<학술논문> DOI https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.9.869 ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

기구학적 시스템에 있어서 구동방법에 따른 역동역학 해석

이 병 훈*†
* 부산대학교 기계공학부

Inverse Dynamic Analysis for Various Drivings in Kinematic Systems

Byung Hoon Lee*†
* School of Mechanical Engineering, Pusan Nat'l Univ.

(Received April 13, 2017 ; Revised June 21, 2017 ; Accepted June 21, 2017)

Key Words: Kinematic Systems(기구학적 시스템), Inverse Dynamics(역동역학), Driving Constraints(구동 구속조건), Velocity Transformation(속도변환)

초록: 기계시스템을 제어한다든지 그 부재를 설계하기 위하여 그리고 구동기의 용량을 결정하는데 있어서 구동력이나 조인트반력을 해석하는 것이 필요하다. 본 논문은 주어진 시스템의 운동을 구현하는 다양한 형태의 구동조건에 따른 구동력(또는 토크)을 조인트좌표 공간에서 계산하는 알고리즘을 제시한다. 조인트좌표를 기구학적 시스템의 일반좌표로 사용하며 운동방정식과 구속조건의 가속도식은 속도변환법을 이용하여 직교좌표공간으로부터 조인트좌표공간으로 변환한다. 수치예제를 통하여 제시된 알고리즘의 유용성을 확인한다.

Abstract: Analysis of actuating forces and joint reaction forces are essential to determine the capacity of actuators, to control the mechanical system and to design its components. This paper presents an algorithm that calculates actuating forces(or torques), depending on the various types of driving constraints, in order to produce a given system motion in the joint coordinate space. The joint coordinates are used as the generalized coordinates of a kinematic system. System equations of motion and constraint acceleration equations are transformed from the Cartesian coordinate space to the joint coordinate space using the velocity transformation method. A numerical example is carried out to verify the algorithm proposed.

1. 서 론

다물체 동역학은 정동역학[1,2]과 역동역학[3,4]으로 분류할 수 있으며 전자는 시스템에 작용하는 힘을 알고 있을 때, 즉 주어진 외력에 대하여 시스템의 운동을 해석하는 분야이고 후자는 주어진 운동을 하는 데 필요한 구동력 및 조인트반력을 계산하는 분야이다. 구동력해석은 설계에 있어서 구동기의 용량결정 또는 로봇 등 다물체 기계시스템의 제어를 위해 수반되는 해석이다. 이러한 구동력은 특정한 물체나 위치에 주어지는 구동구속조건을 만족시키도록 조인트 또는 물체에 작용시켜 시스템을 구동하는 힘(또는 토크)으로서 구동방법이나 구동력을 작용시키는 위치 그리고 조인트에서의 마찰력 유무[5]에 따라 그 형태와 크기가 다르게 된다. 그러나 역동역학 해석에서 얻어지는 구동력은 구동구속점 구동력의 시스템좌표에 따른 일반력 벡터이다. 그러므로 시스템 제어를 위한 적절한 구동환경을 모색하기 위해서는 구속조건이 주어지는 지점이외 임의의 구동위치나 구동방법에 대한 구동력을 해석할 필요성이 제기된다.

본 논문에서는 시스템의 일반좌표수와 구속조건수(기구학적 구속 및 구동 구속조건)가 같은 기구학적 시스템에 있어서 특정한 구동조건에 대하여 조인트 구동, 위치 구동 및 상대거리 구동 등 여러 형태의 구동방법으로 동일한 기구학적 운동을 구현하는데 필요한 구동력을 구하는 방법을

† Corresponding Author, mebhlee@pusan.ac.kr
© 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

제시한다.

시스템의 기구학적 조인트 또는 구동을 표현하는 구속조건은 비선형 대수방정식으로서 라그랑지 승수법을 이용하여 운동방정식에 결합된다. 여기서 계산되는 라그랑지 승수와 구속조건의 자코비안 행렬로부터 시스템좌표에 따른 구속력을 얻을 수 있다. 시스템의 일반좌표가 직교좌표인 경우, 물체들 사이의 상대운동 및 조인트 구동력을 직접 구할 수 없으므로 시스템 제어에 적용하는 데에는 난점이 있다. Shabana 등[3]은 탄성체를 포함하는 다물체계에 있어서 직교좌표 공간에서의 구속력 벡터로부터 실제조인트 반력을 구하는 과정을 유도한 바 있다. 조인트좌표를 일반좌표로 사용하는 경우, 구동조건에 대한 각 조인트의 실제구동력은 구속조건식을 결합한 운동방정식으로부터 직접 구할 수 있는 잇점이 있으므로 시스템의 운동제어에 효과적이다. 그러나 폐쇄계의 절단조인트를 제외한 모든 조인트의 기구학적 구속조건이 운동방정식에 결합되지 않으므로 조인트 반력은 시스템의 운동을 해석한 후 직교좌표 공간에서 말단물체로부터 내향경로를 따라 순차적으로 구하여야 한다.

