성구 가정로 217

<sup>2</sup>한국지질자원연구원 광물자원연구본부, 34132, 대전광역시 유성구 과학로 142

<sup>3</sup>부산대학교 지구과학교육과, 46241, 부산광역시 금정구 부산대학로 63번길 2

## Determination of the Location of a Line Source using Gravity Gradient Tensor

Changseok Park<sup>1</sup> and Hyoungrea Rim<sup>1,2,3,\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Exploration Geophysics, University of Science and Technology, Daejeon 34113, Korea

<sup>2</sup>Mineral Resources Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources, Daejeon 34132, Korea

<sup>3</sup>Department of Earth Science Education, Pusan National University, Busan 46241, Korea

**Abstract:** The determination algorithm of the location of a line source with strike and dip using the gravity gradient tensor on a single profile is proposed. We already proposed the determination of strike and dip in the previous paper and then, now we improved the algorithm to locate a line source after determining strike and dip. The strike and dip of the line source can be determined by rotating the gravity gradient tensor matrix as reducing 2 independent components. Using the ratio of remaining 2 components, the location can be determined by the least square manner of the pointing vectors on each observation point. A synthetic model is tested for proving the usefulness of the proposed algorithm.

**Keywords:** gravity gradient tensor, a line source, least square method

**요약:** 한 개 측선에서 얻어진 중력 변화율 텐서 자료를 이용하여 주향과 경사를 가지는 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 기존에 연구된 중력 변화율 텐서를 이용한 선형 이상체의 주향과 경사를 결정하는 방법을 발전시켜서, 선형 이상체의 주향과 경사를 결정한 이후 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 개발하였다. 선형 이상체의 주향과 경사는 2차원 이상체로부터 얻어지는 중력 변화율 텐서가 회전 변환 후 2개의 독립 성분만을 가진다는 특징을 이용하여, 중력 변화율 텐서의 5개의 독립 성분을 2개의 독립 성분으로 축소시키는 회전 변환 각으로부터 선형 이상체의 주향과 경사를 결정한다. 이상체의 위치를 가리키는 방향 벡터는 중력 변화율 텐서의 회전 변환 후 남은 2개 독립 성분의 비를 이용하여 유도하였다. 여러 측정에서 계산된 이상체를 가리키는 방향 벡터가 수렴하는 영역이 선형 이상체의 위치로 결정된다. 최소자승법을 이용하여 방향 벡터의 수렴 영역을 결정하는 알고리즘을 제시하였고, 수치모델링 자료를 통하여 유용성을 검토하였다.

**주요어:** 중력 변화율 텐서, 선형 이상체, 최소자승법

\*Corresponding author: brim2002@gmail.com

Tel: +82-42-858-3133

Fax: +82-42-868-3418

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## 서론

지하 밀도 구조를 파악하기 위한 중력 측정은 스프링이 내장된 상대 중력계를 이용하므로 수직 성분만을 사용할 수 밖에 없었다(Kwon et al., 2000). 그러나 최근 중력 측정 관련 장비의 발전으로 수직 성분 중력뿐만 아니라 중력 변화율(gravity gradient) 탐

사를 이용하려는 시도가 계속되고 있다(DiFrancesco et al., 2009). 현재까지는 중력 변화율 탐사 장비가 항공기나 인공위성에 장착되는 형태로 개발되어 항공 중력 변화율 탐사를 광물자원 탐사, 지하 공동 탐지 등 여러 현장에서 널리 사용되고 있다(Alvarez et al., 2012; Cevallos 2014; Fedi et al., 2005; McKenna et al., 2016; Martinez et al., 2013). 현재 개발된 중력 변화율 탐사 장비는 한 개의 회전 프레임에 3 쌍의 가속도계를 배치하여 중력 변화율 텐서를 측정하는데 서로 독립적인 5개의 중력 텐서 성분을 측정하므로 전통적인 수직 중력을 적용하는 경우보다 비약적으로 증가한 정보를 활용 가능하게 해준다(DiFrancesco et al., 2009). 기존 중력 탐사에 필요한 이론 및 역산 방법들은 수직 중력만을 사용하는 경우가 주로 연구되어 와서 새로 개발된 중력 변화율 탐사를 위한 해석해 유도 및 활용 가능성을 높이는 알고리즘 개발이 시도되고 있다(Rim and Li, 2012; Rim and Jung, 2014; Rim and Li, 2016). 중력 변화율과 비슷한 개념으로 자력 변화율 탐사 자료로부터 이상체의 위치를 결정하는 하거나(Rim, 2011), 역산 기술을 적용하여 지하구조를 찾는 연구도 진행되고 있다(Zhdanov et al., 2004).

