

Matrix Pencil Method 기반의 부엽차단기 성능분석 연구

A Study on the Performance Analysis of Sidelobe Blanker using Matrix Pencil Method

여민영* · 이강인* · 양훈기* · 박규철** · 정용식*

(Min-Young Yeo · Kang-In Lee · Hoon-Gee Yang · Gyu-Churl Park · Young-Seek Chung)

Abstract - In this paper, we propose a new algorithm for the performance analysis of the sidelobe blanker (SLB) in radar system, which is based on the matrix pencil method (MPM). In general, the SLB in radar is composed of the main antenna, the auxiliary antenna, and the processing unit. The auxiliary antenna with wide beamwidth receives interference signals such as jamming or clutter signals. The main antenna with high gain receives the target signal in the main beam and the interference signals in the sidelobe. In this paper the Swerling model is used as the target echo signal by considering a probabilistic radar cross section (RCS) of the target. To estimate the SLB performance it needs to calculate the probability of target detection and the probability of blanking the interference by using the signals received from the main and auxiliary antennas. The detection probability and the blanking probability include multiple summations of infinite series with infinite integrations, of which convergence rate is very slow. Increase of summation range to improve the calculation accuracy may lead to an overflow error in computer simulations. In this paper, to resolve the above problems, we used the MPM to calculate a summation of infinite series and improved the calculation accuracy and the convergence rate.

Key Words : SLB(Sidelobe Blanking), Target detection, Jammer blanking, MPM(Matrix Pencil Method)

1. 서론

부엽차단기 (SLB)는 레이더 주 안테나의 부엽으로 수신되는 간섭신호에 의한 탐지오류를 방지하기 위하여 사용된다. 일반적으로 간섭신호로는 재밍, 지상 클러터 등으로 표적의 오탐지, 추적 오류를 발생시킨다. 특히 재밍은 반사신호보다 높은 출력을 갖는 기만 형태의 전자파신호를 방출함으로써 레이더의 목표물 탐지 능력을 크게 저하시킨다. 이러한 이유로 정해진 차단 문턱치를 초과하는 간섭신호에 의한 처리는 사전에 차단되어야 한다 [1-3]. 참고문헌 [4]에 의해 처음으로 도입된 SLB는 두 개의 안테나, 즉 주 안테나와 보조 안테나와, 각 수신기 채널로 구성된다. SLB의 이상적인 안테나 이득 패턴은 그림 1에서 보이듯이 주 안테나의 주엽은 좁고 높은 이득을 가져야 하고, 부엽의 이득 ($\bar{\omega}^2$)은 충분히 낮아야 한다. 반면, 보조 안테나의 빔 패턴은 전방향성을 갖는 빔 패턴을 가지며, 주 안테나의 주엽보다 낮고 부엽보다는 큰 이득(ω^2)을 가져야 한다. 이러한 빔 패턴으로 인해, 표적신호가 주엽으로 수신될 때에는 주 채널의 출력이 보조 채널의 출력보다 더 크고, 순간적인 간섭신호가 부엽으로 수신될 때

에는 주 채널의 출력보다 보조 채널의 출력이 더 크게 된다. 두 채널 출력의 차 혹은 비율이 차단 논리 회로에 입력되고 정해진 차단 문턱치와 비교하여 수신된 신호의 차단여부를 결정하게 된다 [5],[6].

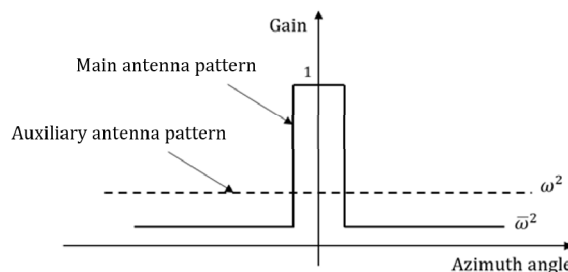


그림 1 SLB의 이상적인 안테나 빔 패턴

Fig. 1 Ideal antenna beam pattern of SLB.

SLB의 성능 결정은 그림 1을 기반으로 해석적으로 계산할 수 있다. 표적 추적 시 표적의 선회 및 기동에 의하여 RCS가 fluctuation하는 현상이 발생한다 [7]. 이러한 경우의 확률적 접근 방식은 임의의 펄스 중점 수와 감마 분포에 기반을 둔 표적의 fluctuation 모델을 포함한다. 본 논문에서는 표적의 반사신호의 크기가 generalized Chi 혹은 generalized Gamma 랜덤 변수로 모델링 된 generalized Swerling-Chi 분포를 가정하였다. 참고문헌 [1]에서 제시한 확률 함수 표현식 중 fluctuation하

† Corresponding Author : Dept. of Electronic Convergence Engineering, Kwangwoon University, Korea.
 E-mail: yschung@kw.ac.kr

* Dept. of Electronic Convergence Engineering, Kwangwoon University, Korea.

** Agency for Defense Development

Received : May 30, 2017; Accepted : July, 21, 2017

는 표적과 재머(간섭신호)에 대한 확률 식을 해석적인 수식으로 유도 하였으나 무한 합, 무한 적분 등이 포함되어 있다. 게다가 이러한 무한적분을 포함한 다중 무한 합의 수렴속도가 느려 많은 연산량과 시간이 요구된다. 또한, 시뮬레이션을 위한 무한 합 연산에서 컴퓨터에서 오버플로우 (overflow) 등에 의한 계산오류가 발생할 가능성이 있다.

이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 Matrix Pencil Method (MPM)을 이용하여 무한 적분을 포함한 다중 무한 합을 감쇄하는 정현함수의 유한한 합으로 표현하여 정확한 계산을 실시하였다. MPM 기법은 수신신호 벡터의 고유치를 통해 신호성분만을 선택한 후 고유치 문제를 풀어서 정현함수의 파라미터를 추정하는 기법이다[8].

