

# 동적 표면 제어 기반의 매니퓰레이터 장착 드론의 추종 제어

## Dynamic Surface Control Based Tracking Control for a Drone Equipped with a Manipulator

이근욱\* · 최윤호†

(Keun-Uk Lee · Yoon-Ho Choi)

**Abstract** - This paper deals with the dynamic surface control based tracking control for a drone equipped with a 2-DOF manipulator. First, the dynamics of drone and 2-DOF manipulator are derived separately. And we obtain the combined model of a drone equipped with a manipulator considering the inertia and the reactive torque generated by a manipulator. Second, a dynamic surface control based attitude and altitude control method is presented. Also, multiple sliding mode control based position control method is presented. The system stability and convergence of tracking errors are proven using Lyapunov stability theory. Finally, the simulation results are given to verify the effectiveness of the proposed control method.

**Key Words** : Manipulator equipped drone, Quadrotor, Dynamic surface control, Reaction torque

### 1. 서론

쿼드콥터(quadrotor)라는 드론에 매니퓰레이터를 장착한 연구들 중, [1]에서는 선형 피드백 제어 기법이 제안되었지만, 이 방법은 비선형 시스템인 매니퓰레이터 장착 드론에서는 우수한 성능을 기대하기 어렵다. [2]에서 매니퓰레이터 장착 드론 시스템을 상하 레이어(layer)로 분류하여 제어하였는데, 매니퓰레이터의 움직임에 대한 반작용 토크를 드론시스템에서 고려하지 않고 제어기 설계를 하였다. [3]에서는 매니퓰레이터의 움직임에 대한 반작용 토크를 고려하였으나, 이를 정확하게 계산하지 않고 외란으로 처리하는 방법을 사용하였다. 반작용 토크에 대해서 [4]에서는 앞선 연구와 다르게 쿼터니언(quaternion) 모델에 기반한 연구가 진행되었다. [5]에서는 대표적인 강인 모션 제어기법인 DOB 기반 제어기를 이용하여 6 자유도를 가지는 드론에 장착된 매니퓰레이터를 제어 하였다. 또한 [6]에서는 비선형 모델 예측 제어(nonlinear model-predictive control: NMPC)를 이용하여 외란 환경에서의 공중에서의 파지 작업에 대한 연구도 진행되었다. [7]에서는 반작용 토크를 고려한 매니퓰레이터 장착 드론을 적분 백스테핑(integral backstepping) 제어 기법을 이용하여 제어하였다. 하지만 백스테핑 제어는 시스템의 차수가 증가할수록 미분해야 할 가상 제어기의 차수가 증가하고 이는 실제 제어기의 복잡성을 증가시키는 단점을 가진다. 이러한 단점을 극복하기 위해 백스테핑 제어 기법의 각 과정에서 설계된 가상(virtual) 제어

기의 미분 필요성을 제거한 동적 표면 제어(dynamic surface control: DSC) 기법이 제안되었다[8]. DSC 기법은 가상 제어 입력을 1차 필터를 통과시켜 다음 단계의 제어 입력을 구할 때 이전 단계의 가상 제어기의 미분값을 일차 필터의 출력 값으로 대체할 수 있다. 따라서 간단한 제어기를 설계할 수 있다[9]. 또한 같은 원리로, 시스템이 추종하고자 하는 상태 기준 함수의 미분값을 찾아야 하는 문제의 해결도 가능하다[10].

본 논문에서는 매니퓰레이터 장착 드론의 추종 제어를 위하여 DSC 기법을 제안한다. 제어기 설계를 위해 우선, 쿼드콥터와 매니퓰레이터 시스템을 모델링한다. 본 논문에서는 매니퓰레이터의 움직임에 의해 발생하는 반작용 토크, 쿼드콥터와 매니퓰레이터 시스템의 결합으로 발생하는 관성 모멘트와 질량 변화를 모두 고려하여 최종적으로 매니퓰레이터 장착 드론 시스템을 모델링한다. 또한 다중 슬라이딩모드 제어 기법과 DSC 기법을 이용하여 매니퓰레이터 장착 드론의 위치 및 자세 제어기를 각각 설계한다. 리아프노프 안정도 해석을 통해 시스템 상태의 안정함 및 추종 오차가 균등 상시 유계(uniformly ultimately bounded: UUB)함을 보이고, 최종적으로 모의실험을 통해 본 논문에서 제안한 추종 제어기의 성능을 검증하고자 한다.

### 2. 매니퓰레이터 장착 쿼드콥터 모델링

본 장에서는 그림 1과 같이 2개의 링크(link)로 구성된 매니퓰레이터가 장착된 쿼드콥터의 동역학을 유도한다. 이를 위해 쿼드콥터와 매니퓰레이터 시스템 각각을 모델링 한 후, 매니퓰레이터의 움직임으로 발생하는 반작용 토크와 관성 모멘트의 변화를 고려하여 매니퓰레이터 장착 쿼드콥터의 모델을 최종적으로 유도한다.

† Corresponding Author : Dept. of Electronic Engineering, Kyonggi University, Korea.

