J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea, 30(4)
pp.329~334, August, 2017
https://doi.org/10.7734/COSEIK.2017.30.4.329

pISSN 1229-3059 eISSN 2287-2302
Computational Structural
Engineering Institute of Korea

모드 미분을 이용한 기하비선형 보의 축소 모델

정 용 민[1] · 김 준 식[1†]
[1]금오공과대학교 기계시스템공학과

On the Use of Modal Derivatives for Reduced Order Modeling of a Geometrically Nonlinear Beam

Yong-Min Jeong[1] and Jun-Sik Kim[1†]
[1]Department of Mechanical System Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Gumi, 39177, Korea

Abstract

The structures, which are made up with the huge number of degrees-of-freedom and the assembly of substructures, have a great complexity. In order to increase the computational efficiency, the analysis models have to be simplified. Many substructuring techniques have been developed to simplify large-scale engineering problems. The techniques are very powerful for solving nonlinear problems which require many iterative calculations. In this paper, a modal derivatives-based model order reduction method, which is able to capture the stretching-bending coupling behavior in geometrically nonlinear systems, is adopted and investigated for its performance evaluation. The quadratic terms in nonlinear beam theory, such as Green-Lagrange strains, can be explained by the modal derivatives. They can be obtained by taking the modal directional derivatives of eigenmodes and form the second order terms of modal reduction basis. The method proposed is then applied to a co-rotational finite element formulation that is well-suited for geometrically nonlinear problems. Numerical results reveal that the end-shortening effect is very important, in which a conventional modal reduction method does not work unless the full model is used. It is demonstrated that the modal derivative approach yields the best compromised result and is very promising for substructuring large-scale geometrically nonlinear problems.

Keywords : *nonlinear substructuring, nonlinear model order reduction, modal derivatives*

1. 서 론

최근 다양한 공학 분야에서 복잡한 시스템의 반복적 계산 및 해석의 효율성 향상을 위해 부분구조화(substructuring) 및 축소기법(MOR; model order reduction) 등에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 일반적으로 산업현장에서 사용되는 구조물들은 서로 다른 업체에서 생산 및 설계된 다양한 부품들의 조합으로 구성된다. 이러한 시스템은 일반적으로 매우 복잡하기 때문에 계산시간을 줄이기 위하여 모델 축소가 불가피하다.

부분구조화 기법은 유한요소법의 근간이 되는 영역 분할 기법(domain decomposition)에서 개발된 방법으로 복잡한 시스템의 자유도 축소 및 등가 모델 구축에 적용될 수 있다. 부분구조화 기법은 Prezemieniecki(1963)에 의해 처음 제안되었다. 이 기법은 선형 정적해석 문제에 대한 부분구조화 기법으로 항공기 구조물의 응력 및 변형을 보다 효율적으로 계산하기 위해 고안되었다. 서로 인접해 있는 부구조의 경계 혹은 접합부가 완전하게 고정되어 있다는 가정을 통해 각각의 부구조에 대해 독립적인 행렬구조해석을 수행하며, 접합부에서의 실제 변형이나 변위는 경계 조인트에서의 힘 평형으로부터 유도된다. 동적해석 문제에 대한 부분구조화 기법은 Hurty(1965)에 의해 개발되었으며, 이 기법은 현대에 가장 널리 사용되고 있는 부분구조합성 기법인 Craig-Bampton method(1968)의 근간이 된다. 3가지 형태의 모드인 강체모드(rigid body mode), 구속모드(constraint mode), 정규모드(fixed interface normal mode)를 이용하여 부분구조화를 수행하였다. Craig-Bampton method는 Hurty가 제안한

† Corresponding author:
Tel: +82-54-478-7397; E-mail: junsik.kim@kumoh.ac.kr
Received June 23 2017; Revised July 27 2017;
Accepted July 28 2017

기법을 개선한 것으로 선형 부분구조합성에서 강체모드는 시스템의 정확도에 미치는 영향이 거의 없다는 것을 보였으며, 결론적으로 구속모드와 정규모드만을 사용하여 선형 시스템에 대한 부분구조합성을 수행하였다.