본 논문의 본론 2장에서는 탐지 및 차단 확률함수를 소개하고, 3장에서는 MPM에 대해 설명하며, 4장에서는 시뮬레이션 결과를 보인다. 그리고 5장에서 결론을 맺는다.

2. SLB의 탐지 및 차단 확률

본 논문에서 SLB 시스템의 탐지 및 차단 확률 계산식과 표적 모델은 참고문헌 [1]을 따른다. Farina는 4가지 경우의 일반화된 확률 함수를 다음과 같이 구별하였다.

- 1) non-fluctuation 차단확률
- 2) non-fluctuation 탐지확률
- 3) fluctuation 차단확률
- 4) fluctuation 탐지확률

위의 3), 4)에 해당하는 fluctuation 모델에 대한 확률은 1), 2)에 해당하는 non-fluctuation 모델에 대한 식을 기반으로 유도 된다.

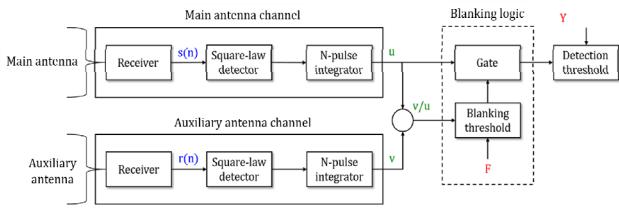


그림 2 SLB 블록 다이어그램

Fig. 2 Block diagram of SLB

SLB 시스템은 세 가지의 가설 검정을 따르는데, H_0 은 잡음만 존재하는 경우, H_1 은 주엽 방향에 표적신호만 존재하는 경우, H_2 는 부엽 방향에 표적신호와 간섭신호가 존재하는 경우이다. 여기서, 간섭신호는 재머신호이다. 그림 2의 블록도에서 알 수 있듯이, N 개의 펄스를 송신 하고, 주 채널과 보조 채널의 수신기를 통과한 펄스 샘플들을 $s(n)$ 과 $r(n), n = 1, \dots, N$ 이라고 할 때, square-law detector와 pulse integrator를 거친 후의 주 채널 출력을 u , 보조채널 출력을 v 라고 하고, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u = \frac{1}{2\sigma_w^2} \sum_{n=1}^N |w_s(n) + U(n)e^{j\phi_s(n)}|^2 \quad (1)$$

$$v = \frac{1}{2\sigma_w^2} \sum_{n=1}^N |w_r(n) + V(n)e^{j\phi_r(n)}|^2 \quad (2)$$

여기서 $w_s(n)$ 과 $w_r(n)$ 은 주 채널과 보조 채널의 잡음으로, 독립 항등 분포 (IID: independent and identically distributed)이고 평균의 제곱 값이 $2\sigma_w^2$ 인 가우시안 랜덤변수이다. $U(n)e^{j\phi_s(n)}$ 과 $V(n)e^{j\phi_r(n)}$ 는 세 가지의 가설 검정에 따라 다음과 같이 나뉜다.

$$\begin{cases} H_0 : U(n)e^{j\phi_s(n)} = 0, & V(n)e^{j\phi_r(n)} = 0 \\ H_1 : U(n)e^{j\phi_s(n)} = A(n)e^{j\phi_A(n)} \\ & V(n)e^{j\phi_r(n)} = \omega A(n)e^{j\phi_A(n)} \\ H_2 : U(n)e^{j\phi_s(n)} = A(n)e^{j\phi_A(n)} + C(n)e^{j\phi_C(n)} \\ & V(n)e^{j\phi_r(n)} = \omega A(n)e^{j\phi_A(n)} + \beta C(n)e^{j\phi_C(n)} \end{cases} \quad (3)$$

이 때, $A(n)$ 과 $\phi_A(n)$ 은 표적신호의 크기와 위상, $C(n)$ 과 $\phi_C(n)$ 은 재머신호의 크기와 위상이고, $\beta = \omega/\bar{\omega}$ 는 보조안테나 레벨 ω 와 주 안테나의 PSLL (peak sidelobe level) $\bar{\omega}$ 의 비율이다. H_1, H_2 인 경우, 식 (4)와 같이 자유도가 N 이고 non-central 파라메타가 U, V 인 독립 복소 non-central Chi-square 랜덤변수의 분포를 갖는다. Non-central 파라메타 U, V 는 식 (5)와 같다.

$$\begin{cases} p_u(u|H_i, N; U) = \left(\frac{u}{U}\right)^{(N-1)/2} e^{-u-U} I_{N-1}(2\sqrt{uU}) \\ p_v(v|H_i, N; V) = \left(\frac{v}{V}\right)^{(N-1)/2} e^{-v-V} I_{N-1}(2\sqrt{vV}) \end{cases} \quad (4)$$

$u \geq 0, v \geq 0, i = 1, 2$

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2\sigma_w^2} \sum_{n=1}^N U^2(n) \\ V = \frac{1}{2\sigma_w^2} \sum_{n=1}^N V^2(n) \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $I_{n-1}(x)$ 는 $n-1$ 차 제 1종 변형 베셀 (Bessel) 함수이고, 무한급수로 표현된 식은 식 (6)과 같다.

$$I_{n-1}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+n)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n-1} \quad (6)$$

가설 H_1 에서 표적신호만 존재하기 때문에 $U=S, V=\omega^2 S$ 이고, 가설 H_2 에서는 재머신호만 존재하기 때문에 $A(n)=0, U=J, V=\beta^2 J$ 이며, S 와 J 는 각각 신호 대 잡음 비(SNR, signal to noise ratio)와 재머신호 대 잡음 비(JNR, jammer to noise ratio)를 의미한다.

참고문헌 [4]에 의하면 SLB의 성능을 평가하기 위해 그림 3과 같이 두 채널의 출력 쌍 (u, v) 을 $u-v$ 평면상에 나타낼 수 있고, 차단 및 탐지 문턱치에 의해 차단 영역(BI), 탐지영역(Dt),

null 영역(Nu)의 세 영역에 대한 확률 식을 유도할 수 있다. 이들 영역은 다음과 같은 조건일 때 나뉘며, F 는 차단 문턱치, Y 는 탐지 문턱치다.

