

논문 2017-12-25

추적 레이더에서 적응형 확장 칼만 필터의 성능 분석

(Performance Analysis of Adaptive Extended Kalman Filter in Tracking Radar)

송승연, 신한섭, 김대오, 고석준*

(Seungeon Song, Han-Seop Shin, Dae-Oh Kim, Seokjun Ko)

Abstract : An angle error is a factor obstructing to track accurate position in tracking radars. And the noise incurring the angle error can be divided as follows; thermal noise and glint. In general, Extended Kalman filter used in tracking radars is designed with considering thermal noise only. The Extended Kalman filter uses a fixed measurement error covariance when updating an estimate state by using ahead state and measurement. But, a noise power varies according to the range. Therefore we purposes the adaptive Kalman filter which changes the measurement noise covariance according to the range. In this paper, we compare the performance of the Extended Kalman filter and the proposed adaptive Kalman filter by considering KSLV- I (Korean Satellite Launch Vehicles).

Keywords : Radar, Monopulse radar, Adaptive extended kalman filter, Glint

1. 서 론

추적 레이더는 예리한 지향성 안테나를 통하여 매우 짧은 시간에 폭이 좁은 펄스를 연속적으로 표적에 위치시킴으로써 표적의 현재 위치를 추적하는 장치이다. 유용한 레이더 자료인 거리 (range), 고도각 (elevation angle), 방위각 (azimuth angle), 도플러 주파수 변화는 목표물의 미래 위치를 예측하는데 사용된다. 즉, 레이더는 거리, 각도, 도플러의 조합을 이용하여 추적한다 [1].

추적 과정은 우선 수신 신호의 세기를 이용하여 거리를 측정하고, 이후 측정된 거리를 바탕으로 방위각과 고도각을 측정하게 된다. 이 때 송신된 신호는 목표물에 존재하는 수많은 산란체로부터 반사되게 되는데, 이 반사되는 신호들의 합이 수신 신호가 된다. 각각의 반사되는 신호들의 위상차로 인하여 수신 신호에는 글린트가 발생하게 되고, 산란체에서

반사되는 비율들의 합이 RCS가 된다 [2]. 각 추적에서는 열잡음 (Thermal noise: Additive Gaussian noise)뿐만 아니라 글린트 잡음 (Glint noise: Non-gaussian noise)에 의해 정확한 추적에 영향을 받게 된다. 본 논문에서는 이러한 요인들을 통칭하여 잡음이라 하였다.

추적 레이더에서 각 추적은 매우 중요한 요소이다. 각 오류가 커질수록 목표물과 레이더 사이의 거리에 비례하여 레이더가 추적한 위치와 실제 목표물 사이의 오차는 더 커지게 된다. 이러한 이유로, 각 오류는 정확한 추적을 방해하는 중요한 원인이 된다. 정확한 추적을 위해서는 수신 신호의 방위각과 고도각 성분에 존재하는 다양한 잡음 (열잡음과 글린트 잡음)의 영향을 최소화하는 것이 매우 중요하다.

레이더를 이용한 추적 시스템에는 확장 칼만 필터가 널리 사용되고 있다. 확장 칼만 필터는 측정값을 입력받아 추정 값을 출력한다. 확장 칼만 필터는 과거의 예측 값과 현재의 측정값을 이용하여 추정 값을 계산하고, 이 추정 값으로 다음 시점에 예측 값을 반복적으로 계산한다 [3].

확장 칼만 필터는 잡음을 열잡음으로 가정하고, 잡음의 공분산을 고정 값으로 설정하여 동작한다. 그러나 추적 레이더에서 수신 신호에 존재하는 잡

*Corresponding Author (sjko@jejunu.ac.kr)

Received: June 23 2017, Revised: July 19 2017,

Accepted: July 24 2017.