본 논문에서는 속도변환법(velocity transformation method)[2,6]을 이용하여 조인트좌표 공간에서 운동방정식을 유도하고 직교좌표로 표현된 구동조건 및 직교력은 속도변환행렬을 이용하여 일반력으로 변환시킨후 운동방정식과 결합한다. 제기된 문제에 대한 역동역학 해석방법의 타당성을 3관절 매니퓰레이터에 대한 수치예제를 통하여 확인한다.

2. 운동방정식

물체 i상의 임의점의 관성좌표계에 대한 위치는 이 물체에 설정한 이동좌표계 원점의 관성좌표계에 대한 위치좌표 r^i 및 이동좌표계의 자세를 표현하는 오일러 매개변수 p^i로 표현할 수 있다. 따라서 물체 i의 직교좌표벡터 x^i를 다음과 같이 나타낸다.

$$x^i = [\, r^{i^{\mathrm{T}}} \; p^{i^{\mathrm{T}}} \,]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

물체 i의 상대조인트좌표는 기준물체(reference body)와의 조인트 축에서의 상대회전각 또는 병진거리로 정의되며 조인트 유형에 따라 운동형태 및 자유도 수가 결정된다.

본 논문에서는 이와 같이 정의되는 상대조인트좌표를 물체 i의 일반좌표 q^i로 한다.

시스템의 절대속도벡터 $\dot{x}$는 다음과 같이 속도변환행렬[2] S를 이용해서 일반속도벡터 $\dot{q}$로 표현할 수 있으며 이를 시간에 대하여 미분하면 가속도변환식을 얻는다.

$$\dot{x} = \mathrm{S}\,\dot{q} \tag{2}$$

$$\ddot{x} = \mathrm{S}\,\ddot{q} + \dot{\mathrm{S}}\,\dot{q} \tag{3}$$

시스템의 운동방정식을 라그랑지 방정식과 속도 및 가속도변환식을 이용하여 일반좌표로 유도한 결과[2]는 다음과 같다.

$$\mathrm{M}^*\ddot{q} = Q^* - \Phi_q^{\mathrm{T}}\lambda \tag{4}$$

$$\mathrm{M}^* = \mathrm{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{M}\,\mathrm{S} \tag{5}$$

$$Q^* = \mathrm{S}^{\mathrm{T}}[F - \mathrm{M}\dot{\mathrm{S}}\dot{q} - \dot{\mathrm{M}}\dot{x} + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}] \tag{6}$$

여기서 M과 F는 직교좌표 공간에서의 시스템 질량행렬 및 외력벡터이며, M^*와 Q*는 각각 일반좌표에 따른 시스템의 일반질량행렬 및 일반력벡터가 된다. 그리고 T는 운동에너지, Φ_q는 구속조건식($\Phi = 0$)의 자코비안 행렬, λ는 구속조건에 따른 라그랑지 승수이다.

한편, 구속조건식의 2차 시간미분($\Phi_q\ddot{q} = \gamma$)과 식 (4)를 결합하면 다음과 같은 행렬형을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} \mathrm{M}^* & \Phi_q^{\mathrm{T}} \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^* \\ \gamma \end{bmatrix} \tag{7}$$

여기서

$$\gamma = -\dot{\Phi}_q\dot{q} - \dot{\Phi}_t \tag{8}$$

이며 $\Phi_t \equiv [\,\partial\Phi/\partial t\,]$이다.

식 (7)에서 계산한 λ로서 구속조건을 만족시키기 위한 조인트 구동력 $\Phi_q^{\mathrm{T}}\lambda$를 구할 수 있다. 또한 일반좌표, 속도 및 가속도를 구한 후 속도 및 가속도 변환식 (2), (3)을 이용하여 시스템의 운동

을 직교좌표로 표현할 수 있다.