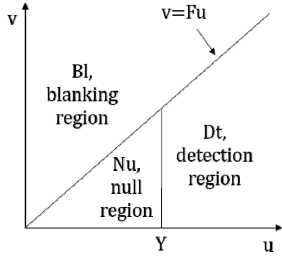


그림 3 u-v 평면

Fig. 3 u-v plane

$$\begin{cases} \text{Bl} = \{(u, v) : v > Fu, u \geq 0\} \\ \text{Dt} = \{(u, v) : 0 \leq v \leq Fu, u \geq Y\} \\ \text{Nu} = \{(u, v) : 0 \leq v \leq Fu, u < Y\} \end{cases} \quad (7)$$

차단 영역에서 보조 채널의 출력 v 는 Fu 보다 커야하고, 이러한 조건에 부합하는 일반적인 차단 확률 P_{GB} 는 식 (8)와 같다. 반면, 탐지영역에서는 출력 u 가 탐지 문턱치보다 커야하고 ($u \geq Y$), 주 채널이 차단되지 않아야 한다($v \leq Fu$). 이러한 결과로 일반적인 탐지확률 P_{GD} 는 식 (9)와 같다.

$$P_{GB}(N, U, V, F | H_i) = \Pr\{(u, v) \in \text{Bl} | H_i\} = \Pr\{v > Fu, u \geq 0 | H_i\} \quad (8)$$

$$P_{GD}(N, U, V, F, Y | H_i) = \Pr\{(u, v) \in \text{Dt} | H_i\} = \Pr\{0 \leq v \leq Fu, u \geq Y | H_i\} \quad (9)$$

여기서 $i = 1, 2, 3$ 을 의미한다.

2.1 Non-Fluctuation 표적과 재머에 대한 확률

Fluctuation 표적과 재머에 대한 차단 및 탐지확률은 non-fluctuation 표적과 재머에 대한 차단 및 탐지확률로부터 유도된다. 따라서 non-fluctuation 표적과 재머에 대한 확률을 살펴본다.

Non-fluctuation 표적과 재머에 대한 일반적인 차단 확률은 식 (10)으로 다음과 같이 표현된다[1].

$$\begin{aligned} P_{GB}(N, U, V, F | H_i) &= Q_1(a_0, b_0) \\ &- \left(1 - \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \binom{2N-1}{n} F^n}{(1+F)^{2N-1}}\right) (Q_1(a_0, b_0) + Q_1(b_0, a_0) - 1) \\ &+ \frac{1}{(1+F)^{2N-1}} \left(\sum_{n=2}^N \binom{2N-1}{N-n} F^{N-n} (Q_n(a_0, b_0) + Q_1(a_0, b_0))\right) \\ &- \frac{1}{(1+F)^{2N-1}} \left(\sum_{n=2}^N \binom{2N-1}{N-n} F^{N-n} (Q_n(b_0, a_0) + Q_1(b_0, a_0))\right) \end{aligned} \quad (10)$$

이 때,

$$a_0 = \sqrt{\frac{2V}{1+F}} \quad (11)$$

$$b_0 = \sqrt{\frac{2UF}{1+F}} \quad (12)$$

$$Q_n(a, b) = \int_b^\infty \frac{t^n}{a^{n-1}} \exp\left(-\frac{t^2+a^2}{2}\right) I_{n-1}(at) dt \quad (13)$$

$Q_n(a, b)$ 는 n 차 generalized Marcum Q-function이다. 이에 근거하여 가설 검정에 따라 식 (14)와 같이 부엽으로 재머신호만 들어올 때 이를 차단할 확률 P_B , 주엽으로 표적신호가 들어올 때 표적을 차단할 확률 P_{TB} , 두 채널에 잡음만 존재할 때에 잡음만 차단할 확률 P_{FB} 를 구할 수 있다.

$$\begin{cases} P_B(N, J, \beta, F) = P_{GB}(N, J, \beta^2 J, F | H_2, A(n) = 0) \\ P_{TB}(N, S, \omega, F) = P_{GB}(N, S, \omega^2 S, F | H_1) \\ P_{FB}(N, F) = P_{GB}(N, 0, 0, F | H_0) \end{cases} \quad (14)$$

유사하게, non-fluctuation 표적과 재머에 대한 일반적인 탐지 확률은 식 (15)와 같고, 이에 근거한 주엽으로 표적신호가 들어올 때 표적을 탐지할 확률 P_D , 부엽으로 재머신호만 들어올 때 표적신호라고 탐지할 확률 P_{FT} , 두 채널에 잡음만 존재할 때 표적신호라고 탐지하는 오 경보확률 P_{FA} 는 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} P_{GD}(N, U, V, F, Y | H_i) &= Q_N(\sqrt{2U}, \sqrt{2Y}) \\ &- \int_Y^\infty p_u(u | H_i, N, U) Q_N(\sqrt{2V}, \sqrt{2Fu}) du \\ &= Q_N(\sqrt{2U}, \sqrt{2Y}) - P_{GB}(N, U, V, F | H_i) \\ &+ \int_0^Y p_u(u | H_i, N, U) Q_N(\sqrt{2V}, \sqrt{2Fu}) du \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{cases} P_D(N, S, \omega, F, Y) = P_{GD}(N, S, \omega^2 S, F, Y | H_1) \\ P_{FT}(N, J, \beta, F, Y) = P_{GD}(N, J, \beta^2 J, F, Y | H_2, A(n) = 0) \\ P_{FA}(N, F, Y) = P_{GD}(N, 0, 0, F, Y | H_0) \end{cases} \quad (16)$$

여기서 P_{FA} 와 탐지 문턱치 Y 는 식 (17)과 같은 관계가 있다.