S.E. Song, S.J. Ko: Jeju National University

H.S. Shin, D.O. Kim: KARI

* 이 논문은 2017학년도 제주대학교 교원성과지원사업에 의하여 연구되었음.

음은 열잡음뿐만 아니라 글린트 잡음도 존재하며, 특히 이들은 거리에 따라서 크게 변하게 된다. 이러한 현실적인 공분산의 차이 문제로 인해 확장 칼만 필터는 추적이 불가능한 상태가 될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 거리에 따라서 잡음 공분산이 변하는 적응형 칼만 필터를 제시한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 적응형 칼만 필터의 성능을 확장 칼만 필터와 비교한 결과를 제시하고자 한다.

본 논문의 2장에서는 확장 칼만 필터와 거리에 따라 잡음 공분산을 변환시키는 적응형 칼만 필터에 대하여 설명하고, 3장에서는 발사체의 경로와 잡음 모델링을 제시한다. 4장에서는 두 종류의 칼만 필터 결과를 비교하고, 5장에서는 본 논문의 결론을 맺고자 한다.

II. 본 론

1. 시스템 모델

직각 좌표계 (X, Y, Z) 에서 위성발사체의 궤도에 대한 역학 관계를 미분방정식으로 표현하면 다음과 같다 [4].

$$\ddot{X} = -\gamma \dot{X} + u_x + w_x \quad (1)$$

$$\ddot{Y} = -\gamma \dot{Y} + u_y + w_y \quad (2)$$

$$\ddot{Z} = -\gamma \dot{Z} + u_z + w_z \quad (3)$$

여기서 γ 는 항력계수, u_x, u_y, u_z 는 입력 값, 그리고 w_x, w_y, w_z 는 잡음이다. 잡음과 입력을 상수라 가정하면, 다음과 같은 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}(w_k + \mathbf{u}_k) \quad (4)$$

여기서,

$$\mathbf{x}_k = (X_k, \dot{X}_k, Y_k, \dot{Y}_k, Z_k, \dot{Z}_k)^T \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \Delta t \end{pmatrix} \quad (7)$$

w_k 는 잡음 벡터, \mathbf{u}_k 는 k 번째 입력값 벡터, Δt 는 k 번째와 $k+1$ 번째 입력 사이의 시간 간격이다. 레이더에서 측정되는 변수는 좌표이다. 직각 좌표와의 관계식은 다음과 같다.

$$r_k = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} \quad (8)$$

$$b_k = \tan^{-1}\left(\frac{Y_k}{X_k}\right) \quad (9)$$

$$e_k = \sin^{-1}\left(\frac{Z_k}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}}\right) \quad (10)$$

여기서 r_k, b_k, e_k 는 각각 거리, 방위각, 고도각을 의미한다. 만일 $\mathbf{z}_k = (r_k, b_k, e_k)^T$ 라 하면, \mathbf{x}_k 와의 관계식은 다음과 같다.

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)$ 행렬은 직각 좌표계와 구 좌표계 사이의 관계식으로 다음과 같다 [4].

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} \frac{X_k}{r_k} & 0 & \frac{Y_k}{r_k} & 0 & \frac{Z_k}{r_k} & 0 \\ -\frac{Y_k}{X_k^2 + Y_k^2} & 0 & \frac{X_k}{X_k^2 + Y_k^2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{X_k Z_k}{r_k^2 \sqrt{X_k^2 + Y_k^2}} & 0 & \frac{-Y_k Z_k}{r_k^2 \sqrt{X_k^2 + Y_k^2}} & 0 & \frac{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}}{r_k^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서 X_k, Y_k, Z_k 는 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 행렬의 변수로서 추적하는 목표의 k 번째 직각좌표 X, Y, Z 의 예측 값이 된다.

