

Cassini 난형곡선을 활용한 횡등방성 암석 파괴함수

이연규*

Failure Function of Transversely Isotropic Rock Based on Cassini Oval

Youn-Kyou Lee*

Abstract Since the failure behavior of transversely isotropic rocks is significantly different from that of isotropic rocks, it is necessary to develop a transversely isotropic rock failure function in order to evaluate the stability of rock structures constructed in transversely isotropic rock masses. In this study, a spatial distribution function for strength parameters of transversely isotropic rocks is proposed, which is based on the Cassini oval curve proposed by 17th century astronomer Giovanni Domenico Cassini to model the orbit of the Sun around the Earth. The proposed distribution function consists of two model parameters which could be identified through triaxial compression tests on transversely isotropic rock samples. The original Mohr-Coulomb (M-C) failure function is extended to a three-dimensional transversely isotropic M-C failure function by employing the proposed strength parameter distribution function for the spatial distributions of the friction angle and cohesion. In order to verify the suitability of the transversely isotropic M-C failure function, both the conventional triaxial compression and true triaxial compression tests of transversely isotropic rock samples are simulated. The predicted results from the numerical experiments are consistent with the failure behavior of transversely isotropic rocks observed in the actual laboratory tests. In addition, the simulated result of true triaxial compression tests hints that the dependence of rock strength on intermediate principal stress may be closely related to the distribution of the microstructures included in the rock samples.

Key words Strength anisotropy, Transversely isotropy, Mohr-Coulomb criterion, Cassini oval

초 록 횡등방성 암석의 파괴거동은 등방성 암석의 경우와 큰 차이가 있으므로 횡등방성 암반에 건설되는 암반구조물의 정밀한 안정성 평가를 위해서는 횡등방 파괴함수의 개발이 필요하다. 이 연구에서는 17세기 천문학자 Cassini가 지구둘레를 도는 태양의 궤도를 모델링하기 위해 제안한 Cassini 난형(卵形)곡선을 기반으로 횡등방성 암석의 강도정수 분포함수를 제안하였다. 제안된 강도정수 분포함수는 횡등방성 암석시료에 대한 삼축압축시험을 통해 실험적으로 결정이 가능한 2개의 모델 파라미터로 정의된다. 제안된 강도정수 분포함수를 마찰각과 점착력의 공간분포함수로 채용하여 기존의 Mohr-Coulomb(M-C) 파괴함수를 3차원 횡등방성 M-C 파괴함수로 확장시켰다. 제안된 횡등방성 M-C 파괴함수의 적합성을 검증하기 위해 횡등방성 암석시료의 삼축압축시험 및 진삼축압축시험을 수치모사하였다. 수치실험을 통해 예측된 결과는 실제 실험실 시험에서 관찰되는 횡등방성 암석의 파괴거동과 부합하였다. 또한 진삼축압축시험 수치모사 결과는 암석강도의 중간주응력 의존성이 암석시료에 포함된 미시적 연약면의 공간분포 특성과 밀접한 관련이 있을 수 있음을 보여주었다.

핵심어 강도 이방성, 횡등방성, Mohr-Coulomb 식, Cassini 난형곡선

Received: Aug. 6, 2017

Revised: Aug. 18, 2017

Accepted: Aug. 18, 2017

***Corresponding Author:** Youn-Kyou Lee

Tel) +82634691864, Fax) +82634691861

E-Mail) kyoulee@kunsan.ac.kr

Department of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University, Daehak-ro 558, Gunsan, Jeonbuk 54150, Korea

1. 서론

암반이 굴착된 후 굴착 면 주위에 발생하는 응력집중 양상은 지압조건과 암반구조물의 기하학적 형상에 따라 다양하게 나타난다. 인위적 굴착으로 야기된 이러한 응력 재배치에 따라 특정 지점의 응력상태가 한계상태에 도달하면 미시적 균열이 발달하기 시작하고, 불리한

응력조건에서는 균열의 성장과 전파를 통해 전체 구조물이 불안정해진다. 따라서 암반구조물의 안정성을 확보하기 위해서는 설계 단계에서 암반구조물의 파괴 가능성을 정밀하게 예측한 후 적절한 보강지침이 마련되어야 한다.

일반적으로 암반구조물의 불안정 영역 예측은 유한요소법, 유한차분법, 경계요소법 등의 수치해석 기법을 기반으로 하는 전문 안정성해석 코드가 이용되고 있으며 안정성 해석과정에서는 암반을 등방성 매질로 가정하는 경우가 대부분이다. 그러나 이방성 암석의 파괴특성은 등방성 암석의 경우와 많은 차이를 보이는 것으로 알려지고 있으므로 암반구조물의 정밀한 안정성 평가를 위해서는 암석강도의 이방성 특성을 고려하는 것이 필요하다. 예를 들어 Saroglou & Tsiambaos(2008)의 연구에 의하면 횡등방성 암석에서 재하방향과 연약면이 수직일 경우 일축압축강도는 가장 불리한 방향의 연약면을 갖는 경우에 비해 2~5배 크다. 그러므로 높은 안정성과 경제적인 시공성이 요구되는 암반구조물을 설계하는 경우 강도 이방성 특성이 적극적으로 설계에 반영될 필요가 있다.

특히 지표 부근에서 광범위하게 분포하는 셰일(shale), 점판암(slate), 천매암(phyllite), 편암(schist), 편마암(gneiss) 등과 같은 퇴적암이나 변성암에서 관찰되는 강도 이방성은 횡등방성 모델로 설명이 가능하다. 이 점에 주목하여 1960년대 이후 횡등방성 암석의 강도 특성을 파악하기 위한 실험 및 이론적 연구가 활발히 진행되고 있으며 주요 연구결과들이 암반공학 국제전문 학술지에 꾸준히 발표되고 있다(Jaeger, 1960, Donath, 1961, 1964, Attewell & Sandford, 1974, Kwasniewski, 1993, Ramamurthy, 1993, Duveau et al., 1998, Lee & Pietruszczak, 2008). 국내에서도 최근 횡등방성 암석의 강도 및 변형 특성에 대한 실험 및 이론 연구(Park et al., 2010, 2012, 2016)와 횡등방성 암반을 가정한 터널의 안정성 해석 사례들(Choi & Yang, 2005, Jung et al., 2013)이 발표되는 등 횡등방성 암석 관련연구에 대한 관심이 높아지고 있다. 또한 Lee(2013, 2015)는 연약면의 방향성 분포를 수식화하기 위해 조직텐서 개념을 도입하여 횡등방성 파괴함수를 개발하고 이를 이용하여 3차원 응력조건에서 횡등방성 암석의 파괴거동을 해석하였다. 그러나 실용성과 정확성을 동시에 만족하는 횡등방성 암석 강도 예측모델은 아직까지 제시되지 못하고 있는 실정이다.