$$P_{FA}(N, F, Y) = e^Y \sum_{n=0}^N \frac{Y^n}{n!} \quad (17)$$

2.2 Fluctuation 표적과 재머에 대한 확률

Fluctuation 모델을 정의할 때, 참고문헌 [9]에서 일반화된 Swerling-Chi 모델을 사용했다. 각 펄스마다 돌아오는 신호 $U(n)$ 의 크기는 일반화된 Chi 랜덤 변수로 정의되는데, 이는 곧 $U^2(n)$ 은 Gamma 분포라는 것을 의미하고 그 확률밀도함수는 식 (18)와 같다. $\xi_n = \Omega_n / \alpha_n$ 는 형상모수로, Ω_n 과 α_n 은 Chi 분포의 척도모수, 형상모수이다.

$$f_{U^2(n)}(x) = \frac{x^{\alpha_n-1} e^{-x/\xi_n}}{\xi_n^{\alpha_n} \Gamma(\alpha_n)}, \quad x > 0, n = 1, \dots, N \quad (18)$$

$U^2(n)$ 이 독립이지만 꼭 항등 분포가 아닌 Gamma 분포일 때 식 (5)에서 보인 U 에 대한 닫힌 형태의 확률밀도함수를 식 (19)와 같이 표현한다[10].

$$f_U(x) = \prod_{n=1}^N \left(\frac{\xi_n}{\xi_n} \right)^{\alpha_n} \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k \frac{x^{\bar{\alpha}+k-1} e^{-x/\gamma_1}}{\gamma_1^{\bar{\alpha}+k} \Gamma(\bar{\alpha}+k)}, \quad x > 0 \quad (19)$$

여기서

$$\bar{\alpha} = \sum_{n=1}^N \alpha_n \quad (20)$$

$$\xi_1 = \min_n \{ \xi_n \} \quad (21)$$

$$\gamma_1 = \frac{\xi_1}{2\sigma_W^2} \quad (22)$$

이다. 이 때, δ_k 는 식 (23)처럼 회귀적인 공식으로 표현된다.

$$\begin{cases} \delta_0 = 1, \\ \delta_{k+1} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \left[\sum_{n=1}^N \alpha_n \left(1 - \frac{\xi_1}{\xi_n} \right)^i \right] \delta_{k+1-i} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

이러한 확률을 표현할 때 fluctuation 표적과 재머에 대한 fluctuation 계수를 $T = (\alpha_n, \xi_n)_{n=1}^N$ 라 정의한다.

Fluctuation 표적과 재머에 대한 일반적인 차단 확률 P_{GBF} 는 식 (10)과 식 (19)을 식 (24)의 우변에 대입하고 간단한 대수적 조작을 하여 식 (26)로 얻어진다.

$$P_{GBF}(N, \zeta, F, T | H_i) = \int_0^\infty P_{GB}(N, x, \zeta^2 x, F | H_i) f_U(x) dx \quad (24)$$

$$\begin{cases} H_0 : \zeta^2 = 1 \\ H_1 : \zeta^2 = \omega^2 \\ H_2 : \zeta^2 = \beta^2 \end{cases} \quad (25)$$

$$P_{GBF}(N, \zeta, F, T | H_i) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k P_{GBF,k} \quad (26)$$

이 때, $d_{GBF,k}$ 는 fluctuation 계수에 의해 결정되어 식 (27)로 표현되고, $P_{GBF,k}$ 는 식 (28)과 같다.

$$d_k = \delta_k \prod_{n=1}^N \left(\frac{\xi_1}{\xi_n} \right)^{\alpha_n} \quad (27)$$

$$P_{GBF,k} = \int_0^\infty P_{GB}(N, x, \zeta^2 x, T | H_i) \frac{x^{\bar{\alpha}+k-1} e^{-x/\gamma_1}}{\gamma_1^{\bar{\alpha}+k} \Gamma(\bar{\alpha}+k)} dx \quad (28)$$

따라서 부엽으로 들어오는 fluctuation 재머신호를 차단할 확률 P_{BF} 와 주엽으로 들어오는 fluctuation 표적신호를 차단할 확률 P_{TBF} 는 식 (26)에 다음과 같이 대입하여 구할 수 있다.

$$\begin{cases} P_{BF}(N, \beta, F, T) = P_{GBF}(N, \beta, F, T | H_2, A(n) = 0) \\ P_{TBF}(N, \omega, F, T) = P_{GBF}(N, \omega, F, T | H_1) \end{cases} \quad (29)$$

비슷하게, fluctuation 표적과 재머에 대한 일반적인 탐지 확률 P_{GDF} 는 식 (15)와 식 (19)을 식 (30)의 우변에 대입하고 간단한 대수적 조작을 하여 식 (31)으로 얻는다.

$$\begin{aligned} P_{GDF}(N, \zeta, F, Y, T | H_i) \\ = \int_0^\infty P_{GD}(N, x, \zeta^2 x, F, Y | H_i) f_U(x) dx \end{aligned} \quad (30)$$

$$P_{GDF}(N, \zeta, F, Y, T | H_i) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k P_{GDF,k} \quad (31)$$

이 때, ζ^2 은 식 (25)의 조건과 같고, $P_{GDF,k}$ 는 다음과 같다.

$$P_{GDF,k} = \int_0^\infty P_{GD}(N, x, \zeta^2 x, F, Y | H_i) \frac{x^{\bar{\alpha}+k-1} e^{-x/\gamma_1}}{\gamma_1^{\bar{\alpha}+k} \Gamma(\bar{\alpha}+k)} dx \quad (32)$$

따라서 fluctuation 표적을 탐지할 확률 P_{DF} , fluctuation 재머를 탐지할 확률 P_{TF} 를 식 (31)에 대입하여 다음 식 (33)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} P_{DF}(N, \omega, F, Y, K) = P_{GDF}(N, \omega, F, Y, K | H_1) \\ P_{TF}(N, \beta, F, Y, K) = P_{GDF}(N, \beta, F, Y, K | H_2, A(n) = 0) \end{cases} \quad (33)$$