E-mail: yhchoi@kyonggi.ac.kr

\* Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, Korea.

Received : June 9, 2017; Accepted : June 20, 2017

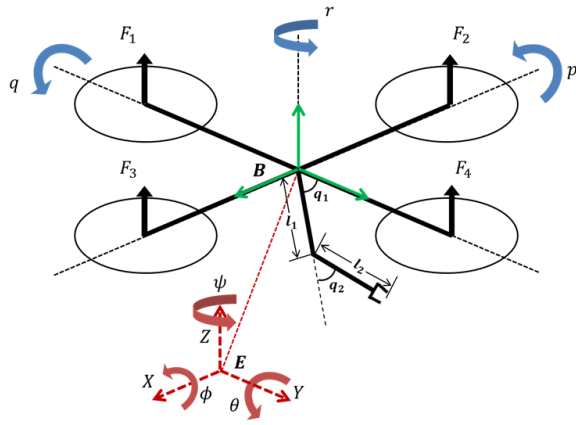


그림 1 2개의 링크 매니퓰레이터 장착 쿼드로터  
**Fig. 1** Quadrotor equipped with a 2-link manipulator

2.1 쿼드로터 모델링

쿼드로터의 기구학 및 동역학을 유도하기 위해 우선 쿼드로터의 좌표계에 대해 고려한다. 쿼드로터의 좌표계는 그림 1과 같이 몸통 고정 좌표계(body-fixed frame)과 지구 관성 좌표계(earth inertial frame)으로 구성된다. 몸통 고정 좌표계와 지구 관성 좌표계에서 쿼드로터 속도에 관한 벡터는 식 (1)과 같이 각각 정의할 수 있다.

$$\dot{\xi} = [\dot{\Gamma}^E \ \dot{\Theta}^E]^T, \nu = [V^B \ \omega^B]^T \tag{1}$$

여기서,  $\Gamma^E = (X, Y, Z)$ 와  $\Theta^E = (\phi, \theta, \psi)$ 는 각각 지구 관성 좌표계에서의 쿼드로터 무게 중심의 위치와 각 축 방향으로의 회전각을 의미하고,  $V^B = (u, v, w)$ 와  $\omega^B = (p, q, r)$ 는 각각 몸통 고정 좌표계에서의 쿼드로터의 선속도와 각속도를 의미한다.

쿼드로터의 기구학 모델은 6 자유도(degree of freedom: DOF)를 갖는 강체에 대한 기구학 모델을 이용하여 유도할 수 있으며, 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T \end{bmatrix} \nu \tag{2}$$

여기서  $0_{3 \times 3}$ 은  $3 \times 3$  영(null)행렬을 의미하고,  $R$ 은 몸통 고정 좌표계에서 지구 관성 좌표계로의 선속도에 관한 회전 변환 행렬이고,  $T$ 는 몸통 고정 좌표계에서 지구 관성 좌표계로의 각속도에 관한 회전 변환 행렬이다. 행렬  $R$ 과  $T$ 는 각각 식 (3)과 같이 정의된다.

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta - S_\psi C_\phi + C_\psi S_\theta S_\phi & S_\psi S_\phi + C_\psi S_\theta C_\phi \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\phi + S_\psi S_\theta S_\phi - C_\psi S_\phi + S_\psi S_\theta C_\phi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & S_\phi T_\theta & C_\phi T_\theta \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & S_\phi / C_\theta & C_\phi / C_\theta \end{bmatrix}. \tag{3}$$

여기서  $C_k = \cos(k)$ ,  $S_k = \sin(k)$ ,  $T_k = \tan(k)$ 이다.

다음으로, 뉴턴-오일러(Newton-Euler) 방정식을 이용하여 쿼드로터의 동역학을 유도하면 식 (4)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}^B \\ \dot{\omega}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^B \times (m V^B) \\ \omega^B \times (I \omega^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^B \\ \tau^B \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서  $m$ 은 쿼드로터의 질량을 의미하고,  $I$ 는 대각선 성분이 쿼드로터의 관성모멘트  $I_x, I_y, I_z$ 인 대각 행렬이며,  $I_{3 \times 3}$ 은  $3 \times 3$  단위 행렬을 의미한다. 또한  $F^B$ 는 몸통 고정 좌표계에서의 힘 벡터를 의미하고,  $\tau^B$ 는 몸통 고정 좌표계에서의 회전 토크 벡터를 의미한다.