이 연구에서는 실용적인 횡등방성 암석파괴함수 개발의 일환으로 횡등방성 암석의 강도정수 공간분포를 설명할 수 있는 한 모델로서 17세기 천문학자 Cassini가

제안한 Cassini 난형(卵形)곡선(Cassini ovals)(Weisstein, 2005)을 활용하는 방안이 연구되었다. Cassini 난형곡선의 대칭성과 장축 및 단축 선단에서 도함수 연속성에 착안하여 Cassini 난형곡선을 채용한 3차원 횡등방성 강도정수 분포함수를 수식화한 후 관련 모델 파라미터의 실험적 결정방법이 제시되었다. 또한 이 연구에서는 마찰각(friction angle) 및 점착력(cohesion)의 횡등방성 공간분포 특성을 Cassini 난형곡선 기반의 분포함수를 가정하여 기존의 등방 Mohr-Coulomb(M-C) 파괴함수를 3차원 횡등방성 파괴함수로 확장하였다. 제안된 3차원 횡등방성 M-C 파괴함수의 적합성을 확인하기 위하여 횡등방성 암석시료에 대한 삼축압축시험 및 진삼축 압축시험을 수치적으로 모사하였고, 해석결과 분석을 통해 제안된 강도정수 분포함수 및 3차원 횡등방성 M-C 파괴함수의 성능 및 활용 가능성이 논의되었다.

2. Cassini 난형곡선

Cassini 난형곡선은 두 정점까지 거리의 곱이 일정한 점들의 자취로 정의되는 평면곡선이다. 이 곡선은 이탈리아 태생의 프랑스 천문학자 Giovanni Domenico Cassini가 지구 주위를 도는 태양의 공전궤도를 모델링하기 위해 1680년에 처음 제안하였다.

Fig. 1과 같이 두 정점 $F_1(-a, 0)$ 과 $F_2(a, 0)$ 의 중앙에 원점이 위치하도록 x-y 좌표계를 설정하면 Cassini 난형곡선의 정의에 의해 $r_1 \cdot r_2 = k$ 이므로 곡선 위의 점 $P(x, y)$ 는 다음 식을 만족한다(Weisstein, 2005). 여기서 $k(=b^2)$ 는 임의의 양수이다.

$$\sqrt{(x-a)^2 + y^2} \sqrt{(x+a)^2 + y^2} = b^2 \quad (1)$$

또는

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2 = b^4 \quad (2)$$

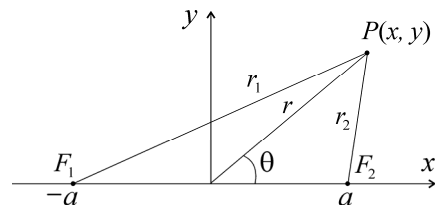


Fig. 1. The distances from a point to two foci

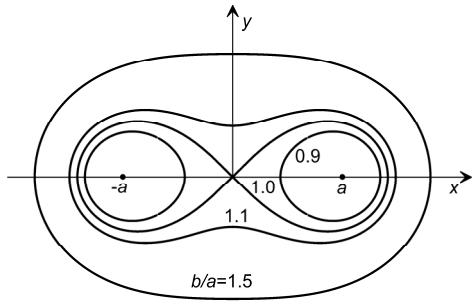


Fig. 2. The different shapes of Cassini ovals

식 (2)는 다시 극좌표계에서 다음 식과 같이 표시된다.

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta \pm \sqrt{a^4 \cos^2 2\theta + b^4 - a^4} \quad (3)$$

Fig. 2는 Cassini 난형곡선의 형태 변화를 보여준다. $a > b$ 일 경우 분리된 2개의 난형곡선이 되며 $a = b$ 이면 8자 형태의 램니스케이트(lemniscate) 곡선이 된다. 반면에 $a < b$ 이면 Cassini 난형곡선은 단일 폐곡선이 되며 b 값이 커짐에 따라 점차 땅콩껍질의 종단면 모양, 타원, 원형 형태로 변한다.

한편 두 정점이 y-축에 위치할 경우 즉, $F_1(0, -a)$ 과 $F_2(0, a)$ 에 대한 Cassini 난형곡선은 $a < b$ 인 조건에서 다음과 같이 표시됨을 보일 수 있다.

$$r^2 = -a^2 \cos 2\theta + \sqrt{a^4 \cos^2 2\theta + b^4 - a^4} \quad (4)$$

$a < b$ 일 때 Cassini 난형곡선은 장축과 단축 방향에서 미분이 가능한 부드러운 곡선이므로 횡등방성 강도정수 공간분포함수 모델로 활용되기 위해 필요한 기본 성질(Lee, 2016)을 갖추고 있다.

3. Cassini 난형곡선을 활용한 횡등방성 강도정수 분포함수 정의

3.1 기본 가정

마찰각이나 점착력처럼 파괴조건식을 구성하는 강도정수들은 재료의 질점을 지나는 임의 면의 강도특성으로 가정할 수 있다(Lee, 2007, Lee & Pietruszczak, 2008, Lee & Choi, 2011, Lee, 2016). 이러한 가정에 따르면 균질, 등방 암석의 경우 면의 방향에 상관없이 강도정수 값의 크기는 일정하다. 그러나 이방성 암석의 경우 면의 공간적 방향에 따라 강도정수 값의 크기가 연속적으로 변한다. 특히, 횡등방성 암석의 경우 연약면과 평

