Journal of the Korean Society of Safety, Vol. 32, No. 3, pp. 54-59, June 2017
Copyright@2017 by The Korean Society of Safety (pISSN 1738-3803, eISSN 2383-9953) *All right reserved.*
https://doi.org/10.14346/JKOSOS.2017.32.3.54

마르코프 연쇄 몬테 카를로 샘플링과 부분집합 시뮬레이션을 사용한 컨테이너 크레인 계류 시스템의 신뢰성 해석

박원석 · 옥승용*†

목포대학교 토목공학과 · *한경대학교 토목안전환경공학과
(2017. 4. 10. 접수 / 2017. 4. 19. 수정 / 2017. 5. 2. 채택)

Reliability Analysis of Stowage System of Container Crane using Subset Simulation with Markov Chain Monte Carlo Sampling

Wonsuk Park · Seung-Yong Ok*†

Department of Civil Engineering, Mokpo National University

*Department of Civil, Safety & Environmental Engineering, Hankyong National University
(Received April 10, 2017 / Revised April 19, 2017 / Accepted May 2, 2017)

Abstract : This paper presents an efficient finite analysis model and a simulation-based reliability analysis method for stowage device system failure of a container crane with respect to lateral load. A quasi-static analysis model is introduced to simulate the nonlinear resistance characteristics and failure of tie-down and stowage pin, which are the main structural stowage devices of a crane. As a reliability analysis method, a subset simulation method is applied considering the uncertainties of later load and mechanical characteristic parameters of stowage devices. An efficient Markov chain Monte Carlo (MCMC) method is applied to sample random variables. Analysis result shows that the proposed model is able to estimate the probability of failure of crane system effectively which cannot be calculated practically by crude Monte Carlo simulation method.
Key Words : container crane, subset simulation, Markov chain Monte Carlo sampling, reliability, reliability analysis, stowage system, nonlinear analysis

1. 서 론

태풍 등 강한 풍하중으로 인한 항만 컨테이너 크레인의 사고 사례에서 파악된 주 파괴 유형은 크레인의 활동(sliding)과 전도(overturning)에 기인한 것이다. 우리나라의 경우, 2003년 태풍 매미에 의한 부산항 크레인의 사고사례가 대표적인 것이라 할 수 있다. 항만 컨테이너 크레인은 컨테이너 선적선이 정박하는 부두에 나란한 방향으로 레일위에서 주행할 수 있도록 설치되어 있으며, 작업을 하지 않을 경우에는 별도의 고정장치인 휴지 계류장치들을 통해서 움직임이 일어나지 않도록 하고 있다. 횡방향으로 크레인에 작용하는 풍하중이 계류장치들의 저항력을 초과할 정도로 충분히 강할 경우 장치는 저항력을 상실하게 되며 크레인은 활동 또는 전도되어 파괴에 이르게 된다.

크레인 구조 및 계류장치 등은 설계기준 등에 명시된 하중 등 조건에 따라 필요한 안전율을 가지도록 설계되고 있으나, 재료특성, 시공 품질, 풍속, 풍하중의 작용 및 크기 등 여러 불확실성은 파괴 위험도를 예측하는 것을 어렵게 하는 요인이 된다. 따라서, 이러한 불확실성을 고려하여 크레인의 안전도를 평가하기 위해서는 확률 모델에 기반하여 크레인 파괴 확률을 정량적으로 산정하는 신뢰성 해석이 필요하다.

크레인의 활동과 전도파괴에 대하여 신뢰성 해석을 하기 위해서는 계류 장치의 파손에 따른 하중의 재분배 등 하중을 재하하고 파괴에 이르는 과정에 있어서 구조 시스템이 변경되는 것을 고려할 수 있는 비선형 해석 모델이 요구된다. 또한 파괴확률이 낮은 신뢰성 해석에서는 한계상태식의 평가가 수백~수천번 이루어지는 것이 일반적이므로 만일 1회의 유한요소해석에

† Corresponding Author : Seung-Yong Ok, Tel : +82-31-670-5282, E-mail : syok@hknu.ac.kr
Department of Civil, Safety and Environmental Engineering & Construction Engineering Research Institute, Hankyong National University, 327 Jungang-ro, Anseong, Kyonggi-do 17579, Korea

소요되는 시간이 너무 길다면 효율적인 평가가 어려워진다. 구조물의 파괴를 평가하고자 하는 유한요소해석은 대부분 재료의 소성변형 등을 포함하는, 해석시간이 상대적으로 많이 소요되는 비선형해석이 요구되므로 이럴 경우 매우 효율적인 해석모델과 함께, 해석 회수를 줄일 수 있는 신뢰성 평가 방법[1]이 필요하다.