3. 직교력 및 일반력

Fig. 1에서 물체 i 상의 임의점 P^{ki}에 작용하는 실제힘(actual force) f^{ki}와 모멘트 n^{ki}를 직교좌표 공간에서의 힘벡터 F^i로 표현하면 다음과 같다.

$$F^i = \begin{bmatrix} f^{ki} \\ 2\,\mathrm{E}^{i^{\mathrm{T}}}\tilde{s}^{ki} f^{ki} + 2\,\mathrm{E}^{i^{\mathrm{T}}} n^{ki} \end{bmatrix} \tag{9}$$

여기서 s^{ki}는 이동좌표계 원점에서 점 P^{ki}의 위치벡터, $\tilde{s}^{ki}$는 s^{ki}의 (3×3)교대행렬[7]이며 E^i는 다음과 같이 $p^i(=[\,p_0^i\ p_1^i\ p_2^i\ p_3^i\,]^{\mathrm{T}})$의 요소로 정의되는 (3×4)행렬이다.

$$\mathrm{E}^i = \begin{bmatrix} -p_1 & p_0 - p_3 & p_2 \\ -p_2 & p_3 & p_0 - p_1 \\ -p_3 - p_2 & p_1 & p_0 \end{bmatrix}^i \tag{10}$$

물체수가 n인 시스템의 직교력 벡터 F는 다음과 같다.

$$F = [\,F^{1^{\mathrm{T}}}\ \ F^{2^{\mathrm{T}}}\ \ \ldots\ \ F^{n^{\mathrm{T}}}\,]^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

한편 시스템의 직교력 벡터 F는 다음과 같이 속도변환행렬 S를 이용하여 일반력 벡터 Q로 변환할 수 있으며 일반력은 역속도변환행렬[4] R을 이용하면 직교좌표공간에서의 등가직교력(equivalent Cartesian force)으로 변환할 수 있다.

$$Q = \mathrm{S}^{\mathrm{T}} F \tag{12}$$

$$F_{eq} = \mathrm{R}^{\mathrm{T}} Q \tag{13}$$

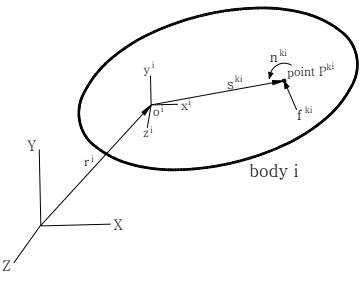

Fig. 1 External forces acting on body i

등가직교력은 원래의 직교력벡터 F와 시스템에 대하여 동일한 운동을 일으키는 직교력이다.

일반력 Q에 대한 등가직교력($\mathrm{R}^{\mathrm{T}}Q$)을 속도변환행렬 S를 이용하여 다시 일반력으로 변환해 보면,

$$\mathrm{S}^{\mathrm{T}} F_{eq} = \mathrm{S}^{\mathrm{T}}(\mathrm{R}^{\mathrm{T}} Q) = (\mathrm{RS})^{\mathrm{T}} Q = Q \tag{14}$$

이 되어 처음과 동일한 일반력이 된다. 여기서 $\mathrm{RS} = \mathrm{I}$, 즉 역속도변환행렬과 속도변환행렬의 곱은 단위행렬이 되기 때문이다. 따라서 동일한 운동을 일으키는 여러 형태의 구동조건에 대한 조인트 구동력은 모두 동일한 값을 가짐을 알 수 있다. 한편 직교력 F에 대한 일반력($\mathrm{S}^{\mathrm{T}}F$)을 역속도변환행렬 R을 이용하여 다시 직교력으로 변환하면 $\mathrm{SR} \neq \mathrm{I}$이므로 원래의 직교력 F가 되지 않고 시스템에 대하여 동일한 운동효과를 가지는 등가직교력 F_{eq}이 된다. 즉,

$$\mathrm{R}^{\mathrm{T}} Q = \mathrm{R}^{\mathrm{T}}(\mathrm{S}^{\mathrm{T}} F) = (\mathrm{SR})^{\mathrm{T}} F = F_{eq} \tag{15}$$

따라서 주어진 운동을 구현하기 위하여 시스템에 부가하는 구동조건을 여러가지 형태로 적용할 수 있음을 알 수 있다.

다물체계의 각 조인트에 걸리는 반력을 해석하는 문제에 있어서 구동조건이 조인트좌표로 표현된 경우 상대좌표 공간에서 구한 구동력을 역속도변환행렬을 이용하여 직교력으로 변환시켜 직교좌표 공간에서 해석하는 알고리즘[4]을 적용할 수 있다.