이 논문에서는 육상 중력 변화율 탐사 장비 개발을 앞두고 육상 중력 변화율 탐사 자료의 활용의 일환으로 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 개발하고자 한다. 기존에 선형 이상체의 주향과 경사를 결정하는 알고리즘을 개발하였고(Rim and Jung, 2014), 이를 발전시켜서 일단 주향과 경사가 결정된 이후 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 추가 하였다. 선형 이상체는 주향과 경사를 가지는 경우에는 중력 변화율 텐서가 5개의 독립 성분으로 측정되지만 관측 축선을 회전시켜서 선형 이상체와 수직이 되게 설정하면 이상체가 중력 변화율 텐서 관점에서는 2차원 이상체로 축소되면 2개의 독립 텐서 성분만을 가지게 된다. 이런 성질을 이용하여 3차원 텐서 성분이 2차원으로 축약되는 행렬 회전 변환각을 이용하여 선형 이상체의 주향과 경사를 결정한다(Rim and Jung, 2014). 이 논문에서는 회전 변환 후 남은 두 개의 독립 성분을 이용하여 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 제시하고자 한다. 특히 우리나라와 같이 험준한 산악 환경에서 적용 가능성을 높이기 위하여 최소한의 야외 작업을 통하여 단일 축선에서 얻어진 중력 변화율 탐사 자료를 가정

하고 알고리즘을 개발하였다.

## 중력 변화율 텐서를 이용한 선형 이상체의 주향과 경사 결정

주향과 경사를 가지는 선형 이상체의 위치를 중력 변화율 탐사 자료들로부터 결정하기 위해서는 먼저 선형 이상체의 주향과 경사를 결정하여야 한다. 이 절에서는 선행 연구에서 이미 개발된 중력 변화율 텐서를 이용한 주향과 경사각을 구하는 알고리즘을 간단히 정리한다(Rim and Jung, 2014). 이론적으로 3차원 이상체에 의한 중력 변화율 텐서 성분은 5개의 독립 성분을 가진다. 반면 이차원 성질을 가지는 주향과 경사를 가지지 않는 선형 이상체는 독립 텐서 성분은 2개만을 가진다. 이 성질을 이용하여 5개의 텐서 성분이 2개의 텐서 성분으로 변환 시키는 회전각을 구하면 이 각들이 곧바로 선형 이상체의 주향과 경사각을 의미하게 된다. 이전 연구에서는 중력 변화율 텐서 행렬에서 1개 열 또는 행이 거의 0에 수렴하는 성질을 활용할 수 있도록 1개 열의 3개 성분의 제곱의 합에 최소 자승법을 적용하여 주향과 경사각을 결정하였다. 중력 변화율을 이용한 주향과 경사각의 결정 방법은 이전 연구 (Rim and Jung, 2014)에 자세히 기술하였다.