2. 적응형 확장 칼만 필터

비선형 시스템에 칼만 필터 알고리즘을 적용하기 위해서 일반적으로 확장 칼만 필터 알고리즘을 사용한다. 확장 칼만 필터는 그림 1과 같이 예측 과정과 추정 과정을 반복하면서 동작하게 된다. 본 논문에서 제시한 적응형 확장 칼만 필터는 기본적으로 확장 칼만 필터의 동작을 바탕으로 설계하였다.

확장 칼만 필터는 시스템 모델을 선형 모델로 근사화하여 사용하기 때문에 시스템 함수 $f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$ 는 $\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 로 계산하였다.

I 단계.

예측과정은 $k-1$ 상태의 추정 벡터 ($\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$)와 오

차 공분산 벡터 (P_{k-1})을 입력 받아 k 상태에서의 예측 벡터 (\hat{x}_k^-)와 오차 공분산 벡터 (P_k^-)를 계산한다. 여기서 윗첨자 ‘-’는 예측값을 나타낸다.

식 (5)에서와 같이, 추정 벡터와 예측 벡터는 직각 좌표계의 X, Y, Z 값과 속도를 벡터의 원소로 사용하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} \quad (13)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (14)$$

여기서 Q 는 시스템 잡음의 공분산이며, A 는 식 (6)에 정의된 것처럼 시스템 모델로 직각 좌표계에서 거리와 속도에 관한 행렬이다.

II 단계.

본 논문에서는 그림 1의 II 단계와 같이 거리에 따라 잡음 공분산이 변하는 적응형 칼만 필터 알고리즘을 사용하고자 한다.

본 논문에서 제시하는 적응형 칼만 필터는 거리에 따라서 공분산이 변하게 되는데, 이때 공분산은 거리가 멀어짐에 따라 증가하는 부분과 감소하는 부분으로 나누어진다.

II 단계에서 R_t 는 열잡음의 공분산으로 거리가 멀어짐에 따라 그 크기가 증가한다. 실제로 열잡음은 거리에 무관하게 일정하지만 AGC (Automatic Gain Controller)에 의하여 열잡음과 신호의 세기가 증가하므로 필터에 들어가는 열잡음의 크기는 다음과 같이 거리에 따라 증가하게 된다.

$$R_t = \alpha r^2 \quad (15)$$

여기서 α 는 1km에서 열잡음의 공분산을 나타낸다.

반대로, R_y 는 글린트에 대한 잡음공분산으로 거리에 따라 다음과 같이 크기가 감소하게 된다.

$$R_y = \beta / r^2 \quad (16)$$

여기서 β 는 1km에서 글린트의 공분산을 나타낸다. 결국 적응형 칼만 필터의 잡음 공분산은 이 두 공분산의 합으로 계산 된다. 다음은 거리에 따른 잡음 공분산의 변화이다.