이 논문에서는 횡방향 하중에 대한 컨테이너 크레인의 활동 및 전도 파괴에 대한 신뢰성 해석을 위한 효율적인 계류장치 시스템 해석 모델 및 시뮬레이션 기반 신뢰성 해석 방법을 제시하고자 한다. 크레인의 주 구조적 계류장치인 타이-다운(tie-down)과 스토이지-핀(stowage pin)의 비선형 저항 특성 및 파괴를 모사하는 준정적 유한요소 해석 모델을 제시하고, 제한된 수의 시뮬레이션만으로 낮은 파괴 확률을 계산할 수 있는 부분집합 시뮬레이션(subset simulation) 방법을 사용한 신뢰성 해석 방법을 제안한다. 특히 확률변수의 샘플링에 있어서 마르코프 연쇄 몬테 카를로(Markov chain Monte Carlo, MCMC) 방법을 이용하여 효율성을 높일 수 있도록 한다. 개발한 해석 모델을 이용하여 횡방향 하중 및 타이-다운, 스토이지-핀 저항 모델의 불확실성에 대한 신뢰성 해석을 수행하고 제시한 모델의 효용성을 보이고자 한다.

2. 부분집합 시뮬레이션을 사용한 신뢰성 해석

Au와 Beck[2]이 제안한 부분집합 시뮬레이션 방법(subset simulation method)은 상대적으로 작은 파괴확률을 효과적으로 계산할 수 있는 시뮬레이션 계산법이다. 이 방법에서 파괴확률은 표준 정규 확률변수 $\mathbf{u}$에 대하여 정의된 파괴 사건 (failure event) 집합 $F=\{G(\mathbf{u})\le 0,\mathbf{u}\in \mathrm{R}^n\}$에 대한 확률로 표현되며 다음과 같이 조건부 확률들의 곱으로 계산된다.

$$P_f=\Pr(F)=\prod_{j=1}^{M}\Pr(F_j|F_{j-1}) \tag{1}$$

여기서 F_j는 j번째 파괴 사건 집합으로서 순차적으로 포함되는 부분집합(nested subset)이고 다음관계를 만족한다.

$$F=\bigcap_{j=1}^{M}F_j \tag{2}$$

$$F_1\supset F_2\supset \ldots\supset F_M \tag{3}$$

Au와 Beck[2]은 식 (1)~(3)을 만족하는 부분집합들을 자동적으로 생성하여 식 (1)의 조건부 확률들을 계산할 수 있는 알고리즘을 제시하였다. 이 방법의 개략적 흐름은 다음과 같다. 식 (1)에서 $j=M$인 마지막 단계를 제외한 모든 중간 단계 $j=1,\ldots,M-1$의 조건부 확률을 p_0라고 하면 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f=\prod_{j=1}^{M}\Pr(F_j|F_{j-1})=p_0^{M-1}\Pr(F_M|F_{M-1}) \tag{4}$$