3. Matrix Pencil Method 기반의 무한 합 연산 알고리즘

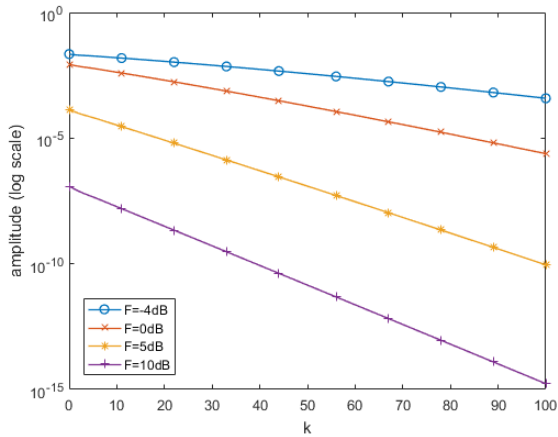
본 장에서는 2장에서 언급한 확률들을 연산할 때 발생한 문제점과 이를 해결하기 위해 MPM을 이용한 연산 방법에 대해 기술한다.

3.1 연산 시 발생하는 문제점

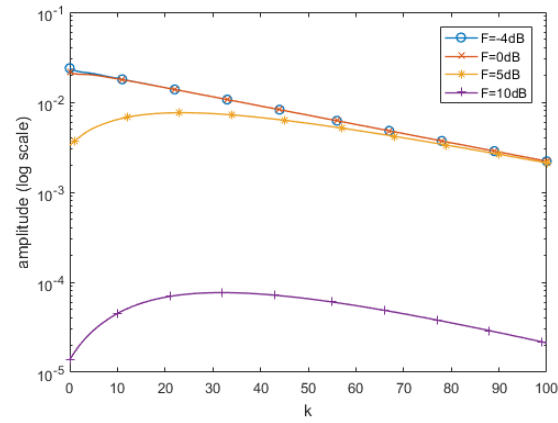
연산의 편리성을 위해 앞의 식 (26)와 식 (31)의 공통적인 항을 식 (34)처럼 정리할 수 있고, 그러면 식 (26)와 식 (31)을 아래 수식 (35), (36)과 같이 새로 쓸 수 있다.

$$c(k) = \frac{d_k}{\gamma_1^{\bar{\alpha}+k} \Gamma(\bar{\alpha}+k)} \quad (34)$$

$$P_{GBF}(N, \zeta, F, T | H_i) = \sum_{k=0}^{\infty} c(k) P_{GBF,k}' \quad (35)$$



(a) 표적신호



(b) 재머신호

그림 4 식 (34)와 (37)의 곱셈 연산 결과 (로그 스케일)
Fig. 4 Multiplication of (34) and (37) (log-scale).

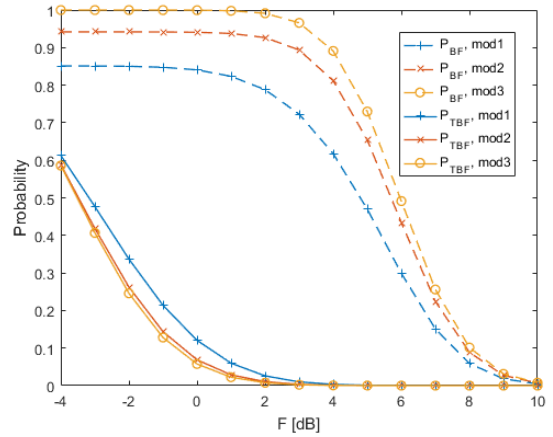
$$P_{CDF}(N, \zeta, F, Y, T | H_i) = \sum_{k=0}^{\infty} c(k) P_{GBF,k}' \quad (36)$$

$$P_{GBF,k}' = \int_0^{\infty} P_{GB}(N, x, \zeta^2 x, F | H_i) x^{\bar{\alpha}+k-1} e^{-x/\gamma_1} dx \quad (37)$$

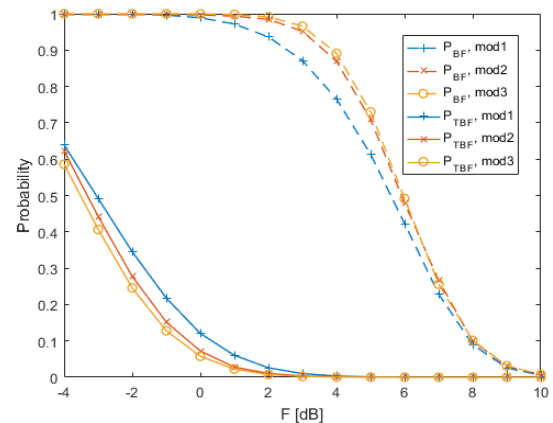
$$P_{CDF,k}' = \int_0^{\infty} P_{CD}(N, x, \zeta^2 x, F, Y | H_i) x^{\bar{\alpha}+k-1} e^{-x/\gamma_1} dx \quad (38)$$

식 (35)와 식 (36)에서 알 수 있듯이, 확률을 구할 때에 무한 적분을 포함한 무한 합 연산이 필요하다. 함수 내의 항들이 빠르게 수렴하는 함수라면 합산 및 적분 구간을 적절히 설정하면 충분히 수렴한 결과를 얻을 수 있으나, 느리게 수렴하는 함수라면 합이나 적분 구간을 충분히 큰 값으로 설정하여 연산해야 한다.

따라서 무한 적분이 포함된 무한 합 함수의 수렴도를 확인하기 위한 시뮬레이션을 진행하였다. $N=8$, $SNR_f = 10$ dB, $JNR_f = 10$ dB, $\omega = -15$ dB, $\beta = 4$ dB, $F = -4 \sim 10$ dB, $\alpha = 1$ 이고, 표적의 모델은 표 1의 mod1을 사용하였다. SNR_f 와 JNR_f 는 각



(a) MPM 적용 전



(b) MPM 적용 후

그림 5 차단 영역에서의 확률 (P_{BF} , P_{TBF})
Fig. 5 Probabilities in blanking region.