MacNeal(1971)은 fixed interface normal mode와 free interface normal mode를 이용한 하이브리드 부분구조화 기법을 제안했다. 이 기법은 부분구조화에 사용되지 않은 모드(강체모드 등)들의 정적해석에서의 기여도에 대해 설명하고 있다. 또 하나의 잘 알려진 기법으로 시스템 동적해석에서의 잔류영향(residual effects)을 고려한 부분구조화 기법이 소개되었다(Rubin, 1975). 이는 MacNeal이 제안한 기법을 Free-Free 모드를 근사하는데 확장한 것으로 관성이나 소산에 의한 영향을 잔류영향으로 고려하였다. 다중 부분구조합성(multiple component mode synthesis) 기법은 구조물이 1차 분할 요소로 나누어지고, 각각의 1차 분할 요소는 2차, 3차, …, n차 분할요소까지 하위 분할이 이루어진다. 각각의 (n-1)차 분할 요소의 고유모드는 (n)차 분할요소의 고유모드를 일반적인 CMS(component mode synthesis)기법을 이용하여 해석함으로써 계산된다. 이러한 과정을 반복수행하면 전체 구조물의 동특성을 해석할 수 있다(Ookuma and Nagamatsu, 1984). 제안된 기법들은 주로 선형 시스템의 부분구조화 해석에 적용되어 왔으며, 비선형 문제에 적용하기에는 한계가 존재한다.

비선형 문제의 부분구조화에 대한 한계를 극복하기 위해 다양한 연구들이 수행되어 왔다. Bathe와 Gracewski(1981)는 일반적인 선형 모드중첩의 원리와 부분구조화 기법을 이용하여 비선형 시스템 부분구조화의 효율성을 확인하였다. 2차원 비선형 부분구조화를 수행하기 위해 다중 부분구조화 기법과 실험적 자가 적응 Newton-Raphson 기법이 적용되었다. 이는 비선형 문제 해석 시 강성행렬의 재구축에 소요되는 시간을 약 30~50% 정도 감소하였으며, 가우스 적분 수행 시 유효 응력 수준(effective stress level)에 따라서만 강성행렬이 갱신되도록 하였다. 이 기법은 평면응력 및 축대칭 조건 하의 탄소성 동적해석에 적용되었다(Sheu *et al*., 1989). 한편 비선형 시스템의 거동 변화에 따른 접선 고유모드(tangent eigenmodes)를 축소 기저로 하는 기법이 개발되었다. 이 기법은 갱신된 접선 강성행렬(tangent stiffness)을 이용한 고유치 해석을 통해 접선 고유모드를 계산하고 축소기저를 새롭게 구축해나가는 방식으로 모드미분(modal derivatives)을 포함하게 된다. 비선형 문제의 부분구조화 수행 시 모드미분에 의한 영향으로 축소기저의 갱신 횟수를 크게 줄일 수 있으며, 반복계산에 대한 효율성이 검증되었다(Idelsohn and Cardona, 1985). 또한 모드미분은 비선형 문제에서 나타나는 인장-굽힘 연계거동을 효과적으로 표현할 수 있으며, 인장모드의 미분은 면외방향 운동으로, 굽힘모드의 미분은 면내방향 운동으로 나타난다는 특징이 있다. 모드미분을 이용한 부분구조화 기법은 다양한 비선형 모델축소에 적용되었다(Wu and Tiso, 2014; Teunisse *et al*., 2014; Weeger *et al*., 2016; Sombroek *et al*., 2016).

본 논문에서는 비선형 시스템의 부분구조화 기법 중 효율적으로 알려진 모드미분 기법을 이용하여 기하비선형을 가지는 보의 모델 축소를 수행하고자 한다. 다양한 수치예제들을 통해 모드미분이 비선형 모델 축소에 미치는 영향에 대해 알아보고, 축소모델의 정확성 및 축소효율을 확인하고자 한다.