4. 구속조건 및 구동력

시스템의 구속조건수가 좌표수와 같은 기구학적 시스템에서는 구속조건에 의하여 시스템의 운동을 해석할 수 있으며, 이때 구동구속조건은 시스템의 각 조인트 또는 어느 물체의 임의점에 가해질 수 있다. 본 논문에서는 조인트 구동조건, 위치 구동조건 그리고 상대거리 구동조건에 대하여 각각의 자코비안 행렬과 가속도식의 우변항을 수식화하고 상대좌표 공간에서 표현된 운동방정식과 결합하여 주어진 운동을 구현하는데 필요한 조인트 구동력을 해석한다. 그리고 시스템의 동일한 운동을 일으키는 구동조건들의 일반좌표 공간에서의 조인트 구동력은 모두 동일한 값을 가

지며, 직교력 표현에서의 라그랑지 승수와 조인트 구동력에서의 라그랑지 승수는 같은 값이 됨을 보여 임의의 구동방법과 구동위치에서의 구동력을 계산하는 방법을 제시한다.

4.1 구속조건

(a) 조인트 구동

조인트 구동(joint driving)은 조인트좌표 q가 시간의 함수 $q(t)$로 주어지는 구동으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi = q - q(t) = 0 \tag{16}$$

구속조건식이 조인트좌표로 기술되어 있으므로 상대좌표에 대한 자코비안 행렬 Φ_q 및 가속도식의 우변항 γ는 식 (8)로부터 간단히 유도될 수 있다.

(b) 위치 구동

위치 구동(point driving)은 어느 물체상의 임의점이 주어진 운동을 하도록 부과되는 구속조건이다. Fig. 1에서와 같이 물체 i상의 임의점 P^{ki}의 위치벡터 r^{ki}가 시간의 함수 $r(t)$로 주어질 때 구속조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Phi &= r^{ki} - r(t) \\ &= r^i + \mathrm{A}^i s^{ki'} - r(t) = 0\end{aligned} \tag{17}$$

여기서 A^i는 물체 i의 이동좌표계 $x^i y^i z^i$로부터 관성좌표계 XYZ으로의 좌표변환행렬이며, $s^{ki'}$은 물체 i의 이동좌표계에 대한 점 P^{ki}의 위치벡터이다. 구속조건이 직교좌표로 표현되어 있으므로 상대좌표에 대한 자코비안 행렬 Φ_q는 다음과 같이 직교좌표에 대한 자코비안 행렬 Φ_x 및 속도변환행렬로 표현될 수 있다.

$$\Phi_q = \Phi_x \mathrm{S} \tag{18}$$

식 (17)을 적용하면,

$$\begin{aligned}\Phi_q &= \Phi_{x^i} \mathrm{S}^i \\ &= \left[\ \mathrm{I}_3 \quad -2\,\mathrm{E}^i \hat{s}^{ki'} + 2 s^{ki'} p^{i\mathrm{T}}\ \right] \mathrm{S}^i\end{aligned} \tag{19}$$

여기서 S^i는 속도변환행렬에서 물체 i의 직교좌표에 해당하는 행들로 이루어진 부분행렬이며 $\hat{s}^{ki'}$는 다음과 같이 정의되는(4×4)행렬이다.

$$\hat{s}^{ki'} = \begin{bmatrix} 0 & -s^{ki'\mathrm{T}} \\ s^{ki'} & \tilde{s}^{ki'} \end{bmatrix} \tag{20}$$

상대좌표에 대한 가속도식의 우변항 γ는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}\gamma &= -\dot{\Phi}_{\mathrm{q}} \dot{\mathrm{q}} - \dot{\Phi}_{\mathrm{t}} \\ &= -(\dot{\Phi}_{\mathrm{x}} \mathrm{S} + \Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{S}}) \dot{q} - \dot{\Phi}_{\mathrm{t}} \\ &= -(\Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{x}})_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{x}} - 2\Phi_{\mathrm{x\,t}} \dot{\mathrm{x}} - \Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{S}} \dot{q} - \Phi_{\mathrm{tt}}\end{aligned} \tag{21}$$

(c) 상대거리 구동

상대거리 구동(relative distance driving)은 임의의 두 물체상에 있는 두 점사이의 거리를 구속하기 위해 부과되는 구동조건이며 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi = l^{\mathrm{T}} l - d(t) = 0 \tag{22}$$