식 (4)를 사용하기 위해 다음과 같은 방법으로 F_1부터 F_{M-1} 까지 중간 단계 부분집합에 대한 순차적 조건부 파괴확률 값이 p_0가 되도록 한다. 먼저 첫 단계 부분집합 F_1을 만들기 위해 N개의 확률변수 $\mathbf{u}$를 샘플링하고 각 샘플 $\mathbf{u}^{(k)}$ $(k=1,\ldots,N)$에 대하여 표준 한계상태함수 $G^{(k)}(\mathbf{u}^{(k)})$값을 계산하여 큰 값부터 내림차순으로 정렬한다. 정렬된 $G^{(k)}(\mathbf{u}^{(k)})$값들 중 $N_s=p_0N$ 번째의 표준 한계상태함수 값 $G^{(N_s)}(\mathbf{u}^{(N_s)})=c_1$을 찾으면, $F_1=\{\mathbf{u}: G(\mathbf{u})\le c_1\}$이며 $\Pr(F_1|F_0)=\Pr(F_1)=p_0$임을 알 수 있다. 두 번째 단계에서도 마찬가지로 N개의 확률변수 $\mathbf{u}$를 샘플링하여 표준 한계상태함수 값을 계산하고 정렬한 후 $N_s=p_0N$ 번째의 표준 한계상태함수 값 $G^{(N_s)}(\mathbf{u}^{(N_s)})=c_2$를 찾는다. 단, 두 번째 단계에서는 첫 단계에 대한 조건부 확률을 구하기 위해 $G(\mathbf{u})\le c_1$인 첫 단계의 조건을 만족하는 확률변수만 샘플링 하도록 함으로써 $F_1\supset F_2$ 관계를 만족하고 $\Pr(F_2|F_1)=p_0$인 $F_2=\{\mathbf{u}: G(\mathbf{u})\le c_2<c_1\}$를 얻을 수 있다. 이 단계를 반복하여 $G^{(N_s)}(\mathbf{u}^{(N_s)})<0$이 될 때까지 계속하면 $c_1>c_2>\ldots>c_M=0$인 부분집합 $F_j=\{\mathbf{u}: G(\mathbf{u})\le c_j\}$을 순차적으로 구성할 수 있다. 이제 마지막 단계의 $\Pr(F_M|F_{M-1})$은 다음과 같이 파괴 영역에 있는 샘플 개수를 사용한 추정값으로 근사하면 식 (4)의 부분집합 시뮬레이션에 의한 파괴확률을 계산할 수 있다.

$$\Pr(F_M|F_{M-1})\approx\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}I_F(\mathbf{u}_{M-1}^{(k)}) \tag{5}$$

위 식 (5)에서 $\mathbf{u}_{M-1}^{(k)}$은 F_{M-1}에 속하는 표준 확률변수의 k번째 샘플이며, $I_F(\mathbf{u})$는 $G(\mathbf{u})\le 0$ 때 $I_F(\mathbf{u})=1$이고 그 이외에는 $I_F(\mathbf{u})=0$인 지시함수(indicator function)이다. 이러한 부분집합 시뮬레이션 방법의 계산 순서는 다음과 같다[2,3].

1) 표준정규분포에서 $\mathbf{u}_0^{(k)}$ $(k=1,\ldots,N)$ 생성.
2) 내림차순으로 정렬하여 $G^{(N_s)}(\mathbf{u}^{(\mathrm{N_s})})=\mathrm{c_1}$ 찾고 $F_1=$

$\{\mathbf{u}: G(\mathbf{u}) \le c_1\}$, $j=1$.

3) $c_j > 0$일 동안 다음 과정 반복계산.

a. 전 단계의 N_s개 샘플을 시드(seed)로 하여 총 N개의 $\varphi_n(\mathbf{u}|F_j)$ 샘플을 MCMC를 사용하여 생성.

b. 내림차순으로 정렬하여 $G^{(N_s)}(\mathbf{u}^{(N_s)}) = c_{j+1}$ 찾고 $F_{j+1} = \{\mathbf{u}: G(\mathbf{u}) \le c_{j+1}\}$, $j = j+1$.

4) 식 (4)~(5)에 의해 파괴확률 P_f 계산.

부분집합 시뮬레이션 방법에서는 중간 단계 확률 p_0을 적절히 정해야 하고, 조건부 확률분포를 만족하기 위해 이전 단계의 부분집합에 속하는 확률변수를 효과적으로 샘플링하는 방법이 필요하다. 식 (4)에서 보는 바와 같이 중간 단계 확률 p_0 값이 작으면 파괴 확률을 계산할 때 필요한 단계 수는 줄어들 수 있으나, 각 단계에서 필요한 샘플 수, 즉 시뮬레이션 횟수는 증가해야 한다. 반대로 p_0 값이 크면 단계 수는 늘어나지만, 단계별 시뮬레이션 횟수는 줄일 수 있다. 기존의 연구에서 효율적인 p_0 값은 0.1~0.3 정도로 알려져 있다[4]. 조건부 확률 계산을 위한 샘플링은 마르코프 연쇄 몬테 카를로(Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 방법[5,6]을 이용할 수 있다. 이 연구에 사용된 MCMC 방법에 대하여 다음 장에 기술한다.