## 중력 변화율 텐서와 방향 벡터각 유도

선형 이상체의 주향과 경사가 결정되고 나면 2개의 중력 변화율 성분만 남게 된다. 이 남은 두 개 성분의 비로부터 측정점에서 이상체의 위치를 가르키는 방향 벡터각  $\theta_z$ 를 유도할 수 있다. 주향과 경사가 결정된 이후 주향과 경사가 없는 선형 이상체 의한 중력 변화율 텐서는 2개의 독립 성분을 가지는데 다음과 같이 주어진다(McKenna et al., 2016).

$$T_{yy} = \frac{2\gamma\lambda}{r^4}(y^2 - z^2) \quad (1)$$

$$T_{yz} = \frac{4\gamma\lambda}{r^4}yz \quad (2)$$

여기서  $\gamma$ 는 중력 상수,  $\lambda$ 는 선형 이상체의 단위 길이당 밀도,  $r$ 은 측정점과 선형 이상체 사이의 최단 거리이다. 두 텐서 성분의 비를 식 (3)과 같이 정의하면 이 두 텐서의 비로부터 방향 벡터각  $\theta_z$ 가 식

(4)와 같이 유도된다.

$$\eta \equiv \frac{T_{yy}}{T_{yz}} = \frac{y^2 - y'^2}{2yz} \quad (3)$$

$$\theta_{yz} = \tan^{-1}\left(\frac{z}{y}\right) = \tan^{-1}(\eta \pm \sqrt{\eta^2 + 1}) \quad (4)$$

### 최소 자승법을 이용한 선형 이상체 위치 결정 방법

각 측정점에서 얻어진 방향 벡터들의 조합으로부터 선형 이상체의 위치를 결정할 수 있는데 이 논문에서는 최소자승법을 활용하였다. 먼저 이상체의 위치를  $(y_q, z_q)$ ,  $i$  번째 측정점의 위치를  $(y_{pi}, z_{pi})$ 로 정하고 이들에 대응하는 위치 벡터를 각각  $\mathbf{r}_q, \mathbf{r}_{pi}$ 라고 설정하면 이 두 점 사이의 거리  $d_i$ 는 식 (5)과 같이 얻어진다(Beike and Pedersen, 2010; Pedersen and Rasmussen, 1990).

$$d_i = \frac{|\mathbf{c}_i \times (\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{pi})|}{|\mathbf{c}_i|} \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{c}_i = (c_{yi}, c_{zi}) = (\cos \theta_{yz}^i, \sin \theta_{yz}^i)$  이고  $i$  번째 측정점에 선형 이상체를 가르키는 위치 벡터각  $\theta_{yz}$ 는 식 (4)로부터 구해진다. 일단 각 측정점에서 선형 이상체까지의 거리가 구해지면 최소자승법을 이용하면 이상체의 위치를 결정할 수 있다. 이를 위하여 모든 측정점에서의 거리의 제곱의 합을 구하면 식 (6)과 같다.

$$Q = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (6)$$

여기서  $N$  은 전체 측정점의 개수이다. 최소 자승법을 적용하기 위하여 거리의 제곱의 합을 선형 이상체의 위치에 해당하는 변수로 편미분한 값이 0이 위치를 찾으면 된다. 이를 수식으로 표현하면 다음 식 (7)과 같다.

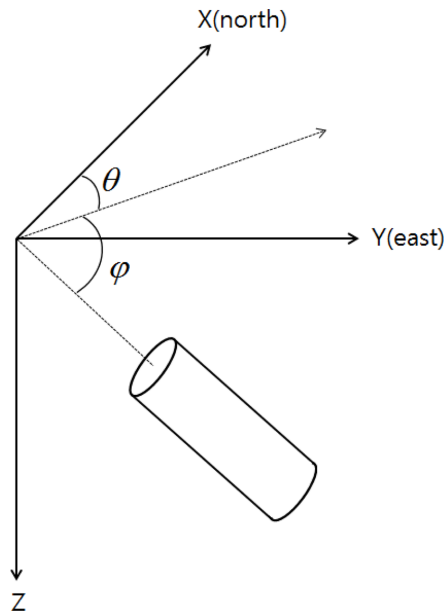
$$\frac{\partial Q}{\partial y_q} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial z_q} = 0 \quad (7)$$

여기서  $(y_q, z_q)$ 는 선형 이상체의 위치 좌표이다. 식 (7)을 행렬 행태로 다시 표현하면 식 (8)과 같고, 이 행렬의 역행렬을 구하여 풀면 원하는 선형 이상체의 위치,  $(y_q, z_q)$ 가 결정된다.