여기서 l은 Fig. 2에서 물체 j의 점 P^{kj}에서 물체 i의 점 P^{ki}까지의 거리벡터로서 다음과 같다.

$$l = r^i + s^{ki} - r^j - s^{kj} \tag{23}$$

이 구동조건에 대한 자코비안 행렬 Φ_q는 식 (18)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

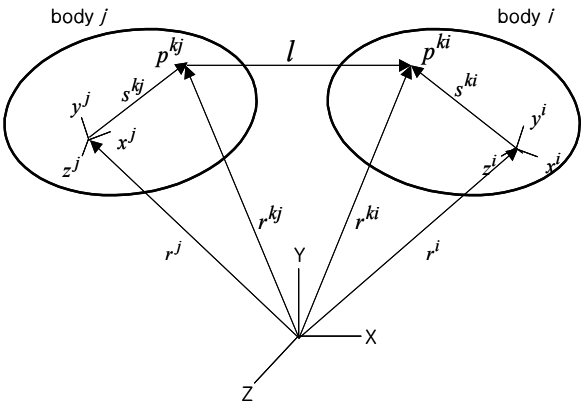

Fig. 2 Definition of a distance vector

$$\Phi_q = \Phi_{x^{ij}} \mathrm{S}^{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{x^i} & \Phi_{x^j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{S}^i \\ \mathrm{S}^j \end{bmatrix} \tag{24}$$

여기서,

$$\Phi_{x^i} = \begin{bmatrix} 2l^{\mathrm{T}} & 4l^{\mathrm{T}}(-\mathrm{E}^i \hat{s}^{ki'} + s^{ki'} p^{i\mathrm{T}}) \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$\Phi_{x^j} = \begin{bmatrix} -2l^{\mathrm{T}} & 4l^{\mathrm{T}}(\mathrm{E}^j \hat{s}^{kj'} - s^{kj'} p^{j\mathrm{T}}) \end{bmatrix} \tag{26}$$

가속도식의 우변항 γ는 식 (21)로부터 위치 구동과 같이 구할 수 있다.

(d) 기구학적 구속

조인트좌표 공간에서의 기구학적 구속조건(kinematic constraints)은 폐쇄계를 개방계로 만들기 위하여 특정한 조인트를 절단하는데 따른 구속조건이다. Fig. 3에서와 같이 두 물체의 조인트점을 절단한 경우 구속조건은 조인트 종류에 따라 일반적으로 다음과 같이 직교좌표로 표현된다.

$$\Phi = \Phi(x^i, x^j) = 0 \tag{27}$$

구속조건에 대한 자코비안 행렬 Φ_q는 식 (18)로부터 구할 수 있으며 가속도식의 우변항 γ는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma &= -\dot{\Phi}_{\mathrm{q}} \dot{\mathrm{q}} \\ &= -(\dot{\Phi}_{\mathrm{x}} \mathrm{S} + \Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{S}}) \dot{q} \\ &= -(\Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{x}})_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{x}} - \Phi_{\mathrm{x}} \dot{\mathrm{S}} \dot{q} \end{aligned} \tag{28}$$

4.2 구동력

구동조건의 가속도식을 조인트좌표공간에서 유도하고 식 (7)의 운동방정식에 적용하여 풀면 주어진 운동을 구현하는데 필요한 조인트 구동력이 구해진다. 이 구동조건에 따른 시스템의 운동은 다른 형태의 구동방법으로도 구현할 수 있는데 이때의 구동력은 구동조건을 부과하는 방법에 따라 그 형태와 크기가 다르게 된다. 주어진 구동조건에 대하여 구동방법에 따른 구동력은 다음과 같은 과정을 통하여 구할 수 있다. 동일한 운동을 일으키는 조인트 구동, 위치 구동 및 상대거리 구동조건을 각각 $\Phi^j(q,t)=0$, $\Phi^p(x,t)=0$, $\Phi^d(x,t)=0$라 할 때, 일반좌표 공간에서의 조인트 구동력을 식 (7)에서 각각 계산할 수 있으며 이들은 다음과 같이 모두 동일한 값을 가진다.

$$\Phi_q^{j\mathrm{T}} \lambda^j = \Phi_q^{p\mathrm{T}} \lambda^p = \Phi_q^{d\mathrm{T}} \lambda^d \tag{29}$$

여기서 $\Phi_q^{j\mathrm{T}} \lambda^j$는 조인트 구동조건에 대한 조인트 구동력, $\Phi_q^{p\mathrm{T}} \lambda^p$는 위치 구동조건에 대한 조인트 구동력 그리고 $\Phi_q^{d\mathrm{T}} \lambda^d$는 상대거리 구동조건에 대한 조인트 구동력을 뜻한다.