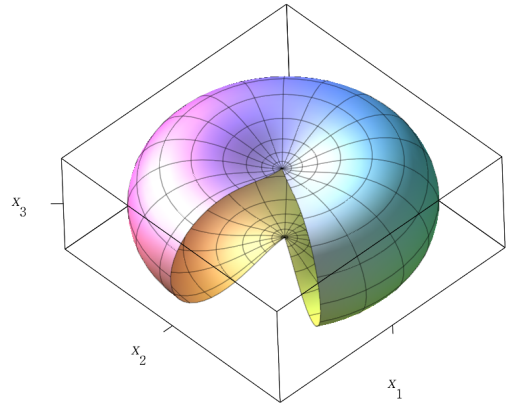


Fig. 3. 3-D plot of distribution function for a strength parameter

행한 면의 강도정수 값이 최소이고 연약면과 경사진 면의 강도정수 값은 이 면과 연약면 사이의 각도 증가에 따라 단조 증가하는 경향을 나타낸다고 가정할 수 있다. 강도정수 값의 이러한 증가형태는 각 암석의 고유한 강도특성으로 이해할 수 있다. 연약면 경사를 달리한 다수의 강도시험을 통해 파괴면의 경사각을 관찰할 경우 강도정수 증가곡선의 형태를 실험적으로 결정할 수 있을 것으로 판단된다.

3.2 강도정수 분포함수의 정의

이 연구에서는 식 (4)로 표시되는 Cassini 난형곡선을 횡등성 암석의 강도정수 분포를 기술하는 모델함수로 다음과 같이 설정하였다.

$$\omega^2 = -a^2 \cos 2\theta + \sqrt{a^4 \cos^2 2\theta + b^4 - a^4} \quad (5)$$

여기서 ω 은 임의의 강도정수 값을 대표한다. 연약면과 평행한 면에 x_1, x_2 좌표축이 위치하는 직교좌표계를 가정할 때 식 (5)의 3차원 형상은 Fig. 3과 같다. 원점에서 곡면까지 반경거리 즉 ω 의 크기는 반경방향과 직교하는 면의 강도정수 값을 의미한다. 또한 $\theta(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$ 는 연약면과 고려하는 임의 면 사이의 각도이다. 그러므로 $\theta = 0^\circ$ 일 때 ω 은 연약면의 강도정수 값이며 $\theta = 90^\circ$ 일 때 ω 은 연약면과 수직인 면의 강도정수 값을 의미한다.

식 (5)을 모델함수로 하는 횡등방성 강도정수 공간분포함수는 2개의 파라미터 a 와 b 로 정의됨을 알 수 있다. 그러므로 파괴면의 방향이 다른 2개 이상의 실험적 관찰자료를 확보하면 회귀분석을 통해 파라미터 a 와 b 를 결정할 수 있다. 예를 들어 2개의 실험적 관찰값 (θ_1, ω_1),

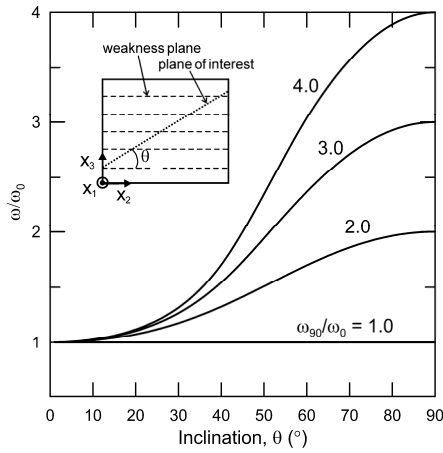


Fig. 4. Evolution of strength parameter value for the inclined planes

(θ_2, ω_2) 이 주어지면 두 파라미터 값은 다음과 같이 결정된다.

$$a = \sqrt{\frac{\omega_2^4 - \omega_1^4}{2(\omega_1^2 \cos 2\theta_1 - \omega_2^2 \cos 2\theta_2)}} \quad (6)$$

$$b = \sqrt[4]{\omega_1^4 + 2\omega_1^2 a^2 \cos 2\theta_1 + a^4} \quad (7)$$

Fig. 4는 임의 평면과 연약면의 교차각 크기(θ) 변화에 따른 강도정수 값의 변화 특징을 보여준다. 그림에서는 $\theta=0^\circ$ 일 때 강도정수 값 ω_0 에 대해 $\theta=90^\circ$ 일 때 강도정수 값 ω_{90} 의 비가 1.0, 2.0, 3.0, 4.0인 4가지 경우를 제시하였다. ω_{90}/ω_0 가 클수록 강도정수 이방성이 더욱 커지는 특징을 잘 보여준다. $\omega_{90}/\omega_0=1$ 은 등방성 암석에 해당하며 이 경우 강도정수 분포곡면은 완전한 구면(sphere)이 된다.

4. 3차원 횡등방성 암석파괴함수

이 연구에서는 횡등방성 암석의 마찰각 및 점착력의 공간적 변화를 3절에서 설명한 Cassini 난형곡선 기반의 강도정수 분포함수로 표현할 수 있다는 가정 하에 등방성 M-C 파괴함수를 다음 식과 같은 3차원 횡등방성 파괴함수로 확장하였다.

$$f(\sigma_{ij}, n_i) = \|\pi - \sigma \tan(\phi) - c(\theta) \quad (8a)$$

$$\tau = (\delta_{ij} - n_i n_j) \sigma_{jk} n_k \quad (8b)$$

$$\sigma = \sigma_{ij} n_i n_j \quad (8c)$$

여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta 기호로서 3차 단위행렬을 나타낸다. 위 식에서 σ_{ij} 는 3차원 응력텐서 성분이고 n_i 는 임의 평면의 단위법선벡터 \mathbf{n} 의 성분이며 σ 와 τ 는 각각 그 평면에 작용하는 수직응력과 전단응력이다. 마찰각 ϕ 와 점착력 c 는 식 (5)의 형태로 표시되는 θ 의 함수이다. 이 때 연약면과 임의 면 사이의 각도 θ 는 연약면의 단위법선벡터가 \mathbf{n}_w 일 때 다음의 관계식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\theta = \cos^{-1}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_w) \quad (9)$$

단위벡터 \mathbf{n} 과 \mathbf{n}_w 는 해당 면의 경사방향(dip direction) 및 경사각(dip angle)을 이용하여 표시할 수 있다.