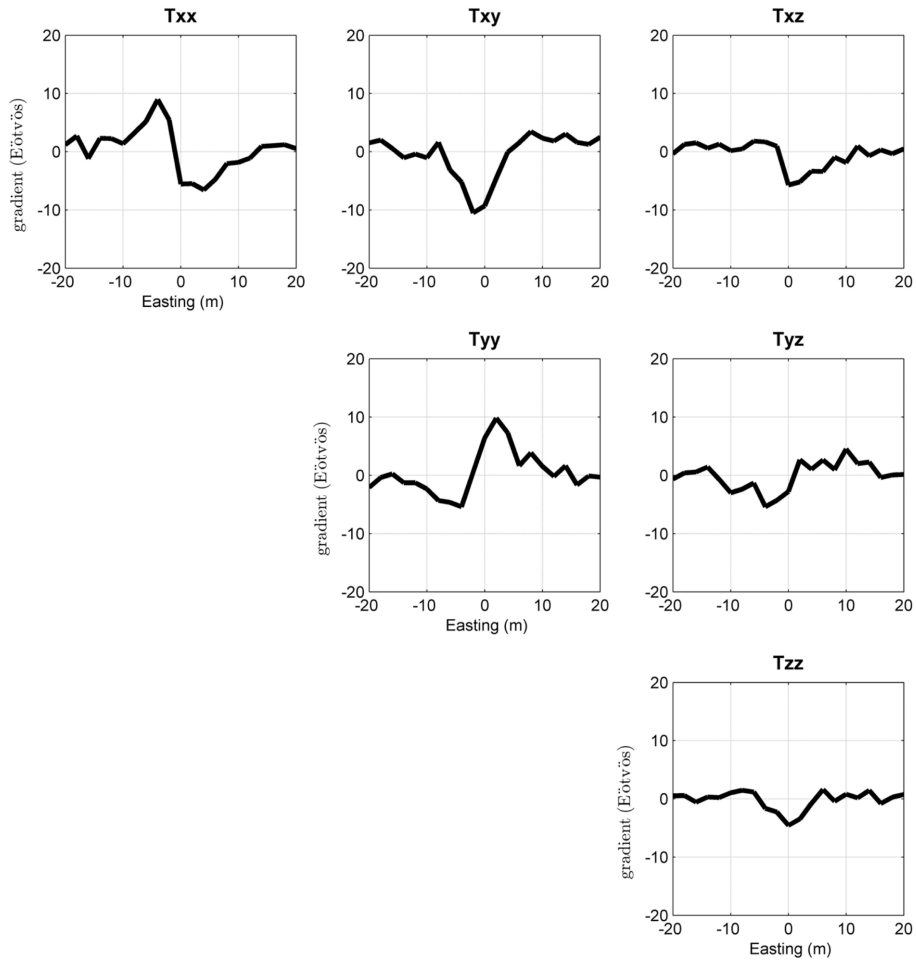
$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N c_{zi}^2 y_i - (c_{yi} c_{zi}) z_i \\ \sum_{i=1}^N c_{yi}^2 z_i - (c_{yi} c_{zi}) y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N c_{zi}^2 & -\sum_{i=1}^N c_{yi} c_{zi} \\ -\sum_{i=1}^N c_{yi} c_{zi} & \sum_{i=1}^N c_{yi}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_q \\ z_q \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 모델 실험