3. MCMC 방법을 이용한 부분집합 샘플링

2장에서 제시한 부분집합 시뮬레이션 방법의 j번째 단계에서 다음 단계 c_{j+1}값을 찾아 부분집합 F_{j+1}를 구성하려면 조건부 표준 정규분포 확률밀도함수 $\varphi_n(\mathbf{u}|F_j)$에서의 확률변수 샘플링이 필요하다. 부분집합 시뮬레이션에서는 $\varphi_n(\mathbf{u}|F_j)$에 상응하는 확률변수를 샘플링 하는 과정에서 MCMC 방법을 사용한다. 즉, $j-1$단계의 샘플 집합 $\{\mathbf{u}_{j-1}^{(k)} : k = 1,...,N_s\}$의 각 샘플을 출발점으로 하여 MCMC 알고리즘에 의해 목표 확률밀도함수 $\varphi_n(\mathbf{u}|F_j)$에 상응하는 $N-N_s$개의 추가 샘플들을 연쇄적으로 생성한다. 따라서 각 단계에서 총 N개의 샘플에 대한 한계상태함수 값을 계산함으로써 단계별 c_j값을 찾아 부분집합 F_j를 구성할 수 있다.

마르코프 성질을 만족하며 목표 확률밀도함수를 갖는 샘플을 효과적으로 생성하기 위한 여러 가지 MCMC 알고리즘이 연구되어 왔다. 가장 널리 사용되는 대표적인 것으로는 Metropolis-Hastings (M-H) 알고리즘이 있다[7,8]. M-H 알고리즘에서는 현재 샘플 $\mathbf{u}_0$에 기반한 제안 확률밀도함수(proposal PDF) $q(\cdot|\mathbf{u}_0)$로부터 후보 샘플 $\boldsymbol{\xi}$를 추출하고, 목표 확률밀도함수 및 $\mathbf{u}_0$와 $\boldsymbol{\xi}$ 값에 따라 결정되는 채택 확률 $a(\mathbf{u}_0,\boldsymbol{\xi})$에 근거하여 후보 샘플을 다음 샘플로 채택($\mathbf{u}_1 = \boldsymbol{\xi}$) 하거나 기각 ($\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_0$)한다. 개략적으로 말하자면, M-H 알고리즘은 후보 샘플의 목표확률밀도함수 값이 현재 샘플의 목표확률밀도함수 값보다 큰 쪽의 샘플이면 채택하고 낮은 쪽이면 채택하지 않도록 하여 결과적으로 생성된 샘플의 빈도를 목표 확률밀도함수의 값에 비례하도록 하는 알고리즘이라고 할 수 있다.

이 연구에서 적용한 방법은 성분별(component-wise) M-H 알고리즘으로서 기본적인 M-H방법을 개선하여 보다 고차의 확률변수를 가진 문제에 적합한 것으로 알려져 있다[3]. 샘플 $\mathbf{u}_0$에서 확률밀도함수 $\varphi_n(\mathbf{u}|F_j)$의 마르코프 연쇄 샘플 $\mathbf{u}_1$을 생성하기 위한 성분별 M-H 알고리즘은 다음과 같다.

1) 표준정규분포 확률밀도함수 $\varphi_n(\cdot)$에서 추출되는 후보 샘플 $\mathbf{v}$의 성분 $(v_1, v_2, ..., v_n)$을 다음과 같은 M-H 방법으로 결정한다. 각 i번째 성분에 대하여,

a. 제안 확률밀도함수 $q(\cdot|u_{0i})$로부터 후보 샘플 성분 ξ_i를 생성한다.

b. 다음 식에 의해 후보 샘플 성분 ξ_i를 채택하거나 기각한다.

$$v_i = \begin{cases} \xi_i & with\ prob.\ a_i(u_{0i},\xi_i) \\ u_{0i} & with\ prob.\ 1-a_i(u_{0i},\xi_i) \end{cases} \quad (6)$$

여기서, $a_i(u_{0i},\xi_i) = \min\left[1, \dfrac{\varphi(\xi_i)q(u_{0i}|\xi_i)}{\varphi(u_{0i})q(\xi_i|u_{0i})}\right]$ (7)

2) 단계 1에서 결정된 후보 샘플 $\mathbf{v}$가 F_{j-1}의 원소이면 다음 연쇄 샘플로 채택하고 아니면 현재 샘플을 그대로 사용한다.