주어진 응력조건에서 파괴함수 값이 음수이면 즉, $f < 0$ 이면 파괴에 이르지 않았음을 의미한다. 반면에 $f=0$ 은 파괴상태를 나타내며, 이 때의 \mathbf{n}_w 가 파괴면의 방향이 된다.

5. 삼축압축시험 및 진삼축압축시험 수치모사

5.1 해석모델의 설정 및 해석 방법

3차원 횡등방성 암석파괴함수로 제안된 식 (8)의 활용 가능성을 확인하기 위하여 횡등방성 암석시료에 대한 삼축압축시험 및 진삼축압축시험을 수치적으로 모사하였다. 해석을 위해 직교좌표계 $\xi_1 - \xi_2 - \xi_3$ 를 Fig. 5와 같이 설정하였다. 해석모델에서 중간주응력 σ_2 , 최소주응력 σ_3 , 최대주응력 σ_1 의 작용방향은 각각 ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 의 방향과 평행하다. p 와 α 는 각각 연약면과 파괴면의 경사방향으로서 σ_2 방향, 즉 ξ_1 축을 기준으로 측정하였다. d 와 β 는 각각 연약면과 파괴면의 경사각을 나타낸다. 그러므로 연약면의 단위법선벡터 \mathbf{n}_w 와 임의 면의

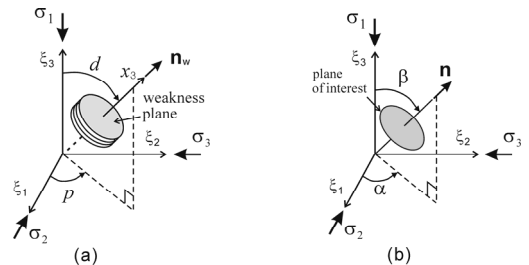


Fig. 5. Definitions of orientations for (a) weakness planes and (b) physical planes

단위법선벡터 \mathbf{n} 은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{n}_w = (\sin d \cos \phi, \sin d \sin \phi, \cos d) \quad (10)$$

$$\mathbf{n} = (\sin \beta \cos \alpha, \sin \beta \sin \alpha, \cos \beta) \quad (11)$$

주어진 3차원 주응력조건에서 연약면의 방향 \mathbf{n}_w 을 알고 있다고 가정하면 횡등방성 암석파괴함수 식 (8a)는 임의 면의 경사방향 α 와 경사각 β 의 함수로 귀착된다. 적절한 최적화 수치해석기법을 활용하여 주어진 응력조건에서 식 (8a)이 최대가 되는 면의 방향 α 와 β 를 찾을 수 있으며 이 면이 파괴에 가장 근접한 임계면이 된다(Pietruszczak & Mroz, 2001, Lee & Pietruszczak, 2008). 이 연구에서 설정한 해석모델의 대칭성을 고려하면 α 와 β 의 범위를 0° 와 90° 사이의 값으로 제한할 수 있다. $f=0$ 을 만족하는 임계면은 파괴면으로 간주할 수 있으며 파괴면의 방향은 파괴상태에 이룬 임계면의 경사방향 α_f 와 경사각 β_f 로 나타낼 수 있다.

이 연구에서는 가정한 σ_2 와 σ_3 에 대해 σ_1 을 점증적으로 증가시켰으며 각 증가 단계마다 임계면의 방향을 탐색하였다. 임계면에서 파괴가 발생하는 순간의 σ_1 값이 횡등방성 암석의 파괴 축강도 σ_{1f} 가 된다. Fig. 6은 진삼축압축시험의 수치실험을 위한 흐름도를 보여준다.

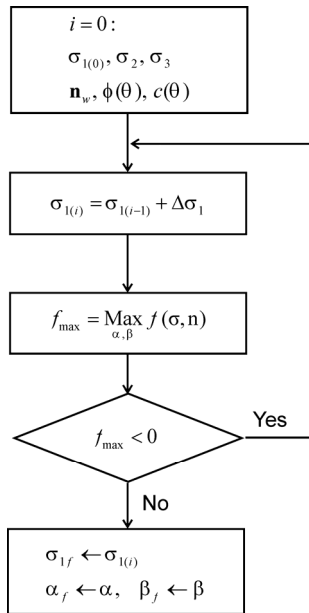


Fig. 6. Numerical procedure of the simulation of true triaxial compression test for transversely isotropic rock samples

5.2 해석결과 및 분석

5.2.1 삼축압축시험

진삼축압축시험 수치모사에 앞서 횡등방성 암석의 삼축압축시험을 수치모사하였다. 수치시험에서는 5가지 구속압($\sigma_2 = \sigma_3$) 조건, 즉 0, 5, 10, 15, 20 MPa를 가정하였다. 또한 연약면 강도정수의 공간분포함수를 정의하기 위해 $c_0 = 30$ MPa, $c_{90} = 50$ MPa, $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi_{90} = 45^\circ$ 를 가정하였다.

연약면의 경사각 변화에 따른 파괴강도(σ_{1f})와 파괴면의 경사각(β_f)의 변화를 Fig. 7에 제시하였다. 파괴강도는 구속압의 증가와 더불어 증가하는 경향을 보여주며 연약면의 경사각 $d = 60^\circ$ 부근에서 최소가 되고 $d = 0^\circ$ 에서 최대가 됨을 알 수 있다. 이러한 경향은 횡등방성 암석에 대한 실험실 삼축압축시험에서 관찰되는 결과(Duveau et al., 1998)과 일치한다. 특히, σ_3 가 0.0MPa

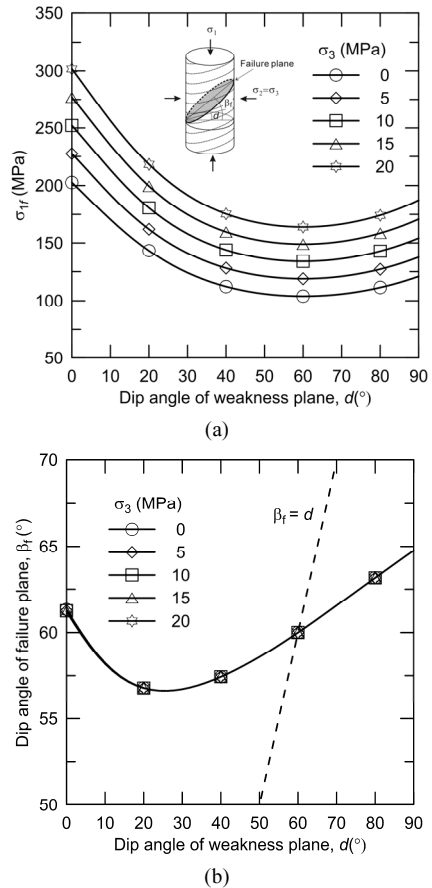


Fig. 7. Simulation results of conventional triaxial compression test for transversely isotropic rock samples; (a) axial strength at failure, (b) dip angle of the failure plane