현재까지 육상 중력 변화율 탐사 장비가 개발 중에 있으므로 이 논문에서는 중력 변화율 텐서를 이용하여 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 검증하기 위하여 모델 실험을 이용하였다. Fig. 1과 같이 주향 30°와 경사 60°를 가지는 선형 이상체의 중력변화율 텐서 반응을 구하면 Fig. 2와 같다. 편의를 위하여 선형 이상체의 밀도는 1 g/cm<sup>3</sup>으로 설정하였다. 이전 연구에서 제시한 바와 같이 두 개의 독립 성분만을 가지도록 회전 변화각을 추정하면 95% 신뢰도로 주향과 경사는 각각 29.8°±4.8°와 60.38°±5.5°로 결정되었다. 결정된 주향과 경사각을 이용하여 중력 변화율 텐서를 회전하면 Fig. 3과 같이 yy 성분과 yz 성분만을 가지는 형태로 변환된다. 남은 두 성분



**Fig. 1.** Schematic plot of a line source with strike and dip. The right handed Cartesian coordinate is applied as northward X, eastward Y and downward positive. Dip is the angle between x-y plane and strike is the angle x axis and projected a line to the x-y plane in counterclockwise.



**Fig. 2.** Gravity gradient response of a line source with strike 30 degree and dip 60 degree. A line source locates 5 m below observation points and its density contrast is  $1 \text{ g/cm}^3$ . All component have contaminated by 1 Etv white noise.

의 비를 이용하여 식 (4)와 같이 각 측정점에서 방향 벡터각을 구하고, 식 (8)이 행렬을 풀면 Fig. 4와 같은 결과를 얻게 된다. 이 논문에서는 모든 측정점을 한번에 이용하지 않고 20점 크기의 창(window)을 측정의 시작점에서 끝점으로 이동 시키면서 각 창마다 이상체의 위치를 결정하도록 설정하였다. 모델 실험 결과(Fig. 4)에서는 추정된 선형 이상체의 위치를 파란 색 점으로 표현하였는데 측정점이 실제 선형 이상체의 빨간 점 내에 위치하는 것을 볼 수 있다. 정량적으로 실제 위치에서 신뢰도 95%로 추정하면 선형 이상체의 중점에서 오차  $\pm 0.42 \text{ m}$ 이므로 성공적으로 중력 변화율 텐서를 이용한 선형 이상체의 위치 추정 알고리즘이 성공적으로 작동함을 알 수 있다.

## 결론 및 토의

한 개 측선에서 얻어진 선형 이상체의 중력 변화율 텐서 자료를 바탕으로 이상체의 위치를 복원하는 알고리즘을 제시하였다. 기존 연구에서 선형 이상체의 주향과 경사를 찾는 알고리즘을 제시하였고 이 논문에서는 그 후속 연구로써 선형 이상체의 위치를 결정하는 알고리즘을 개발하였다. 선형 이상체는 5개의 독립적인 텐서 성분을 2개의 독립 성분만을 가지는 회전 변환각으로부터 선형 이상체의 주향과 경사각을 유도할 수 있다. 그 이후 남은 2 개의 텐서 성분의 비로부터 유도된 관측점에서 이상체를 바라보는 방향 벡터를 유도한다. 여러 개 측정점에서 유도된 방