쿼드로터의 동역학식에서 쿼드로터  $x, y, z$  위치의 경우 일반적으로 몸통 고정 좌표계가 아닌 지구 관성 좌표계로 나타내면 쿼드로터를 조종하거나 운용하는 입장에서 직관적이게 된다. 식 (4)와 같이 표현되는 쿼드로터 동역학식을 지구 관성 좌표계와 몸통 고정 좌표계를 혼합하여 표현하면 식 (5)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi)) \frac{u_1}{m} \\ \ddot{Y} &= (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)) \frac{u_1}{m} \\ \ddot{Z} &= (\cos(\theta) \cos(\phi)) \frac{u_1}{m} - g \\ \dot{p} &= qr \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J}{I_x} q \Omega_r + \frac{u_2}{I_x} \\ \dot{q} &= pr \frac{(I_z - I_x)}{I_y} + \frac{J}{I_y} p \Omega_r + \frac{u_3}{I_y} \\ \dot{r} &= pq \frac{(I_x - I_y)}{I_z} + \frac{u_4}{I_z} \end{aligned} \tag{5}$$

여기서  $g$ 는 중력가속도,  $J$ 는 각 프로펠러 축을 중심으로 회전하는 프로펠러와 모터의 총 관성 모멘트,  $\Omega_r$ 은 전체 프로펠러의 속도이다. 또한  $u_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 는 각각 쿼드로터의 고도, 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw)에 대한 제어 입력을 의미하고, 이는 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} u_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ u_2 &= l \cdot b(\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\ u_3 &= l \cdot b(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ u_4 &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{aligned} \tag{6}$$

여기서  $l$ 은 쿼드로터의 무게 중심으로부터 프로펠러 중심까지의 거리이고,  $b$ 와  $d$ 는 각각 쿼드로터의 추력, 항력 계수를 의미하고,  $\Omega_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 는  $i$ 번째 모터의 프로펠러 회전 속도를

의미한다.

쿼드로터가 비행할 때 작은 각의 변화만 존재하기 때문에, 이 경우 식 (3)의 각속도 관한 회전 변환 행렬  $T$ 는  $3 \times 3$  단위 행렬과 같다고 할 수 있고, 따라서  $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) = (p, q, r)$ 과 같은 근사식은 성립하게 된다[1].

최종적으로, 식 (5)에서의 쿼드로터의 자세에 대한 동역학은 식 (7)과 같이 표현 가능하며, 본 논문에서는 식 (7)과 같은 쿼드로터의 동역학 식을 사용할 수 있다.

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J}{I_x}\dot{\theta}\Omega_r + \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_z - I_x)}{I_y} + \frac{J}{I_y}\dot{\phi}\Omega_r + \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi}\frac{(I_z - I_y)}{I_z} + \frac{u_4}{I_z} \end{cases} \quad (7)$$

## 2.2 매니퓰레이터 모델링

본 논문에서는 그림 1과 같이 매니퓰레이터의 링크가 아래 방향으로 향하고,  $y$ 축 방향으로 움직이지 않는다고 가정하고 동적 방정식을 유도한다. 매니퓰레이터의 동적 방정식을 유도하기 위해서 라그랑지(Lagrange) 함수를 식 (8)과 같이 설정한다.

$$L = E_k - E_p \quad (8)$$

여기서  $E_k$ 는 매니퓰레이터 시스템의 운동 에너지,  $E_p$ 는 매니퓰레이터 시스템의 위치 에너지를 나타낸다. 식 (8)의 라그랑지 함수를 기반으로 식 (9)와 같은 라그랑지안 방정식을 계산하자.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = \tau_i \quad (9)$$

여기서  $q_i (i = 1, 2)$ 는 그림 1에 나타난 매니퓰레이터의 각 링크에 대한 각도이며,  $\tau_i$ 는 각 링크에 가해지는 입력 토크이다. 식 (9)의 라그랑지안 방정식을 통해 구한 매니퓰레이터 동적 방정식은 식 (10)과 같은 행렬형태로 표현된다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (10)$$

여기서  $M(q)$ 는 매니퓰레이터의 링크가 아래 방향으로 향하고,  $y, z$  평면에서만 움직이는 매니퓰레이터의 관성행렬이며,  $C(q, \dot{q})$ 는 전향력과 원심력 벡터,  $G(q)$ 는 중력 토크 벡터를 의미한다.

## 2.3 매니퓰레이터 장착 쿼드로터 모델링

앞서 설계한 쿼드로터와 매니퓰레이터의 모델링을 이용하여 최종적으로 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 모델을 유도한다.

쿼드로터와 매니퓰레이터가 결합하게 되면서 시스템의 관성 모멘트가 변화하게 되고, 매니퓰레이터의 움직임에 따른 반작용 토크가 작용하여 이는 전체 시스템에 영향을 준다. 변화한 시스템의 관성 모멘트와 매니퓰레이터의 움직임에 따른 반작용 토크를 고려한 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 모델은 식 (11)과 같이 유도된다[11].