에서 20MPa까지 변할 때 최소강도에 대한 최대강도의 비($\sigma_{1f,max}/\sigma_{1f,min}$)는 차례로 1.95, 1.91, 1.88, 1.86, 1.84와 같이 감소하는 특징을 보인다. 이는 구속압이 증가함에 따라 암석강도의 이방성이 소폭 감소한다는 것을 말해주며, Martinsburg 점판암을 이용한 Donath(1964)의 삼축압축시험에서도 이와 유사한 경향이 관찰되었다.

Fig. 7(b)는 가정한 해석조건에서 파괴면의 경사각이 $57^\circ \sim 65^\circ$ 범위에 있음을 보여준다. 해석결과 구속압의 크기는 파괴면의 경사각 변화에 거의 영향을 주지 않는 것으로 나타났다. 또한 $d=60^\circ$ 부근인 경우를 제외하면 파괴면과 연약면의 방향이 일치하지 않으며 파괴면과 연약면이 이루는 각은 연속적으로 부드럽게 변하는 것으로 나타나고 있다. 이러한 경향성은 실제 실험결과(Duveau, 1998)와 매우 유사하다. 이와 달리 Jaeger(1960)의 SPW (Single Plane of Weakness) 이론에서는 연약면 파괴와 무결합 파괴에 해당하는 상이한 두 파괴모드를 가정하므로 파괴면의 형성이 불연속적이다. 따라서 SPW 이론은 실제 실험결과의 재현에 부적합하다. 연약면의 경사각이 $0^\circ < d < 60^\circ$ 구간에 있으면 파괴면의 경사각이 연약면의 경사각에 비해 급하게 형성되고, $d > 60^\circ$ 이면 파괴면의 경사각이 연약면 경사각보다 낮게 형성되는 것으로 나타났다. $d=30^\circ$ 부근에서 파괴면의 경사각이 최소이고 $d=90^\circ$ 일 때 즉, 연약면과 평행하게 축하중이 작용할 때 파괴면의 경사각이 최대가 됨을 보여준다. 횡등방성 암석의 파괴면 형성과 관련된 이러한 수치모사 결과는 Martinsburg 점판암과 Longwood 셰일을 대상으로 한 Donath(1961)의 연구와 Penrhyn 점판암을 대상으로 한 Attewell & Sandford (1974)의 연구에서 관찰된 경향성과도 잘 일치한다.

5.2.2 진삼축압축시험

Fig. 5에 제시된 진삼축압축시험 모델을 대상으로 진삼축압축시험을 수치모사하였다. 연약면의 마찰각과 점착력의 공간분포함수는 5.2.1 절에 설명한 삼축압축시험 수치모사의 경우와 동일하게 가정하였다.

Fig. 8은 $\sigma_2 = 10$ MPa, $\sigma_3 = 5$ MPa를 가정하였을 때 연약면의 방향 변화에 따른 파괴강도 σ_{1f} 의 변화를 계산한 결과이다. 연약면의 경사각 d 는 7가지 경우($0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$)를 가정하였다. 수평 연약면을 갖는 경우($d=0^\circ$) 연약면의 경사방향이 존재하지 않으므로 파괴강도는 일정한 값을 나타낸다. 반면에 나머지 경우에서는 p 가 증가할수록 즉, 연약면의 경사방향이 σ_3 방향으로 향할수록 파괴강도가 감소하는 경향을 보여준다. 이는 p 가 증가할수록 σ_2 에 의한 강도증가 효과가 약화되기 때문으로 판단된다. 반대로 연약면의 경

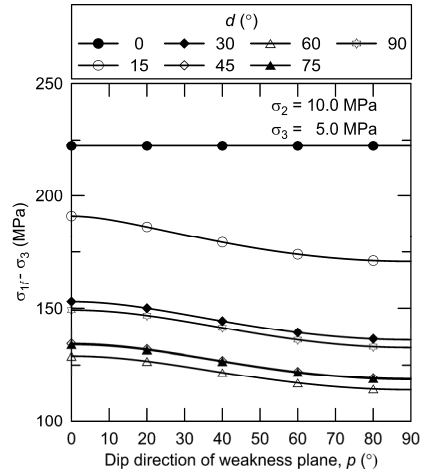


Fig. 8. Influence of the orientation of weakness plane on true triaxial strength of transversely isotropic rock samples

사방향이 σ_2 의 방향에 근접할수록 연약면에 작용하는 수직응력이 증가되므로 파괴강도 증가가 예상되며 Fig. 8은 이러한 경향성을 잘 보여주고 있다. 동일 연약면 경사방향에 대해서는 연약면의 경사각이 $d=60^\circ$ 일 때 최소 파괴강도값이 계산되었다. d 의 변화에 따른 강도 증감 경향은 대체로 삼축압축시험의 경우와 유사함을 보여준다.

Fig. 9는 연약면 방향성에 따른 파괴면의 방향 변화를 도식한 것이다. Fig. 9(a)는 연약면의 경사각 d 가 45° 이상일 경우 파괴면의 경사방향(α_f)은 연약면의 경사방향(p)과 거의 일치함을 잘 보여준다. 반면에 수평에 근접한 연약면을 갖는 경우 즉, d 값이 매우 작은 경우는 연약면의 경사방향이 σ_2 방향과 유사한 경우라도 파괴면의 경사방향은 σ_3 방향과 가깝게 형성되는 특징을 보여준다. Fig. 9(b)는 파괴면 경사각의 크기 β_f 가 연약면의 경사방향에 큰 영향을 받지 않음을 말해준다. 그러나 여기에서도 $0^\circ < d < 10^\circ$ 인 경우는 p 의 증가에 따라 β_f 가 소폭 감소하는 경향을 보여주고 있다.