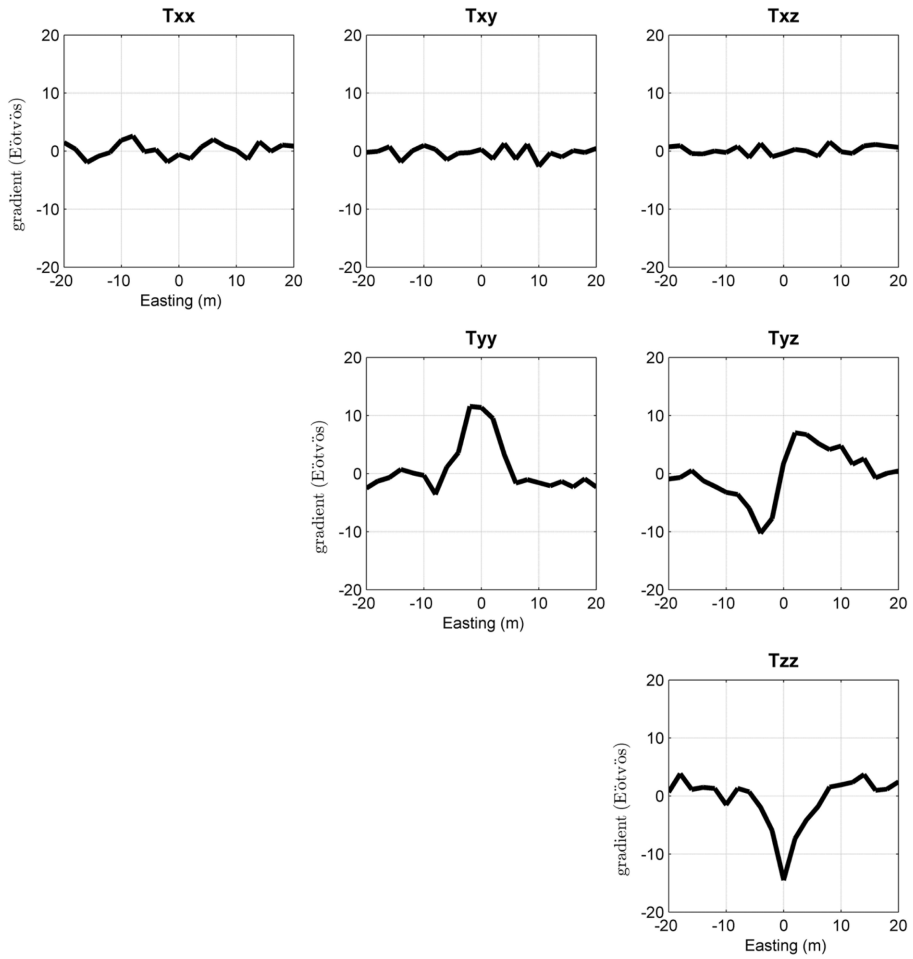


Fig. 3. Rotated gravity gradient tensor using estimated inclination and declination obtained by Fig. 2.

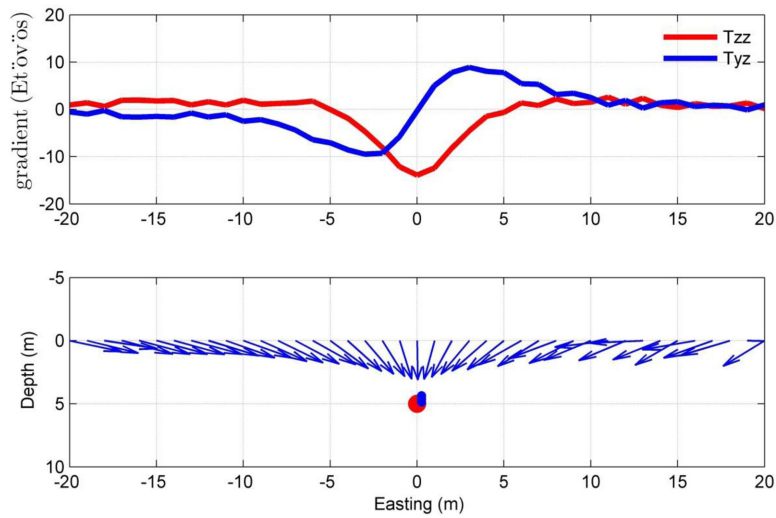


Fig. 4. Two remaining components after rotating strike and dip (top) and determined locations by the proposed algorithm (blue dots). All points are fallen into the real location (red dot) in the bottom panel.

향 벡터들이 수렴하는 지역이 이상체의 위치로 결정할 수 있다. 이때 최소자승법을 이용하여 성공적으로 선형 이상체의 위치를 결정할 수 있었다.

향후 지상 탐사용 중력 변화율 탐사가 개발될 예정이므로 이 논문에서 제시한 선형 이상체를 찾는 알고리즘을 활용하면 땅굴과 같은 선형 이상체를 찾는 데 도움을 줄 수 있을 것이다. 특히 이 논문에서 개발된 알고리즘은 1개 축선 탐사 만으로도 이상체의 위치를 파악할 수 있기 때문에 국내 험준한 산악 환경에서도 최소한의 현장 탐사만으로도 선형 이상체의 위치를 발견하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다.