2. 모드 미분의 정식화

이 장에서는 모드 미분의 정식화 및 기하비선형 보의 모델 축소 과정에 대해 설명하고자 한다. 모드 미분은 모드 기반 축소 기저의 2차 강화형태로 잘 알려진 비선형 이론인 Large deformation theory나 Green-Lagrange strains에 포함된 2차항을 설명하고 있다. 일반적인 선형 고유치 해석을 통해 얻어지는 선형 고유모드만을 이용해 비선형 시스템의 축소를 수행할 경우 인장-굽힘 연계 효과를 고려하지 못하기 때문에 효과적이지 못하다. 하지만, 선형모드를 미분함으로써 계산되는 인장모드의 미분은 면외방향 변형으로 나타나며, 굽힘모드의 미분은 면내방향 변형으로 나타나기 때문에 비선형 문제에서 나타나는 인장-굽힘 연계 거동을 효과적으로 고려할 수 있다.

시스템의 변위벡터는 다음과 같이 평형 위치에서의 변위(u_{eq})와 미소 변위 증분($\tilde{u}$)으로 표현할 수 있다.

$$u = u_{eq} + \tilde{u} \tag{1}$$

여기서, 미소 변위 벡터 $\tilde{u}$는 고유치 문제 해석을 통해 계산되는 선형 고유모드(Φ_i)와 모드 크기(q_i)의 선형 조합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i q_i \tag{2}$$

여기서, N은 시스템을 근사하기 위한 기저 벡터의 개수이다.

모드 미분은 식 (2)를 미소 변위 증분($\tilde{u}$)에 대해 테일러 급수(taylor series)를 전개하고 2차항까지 근사함으로써 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} u = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i(u) q_i &= \left.\frac{\partial u}{\partial q_i}\right|_{\tilde{u}=0} q_i + \frac{1}{2} \left.\frac{\partial^2 u}{\partial q_i \partial q_j}\right|_{\tilde{u}=0} q_i q_j \\ &\cong \Phi_i q_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial q_j} q_i q_j \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, 2차항(q_iq_j)의 계수가 모드 미분이다. 이는 시스템의 고유치 문제를 모드 크기(q_j)로 편미분을 수행함으로써 계산할 수 있다.

$$(K_T - \omega_i^2 M)\Phi_i = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial(K_T - \omega_i^2 M)\Phi_i}{\partial q_j} = 0 \tag{5}$$

참고문헌에 따르면 모드 미분을 이용하여 축소 모델을 구축하는데 있어 질량 M의 영향은 무시할 정도로 적다. 따라서, 식 (5)의 M을 무시하고 전개하면 다음과 같다.

$$K_T\frac{\partial \Phi_i}{\partial q_j} + \frac{\partial K_T}{\partial q_j}\Phi_i = 0 \tag{6}$$

식 (6)의 모드 미분을 Θ_{ij}로 새롭게 정의하고 정리하면 다음과 같다.

$$\Theta_{ij} = -K_T^{-1}\frac{\partial K_T}{\partial q_j}\Phi_i \tag{7}$$

선형 고유모드(Φ_i)와 모드 미분(Θ_{ij})을 이용하여 변위벡터를 축소 기저(reduction basis, Ψ)와 모드 크기의 1, 2차항으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u = \Phi_i q_i + \Theta_{ij}\xi_{ij} = \Psi\tilde{q} \tag{8}$$

$$\Psi = [\Phi_i \quad \Theta_{ij}],\ \tilde{q} = \lfloor q_i \quad \xi_{ij} \rfloor^T \tag{9}$$

식 (8)에서 ξ_{ij}는 q_iq_j를 새로운 2차 텐서량으로 나타낸 것이다.

3. 수치예제

이 장에서는 다양한 경계조건을 가지는 기하비선형 보의 축소 모델을 전체 모델 해석 결과와 비교하고 모드 미분 기반 축소 기법의 정확성 및 효율성을 검증하고자 한다.