표 1 Fluctuation RCS 모델
Table 1 Models of fluctuation RCS

Mod. number	η_m
1	$\eta_n = \frac{1}{50} [1, 1, 1, 1, 1, 1, 43]$
2	$\eta_n = \frac{1}{50} [1, 1, 1, 2, 10, 9, 13, 13]$
3	$\eta_n = \frac{1}{8} [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$

각 fluctuation하는 표적과 재머의 SNR과 JNR로, 식 (39)로 표현된다.

$$\begin{cases} SNR_f = E \left[\frac{1}{2\sigma_W^2} \sum_{n=1}^N A_n^2 \right] = \frac{\bar{\Omega}_s}{2\sigma_W^2} \\ JNR_f = E \left[\frac{1}{2\sigma_W^2} \sum_{n=1}^N C_n^2 \right] = \frac{\bar{\Omega}_r}{2\sigma_W^2} \end{cases} \quad (39)$$

위와 같은 시뮬레이션 환경에서 그림 4와 같이 차단 문턱치 별로 식 (34)와 식 (37)을 곱하였다. 그림 4(a)는 표적신호(SNR_f , ω , P_{TBF})일 때이고, 그림 4(b)는 재머신호(JNR_f , β , P_{BFF})일 때를 로그 스케일로 나타내었다. 최종적으로 차단영역의 확률(P_{TBF} , P_{BFF})은 k 에 대하여 합산하여 얻는다.

그림 5(a)와 그림 5(b)는 MPM을 적용하기 전후의 결과이다. 두 그림을 비교하였을 때, P_{TBF} 보다 P_{BFF} 의 변화가 더 큰 것을 알 수 있다. 이는 그림 4(a)와 그림 4(b)의 y 축 범위에서 알 수 있듯이, 표적신호에 대한 함수의 기울기가 크게 감소하기 때문에 k 가 증가할수록 충분히 작은 값을 가지므로 합산을 할 때 큰 영향을 끼치지 않음이라고 볼 수 있다. 반면, 재머신호에 대한 함수는 기울기가 비교적 작다. 그러므로 k 의 값을 증가시키면 합 구간이 길어지고 지수함수의 tail부분이 계속 더해져서 결과에 가까워지지만, 특정 구간을 초과하면 연산이 불가능하게 된다. 결과적으로 수치적인 합 연산을 통해서는 유한한 급수 k 에 대한 결과만 얻어낼 수 있으며 이는 확률 계산에 오차를 발생시킨다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 MPM을 사용하였고, 다음 절에서 소개하기로 한다.

3.2 Matrix Pencil Method 기반 데이터 extrapolation

그림 4(a)와 그림 4(b)를 통해 식 (34)와 식 (37)을 곱한 결과가 k 에 대하여 수렴하는 과정에서 감소하는 정현지수함수(exponentially decaying sinusoidal function)의 형태를 갖는 것을 확인할 수 있다. 본 논문에서는 해당 데이터가 유한한 개수의 지수함수의 합으로 표현된다는 가정 하에 각 지수함수의 파라메타를 추출하여 k 에 대한 함수로 표현하여 외삽(extrapolation)을 하고, 무한 합을 수행하였다.

식 (35), (36)으로 얻어진 M 샘플의 데이터는 아래와 같이 K 개의 지수함수의 합으로 표현할 수 있다.

$$y(m) = \sum_{k=1}^K a_k z_k^m, \quad m = 0, \dots, M-1 \quad (40)$$

$$z_k \equiv \exp(-\rho_k + j\omega_k) \quad (41)$$

여기서 M 은 샘플 개수를 의미하며 a_k 는 k 번째 감쇠 지수함수의 진폭, ρ_k 및 ω_k 는 k 번째 정현지수함수의 감쇠상수 및 각 주파수를 의미한다. 이때, z_k 를 k 번째 pole이라고 한다. 식 (40)에서 얻어진 $y(n)$ 을 이용하여 아래와 같이 Hankel 행렬을 구성할 수 있다.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(L) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(L+1) \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ y(M-L-1) & y(M-L) & \dots & y(M-1) \end{bmatrix}_{(M-L) \times (L)} \quad (42)$$

식 (42)에서 L 은 pencil 계수로써 일반적으로 $M/3$ 근처의 정수 값을 사용한다. 또한, K 개의 신호를 추정하기 위해선 $K \leq L \leq M-K$ 의 조건을 만족하여야 한다[11]. 위에서 얻은 Hankel 행렬의 마지막 열을 제거한 행렬을 \mathbf{Y}_0 , 첫 번째 열을 제거한 행렬을 \mathbf{Y}_1 이라고 할 때 각 행렬은 아래와 같이 나타낼

수 있다.

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}_L \mathbf{A} \mathbf{Z}_R \quad (43)$$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Z}_L \mathbf{A} \mathbf{Z}_d \mathbf{Z}_R \quad (44)$$

여기서,

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{M-L-1} & z_2^{M-L-1} & \dots & z_K^{M-L-1} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{Z}_R = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{(L-1)} \\ 1 & z_2 & \dots & z_2^{(L-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_K & \dots & z_K^{(L-1)} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{Z}_d = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_K) \quad (47)$$

$$\mathbf{A} = \text{diag}(a_1, a_1, \dots, a_K) \quad (48)$$

이다.