위치구동 또는 상대거리 구동을 위한 직교력을 $\Phi_x^{\mathrm{T}} \lambda$라 할 때 일반력 벡터와 직교력 벡터사이의 관계식 (12)를 이용하여 다음과 같이 조인트 구동력으로 변환할 수 있다.

$$\mathrm{S}^{\mathrm{T}}(\Phi_x^{\mathrm{T}} \lambda) = (\Phi_x \mathrm{S})^{\mathrm{T}} \lambda = \Phi_q^{\mathrm{T}} \lambda \tag{30}$$

즉, 직교력 표현에서의 라그랑지 승수는 조인트 구동력에서의 라그랑지 승수와 같은 값이 됨을 알 수 있다.

따라서 식 (7)로부터 얻어지는 라그랑지 승수 λ^p, λ^d를 이용하여 위치구동을 위한 포인트 구동력의 직교력벡터 $\Phi_x^{p\mathrm{T}} \lambda^p$ 및 상대거리 구동을 위한 병진구동력의 직교력벡터 $\Phi_x^{d\mathrm{T}} \lambda^d$를 계산할 수 있다. 또한 기구학적 구속조건 $\Phi^c(x)=0$을 만족시키기 위한 일반좌표공간에서의 조인트구동력 $\Phi_q^{c\mathrm{T}} \lambda^c$을 식 (7)에서 계산할 수 있으며 이를 직교력벡터로 표현하면 $\Phi_x^{c\mathrm{T}} \lambda^c$가 된다. 이와 같이 구한 직교력 벡터를 다음 식으로부터 Fig. 1에 도시된 물체 i의 임의점 P^{ki}에 작용하는 실제 구동력 f^{ki}, Fig. 2에서 병진구동기의 구동력 및 Fig. 3에서 절단된 조인트점에서의 반력을 구할 수 있다.

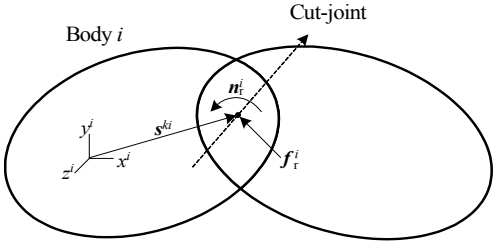

Fig. 3 A body with a kinematic constraint

$$\Phi_x^{\mathrm{T}}\lambda = \begin{bmatrix} f^{ki} \\ 2\mathrm{E}^{i\mathrm{T}}\tilde{s}^{ki}f^{ki} + 2\mathrm{E}^{i^{\mathrm{T}}}n^{ki} \end{bmatrix} \quad (31)$$

5. 수치예제

앞에서 제시된 기구학적 시스템에 대한 조인트 좌표 공간에서 여러 구동방식에 따른 구동력 해석방법의 타당성을 보이기 위하여 3관절 기구에 대한 수치예제를 수행하였다.

Fig. 4는 세 개의 아암이 회전 조인트로 연결되어 있는 3자유도 매니퓰레이터이다. 각 물체는 반경 3.0 cm, 밀도 7.07 g/cm^{3}인 실린더로서 길이는 각각 0.6 m, 1.0 m, 2.0 m로 모델링하였다. 각 물체들은 회전조인트로 연결되어 있으며, 4번 물체의 자세를 일정하게 유지하면서 시스템의 끝점이 XY평면(중력가속도 g는 -Y방향)에서 일정한 속력으로 반경 0.1 m의 원운동을 하도록 물체 4의 양 끝점과 물체 3의 한쪽 끝점에 다음과 같은 3개의 위치 구동조건을 부여하였다.