$$\mathbf{u}_1 = \begin{cases} \mathbf{v}, & \mathbf{v} \in F_{j-1} \\ \mathbf{u}_0, & \mathbf{u}_0 \notin \mathrm{F}_{j-1} \end{cases} \quad (8)$$

이 알고리즘의 성능은 제안 확률밀도함수 $q(\cdot|u_{0i})$의 영향을 크게 받지 않는 것으로 보고되었다[3]. 이 연구에서는 $q(\cdot|u_{0i})$를 u_{0i} 중심으로 폭이 2인 균등(uniform) 분포를 사용하였다. 제안 확률밀도함수의 선정에 대한 좀 더 자세한 토의는 Papaioannou 등[3]의 연구에서 찾아볼 수 있다.

4. 컨테이너 크레인 계류장치 시스템의 신뢰성 해석

이 연구에서 제안한 부분집합 시뮬레이션 방법을 컨테이너 크레인 계류장치 시스템을 대상으로 다음과 같

이 적용하여 신뢰성 평가를 하였다.

4.1 해석 모델

컨테이터 크레인의 휴지 계류 장치는 크레인의 하부에 설치되어 있으며 크게 모터브레이크, 레일 클램프, 스토이지-핀, 타이-다운 등으로 구성된다(Fig. 1).

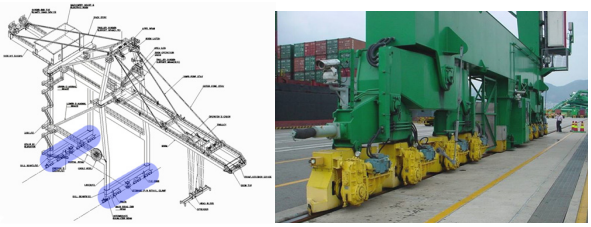

Fig. 1. Container crane and lower part structures.

이 중 풍하중에 의한 하부 지지부의 반력을 가장 직접적으로 전달하는 것은 구조적 계류장치인 스토이지-핀과 타이-다운이라 할 수 있다. 이 연구에서는 계류장치의 파괴에 따른 하중의 재분배를 고려할 수 있는 준정적 해석 모델을 개발하였다. 준정적 해석 모델은 계류장치 파괴 상태를 추적할 수 있지만, 동적해석에 비해 소요 해석자원이 작아 시뮬레이션 횟수가 많은 신뢰성 해석에 적합하다.

이 논문에서 제시하는 준정적 해석은 범용 유한요소 해석 프로그램인 Abaqus/Standard 6.1.4를 이용하였다. 해석 모델은 크레인의 한쪽 Sill-beam 이하의 하부구조와 이에 연결된 계류장치를 모델링하는 2차원 평면 뼈대요소 기반 유한요소 모델이다. 크레인은 휴지 시 boom끝의 높이 약 100 m, 길이 약 18 m의 하부 구조가 30 m 간격으로 레일위에 올려져 있는 구조이며, 이 중 한면의 하부구조와 계류장치, 무게중심을 모델링하였다(Fig. 2).

이 모델은 3차원 모델의 하부구조 부분에도 그대로 적용할 수 있도록 단순화 하되, 크레인의 레일 위 접촉, 마찰, 크레인의 수평방향 활동 및 전도 강체 운동, 타이-다운 계류장치의 비선형 힘-변위 응답 및 파단, 핀 컵 계류장치의 비선형 힘-변위 응답 및 파단 모델을 포함한다. 하부구조에 가해지는 하중은 자중에 의한 수직하중과 풍하중에 의한 수평하중을 고려한다. 하부구동바퀴와 레일접촉 부는 수직하중에 대하여 중력방향 하중으로는 지지하되, 부반력이 작용할 경우에는 지지력을 발휘하지 못하도록 하였다. 부반력은 타이-다운 연결을 모사하는 비선형 connector요소 CONN2D2에 의해 지지하도록 하며 이 요소의 저항력은 탄성-소성-파단의 비선형 거동이 나타날 수 있도록 하였다. 또

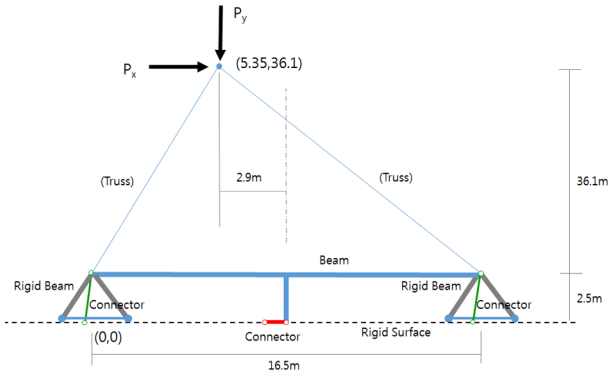

Fig. 2. Schematics for 2D finite element model of crane lower part structures.