수치예제에 사용된 기하비선형 보 모델은 2차원 Co-rotational 보 모델(Yaw, 2009)이다. 모드 미분이 가지는 장점을 극대화하기 위해 변형하지 않은 상태(undeformed configuration)에서 계산된 축소 기저를 사용하였으며, 업데이트는 수행하지 않았다. 또한, 모드 미분에 포함되어 있는 접선 강성행렬(K_T)의 모드 크기(q_j)에 대한 미분은 다음과 같이

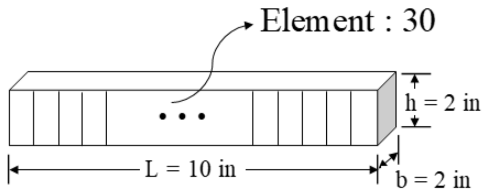


Fig. 1 Configurations of a geometrically beam model

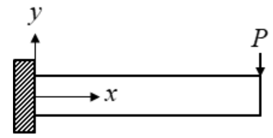


Fig. 2 Cantilever beam subjected to shear force P at the free end

차분법 근사를 통해 계산되었다(Weeger, 2015).

$$\frac{\partial K_T}{\partial q_j} = \frac{K_T(\Phi_j \triangle q_j) - K_T(u_0)}{\triangle q_j} \tag{10}$$

여기서, u_0는 시스템의 변형 전 초기 변위이다.

기하비선형 보 모델의 제원은 Fig. 1과 같이 길이(L), 폭(b), 높이(h)를 가정하였으며, 사용된 요소는 절점 당 3자유도(u, w, θ)를 가지는 2절점 요소 30개를 사용하였다. 재료의 탄성계수는 100ksi이다. 모드미분의 유무에 따른 축소모델의 성능을 확인하기 위해 선형모드(VMs)만으로 축소한 경우와 모드미분(MDs)까지 포함하여 축소한 경우에 대해 결과를 비교하였다.

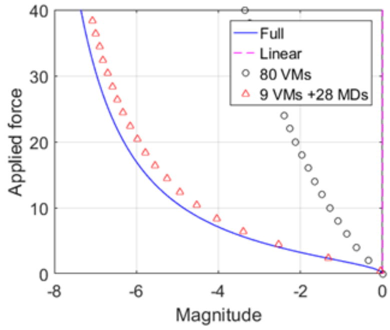
3.1 자유단에 전단력이 작용하는 외팔보

충분히 큰 비선형성 고려를 위해 자유단에 작용하는 전단력의 크기는 최대 40 lb를 적용하였다. 기하비선형 보 모델의 전체 자유도는 93자유도이며, 경계조건으로 인한 3개의 강체모드를 제외하면 가용한 자유도는 90자유도로 90개의 선형모드를 사용가능함을 말한다. 결과는 Fig. 3에 도시하였다. 각 그래프의 가로축은 변형의 크기, 세로축은 작용하중이다. 실선은 Full model, 동그라미는 선형모드만을 이용한 축소 모델, 세모는 선형모드와 모드미분을 함께 사용하여 축소한 모델에 대한 결과이다.

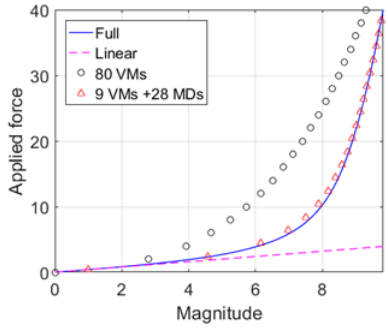
선형모드만을 이용한 축소모델(○)의 경우 가용한 90개의 선형모드 중 80개를 사용했음에도 불구하고 Full model(—)을 전혀 근사하지 못한다. 하지만, 모드미분을 함께 사용(△)함으로써 약 40%의 자유도로 Full model 대비 매우 정확한 축소모델을 얻을 수 있었다. 외팔보 문제와 같이 자유단에 보의 길이방향에 대해 어떠한 구속도 되어있지 않기 때문에 굽힘

변형과 동시에 End shortening(Fig. 3a)과 같은 면내방향으로의 변형이 크게 나타나기 때문에 비선형 연계효과를 충분히 고려하여야 한다.