$$\Phi^1 = y_3 + s_y^3 - 0.1\sin 2\pi t = 0 \quad (32)$$

$$\Phi^2 = x_4 + s_x^4 + 0.1\cos 2\pi t - 3.1 = 0 \quad (33)$$

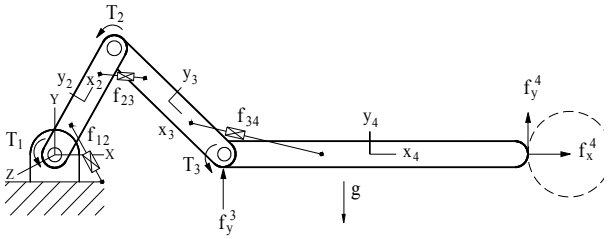

Fig. 4 A 3-dof manipulator with point drivers

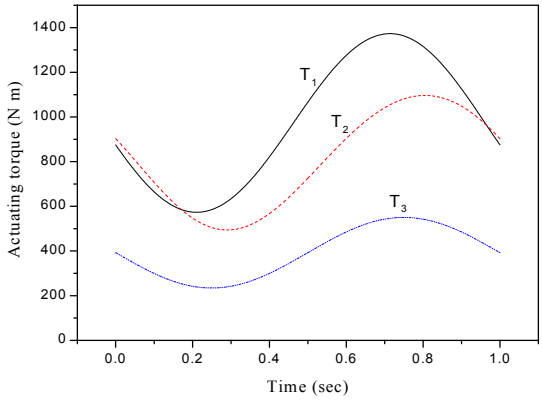

Fig. 5 Actuating torques for joint driving

$$\Phi^3 = y_4 + s_y^4 - 0.1\sin 2\pi t = 0 \quad (34)$$

여기서 s_y^i는 물체 i의 이동좌표계 원점에서 위치 구동점까지의 y좌표이다. 이러한 위치 구동조건에 대하여 조인트 구동력, 포인트 구동력 및 임의위치에서의 병진구동력 등 3가지 경우에 대하여 구동력을 해석하였다. Fig. 5는 조인트좌표 공간에서의 역동역학 해석결과로부터 3점에 주어진 운동을 구현하기 위해 각 회전조인트에 가해야 할 구동토크를 나타낸다. 이때 얻어진 라그랑지 승수를 이용하여 구동조건이 주어지는 위치 구속점에 가해야 할 구동력의 직교력 벡터를 구하고 식 (31)로부터 포인트 구동력을 구하였다 (Fig. 6). 이 구동력은 직교좌표공간에서 해석하는 DADS[8]의 결과와 서로 잘 일치하고 있음을 보여준다. 마지막으로 앞에서 주어진 운동을 구현하는 상대거리 구동력을 계산하기 위하여 Table 1에서와 같이 각 물체의 임의 위치에 3개의 병진 구동기를 설치하였다. 주어진 위치 구동조건을 만족하는 상대거리 구속점 사이의 거리를 3차 스플라인 함수로 근사적으로 구한 후 가속도식의 우변항을 계산하였다. Fig. 7은 4.2절에서 제시한 방법으로 계산되어 병진구동기에 가해야 할 구동

Table 1 Position of actuator attachment points

Force	Body	Local coordinates (m)		
		x	y	z
f_{12}	1	0.1	0.0	0.0
	2	-0.15	0.0	0.0
f_{23}	2	0.15	0.0	0.0
	3	-0.25	0.0	0.0
f_{34}	3	0.25	0.0	0.0
	4	-0.5	0.0	0.0