이 때 pole의 정보를 보유하고 있는 \mathbf{Z}_d 를 추정하기 위한 방법으로 $\mathbf{Y}_0^\dagger \mathbf{Y}_1$ 의 고유치 해석 방법이 있다. $(\cdot)^\dagger$ 는 Moore-Penrose pseudo inverse를 의미한다. 그러나 수신신호에 잡음이 포함되어 있으면 \mathbf{Z}_d 에 신호뿐만 아니라 잡음에 대한 정보가 함께 포함되므로 신호의 개수 K 에 대한 추정이 필요하다. 이를 위해 행렬 \mathbf{Y} 의 고유치를 이용한다. 행렬 \mathbf{Y} 에 Singular Value Decomposition (SVD)를 적용하면 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (49)$$

\mathbf{U} 와 \mathbf{V} 는 unitary 행렬이고, $\mathbf{\Sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K, \dots, \sigma_L\}$ 는 \mathbf{Y} 의 고유치를 포함하는 대각행렬이 된다. 일반적으로 좋은 SNR 환경에서 행렬 $\mathbf{\Sigma}$ 의 고유치는 잡음대비 K 개의 우위의(dominant) 값을 갖고, 나머지 고유치들은 매우 작은 값을 갖는다. 이 때, 임계값 이상의 고유치의 수를 원신호의 개수 K 라고 정한다. 이를 통해 식 (49)의 위의 과정을 통해 행렬 \mathbf{U} 의 K 개의 행만 선택하여 새로운 행렬 $\tilde{\mathbf{U}}$ 를 생성하게 된다. 이를 이용하여 다음과 같은 식을 통해 고유치 벡터 $\{\mathbf{z}_k\}$ 를 얻어낼 수 있다.

$$\{\mathbf{z}_k\} = \text{eig}(\tilde{\mathbf{U}}_0^\dagger \tilde{\mathbf{U}}_1) \quad (50)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{U}}_0$ 와 $\tilde{\mathbf{U}}_1$ 은 각각 $\tilde{\mathbf{U}}$ 의 마지막 행과 첫 번째 행이 삭제된 행렬이다. $\text{eig}(\cdot)$ 는 고유치를 구하는 연산을 의미한다.

추정된 k 번째 pole \mathbf{z}_k 와 $y(n)$ 을 이용하여 아래 식의 최소자승법 문제를 풀어내면 a_k 를 얻어낼 수 있다.

얻어진 파라메타를 통해 식 (35), (36)를 지수함수의 합으로 정의할 수 있으며, 이를 k 에 대하여 무한 합 연산을 수행함으로써 확률 값을 얻어낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{M-1} & z_2^{M-1} & \dots & z_K^{M-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(M-1) \end{bmatrix} \quad (51)$$

4. 시뮬레이션 결과

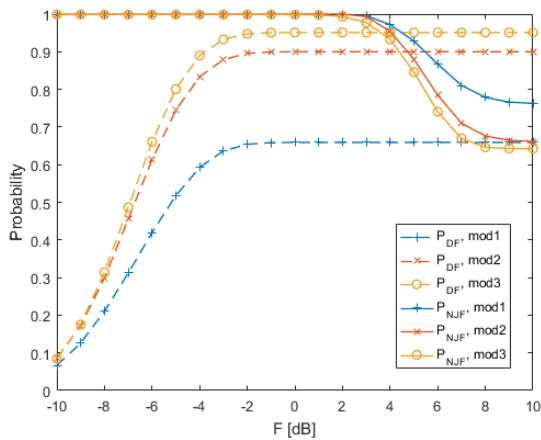
본 장에서는 표적과 재머 모델에 따른 SLB의 성능 평가를 위해 MPM을 적용한 연산 결과를 보인다. Non-fluctuation 표적과 재머 모델에 대한 확률 식은 비교적 간단하고 문제없이 구할 수 있었기 때문에, 문제점이 발생했던 fluctuation 모델에 대해서만 다루고자 한다. 또한 차단 영역에서 MPM을 적용한 결과는 본 논문의 Ⅲ장에서 언급하였으므로 탐지 영역에서의 시뮬레이션 결과를 보이고자 한다.

Fluctuation 모델 설정을 위해 식 (18)의 형상 모수 ξ_n 에 대해, $\Omega_n = \bar{\Omega}_n$ 으로 이때 $\bar{\Omega}_n$ 은 수신신호의 평균 제곱 값 역할을

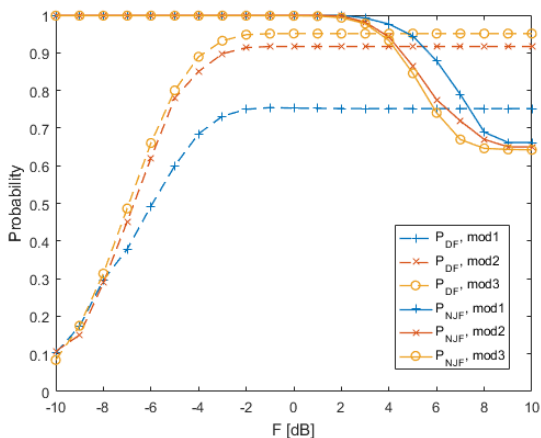
하고, α_n 은 각 펄스에 대해 동일하다고 가정하여 $\alpha_n = \alpha$, $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 로 설정하였다. 이 때 η_n 은 fluctuation 모델의 RCS 역할을 하고, $\sum_{n=1}^N \eta_n = 1$ 이며, 표 1과 같이 세 가지 모델을 설정하였다[1].

그림 6은 탐지 영역에서 $N=8$, $P_{FA}=10^{-4}$, $SNR_T=15$ dB, $JNR_T=10$ dB, $\omega=0$ ($=-\infty$ dB), $\beta=4$ dB, $\alpha=1$ 일 때의 확률을 나타내는데, 표 1의 fluctuation 모델에 대해 차단 문턱치 F 에 따른 표적을 탐지할 확률 P_{DF} 과 재머를 탐지하지 않을 확률 $P_{NJF}=1-P_{FTF}$ 을 보여준다. 여기서 P_{FTF} 는 표적이 아닌 신호를 표적으로 잘못 탐지할 확률이다.

그림 6(a)은 MPM을 적용하지 않은 결과이고, 그림 6(b)는 MPM을 적용한 결과이다. 기존 논문의 시뮬레이션 환경에서는 $P_{FA}=10^{-4}$ 로 설정하였다고 기재되어 있는데, 본 논문에서 분석한 결과 이 값은 수치오류로 $P_{FA}=10^{-3}$ 으로 설정하여야 기존 논문의 결과와 동일한 결과를 얻을 수 있었다.