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi))\frac{u_1}{m_0} \\ \ddot{Y} &= (\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi))\frac{u_1}{m_0} \\ \ddot{Z} &= (\cos(\theta)\cos(\phi))\frac{u_1}{m_0} - g \\ \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} - \frac{J}{I_{xx}}\dot{\theta}\Omega_r + \frac{u_2 - \tau_r}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + \frac{J}{I_{yy}}\dot{\phi}\Omega_r \\ &\quad + \frac{g(m_1 + m_2)\Delta y \sin(\theta)}{I_{yy}} + \frac{u_3}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \dot{\theta}\dot{\phi}\frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} + \frac{u_4}{I_{zz}} \\ M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) &= \tau \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $m_0$ 는 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 총 질량,  $m_i (i = 1, 2)$ 는 매니퓰레이터의  $i$ 번째 링크의 질량을 의미한다. 또한  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ 는 각각  $x, y, z$ 축을 중심으로 회전하는 전체 관성 모멘트를 의미하고, 식 (12)와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} I_{xx} &= I_x + \frac{m_1 l_1^2 \sin^3(q_1)}{3} + \frac{m_2 l_2^2 \sin^3(q_2)}{3} \\ &\quad + m_2 (l_1 \sin(q_1))^2 \\ I_{yy} &= I_y + \frac{m_1 l_1^2}{3} + \frac{m_2 l_2^2}{3} + m_2 l_1^2 \\ I_{zz} &= I_z + \frac{m_1 l_1^2 \cos^3(q_1)}{3} + \frac{m_2 l_2^2 \cos^3(q_2)}{3} \\ &\quad + m_2 (l_1 \cos(q_1))^2 \end{aligned} \quad (12)$$

또한  $\tau_r$ 는 쿼드로터에 가해지는 반작용 토크로서, 식 (13)과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \tau_r &= \tau_1 + \tau_2 \\ &\quad + \frac{1}{2} m_2 g (l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 - q_2)) \end{aligned} \quad (13)$$

## 3. 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 제어기 설계

본 장에서는 매니퓰레이터가 장착된 쿼드로터의 자세 및 고도

가 원하는 자세 및 고도 값으로 수렴하도록 하는 제어기 설계 방법을 제안한다. 본 논문에서는 백스테핑 제어기법이 가지는 반복된 미분으로 발생하는 제어기의 복잡성 문제를 해결한 DSC 기법을 이용한다. 본 논문에서는 제어기 설계에 앞서 다음과 같은 가정을 사용한다.

가정 : 쿼드로터의 자세각( $\phi, \theta, \psi$ )은 식 (14)와 같은 범위에서 동작한다.

$$-\frac{\pi}{2} < \phi, \theta < \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \psi < 2\pi \quad (14)$$

### 3.1 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 자세 및 고도 제어

매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 자세 및 고도, 그리고 매니퓰레이터에 대한 시스템을 간단하게 표현하기 위해 다음과 같은 상태를 정의한다.

$$x_1 = (z, \phi, \theta, \psi, q_1, q_2)^T$$

$$x_2 = (\dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{q}_1, \dot{q}_2)^T$$

위의 상태 변수를 이용하여 식 (11)은 식 (15)와 같이 더욱 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = F(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u \quad (15)$$

여기서 식 (11)의  $\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$ 와  $\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = M^{-1}(-G(q) - C(q, \dot{q})\dot{q})$ , 그리고 매니퓰레이터 관성행렬  $M$ 에 대하여,

$$F(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{-g}{I_{xx}} \frac{\dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} - \frac{\dot{J}\dot{\Omega}_r}{I_{xx}} - \frac{\tau_r}{I_{xx}} \\ \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + \frac{J}{I_{yy}} \dot{\phi}\dot{\Omega}_r + \frac{g(m_1 + m_2)\Delta y \sin(\theta)}{I_{yy}} \\ \dot{\theta}\dot{\phi} \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \\ H_1 \\ H_2 \end{bmatrix},$$

$$G(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} (\cos(\theta)\cos(\phi)) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_0 & \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M^{-1}(1, 1)M^{-1}(1, 2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M^{-1}(2, 1)M^{-1}(2, 2) \end{bmatrix},$$

$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ \tau_1 \ \tau_2]^T$  이다.

윗 식에서  $x_2$ 를 위한 제어기를 설계한다. 첫 번째 오차와 그 미분을 식 (16)과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_{1d} \\ \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \end{cases} \quad (16)$$

여기서  $x_{1d}$ 는 매니퓰레이터 장착 드론과 매니퓰레이터의 기준 값을 의미한다.

첫 번째 오차  $e_1$ 을 0으로 수렴하도록 하는 가상 제어기  $\bar{x}_2$ 를 식 (17)과 같이 설계한다.

$$\bar{x}_2 = -k_1 e_1 + \dot{x}_{1d} \quad (17)$$

여기서  $k_1$ 은 양의 상수이다.

DSC 기법에서는 가상 제어 입력  $\bar{x}_2$ 를 얻기 위하여, 1차 필터를 다음과 같이 설계한다.

$$\lambda_2 \dot{x}_{2f} + x_{2f} = \bar{x}_2, \quad x_{2f}(0) = \bar{x}_2(0),$$

여기서  $\lambda_2$ 는 양수이다.

다음으로, 두 번째 오차인 가상 제어기를 1차 필터에 통과시킨  $x_{2f}$ 와 실제 값  $x_2$ 사이의 오차를 식 (18)과 같이 정의한다.

$$e_2 = x_2 - x_{2f} \quad (18)$$

두 번째 오차를 미분하고 식 (15)의 값을 대입하면, 식 (19)와 같이 된다.