$$R = R_t + R_y \quad (17)$$

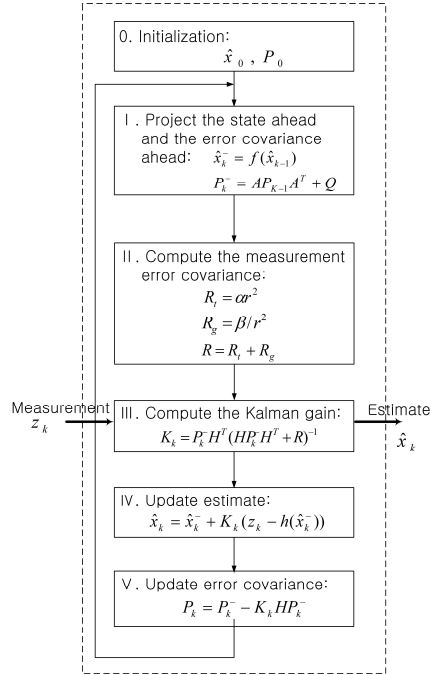


그림 1. 적응형 칼만 필터 알고리즘
Fig. 1 Adaptive EKF algorithm

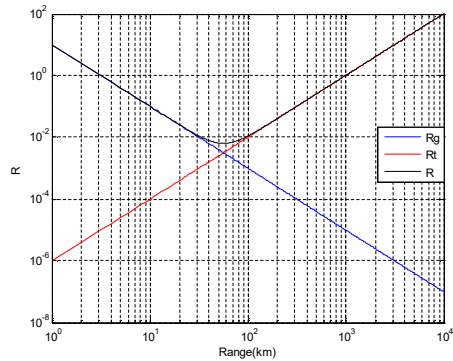


그림 2. 거리에 따른 공분산
Fig. 2 Covariance for range

그림 2는 잡음 공분산의 변화를 보여준다. 위의 결과와 같이 거리(또는 시간)에 따라 측정 잡음 공분산을 조절하므로써 추적기의 안정적인 동작을 보장할 수 있도록 하였다.

III 단계.

예측 과정 후에는 다음 같이 칼만 이득을 계산한다.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (18)$$

여기서 \mathbf{R} 은 측정 잡음의 공분산이며, \mathbf{H} 는 시스템 모델 변수로 식 (12)에 정의된 $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)$ 를 사용하였다. 확장 칼만 필터의 측정 잡음 공분산은 시간 혹은 거리에 상관없이 고정되어 있다. 하지만 추적 레이더에서 잡음의 분산은 거리에 따라 변하게 된다. 이러한 이유로, 본 논문에서는 II 단계를 추가하여 잡음 공분산이 거리에 따라 변할 수 있도록 구성하였다.

IV & V 단계.

추정과정에서 예측값과 측정값 (\mathbf{z}_k)을 이용하여 시스템 모델 변수 $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)$ 와 \mathbf{R} 을 사용하여 추정 값 ($\hat{\mathbf{x}}_k$)과 오차 공분산 (\mathbf{P}_k)을 다음과 같이 계산하게 된다 [3]. 측정값 (\mathbf{z}_k)은 거리, 방위각, 고도각을 변수로 사용한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \quad (20)$$

III. 모델링

1. 발사체 경로

본 논문에서 적응형 확장 칼만 필터의 성능을 검증하기 위해서 목표물의 움직임은 한국형 발사체 (KSLV-I)의 경로를 사용하였다 [5]. 표 1은 발사체의 상거리와 높이를 나타낸다. 발사체는 고흥 나로호 센터에서 남쪽으로 발사되었다고 가정하였다.

2. 잡음

글린트는 가우시안과 라플라시안 분포의 결합 형태를 갖는다고 가정하였으며, 참고문헌 [6, 7]에 제시된 주파수 스펙트럼을 사용하였다. 그림 3은 글린트를 생성하는 알고리즘이다 [6].

글린트의 평균 전력 σ_{ang} 은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{ang}(\text{angular mils}) = \sigma_g(m)/r(km) \quad (21)$$

여기서 σ_g 는 단위 거리에서의 글린트의 크기이다. 위 식에서 알 수 있듯이, 글린트의 평균전력은 거리에 따라 선형적으로 크기가 감소한다 [7].

표 1. KSLV-I의 시간에 따른 위치
Table 1. KSLV-I position over time

Event	Flight Time (s)	Image Distance (km)	Height (km)
Launch	0	0.1	0
Maximum thrust	0.2	0.1	0
Sonic Breakthrough	54	7.2	0.8
Fairing Jettison	215	177	245
1st Engine Burnout	229	193	303
1, 2nd Stage Jettison	232	196	316
	395	303	1052
2nd Engine Ignition	453	304	1390
Orbit	540	302	2054

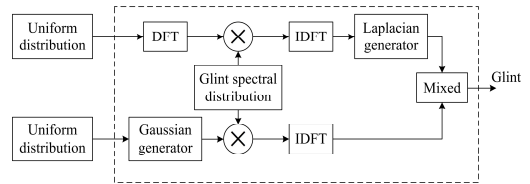


그림 3. 글린트 생성 알고리즘

Fig. 3 Generation algorithm of glint

열잡음은 가우시안 분포를 따르며, 평균전력 σ_t 은 다음과 같다.