Fig. 10은 중간주응력(σ_2)의 크기가 횡등방성 암석의 파괴강도에 미치는 영향을 보여준다. 연약면의 경사방향(p)은 4가지 ($0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) 경우를 가정하였으며 연약면의 경사각(d)은 0° 부터 90° 까지 변하는 7가지 경우를 고려하였다. 연약면의 법선방향이 σ_2 방향에 근사할수록 중간주응력에 의한 파괴강도 증가가 크게 나타나고 있음을 해석결과는 잘 보여준다. 여기서 연약면의 법선방향이 σ_2 방향에 근사한다는 것은 p 가 0° 에 가까워지고 d 가 90° 에 접근함을 의미한다. $p=0^\circ$ 일 때 파괴강도를

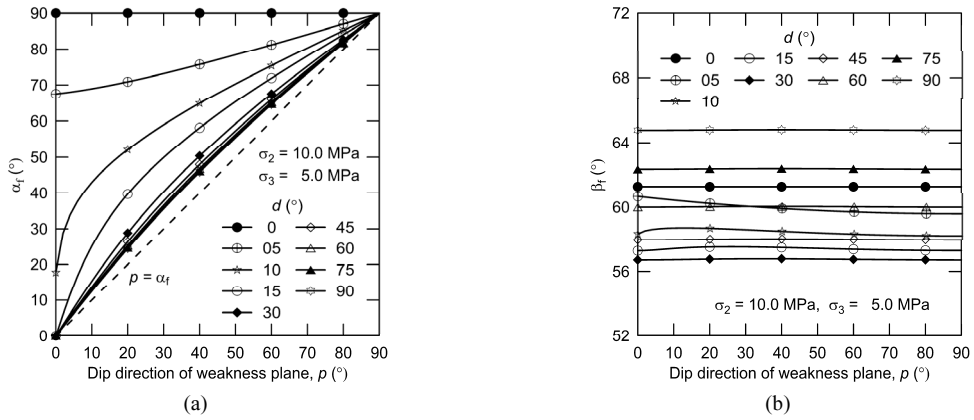


Fig. 9. Influence of the orientation of weakness planes on (a) dip direction and (b) dip angle of the failure plane

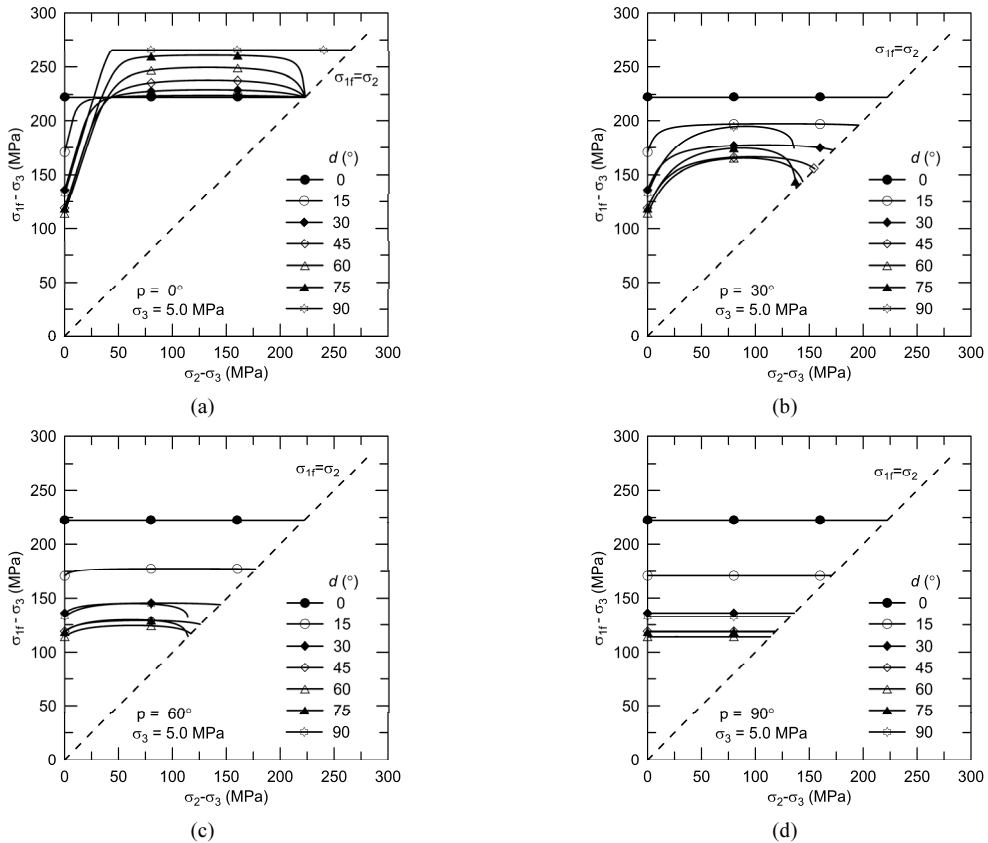


Fig. 10. Influence of the intermediate principal stress on the failure strength of transversely isotropic rock samples; (a) $p = 0^\circ$, (b) $p = 30^\circ$, (c) $p = 60^\circ$, (d) $p = 90^\circ$

도시한 Fig. 10(a)에서는 $d = 0^\circ$ 인 경우를 제외한 나머지 경우에서 파괴강도의 중간주응력 의존성이 크게 나타나고 있음을 볼 수 있다. 반면에 연약면의 경사방향이 σ_3

방향 쪽으로 향하거나 연약면의 경사각이 낮아짐에 따라 중간주응력이 파괴강도에 미치는 영향이 점차 약화되는 경향이 있음을 Fig. 10(b)~(d)에서 확인할 수 있다.