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2f} = F(x_1, x_2) + G(x_1, x_2)u - \dot{x}_{2f} \quad (19)$$

윗 식에서,  $e_2$ 를 0으로 수렴하게 하는 실제 제어 입력  $u$ 는 식 (20)과 같이 설계할 수 있다.

$$u = G^{-1}(x_1, x_2)(\dot{x}_{2f} - F(x_1, x_2) - k_2 e_2 - \dot{e}_1) \quad (20)$$

여기서  $k_2$ 은 양의 상수이다.

1차 필터로부터  $\dot{x}_{2f}$ 의 값을 식 (21)과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_{2f} = \frac{\bar{x}_2 - x_{2f}}{\lambda_2} \quad (21)$$

**정리** : 식 (15)와 같은 쿼드로터의 자세 및 고도 그리고 매니퓰레이터에 대한 시스템에 대해 식 (17)과 같은 가상 제어 입력, 그리고 식 (20)과 같은 실제 제어 입력에 대하여  $V(0) \leq \mu$ 을 만족하는 초기 조건들을 위한 양의 상수  $\mu$ 가 주어진다면, 시간이 무한대일 때 쿼드로터 자세 및 고도 그리고 매니퓰레이터 시스템의 상태가 UUB 하게 된다.

**증명** : 리아프노브 안정도 해석 방법을 이용하여 각 상태들의 오차와 가상 제어기를 1차 필터에 통과시킨  $x_{2f}$ 와 실제 값  $x_2$ 사이의 오차가 포함된 식 (22)와 같은 리아프노브 함수를 고려하자.

$$V = \frac{1}{2} \left( y_2^T y_2 + \sum_{i=1}^2 e_i^T e_i \right) \quad (22)$$

여기서  $y_2$ 는 경계층(boundary layer) 오차 벡터를 의미하고, 식 (23)과 같이 정의된다.

$$y_2 = x_{2f} - \bar{x}_2 \quad (23)$$

식 (22)를 시간에 대해 미분하고 식 (16), (19), (23)의 미분값을 대입하면, 식 (24)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1^T (x_2 - \dot{x}_{1d}) + e_2^T (F_2(x_1, x_2) \\ &\quad + G(x_1, x_2)u - \dot{x}_{2f}) + y_2^T (\dot{x}_{2f} - \dot{\bar{x}}_2) \\ &= e_1^T (e_2 + y_2 + \bar{x}_2 - x_{1d}) + e_2^T (F(x_1, x_2) \\ &\quad + G(x_1, x_2)u - \dot{x}_{2f}) + y_2^T \left( -\frac{y_2}{\lambda_2} - \dot{\bar{x}}_2 \right) \end{aligned} \quad (24)$$

식 (17)과 같이 설계된 가상 제어 입력과 식 (20)과 같이 설계된 실제 제어 입력을 식 (24)에 대입하면, 식 (25)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1^T (e_2 + y_2 - k_1 e_1) + e_2^T (-k_2 e_2 - e_1) \\ &\quad + y_2^T \left( -\frac{y_2}{\lambda_2} + \Omega(e_1, e_2, y_2, k_1, k_2, x_{1d}, \dot{x}_{1d}) \right) \\ &= -k_1 e_1^T e_1 - k_2 e_2^T e_2 + e_1^T y_2 - \frac{y_2^T y_2}{\lambda_2} + y_2^T \Omega \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)는 식 (26)과 같이 재서술이 가능하다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_1 \|e_1\|^2 - k_2 \|e_2\|^2 + \|e_1\| \|y_2\| \\ &\quad - \frac{1}{\lambda_2} \|y_2\|^2 + \|y_2\| \|\Omega\| \end{aligned} \quad (26)$$

Young의 부등식을 이용하면, 식 (26)은 식 (27)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_1 \|e_1\|^2 - k_2 \|e_2\|^2 + \|e_1\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{4} \|y_2\|^2 - \frac{1}{\lambda_2} \|y_2\|^2 \\ &\quad + \frac{\|y_2\|^2 \|\Omega\|^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon}{2} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $\epsilon > 0$  이다.

$D_0 \geq 0$ 을 위한 집합  $Q = \{(x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d) | x_d^2 + \dot{x}_d^2 + \ddot{x}_d^2 \leq D_0\}$ 와  $A_i = \left\{ \sum_{i=1}^2 e_i^T e_i + y_2^T y_2 \leq 2\mu \right\}$ 를 정의 한다. 이 때  $Q$ 와  $A_i$ 는 응골(compact) 집합이다. 따라서  $Q \times A_i$ 에서  $\|\Omega\| \leq M$ 을 만

족하는 양의 실수  $M$ 이 존재한다. 위의 부등식에  $k_1 = 1 + k_1^*$ ,  $k_2 = k_2^*$ , 그리고  $\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{4} + \frac{M^2}{2\epsilon} + \lambda_2^*$ 를 선택하여 대입하면 식 (28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^2 k_i^* \|e_i\|^2 + \frac{1}{4} \|y_2\|^2 \\ &\quad - \left( \frac{1}{4} + \frac{M^2}{2\epsilon} + \lambda_2^* \right) \|y_2\|^2 \\ &\quad + \frac{\|y_2\|^2 M^2 \|\Omega\|^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon}{M^2} + \frac{\epsilon}{2} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $k_i^*$ 와  $\lambda_2^*$ 는 모두 양의 상수들이다.