$$\sigma_t = \frac{\theta_3}{k_m \sqrt{(S/N)(f_r/\beta_n)}} \quad (22)$$

여기서 θ_3 는 단방향 3dB 빔폭, k_m 은 모노펄스의 기울기, f_r 은 펄스 반복 주파수, β_n 은 잡음대역폭이며,

$$S/N = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_e B F R^4}, \quad (23)$$

위 식에서 R 은 레이더와 목표물 사이의 거리, P_t 는 레이더의 송신 신호 크기, G 는 안테나 이득, λ 는 파장, σ 는 목표의 RCS, k 는 볼츠만 상수, T_e 는 온도, B 는 대역폭, F 는 잡음지수 (Noise Figure)이다. 본래 열잡음은 거리에 상관없지만, AGC에서 거리에 따라 떨어진 신호를 증폭하는 과정에서 열잡음 또한 증가하게 된다. 그림 4는 거리에 따른 글린트와 열잡음이 혼합된 형태이다 [7].

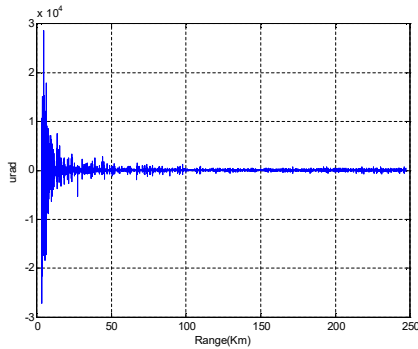


그림 4. 시뮬레이션을 통해 생성된 잡음
Fig. 4 Noise by using simulation

IV. 시뮬레이션

본 논문에서 사용된 파라메타들은 다음과 같이 설정하였다. 클린트는 위성 발사체를 간략화된 구조인 직사각형으로 모델링하였을 때의 평균값인 47.5 m를 사용하였다. 위성 발사체의 RCS는 평균값인 7.5dB를 사용하였다 [8]. 열잡음의 크기는 AN/FPS-16의 noise figure인 12dB를 고려하여 모델링하였다. 각 추적에서 RMS의 정확도는 AN/FPS-16에서 제시한 200urad를 기준으로 사용하였다. 모든 시뮬레이션 결과들은 1만 번의 반복적인 추적 과정을 평균하여 나타내었다. 본 논문에서 사용한 오류의 정의는 실제 발사체 경로 값에서 추적 필터(확장 칼만 필터, 적응형 확장 칼만 필터)의 결과를 제거한 값이다 [9].

그림 5는 방위각에서의 오차 RMS이다. 초기에는 적응형 칼만필터가 RMS 값이 낮으나, 거리가 멀어질수록 확장 칼만 필터의 RMS가 조금 더 낮은 것을 볼 수 있다. 결과적으로, AN/FPS-16에서 요구하는 200urad의 각정확도는 만족하며, 적응형 칼만 필터와 확장 칼만 필터의 성능이 거의 유사함을 알 수 있다.

그림 6은 방위각 오류의 평균값이다. 평균값은 0에 가까울수록 오차 없이 정확하게 추적하고 있다는 의미이다. 이 경우 적응형 칼만 필터와 확장 칼만 필터 모두 가까운 거리에서 비슷한 성능을 갖지만, 거리가 멀어질수록 (시간이 지남에 따라) 확장 칼만 필터의 오차가 커짐을 보여주고 있다.