모드 미분이 축소모델의 성능에 미치는 영향을 알아보기 위해 각 노드에서의 길이방향 변위(u)와 횡방향 변위(w)를 1차 선형모드 및 1차 선형모드의 미분과 비교하였다. 각 노드에서의 변위는 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 4b에 도시된 횡방향 변위의 경우 선형모드와 모드 미분이 유사한 양상으로 나타나지만, 축방향 변위(Fig. 4a)의 경우 모드 미분은 그 변형 형상을 유사하게 표현할 수 있다. 한편 선형 인장모드의 경우 굽힘모드와 독립적으로 나타나며, 이 때문에 인장-굽힘 연계효과를 충분히 고려하지 못한다.

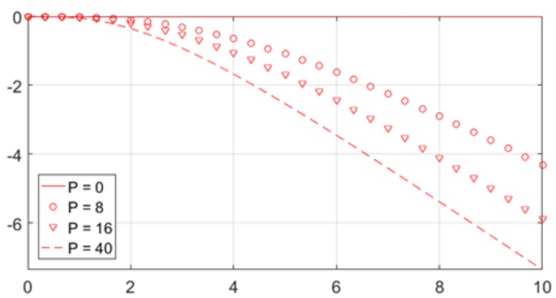


(a) end shortening at the tip

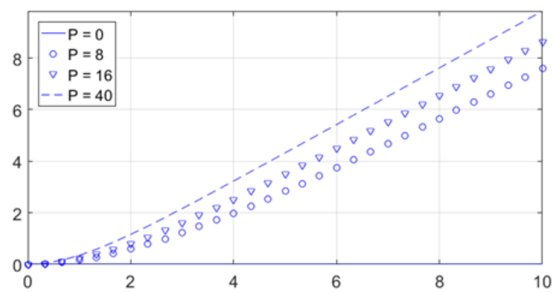


(b) maximum deflection at the tip

Fig. 3 The results of a cantilever beam with tip shear force



(a) nodal displacement in axial direction

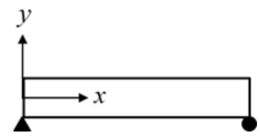


(b) nodal displacement in transverse direction

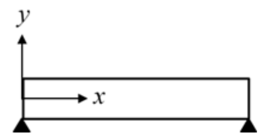
Fig. 4 Nodal displacement with increasing external load(P)

3.2 중앙에 전단력이 작용하는 단순지지 보

기하비선형 보의 모델 축소에 있어 end shortening이 축소 효율에 미치는 영향을 알아보기 위해 두 가지의 단순지지 경계조건을 적용하여 그 결과를 Full model과 비교하였다.

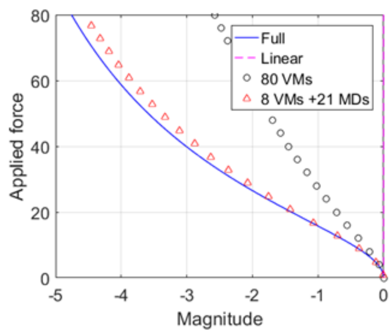


(a) pin-roller support(w/ end shortening)

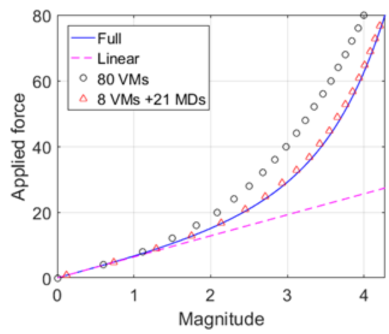


(b) pin-pin support(w/o end shortening)

Fig. 5 Two types of simply-supported beam:



(a) end shortening at the roller supported end



(b) maximum deflection at the center

Fig. 6 The results of a simply-supported beam for Fig. 5a

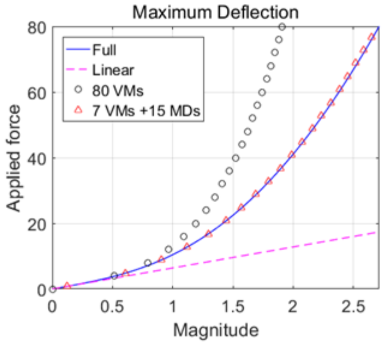


Fig. 7 Maximum deflection of a simply-supported beam for Fig. 5b

본 연구에서 적용한 경계조건은 각각 다음의 두 가지 경우와 같고 Fig. 5에 도시하였다. Fig. 5a는 end shortening을 포함하는 경우, Fig. 5b는 포함하지 않는 경우이다.