일반적으로 물리탐사 축선을 설계 할 때는 지질학적인 기초 정보 및 대상체의 예상 주향/경사를 파악하여 되도록 이에 수직인 방향으로 축선을 배치한다. 그러나 이 연구에서 제시한 중력 변화율을 이용한 선형 이상체의 위치를 파악하는 방법은 먼저 주향과 경사를 결정하고 나서 선형 이상체의 위치를 추적하므로 축선이 선형 이상체의 주향과 상관없이 배치하여도 효과적으로 선형 이상체의 위치를 추정할 수 있다. 극단적인 경우인 축선이 주향과 평행하게 배치된 경우를 고려해서 축선을 수직으로 2개 설정하면 선형 이상체의 사전 정보가 전혀 없는 경우에도 주향/경사를 결정하고 위치를 추정할 수 있다.

## 사 사

이 논문은 한국지질자원연구원의 미래창조과학부 출연 사업인 “3D 지질모델링 플랫폼 기반 광물자원 예측 및 채광효율 향상 기술 개발(17-3211-1)”의 일부 지원으로 수행된 것입니다.

## References

- Alvarez, O., Gimenez M., Braitenberg, C., and A. Folguera, 2012, GOCE satellite derived gravity and gravity gradient corrected for topographic effect in the South Central Andes region. *Geophysical Journal International*, 190, 942-959.
- Beike, M. and Pedersen, L.B., 2010, Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies. *Geophysics*, 75, I37-I49.
- Cevallos, C., 2014, Automatic generation of 3D geophysical models using curvatures derived from airborne gravity gradient data. *Geophysics*, 79, G49-G58.
- DiFrancesco, D., Grierson, A., Kaputa, D., and Meyer, T., 2009, Gravity gradiometer systems-advances and challenges. *Geophysical prospecting*, 57, 615-623.
- Fedi, M., Ferranti, L., Florio, G., Giorio, I., and Italiano, F., 2005, Understanding the structural setting in the Southern Apennines (Italy): insight from gravity gradient tensor. *Tectonophysics*, 397, 21-36.
- Kwon, B.D., Lee, H., Lee, G.H., Rim, H., and Oh, S., 2000, Effective geophysical methods in detecting subsurface caves: On the case of Manjang Cave, Cheju Island. *Journal of the Korean Earth Science Society*, 21, 408-422. (in Korean)
- Martinez, C., Li, Y., Krahenbuhl, R., and Braga, M.A., 2013, 3D inversion of airborne gravity gradiometry data in mineral exploration: A case study in the Quadrilatero Ferrifero, Brazil. *Geophysics*, 78, B1-B11.
- McKenna, J., Rim, H., and Li, Y., 2016, Feasibility and limitations of void detection using gravity gradiometry. *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, 54, 881-891.
- Pedersen, L.B. and Rasmussen, T.M., 1990, The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps. *Geophysics*, 55, 1588-1566.
- Rim, H. and Li, Y., 2012, Single-borehole imaging using gravity gradiometer data. *Geophysics*, 77, G67-G76.
- Rim, H., 2011, Detection of a magnetic dipole by means of magnetic gradient tensor. *Journal of the Korean Earth Science Society*, 32, 595-601. (in Korean)
- Rim, H. and Jung, H., 2014, Determination of the strike and the dip of a line source using gravity gradient tensor. *Journal of Korean Earth Science Society*, 35, 529-536. (in Korean)
- Rim, H. and Li, Y., 2016, Gravity gradient tensor due to a cylinder. *Geophysics*, 81, G59-G65.
- Zhdanov, M. S., Ellis, R., and Mukherjee, S., 2004, Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor component data. *Geophysics*, 69, 925-937.

Manuscript received: July 24, 2017

Revised manuscript received: August 2, 2017

Manuscript accepted: August 4, 2017