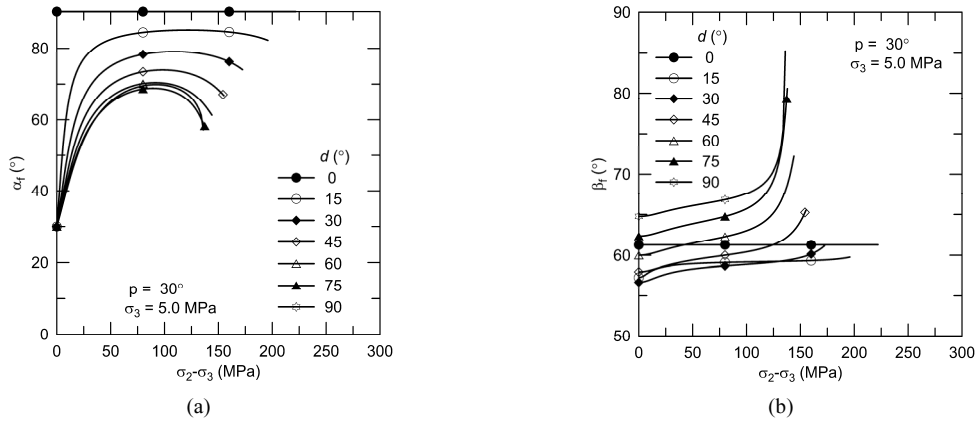


Fig. 11. Influence of the intermediate principal stress on (a) dip direction and (b) dip angle of the failure plane

Fig. 10에 제시한 횡등방성 암석 파괴강도의 중간주응력 의존성 분석결과는 최근 많은 관심을 끌고 있는 진삼축압축시험 결과해석에 활용될 수 있는 중요한 암시를 제시하고 있다. 최근 관련 연구들은 여러 암석에서 중간주응력의 증가와 더불어 파괴강도가 증가하는 현상을 보고하고 있다(Mogi, 2007, Ingraham et al., 2013, Ma & Haimson, 2016). 그러나 이러한 중간주응력 효과의 원인에 대해서는 아직까지 학계에서 공인된 이론이 제시되고 있지 못한 실정이다. 암석시료가 거시적으로 등방, 균질하게 보일지라도 암석 내에는 암석의 성인과 관련된 미시적 연약면들이 존재할 가능성이 있다. 이러한 연약면들이 특정 방향으로 배열되어 있을 경우 하중방향과 연약면들의 상대적 방향성에 따라 파괴강도의 중간주응력 효과가 나타날 가능성이 있음을 이 연구결과는 말해준다. 또한 완전한 균질등방인 암석의 경우라도 하중재하에 의해 입자들의 미시적 재배열과 공극닫힘 현상 등이 발생할 수 있고 이 과정에서 미시적 횡등방성 조직(texture)이 형성될 가능성도 배제할 수 없다. 결론적으로 암석강도의 중간주응력 의존성은 암석에 포함된 미시적 혹은 거시적 연약면의 방향성 배열 특성과 밀접한 관련성이 있을 수 있음을 이 연구결과를 말해준다.

Fig. 11은 중간주응력(σ_2)의 크기가 파괴면 방향 변화에 미치는 영향을 보여준다. 이 그림은 $p=30^\circ$ 인 경우의 결과를 도시한 것이다. 수평 연약면을 포함하는 경우 ($d=0^\circ$), 중간주응력의 크기에 관계없이 파괴면의 경사방향은 σ_3 방향($\alpha_f=90^\circ$)이고 경사각 β_f 의 크기도 61.3° 로 일정하다. 그러나 수직인 경우를 포함하여 경사진 연약면을 갖는 시료에서 파괴면의 경사방향은 Fig. 11(a)에서 볼 수 있는 것처럼 중간주응력 크기의 증가

와 더불어 σ_3 방향으로 회전한다. 그러나 파괴에 가까워지면서 다시 σ_2 방향 쪽으로 선회하는 독특한 특징을 보여주고 있다. 횡등방성 파괴함수를 달리한 Lee(2015)의 연구에서도 이와 유사한 경향성이 보고되었다. 한편 경사진 연약면을 포함하는 시료에서 파괴면의 경사각은 중간주응력의 크기 증가와 더불어 계속 증가하는 경향을 보였고, 증가율은 파괴에 가까워지면서 더욱 커지는 것으로 나타났다(Fig. 11(b)). $p=0^\circ$ 인 경우와 같이 파괴면의 경사방향이 중간주응력의 크기에 관계없이 항상 σ_3 방향으로 형성되는 것으로 해석되었다. 그러나 연약면의 경사방향이 σ_3 방향과 일치하지 않는 나머지 경우, 중간주응력의 크기가 파괴면 형성 방향에 미치는 영향은 Fig. 11과 유사한 경향성을 나타냈다. 진삼축응력조건의 횡등성 암석에서 형성되는 파괴면의 방향성에 대한 실험적 연구는 Kwasniewski(1993)의 기초적 연구를 제외하면 전무한 실정이므로 Fig.11이 보여주는 경향성은 현재 실험적 검증이 불가능하다. 그러나 추후 관련 실험연구가 진행될 경우 실험결과와 해석과정에서 이 연구결과가 파괴면 방향성 분석의 유용한 이론적 토대로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

6. 결론

이 연구에서는 1860년 천문학자 Cassini에 의해 제안된 Cassini 난형곡선을 채용하여 횡등방성 암석에서 강도정수 값의 3차원 방향성 변화를 기술할 수 있는 공간분포함수를 수식화하였다. 제안된 분포함수는 2개의 모델정수에 의해 그 형상이 결정되며, 두 모델정수 값은 횡등방성 암석에 대한 실험실 강도시험 결과와 파괴면 방향 관찰 자료를 이용하여 비교적 손쉽게 결정할 수 있음을 보였다.

제안된 강도정수 공간분포함수를 마찰각과 점착력의 공간분포함수로 적용하여 기존의 등방성 M-C 파괴함수를 3차원 응력조건을 고려할 수 있는 횡등방성 파괴함수로 확장하였다. 횡등방성 M-C 파괴함수의 적합성을 확인하기 위하여 제안된 파괴함수를 활용한 삼축압축시험과 진삼축압축시험을 수치적으로 모사하였고 그 결과를 분석하였다. 삼축압축 및 진삼축압축시험 수치모사 결과의 분석을 통해 얻어진 주요 결론은 다음과 같이 요약될 수 있다.