그림 7은 고도각에서의 오차 RMS를 나타낸다. 전체적으로 유사한 성능을 나타내며, AN/FPS-16에서 요구하는 200urad의 각정확도는 만족한다. 적응형

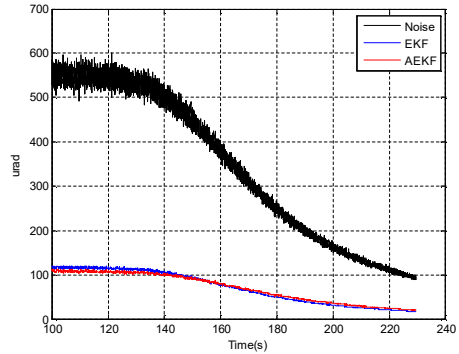


그림 5. 시간에 따른 방위각 오류의 RMS
Fig. 5 Azimuth error's RMS for time

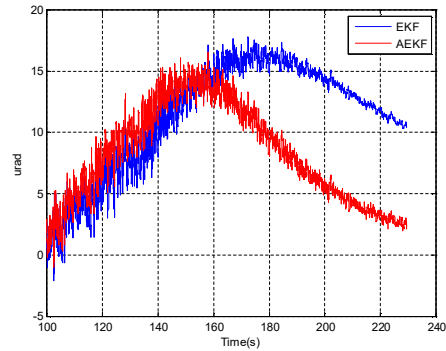


그림 6. 방위각 오류의 평균값
Fig. 6 Mean value of azimuth error

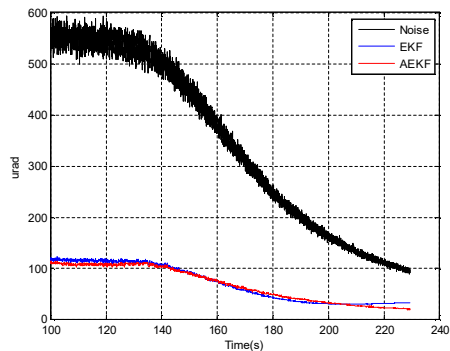


그림 7. 시간에 따른 고도각 오류의 RMS
Fig. 7 Elevation error's RMS for time

칼만필터가 확장 칼만 필터의 RMS보다 낮으므로 더 좋은 성능을 갖는다고 할 수 있다.

그림 8은 고도각에서의 오차 평균값이다. 비교적

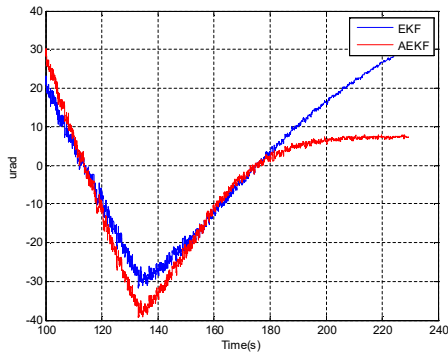


그림 8. 고도각 오류의 평균값

Fig. 8 Mean value of elevation error

가까운 거리에서는 확장 칼만 필터의 평균값이 적응형 칼만 필터의 평균값 보다 다소 작으나 거리가 멀어질수록 평균값이 커지는 것을 볼 수 있다. 결국 확장 칼만 필터는 거리가 멀어질수록 평균값이 커지므로 오차가 누적되어서 drift가 발생한다.

V. 결론

추적 레이더에서 각 추적은 매우 중요한 요소이다. 각 오류가 커질수록 거리에 비례하여 레이더가 추적한 위치와 목표물 사이의 오차는 더 커지기 때문에 각 오류는 정확한 추적을 방해하는 주된 원인 중에 하나이다.

레이더 시스템에서 목표물의 위치를 추적하기 위해서 일반적으로 확장 칼만 필터를 사용한다. 확장 칼만 필터는 잡음 공분산이 고정되어 있기 때문에, 거리에 따라 잡음 분산이 변하면서 추적 성능이 떨어지게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 거리에 따라 잡음 공분산이 변하는 적응형 칼만 필터를 제시하였다.