한 수평방향 저항력은 스토이지-핀 및 핀 컵의 저항에 의한 것으로 하였으며, 수평방향으로 작용하는 비선형 connector요소 CONN2D2를 사용하고 일정 수준에 이르러 저항력을 상실하도록 모델링하였다.

4.2 확률변수 및 한계상태식

이 논문의 신뢰성해석에 사용된 확률변수를 Table 1에 나타내었다. 하중 확률변수로는 풍하중에 의한 수평방향 하중만을 고려하였고, 저항 확률변수로는 좌, 우측 타이-다운과 핀 컵의 힘-변위 관계의 주요 변수인 항복강도, 극한강도, 항복변위, 파단변위가 포함된다. 총 확률변수는 13개이며, 각 확률변수 모델의 파라미터 값은 기존 문헌의 값을 참고하여 결정하였다.

제시한 해석 모델은 3개의 계류장치를 가지고 있으므로 각 계류장치의 파괴 또는 비파괴 상태의 조합에 따라 1개의 비파괴, 1개의 완전 파괴 및 6개의 부분파

Table 1. Descriptions of random variables

Name		Type	Mean	C.O.V.
Lateral load (kN)		Normal	150~500	0.2
Left Tie-down	yield strength (kN)	Normal	450	0.1
	ultimate strength (kN)	Normal	550	0.15
	yield displ. (mm)	Normal	100	0.1
	ultimate displ. (mm)	Normal	150	0.15
Right Tie-down	yield strength (kN)	Normal	450	0.1
	ultimate strength (kN)	Normal	550	0.15
	yield displ. (mm)	Normal	100	0.1
	ultimate displ. (mm)	Normal	150	0.15
Pin cup	yield strength (kN)	Normal	350	0.3
	ultimate strength (kN)	Normal	690	0.2
	yield displ. (mm)	Normal	1.1	0.3
	ultimate displ. (mm)	Normal	22	0.1

괴 상태를 포함한 총 8개의 파괴 모드가 가능하다. 부분 파괴는 3개의 계류 장치 중 일부는 파손되어 저항력을 상실하였으나 파손되지 않은 계류장치의 저항력만으로 전체 구조계의 활동 및 전도가 일어나지 않는 상황을 의미한다. 이 연구에서는 3개의 계류 장치가 모두 파손되어 구조계의 활동이나 전도가 일어나는 경우에 대한 파괴 확률을 구한다. 이를 위해 다음과 같은 한계상태식을 도입하였다.

$$g = St_{Ltie} + St_{Rtie} + St_{Pcup} \tag{9}$$

$$St_i = \begin{cases} q_{i,ult}/q_i & q_i > 0 (active) \\ 0 & q_i = 0\ (fail) \end{cases} \tag{10}$$

식 (9)의 한계상태식은 식 (10)에 나타낸 i번째 계류장치별 상태함수 St_i의 합으로 정의하였다. 상태함수는 각 계류장치가 파손되지 않고 저항력을 발휘할 때는 작용 저항력의 크기에 반비례하는 양수 값을 가지며, 파손되었을 때는 0의 값을 갖도록 하였다. 식 (10)에서 $q_{i,ult}$는 각 계류장치의 극한강도로서 Table 1의 확률변수 값이다. 이 정의에 의해 계류장치에 작용하는 하중이 클수록 한계상태함수 값은 작아지며, 극한강도에 다다를 경우 각 계류장치의 상태함수 값은 1이 된다. 계류장치가 파손될 경우 그 장치의 상태함수 값은 0이 되도록 하였으며, 3개의 계류장치가 모두 파손되었을 때 한계상태함수 값은 0이 되어 시스템의 파괴를 나타낸다. 따라서 식 (9)의 상태함수는 작용하는 하중이 계류장치의 극한강도에 가까울수록, 즉 파괴에 가까울수록 작은 값을 가지게 되고 여유가 많을수록 큰 값을 가지게 된다. 또한 모든 계류장치가 망가져 전체 시스템의 파손이 이르기 직전단계로서 어느 하나의 계류장치만 저항하고, 작용하는 하중이 극한강도에 이르고 파괴되지 않을 경우 한계상태함수는 1의 값을 가지게 되며 이는 전체시스템이 파손되지 않을 경우 한계상태식의 최소값임을 알 수 있다.