1. 횡등방성 암석에 대한 수치 삼축압축시험에서 얻어진 파괴강도는 연약면 경사각 변화에 따라 연속적으로 부드럽게 변화하며 연약면의 경사각이 0°일 때 최대이고 연약면의 경사각이 60° 근방일 때 최소로 계산되었다. 또한 파괴면의 경사각은 연약면의 경사각이 60°일 때를 기준으로 전반 영역에서는 연약면에 비해 급하게 형성되고 후반 영역에서는 연약면에 비해 낮게 형성되는 것으로 계산되었다. 이 연구에서 가정된 해석조건에서 파괴면 경사각의 최소값은 연약면의 경사각이 $d \approx 26^\circ$ 일 때 얻어졌다. 이러한 수치모사 결과는 문헌에 보고된 실험실 시험결과와 그 경향성이 일치한다.
2. 횡등방성 암석에 대한 진삼축압축시험을 수치모사한 결과 파괴강도 및 파괴면의 형성 방향은 주응력 방향에 대한 연약면의 상대적 방향 및 중간주응력의 크기에 큰 영향을 받는 것으로 나타났다. 특히, 파괴강도의 중간주응력 의존 정도는 연약면의 법선방향이 중간주응력의 방향에 가까워질수록 크게 나타났다.
3. 횡등방성 암석에 대한 진삼축압축시험 수치모사를 통해 암석강도의 중간주응력 의존성이 암석시료에 포함된 미시적 연약면의 방향성 분포특성과 밀접한 관련성이 있을 가능성이 이번 연구를 통해 확인되었다. 추후 횡등방성 암석에 대한 진삼축압축시험 실험자료가 축적된다면 이 연구결과는 암석강도의 중간주응력 의존성의 원인을 설명할 수 있는 중요한 이론적 토대가 될 수 있을 것으로 판단된다.
4. 횡등방성 암석시료에 대한 삼축압축시험 및 진삼축압축시험 수치모사 결과는 Cassini 난형곡선을 채용한 횡등방성 강도정수 공간분포함수가 횡등방성 암석의 파괴강도 변화 및 파괴면 방향 예측에 활용될 수 있을 가능성을 확인해 주었다.

사 사

이 논문은 2016년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF-2016

R1D1A1A09917357).

References

1. Attewell, P.B. and M.R. Sandford, 1974, Intrinsic shear strength of a brittle, anisotropic rock - I experimental and mechanical interpretation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 11, 423-430.
2. Choi, M.J. and H.S. Yang, 2005, Anisotropic analysis of tunnel in transversely isotropic rock, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 15, 391-399.
3. Donath, F.A., 1961, Experimental study of shear failure in anisotropic rocks, *GSA Bull.*, 72(6), 985-989.
4. Donath, F.A., 1964, Strength variation and deformational behavior in anisotropic rock. In "State of stress in the Earth's crust", W.R. Judd Ed., New York, Elsevier, 281-298.
5. Duveau, G., J.F. Shao and J.P. Henry, 1998, Assessment of some failure criteria for strongly anisotropic geomaterials, *Mech. Cohesive-Frictional Mat.*, 3, 1-26.
6. Ingraham, M.D., K.A. Issen and D.J. Holcomb, 2013, Response of Castlegate sandstone to true triaxial states of stress, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118, 536-552.
7. Jaeger, J.C., 1960, Shear failure of anisotropic rocks, *Geol. Mag.*, 97, 65-72.
8. Jung, J., C. Heo and S. Jeon, 2013, Study on hydraulic fracturing in transversely isotropic rock using bonded particle model, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 23, 470-479.
9. Kwasniewski, M., 1993, Mechanical behavior of anisotropic rocks, In "Compressive rock engineering", J.A. Hudson Ed., Oxford, Pergamon, 1, 285-312.
10. Lee, Y.K., 2007, Prediction of strength for transversely isotropic rock based on critical plane approach, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 17, 119-27.
11. Lee, Y.K. and S. Pietruszczak, 2008, Application of critical plane approach to the prediction of strength anisotropy in transversely isotropic rock masses, *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, 45, 513-523.
12. Lee, Y.K. and B.H. Choi, 2011, Anisotropic version of Mohr-Coulomb failure criterion for transversely isotropic rock, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 21, 174-180.
13. Lee, Y.K., 2013, Intermediate principal stress dependency in strength of transversely isotropic Mohr-Coulomb rock, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 23, 383-391.
14. Lee, Y.K., 2015, Simulation of polyaxial tests using a failure condition for transversely isotropic rocks, *Geosystem Engineering*, 18, 29-37.
15. Lee, Y.K., 2016, Spatial distribution functions of strength parameters for simulation of strength anisotropy in transversely isotropic rock, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 26, 100-109.
16. Ma, X. and B.C. Haimson, 2016, Failure characteristics

- of two porous sandstones subjected to true triaxial stresses, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 6477-6498.
17. Mogi, K., 2007, *Experimental rock mechanics*, pp.361, Balkema, London.
 18. Park, C.W., C. Park, Y.B. Jung and E.S. Park, 2010, Application of suggested equations to determine the elastic constants of a transversely isotropic rock from single specimen, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 20, 153-168.
 19. Park, C.W., C. Park and Y.B. Jung, 2012, Experimental study on the elastic constants of a transversely isotropic rock by multi-specimen compression tests, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 22, 346-353.
 20. Park, C.W., C. Park, J.W. Park and Y.B. Jung, 2016, Mathematical understanding of the Saint-Venant approximation in analysis of a transversely isotropy, *Tunnel & Underground Space*, Korean Society for Rock Mechanics, 26, 363-374.
 21. Pietruszczak, S. and Z. Mroz, 2001, On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 25, 509-524.
 22. Ramamurthy, T., 1993, Strength and modulus responses of anisotropic rocks, In "Compressive rock engineering", J.A. Hudson Ed., Oxford, Pergamon, 1, 313-329.
 23. Saroglou, H. and G. Tsiambaos, 2008, A modified Hoek-Brown failure criterion for anisotropic intact rock, *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, 45, 223-234.
 24. Weisstein, E.W., 2005, "Cassini ovals", From MathWorld - A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/CassiniOvals.html>



이 연구

1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과
공학사
1989년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학석사
1994년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학박사

Tel: 063-469-1864

E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr

현재 군산대학교 산학융합공과대학
건축·해양건설융합공학부