추적레이더에서 적응형 칼만 필터의 성능을 검증하기 위해서 KSLV-1의 경로를 모델링하여 사용하였다. 또한 수신된 신호에 영향을 줄 수 있는 요소인 열잡음뿐만 아니라 글린트를 고려하여 검증하였다.

본 논문에서 제시한 적응형 칼만 필터는 기존의 확장 칼만 필터와 비교하였다. 각 추적에서의 RMS는 모두 AN/FPS-16에서 제시한 정확도를 만족한다. 그러나 고도각에서는 거리가 멀어질수록 확장 칼만 필터는 drift가 발생하는 것을 볼 수 있다. 결과적으로, 제시된 적응형 칼만 필터가 확장 칼만 필

터에 비하여 각 추적 성능에 있어서 우수하다고 할 수 있다.

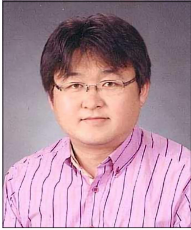
References

- [1] H.S. Shin, J.H. Choe, D.O. Kim, T.H. Kim, "The Study on Coordinate Transformation of the Tracking Radar in NARO Space Center," Korea Aerospace Research Institute Vol. 10, No. 1, pp. 116-121, 2011 (in Korean).
- [2] B. R. Mahafza, "Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB," CHAPMAN & HALL/CRC, pp. 1-116, 2000.
- [3] S.P. Kim, "Essential Kalman Filter," A-Jin, pp. 39-208, 2010 (in Korean).
- [4] W. Wu, "Target Tracking With Glint Noise," Aerospace and Electronic System, Vol 20, No. 1, pp. 174-185, 1993.
- [5] <http://www.kari.re.kr/sub0103020106>
- [6] S. Song, H.S. Shin, D.O. Kim, C.U. Kang, S. Ko, "Modelling and Simulation of Glint and RCS of Complex Target," IEMEK J. Embed. Sys. Appl., Vol. 12, No. 1, pp. 27-34, 2017 (in Korean).
- [7] M. I. Skolnik, "Radar Handbook," McGrawHill, pp. 9.26-9.35, 2008.
- [8] D. K. Barton, "Development of the AN/FPS-16 Instrumentation Radar," IEEE Aerospace and Electronic System Magazine, Vol. 26, No. 4, pp.B1-B16, 2011.
- [9] J. Bae, E. Hyun, J.H. Lee, "An Automotive Radar Target Tracking System Design Using $\alpha\beta$ Filter and NNPA Algorithm," IEMEK J. Embed. Sys. Appl., Vol. 6, No. 1, pp. 16-24, 2011 (in Korean).

Seungeon Song (송 승 언)

He is received B.E. degree in electronic engineering from Jeju National University in 2014. He is Currently a M.S. student in Jeju National University. His research interests include embedded software, digital signal processing, and radar system.

Email: tinit@naver.com

Han-Seop Shin (신 한 섭)

He received the Ph.D. degree in electronic engineering from Kyungpook National University in 2004. he is currently Senior researcher in Korea Aerospace Research Institute. His research interests include tracking radar and system parameter optimization.

Email: hsshin@kari.re.kr

Dae-Oh Kim (김 대 오)

He received the M.S. degree in information and communication engineering from Kunsan National University in 2000. In 2002, he joined Korea Aerospace Research Institute where he is currently Senior researcher. His research interests include monopulse tracking, tracking radar, radar antenna and bistatic radar RCS.

Email: daeokim@kari.re.kr

Seokjun Ko (고 석 준)

He received the Ph.D. degree in Electrical, Electronic and Computer Science from Sung Kyun Kwan University, Seoul, Republic of Korea, in 2001. From March 2002 to May 2004, he was a Research Associate in Samsung Ltd. In March 2005, he joined Jeju National University, Jeju, Republic of Korea, where he is currently the Associate Professor. His research interests include embedded software, digital signal processing, radar system, and wireless communication system.

Email: sjko@jejunu.ac.kr