4.3 부분집합 시뮬레이션 신뢰성해석 및 결과

크레인에 작용하는 횡방향 하중의 크기별로 계류장치 시스템의 파괴확률 변화의 추이를 조사한 결과를 Table 2에 나타내었다. 하중의 평균값을 150 kN부터 500 kN까지 변화시켜가며 신뢰성 해석을 수행하였다. 각 해석에서 부분집합 시뮬레이션의 단계별 파괴확률 $p_0 = 0.1$로 하였으며, 각 단계별 샘플 수 $N = 1000$회로 하였다. 결과에 나타낸 바와 같이 전체 계류시스템이 모두 파손되는 경우의 파괴 확률은 하중이 커짐에 따라 1.59×10^{-5}부터 4.96×10^{-1}까지 변화하였다. 하중의 평균 크기 변화에 따른 파괴 확률의 변화를 살펴보면 150 kN에서 300 kN까지 평균하중이 2배 증가하는 동안 파괴확률은 10^{-5}수준에서 10^{-2}수준으로 약 1000배 증가하는 것으로 나타났다. 이는 이 연구에서 고려하는 계류시스템의 파괴의 하중 크기에 대한 민감도가 매우 높음을 나타낸다고 할 수 있다.

Table 2. Probability of failures w.r.t. lateral loads

Mean value of lateral load (kN)	p_f
150	1.59×10^{-5}
175	1.32×10^{-4}
200	5.05×10^{-4}
250	6.28×10^{-3}
300	2.04×10^{-2}
400	2.02×10^{-1}
500	4.96×10^{-1}

부분집합 시뮬레이션에서 산정하는 파괴확률은 단계별 조건부확률의 상관(correlation)에 의해 $O(N^{-1})$의 편향(bias)을 가지고 있고 일반 몬테카를로 시뮬레이션보다 큰 변동계수를 가지고 있는 것으로 알려져 있다. 또한 변동계수는 확률계산에 소요된 부분집합 단계수가 늘어남에 따라 증가하고 샘플 수가 커짐에 따라 줄어든다[3]. 이 예제에서 변동계수의 수준을 알아보기 위하여 예로서 평균하중 값 250 kN일 때에 대하여 10회의 시뮬레이션을 수행한 결과를 다음 Table 3에 나타내었다. 파괴확률 값은 2.77×10^{-3}부터 7.27×10^{-3}값이 나왔으며, 평균 5.38×10^{-3}, 변동계수 28.71%임을 확인하였다.

부분집합 시뮬레이션의 효율성은 파괴확률 계산에

Table 3. Variations of probability of failures

Simulation No.	$p_f(\times10^{-3})$
1	5.71
2	4.35
3	6.28
4	7.27
5	6.74
6	7.17
7	5.49
8	2.77
9	3.56
10	4.50
Mean	5.38
C.O.V.(%)	28.71

필요한 소요시간으로도 살펴볼 수 있다. 각 단계에서 필요한 시뮬레이션 횟수는 초기단계에서 $N=1000$회, 이어지는 단계는 그 전단계의 p_0부분을 seed로 하여 계산하므로, 최종 파괴확률 계산에 필요한 총 시뮬레이션 회수는 $N+(M-1)(N-p_0N)$회이다. 이 논문의 해석에서 가장 많은 계산이 필요한 평균하중 150 kN의 경우, 필요한 단계수 $M=5$, 중간단계 확률 $p_0=0.1$이므로 총 시뮬레이션 횟수는 4,650회가 된다. 이 연구에 사용된 PC에서 해당 시뮬레이션 시간은 약 19.3시간으로 평균 1회당 시뮬레이션에 15초의 해석시간이 소요되었다. 효율성을 향상시킨 병렬처리 알고리즘을 사용할 경우 약 4.3시간이 소요되었다. 이 방법의 효율성은 고전적(crude) 몬테카를로 시뮬레이션 방법과의 비교를 통해 확인할 수 있다. 10^{-5} 단위의 파괴확률을 얻기 위한 고전적 몬테 카를로 시뮬레이션에서 필요한 시뮬레이션 횟수는 시뮬레이션과 참값의 상대오차를 1%로 가정할 때 10^9 즉, 10억회의 계산이 소요된다. 이를 이 연구에 사용된 PC기준으로 환산하면 소요시간은 약 476년으로서 고전적 몬테 카를로 시뮬레이션 방법은 이러한 문제 대하여 실질적으로 해석이 불가능한 방법임을 알 수 있다.