(a) MPM 적용 전



(b) MPM 적용 후

그림 6 탐지 영역에서의 확률 (P_{DF} , P_{NJF})
Fig. 6 Probabilities in detection region.

5. 결 론

본 논문에서는 Matrix Pencil Method를 적용한 SLB 시스템의 전반적인 확률 계산 방법을 기술하였다. Fluctuation 신호의 해석적인 차단 및 탐지 확률 식은 수렴속도가 느린 함수이고, 무한 적분이 포함된 무한 합의 연산이 어려워 시간이 오래 걸리고, 연산이 불가능한 경우가 생긴다. 이러한 문제를 해결하기 위해 확률 식의 적은 구간을 샘플링하고 MPM을 적용하여 데이터를 추정하였다. 본 연구의 결과는 차후 차세대 레이더인 능동 위상 배열 레이더(AESA radar: Active Electronically Scanned Array radar)에 적용할 예정이다. AESA 레이더는 전자적으로 레이더 빔을 조향할 수 있으며, 빠른 스캔 속도, 다중 빔 형성, 탐지 거리 및 탐지 범위 확대 등 다양한 이점이 많지만, 조향에 따라 빔 폭이 넓어지고 빔 조사 영역이 변화하며 스캔손실(scan loss)에 따라 이득이 감소하는 단점이 있다[12,13]. 향후, 이러한 영향을 반영한 SLB의 파라미터를 최적화 하는 성능 분석 연구가 필요하다.

감사의 글

본 연구는 국방과학연구소(계약번호 UD160001 FD)의 연구비 지원에 의한 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

References

[1] G. Cui, A. Farina, "Sidelobe blanking with generalized Swerling-Chi fluctuation models", IEEE Trnas. Aerospace and Electronic Systems, vol. 49, no. 2, pp. 982-1005, Apr. 2013.

[2] D. A. Shnidman, S. S. Toumodge, "Sidelobe blanking with integration and target fluctuation", IEEE Trans. Aerospace and Electronic systems, vol. 38, no. 3, pp. 1023-1037, July, 2002.

[3] K. J. Oh, H. Y. Lee, S. J. Kim, Y. S. Chung, C. Y. Cheon, "A study on wideband adaptive beamforming using Taylor weighting and LSMI algorithm", The Transactions of The Korean Institute of Electrical Engineers, 62(3), pp. 380-386, 2013. 3.

[4] L. Maisel, "Performance of sidelobe blanking systems", IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-4, no. 2, pp. 174-180, Mar. 1968.

[5] A. Farina, Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems, Norwood, MA: Artech House, 1992.

[6] E. J. Yang, I. T. Han, J. H. Song, H. Y. Lee, D. J. Yeom, "Adaptive sidelobe blanker for interference environment", Journal of Electromagnetic Engineering and Science, 26(3), pp. 317-325. 2015. 3.

[7] K. Y. Jung, "Estimation of the target signal intensity changes using a smoothing filter in radar tracking", CICS Information and Control Symposium 2011, pp. 418-419, 2011. 10.

[8] K. I. Lee, W. J. Kang, H. G. Yang, W. Z. Chung, J. M. Kim, Y. S. Chung, "DOD/DOA estimation for bistatic MIMO radar using 2-D matrix pencil method", Journal of Electromagnetic Engineering and Science, 25(7), pp. 782-790, 2014. 7.

[9] D. J. Lewinski, "Nonstationary probabilistic target and clutter scattering models", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-31, no. 3, pp. 490-498, May. 1983.

[10] P. G. Moschopoulos, "The distribution of the sum of independent Gamma random variables.", Annals of the Institute of Statistical Mathematics, vol. 37, pp. 541-544. 1985.

[11] T. K. Sarkar, O. Pereira, "Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 37, no. 1, pp. 48-54, 1994.

[12] C. S. Ahn, J. E. Roh, S. J. Kim, "A study on beam operation of an airborne AESA radar with uniform search performance in whole scan area", Journal of Electromagnetic Engineering and Science, 23(6), pp. 740-747, 2012. 6.

[13] H. J. Yoon, K. I. Lee, Y. S. Chung, "Wideband beamforming technique based on TTD", Proceedings of the KIEE Autumn annual conference 2016, pp. 27-28, 2016. 10.

저 자 소 개



여 민 영 (Min-Young Yeo)

2016년 광운대학교 전자융합공학과(공학사).
2016년~현재 광운대학교 전파공학과 석사과정 재학 중.
주 관심분야: 능동 위상 배열 시스템, 레이더 신호처리.



이 강 인 (Kang-In Lee)

2011년 광운대학교 전자공학과(공학사).
2011년~현재 광운대학교 전파공학과 석·박사과정 재학 중.
주 관심분야: 능동 위상 배열 시스템, 레이더 신호처리.



양 훈 기 (Hoon-Gee Yang)

1985년 연세대학교 전자공학과(공학사).
1987년 SUNY at Buffalo ECE(공학석사).
1992년 SUNY at Buffalo ECE(공학박사).
1993년~현재 광운대학교 전자융합공학과 교수.
주 관심분야: 무선 통신 시스템, UWB, RFID, 스펙트럼공학, 레이더 신호 처리.



박 규 철 (Gyu-Churl Park)

1989년 단국대학교 전자공학과(공학사).
1991년 단국대학교 전자공학과(공학석사).
2010년 충남대학교 전파공학과(공학박사).
1991년~현재 국방과학연구소 책임연구원
주 관심분야: 능동 배열 위상 레이더



정 용 식 (Young-Seek Chung)

1989년 서울대학교 전기공학과(공학사). 1991년 서울대학교 전기공학과(공학석사). 2000년 서울대학교 전기공학과(공학박사). 2003년~2006년 명지대학교 통신공학과 조교수. 2006년~현재 광운대학교 전자융합공학과 교수
주 관심분야 : 레이더 신호 처리, 전자파 수치해석 및 EMI/ EMC.