한편, 식 (28)은 식 (29)와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^2 k_i^* \|e_i\|^2 - \lambda_2^* \|y_2\|^2 \\ &\quad - \left( 1 - \frac{\|\Omega\|^2}{M^2} \right) \frac{\|y_2\|^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon}{2} \end{aligned} \quad (29)$$

식 (29)는 최종적으로 식 (30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^2 k_i^* \|e_i\|^2 - \lambda_2^* \|y_2\|^2 + \frac{\epsilon}{2} \\ \dot{V} &\leq -\sum_{i=1}^2 k_i^* \|e_i\|^2 - \lambda_2^* \|y_2\|^2 + C \\ &\leq -2\gamma V + C \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 상수  $\gamma$ 는 다음 조건을 만족하도록 선택하자.

$$0 < \gamma < \min [k_1^*, k_2^*, \lambda_2^*]$$

식 (30)은  $V > \frac{C}{2\gamma}$ 일 때,  $V = \mu$ 에서  $\dot{V} \leq 0$ 라는 것을 암시한다. 따라서  $V \leq \mu$ 는 변하지 않는 집합이다. 즉,  $V(0) \leq \mu$ 이면, 모든 시간에 대하여  $V \leq \mu$ 를 만족한다. 따라서 오차 신호들  $e_1, e_2, y_2$ 는 UUB 하다. ■

### 3.2 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 위치 제어

매니퓰레이터 장착 쿼드로터는 과소 작동 시스템(under-actuated system)으로 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의  $x$ 축,  $y$ 축 움직임을 직접 제어할 수 있는 입력이 존재하지 않는다. 따라서  $x$ 축,  $y$ 축의 움직임과 연관되어 있는 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 자세 롤, 피치 각 제어를 통해 목표 위치로 이동하게 된다 [12, 13]. 본 논문에서는 다중 슬라이딩 모드 제어 기법을 이용하여 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의 위치제어를 위한 기준 각을 유도한다. 이를 위해 식 (31)과 같이 매니퓰레이터 장착 쿼드로터의  $x, y$  위치에 대한 상태를 새로운 벡터로 정의한다.

$$a_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (31)$$

다음으로, 슬라이딩 평면  $s_1, s_2$ 를 식 (32)와 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 - a_{1d} \\ s_2 &= a_2 - a_{2d} \end{aligned} \quad (32)$$

여기서  $a_{1d} = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix}, a_{2d} = \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{y}_d \end{bmatrix}$ 는 각각 매니퓰레이터 장착 쿼드 로터의 기준 위치 값과, 시간에 대한 위치 미분의 기준 값을 의미한다.

식 (32)를 시간에 대해 미분하면, 식 (33)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{a}_1 - \dot{a}_{1d} = a_2 - \dot{a}_{1d} \\ \dot{s}_2 &= \dot{a}_2 - \dot{a}_{2d} \\ &= \begin{bmatrix} (\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi))\frac{u_1}{m_0} \\ (\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi))\frac{u_1}{m_0} \end{bmatrix} - \dot{a}_{2d} \end{aligned} \quad (33)$$

첫 번째 슬라이딩 평면  $s_1$ 이 수렴하도록 하는  $a_2$ 의 가상 제어 입력  $a_{2d}$ 를 식 (34)와 같이 설정한다.

$$a_{2d} = \dot{a}_{1d} - k_{p1}s_1 - \rho_1 \operatorname{sgn}(s_1) \quad (34)$$

여기서  $k_{p1}$ 와  $\rho_1$ 는 양수이다.

위와 같은 방법을 이용하여 두 번째 슬라이딩 평면에 수렴하기 위한 가상 제어 입력  $u_x, u_y$ 를 식 (35)와 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} u_x &= (\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi)) \\ u_y &= (\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi)) \end{aligned} \quad (35)$$

두 번째 슬라이딩 평면  $s_2$ 가 수렴하도록 하는 가상 제어 입력  $u_x, u_y$ 는 식 (36)과 같이 설정한다.

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \frac{m_0}{u_1} \{a_{2d} - k_{p2}s_2 - \rho_2 \operatorname{sgn}(s_2)\} \quad (36)$$

여기서  $k_{p2}$ 와  $\rho_2$ 는 양수이다.

매니퓰레이터 장착 쿼드 로터의 위치 제어를 위한 기준 자세각  $\phi, \theta$ 는 식 (35)를 정리하면 식 (37)과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= \sin^{-1} \left( \frac{u_x \sin \psi - u_y \cos \psi}{\cos \phi} \right) \\ \theta &= \sin^{-1} \left( \frac{u_x \cos \psi + u_y \sin \psi}{\cos \phi} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

윗 식에서 계산되어지는 자세각  $\phi, \theta$ 는 기준 자세각으로 사용되어 최종적으로 기준각으로 수렴하도록 하는 자세 제어를 통하

여 위치 제어가 수행된다.