5. 결론 및 고찰

이 연구에서는 복잡한 파괴 거동을 포함하는 컨테이너 크레인 계류장치 시스템에 대한 효율적인 신뢰성 해석 모델 및 방법을 제안하였다. 계류시 횡방향 하중에 대하여 크레인의 활동과 전도를 방지하기 위한 주구조적 계류장치로서 타이-다운과 핀 컵을 고려하였다. 제안한 준정적 해석 모델은 하부구조의 횡방향 거동에 대한 2차원 유한요소 모델로서, 계류장치의 비선형 극한 거동 및 파괴에 따른 구조체의 활동 및 전도를 모두 표현할 수 있으면서도 효율적인 해석 모델이다. 계류장치의 비선형 거동과 복잡한 하중 재분배 효과 등으로 인해 시뮬레이션 방법에 기반한 신뢰성 해석 방법을 제안하였다. 제안한 부분집합 시뮬레이션 방법은 많은 확률변수를 사용하며 작은 파괴확률을 구할 때 더욱 효과적인 방법이다. 부분집합 시뮬레이션의 샘플링에는 마로코프 연쇄 몬테 카를로 방법을 적용하였다. 이 방법은 부분집합에 필요한 조건부확률분포를 따르는 확률변수들을 효과적으로 샘플링하여 계산의 효율을 높여준다. 크레인 하부 계류장치 시스템의 신뢰성 해석 결과, 제안한 모델 및 방법은 고전적 몬테카를로 시뮬레이션으로는 해결할 수 없는 규모의 신뢰성 해석 문제를 매우 효과적으로 풀 수 있는 것으로 나타났다.

이 연구는 크레인의 부분 모델이라는 점과 사용한 하중 모델의 단순성 등을 고려할 때, 결과로 계산된 파괴확률 자체는 제한적인 의미만을 가질 수 있다. 실제 크레인에 대한 정확한 신뢰성 평가를 위해서는 풍하중 환경과 대상 크레인의 전체 모델을 사용하여 신뢰성 해석을 수행할 필요가 있다. 제시하는 부분 모델과 신뢰성 해석방법은 그러한 실제 문제로의 확장 적용시 쉽게 적용할 수 있는 방법으로 사료되며, 추후 연구에 반영할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글: 본 연구는 경기도의 경기도지역협력연구센터(GRRC) 사업의 일환으로 수행하였음.[(GRRC한경 2011-A02), 극한조건에서의 대형 물류시설 및 설비의 안전성 평가 및 개선]

References

1) O. Ditlevsen, H. O. Madsen, Structural Reliability Method, Wiley, 1996.
2) S.-K. Au and J. L. Beck, “Estimation of Small Failure Probabilities in High Dimensions by Subset Simulation”, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.16, pp. 263-277, 2001.
3) I. Papaionaanou, W. Betz, K. Zwirglmaier and D. Straub, “MCMC algorithms for Subset Simulation”, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 41, pp. 89-103, 2015.
4) K. M. Zuev, J. L. Beck, S. K. Au and L. S. Katafygiotis, “Bayesian Post-Processor and Other Enhancements of Subset Simulation for Estimating Failure Probabilities in High Dimensions”, Computers & Structures, Vol. 92-93, pp. 283-296, 2012.
5) L. Tierney, “Markov Chains for Exploring Posterior Distribution”, the Annals of Statistics, pp. 1701-1728, 1994.
6) J. L. Beck and S. K. Au, “Bayesian Updating of Structural Models and Reliability using Markov Chain Monte Carlo Simulation”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, No. 4, pp. 380-391, 2002.
7) G. Fishman, Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications. Springer Science & Business Media, 2013.
8) N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller and E. Teller, “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”, The Journal of Chemical Physics, Vol. 21, No. 6, pp.1087-1092, 1953.