단순지지 보의 중앙에 전단력이 작용하는 경우, 하중의 크기는 최대 80 lb까지 증가시켜 비선형 거동이 충분히 크게 나타나도록 해석을 수행하였다. 두 가지 단순지지 경계조건에 대한 해석 결과는 각각 Fig. 6(핀-롤러지지)과 Fig. 7(핀-핀지지)에 도시하였다. 오른쪽 지지단에서의 end shortening 유무에 따른 축소모델의 결과를 비교하면 end shortening이 발생하는 경우(Fig. 6) 대비 end shortening이 발생하지 않는 경우(Fig. 7)의 축소 효율이 좋은 것을 확인할 수 있다. 한편 선형모드만을 이용한 축소모델의 경우 end shortening이 없는 경우조차 Full model을 전혀 근사하지 못한다.

4. 결　　론

3장에서 소개된 수치예제를 토대로 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 모델 축소에 사용된 축소 기저는 변형하지 않은 상태에서 계산되었으며, 기저 업데이트는 수행하지 않았다.
- 선형모드(VMs)만을 이용한 축소모델의 경우 비선형 연계 거동을 효과적으로 고려하지 못한다.
- 모드미분(MDs)를 함께 고려한 축소모델의 경우 Full model 대비 높은 정확도로 축소가 수행되었다.
- End shortening과 같은 면내변형이 적게 나타나는 문제의 경우 모델 축소 성능이 높다.
- 모드미분의 경우 보의 각 노드에서의 실제 변형 형상 및 비선형 연계거동을 적절하게 묘사한다.

본 논문에서는 비선형 부분구조화 기법인 모드미분을 이용하여 기하비선형 보의 모델 축소를 수행하였다. 비선형성이 충분히 크게 나타나는 환경에서 모드미분이 비선형 연계효과 등을 효과적으로 고려함으로써 대략 30~40%의 자유도만을 사용하여 Full model 대비 높은 정확도의 축소모델을 계산할 수 있었다.

차분법을 이용하여 수치적으로 모드 미분을 계산하는 과정에서 모드 크기(q_j)의 미소 변화량 Δq_j를 10^{-3}으로 근사하였다. 이 때, Δq_j의 크기에 따라 축소 효율이 달라지게 된다. 축소모델 계산에 있어 동일한 자유도 사용량에 대해 Δq_j를 큰 값을 사용하는 것보다 작은 값을 사용하는 것이 축소 효율이 보다 뛰어나다. 이는 모드 미분이 비선형 모델 축소에 효율적임과 동시에 수치적인 문제를 안고 있음을 말한다.

추후 연구를 통해 시스템의 자유도 증가에 따른 효율성을 면밀히 평가하고, 비선형 좌굴해석 등 다양한 공학적 문제에 적용하고자 한다. 또한, 앞서 언급한 수치적인 문제를 완화할 수 있도록 부가적인 연구를 수행하고 기하비선형 평판 문제로 확장 적용 및 여러 개의 부구조로 구성된 문제에 적용하고자 한다. 궁극적인 본 연구의 목표는 다양한 구조적 거동을 고려할 수 있는 비선형 등가 보 또는 평판 모델을 개발하는 것이다.

감사의 글

본 연구는 산업 통상자원부의 2014년도 산업원천기술개발사업 중 지식서비스분야의 지원을 받아 수행된 연구입니다(10048305).

References

Bathe, K.-J., Gracewski, S. (1981) On Nonlinear Dynamic Analysis using Substructuring and Mode Superposition, *Comput. & Struct.*, 13, pp.669~707.

Craig Jr, R.R., Bampton, M.C.C. (1968) Coupling of Substructures for Dynamic Analyses, *AIAA J.*, 6, pp.1313~1319.

Hurty, W.C. (1965) Dynamic Analysis of Structural Systems using Component Modes, *AIAA J.*, 3, pp.678~685.