#### 4. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 3장에서 제안한 제어를 매트랩(Matlab) 프로그램을 이용하여 시뮬레이션한 결과를 기술한다. 본 논문에서 제안한 제어기의 목적은 쿼드 로터에 장착된 매니퓰레이터의 움직임이 있을 때에도 매니퓰레이터 장착 쿼드 로터가 원하는 위치를 추종하도록 하는 것이다. 시뮬레이션을 위해, 2장에서 유도한 매니퓰레이터 장착 쿼드 로터의 모델을 이용하였다.

본 모의실험에서는, 매니퓰레이터 장착 드론이 0~2초 동안  $x, y$  축으로 비스듬하게 1m 고도로 상승하고, 이후 반지름이 0.5m인 원 모양의 경로를 따라 비행하게 된다. 주어진 경로를 따라 비행하는 동안 그림 2와 같이 매니퓰레이터는 두 링크 모두 약 30도의 진폭을 갖고 움직이며 반작용 토크를 발생시킨다. 그림 3

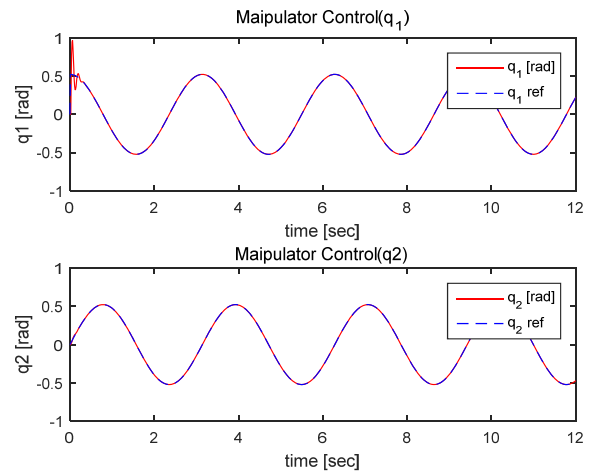


그림 2 장착된 매니퓰레이터의 각 링크의 움직임  
Fig. 2 Movement of each link of a equipped manipulator

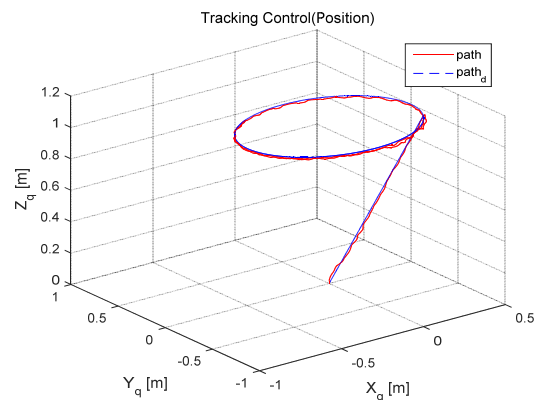


그림 3 매니퓰레이터 장착 드론의 추종 제어 결과  
Fig. 3 Result of tracking control for a drone equipped with a manipulator