Idelsohn, S.R., Cardona, A. (1985) A Reduction Method for Nonlinear Structural Dynamic Analysis, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 49, pp.253~279.

MacNeal, S. (1971) A Hybrid Method of Component Mode Synthesis, *Computers and Structures*, 1, pp.581~601.

Ookuma, M., Nagamatsu, A. (1984) Vibration

Analysis by Multiple Component Mode Synthesis Method, *Bulletin of JSME*, 27, pp.1288~1293.

Przemieniecki, J.S. (1963) Matrix Structural Analysis of Substructures, *AIAA J.*, 1, pp.138~147.

Rubin, S. (1975) Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis, *AIAA J.*, 13, pp.995~1006.

Sheu, C.-H., De Roeck, G., Van Laethem, M., Geyskens, P. (1989) Multilevel Substructuring and an Experimental Self-Adaptive Newton-Raphson Method for Two-Dimensional Nonlinear Analysis, *Comput. & Struct.*, 33, pp.489~497.

Sheu, C.-H., De Roeck, G., Van Laethem, M., Geyskens. P. (1990) Application of the Substructuring Technique to Non-linear Dynamic Structural Analysis, *Comput. & Struct.*, 35, pp.593~601.

Sombroek, C., Tiso, P., Renson. L., Kerschen, G. (2016) Numerical Computation of Nonlinear Normal Modes with Modal Derivatives Based Reduced Order Models, *ECCOMAS Congress 2016*.

Teunisse, N., Demasi, L., Tiso, P., Rauno, C. (2014) A Computational Method for Structurally Nonlinear Joined Wings Based on Modal Derivatives, *55th AIAA/ASMe/ASCE/AHS/SC Struct. Dyn. & Mater. Conf.*

Weeger, O. (2015) Isogeometric Finite Element Analysis of Nonliear Structural Vibrations, *Doctoral Thesis*, Technische Universität Kaiserslautern.

Weeger, O., Wever, U., Simeon, B. (2016) On the Use of Modal Derivatives for Nonlinear Model Order Reduction, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 108, pp.1579~1602.

Wu, L., Tiso, P. (2014) Modal Derivatives Based Reduction Method for Finite Deflections in Floating Frame, *WCCM XI/ECCM V/ECFD VI*.

Yaw, L.L. (2009) 2D Corotational Beam Formulation, Walla Walla University.

요 지

다양한 산업 분야의 구조물은 여러 부구조의 조합으로 구성되며, 시스템의 자유도 또한 무수히 많다. 높은 복잡성을 가지는 구조물의 해석 및 계산 효율을 향상시키기 위해서 해석 모델의 단순화 및 자유도 축소가 요구된다. 지난 50여 년 동안 규모가 큰 공학적 문제를 단순화하기 위해 다양한 부분구조화 기법들이 개발되어 왔다. 이러한 부분구조화 기법들은 Newton-Raphson 알고리즘 등과 같은 반복계산을 동반하는 비선형 구조해석 문제 해석에 매우 효과적이다. 본 논문에서는 기 개발된 비선형 부분구조화 기법 중의 하나인 모드미분(modal derivatives)을 이용하여 기하비선형 보의 모델 축소에 적용하고자 한다. 모드미분은 모드 기반 축소 기저의 2차항의 형태로, 선형모드의 조합으로 근사 가능한 변위벡터를 미소변위에 대한 Taylor 급수를 통해 확인할 수 있으며, 시스템의 고유치 문제를 모드 좌표로 미분을 함으로써 얻어진다. 모드미분에는 비선형 접선 강성행렬의 미분을 포함하고 있으며, 이는 유한차분법 등의 근사를 통해 계산할 수 있다. 제안된 방법론은 기하학적 비선형 문제에 우수한 성능을 보이는 동시회전 유한요소법에 적용하였다. 수치예제를 통해 보의 경계가 수평으로 움직일 수 있는 문제에서는 기존의 모드축소기법이 매우 비효율적임을 알 수 있었다. 한편 모드미분을 이용한 축소기법은 다양한 경계조건에 대하여 우수한 성능을 보임을 확인하였다.

핵심용어 : 비선형 부분구조화, 비선형 축소모델, 모드미분