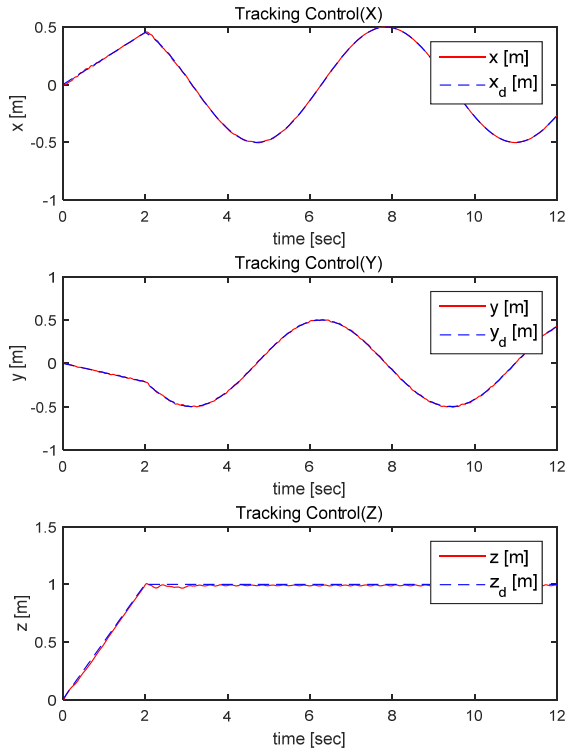


그림 4 각 축에 대한 추종 제어 결과

Fig. 4 Result of tracking control for each axis

은 원하는 경로와 매니퓰레이터가 계속하여 움직이는 조건 속에서 매니퓰레이터 장착 드론의 위치 추종 제어기에 대한 시뮬레이션 결과이다. 그림 3에서 보는 바와 같이, 매니퓰레이터가 움직이는 중에도 앞서 서술한 경로를 매니퓰레이터 장착 드론이 안정적으로 추종하고 있는 것을 확인할 수 있다. 그림 4는 매니퓰레이터 장착 드론의 추종 제어 결과를 각 축별로 조사한 결과이다. 모의실험 결과로부터, 매니퓰레이터가 움직이는 조건 속에서 매니퓰레이터 장착 드론이 DSC 기법을 이용하여 위치 추종 제어가 성공적으로 수행되었음을 확인할 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 DSC 기반의 매니퓰레이터 장착 드론의 추종 제어 기법을 제안하였다. 우선, 쿼드콥터와 매니퓰레이터를 별개로 모델링하고, 매니퓰레이터의 움직임에 의해 전체 시스템에 가해지는 반작용 토크와 관성 모멘트의 변화를 고려한 전체 시스템의 모델을 유도하였다. 다음으로, 매니퓰레이터 장착 드론의 위치 및 자세 제어를 각기 다중 슬라이딩 제어 기법과 DSC 기법 기반으로 설계하였다. 제안하는 제어 입력에 의해 매니퓰레이터 장착 드론의 상태들이 안정하고, 추종 오차가 UUB함을 리아프노프 이론에 기반하여 증명하였다. 마지막으로, 모의실험 결과를 통해 본 논문에서 제안한 제어기의 추종 제어 성능이 우수함을 검증하였다.

#### 감사의 글

본 논문은 2016학년도 경기대학교 연구년 수혜로 연구되었습니다.

#### References

- [1] D. Bazylev, K. Zimenko, A. Margun, A. Bobtsov, and A. Kremlev, "Adaptive Control System for Quadrotor Equipped with Robotic Arm," Proc. of 19th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics 2014, Miedzyzdroje, Poland, pp. 705-710, Sep. 2014.
- [2] G. Arleo, F. Caccavale, G. Muscio, and F. Pierri, "Control of Quadrotor Aerial Vehicles Equipped with a Robotic Arm," Proc. of 21st Mediterranean Conf. on Control and Automation, Crete, Greece, pp. 1174-1180, June 2013.
- [3] H. Yang and D. Lee, "Hierarchical Cooperative Control Framework of Multiple Quadrotor-Manipulator Systems," Proc. of 2015 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Washington, U.S.A., pp. 4656-4662, May 2015.
- [4] H. Abaunza, P. Castillo, A. Victorino, and R. Lozano, "Dual Quaternion Modeling and Control of a Quad-Rotor Aerial Manipulator," Journal of Intelligent & Robotic Systems, 1-17, 2017.
- [5] M. Fanni and A. Khalifa, "A New 6-DOF Quadrotor Manipulation System: Design, Kinematics, Dynamics and Control," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 22, no. 3, pp. 1315-1326, Mar. 2017.
- [6] G. Garimella and M. Kobilarov, "Towards Model-Predictive Control for Aerial Pick-and-Place," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 4692-4697, May 2015.
- [7] A. E. Jimenez-Cano, J. Martin, G. Heredia, A. Ollero, and R. Cano, "Control of an Aerial Robot with Multi-Link Arm for Assembly Tasks," Proc. of 2013 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 6-10, May 2013.
- [8] D. Swaroop, J. C. Gerdes, P. P. Yip, and J. K. Hendrick, "Dynamic Surface Control of Nonlinear Systems," Proc. of American Control Conference, pp. 3028-3034, June 1997.
- [9] S. J. Yoo, Y. H. Choi, and J. B. Park, "Robust Flight Control System using Neural Networks: Dynamic Surface Design Approach," The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, vol. 55D, no. 12, pp. 518-525, 2006.
- [10] J. K. Hendrick and P. P. Yip, "Multiple Sliding Surface Control: Theory and Application," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 122, no. 4, pp.

586-593, Dec. 2000.

- [11] N. E. Hwang, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Design of Multiple Sliding Surface Control System for a Quadrotor Equipped with a Manipulator," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean), vol. 22, no. 7, pp. 502-507, 2016.
- [12] D. W. Lee, H. J. Kim, and S. Sastry, "Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 7, no. 3, pp. 419-428, 2009.
- [13] H. Xie, and A. F. Lynch, "Input Saturated Visual Servoing for Unmanned Aerial Vehicles," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 22, no. 2, pp. 952-960, Apr. 2017.

---

## 저 자 소 개



### 이 근 욱 (Keun Uk Lee)

2010년 연세대학교 전기전자공학과(공학사).  
2010년~현재 연세대학교 전기전자공학과 통  
합과정, 관심분야는 비선형 제어, 적응제어,  
최적제어, 로봇제어, 딥러닝 제어 응용, 쿼드  
로터 무인 비행체 응용 연구.



### 최 윤 호 (Yoon Ho Choi)

19080년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1982  
년 동 대학원 석사. 1991년 동 대학원 박사.  
1993년~현재 경기대학교 전자공학과 교수.  
관심분야는 비선형 적응 제어, 지능 제어, 군  
집 제어, 로봇틱스, 웨이블릿 변환 및 응용,  
ADP 기반 최적제어.