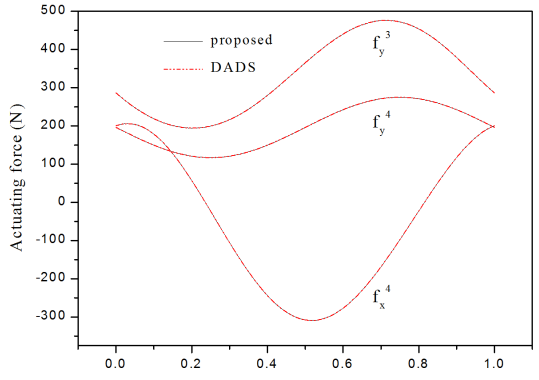

Fig. 6 Actuating forces for point driving

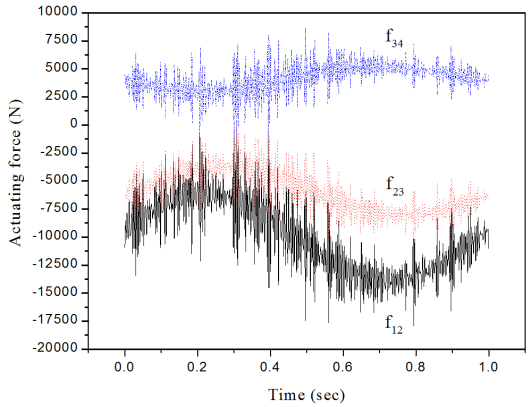

Fig. 7 Actuating forces for relative distance driving

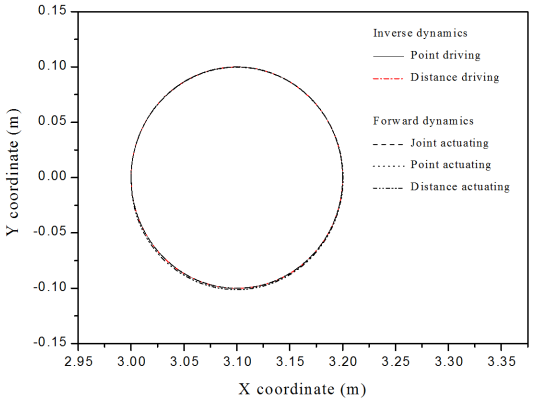

Fig. 8 Trajectory of the end point

력을 나타낸다. 그림에서 구동력의 변화가 심하게 나타나는 것은 구속점 사이의 거리가 근사화되었고 본 예제에 대한 구동방식의 특성 때문이라 사료된다. 주어진 구동조건에 대하여 여러 구동방법에 따른 역동역학 해석이 타당한가를 확인하기 위하여 역동역학 해석에서 구한 구동력들(Fig. 5-7)을 외력으로 작용시켜 정동역학 해석을 수행하였다. Fig. 8은 각 경우에 대한 시스템 끝점의 궤적을 보여주며 구동조건에 따른 운동궤적과 일치함을 보이고 있다. 병진구동력을 작용시킨 경우에는 이 구동력이 구속점의 근사적인 운동으로부터 구한 것임에 따른 약간의 오차가 있으나 구동조건에 따른 운동궤적을 잘 추종하여 제시한 방법이 타당함을 알 수 있다.

6. 결 론

기구학적 시스템에 있어서 구속조건에 대한 구동력을 계산하는 역동역학 해석을 조인트좌표 공간에서 수행하였다. 시스템이 동일한 운동을 일으키는 구동조건들의 일반좌표 공간에서의 조인트 구동력은 모두 동일한 값을 가지며, 직교력 표현에서의 라그랑지 승수와 조인트 구동력에서의 라그랑지 승수는 같은 값이 됨을 보였다. 이를 이용하여 주어진 구동조건에 대하여 동일한 기구학적 운동을 구현하는 조인트 구동력(또는 토크), 위치구동의 포인트 구동력 또는 임의 위치에서의 병진구동력을 해석하는 방법을 제시하였다. 제안된 방법에 따라 3개의 위치구동 조건을 가지는 3관절 기구에 대한 역동역학 해석을 통하여 조인트 구동토크, 위치 구동력 및 병진구동력을 계산하였으며, 이들 구동력을 시스템에 외력으로 가하는 정동역학 해석결과가 구동조건에 따른 기구학 해석 결과와 잘 일치하여 제안된 역동역학 해석방법이 타당하다고 사료된다. 따라서 구속조건이 주어지는 지점이외 임의의 구동위치나 구동방법에 대한 구동력을 해석함으로써 시스템 구동제어에 효과적으로 응용할 수 있으리라 사료된다.

후 기

이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었음.

참고문헌
(References)

(1) Nikravesh, P. and Chung, I. S., 1982, "Application of Euler Parameters to the Dynamic Analysis of Three Dimensional Constrained Mechanical Systems," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 785~791.

(2) Lee, B. H., Yoo, W. S. and Kwak, B. M., 1993, "A Systematic Formulation for Dynamics of Flexible Multibody Systems Using the Velocity Transformation Technique," *J. Mechanical Engineering Science, IMechE*, Vol. 207, No. c4, pp. 231~238.

(3) Chen, D. C. and Shabana, A. A., 1991, "Generalized and Actual Constraint Forces in the Inverse Dynamic Analysis of Spatial Flexible Mechanical Systems," *ASME Advances in Automation*, Vol. 2, pp. 469~476.

(4) Lee, B. H., 2003, "Inverse Dynamic Analysis of Mechanical Systems in Joint Coordinate Space," *J. Multibody Dynamics, IMechE*, Vol. 217, part K, pp. 29~37.

(5) Park, J., Yoo, H., Hwang, Y. and Bae, D., 2000, "Inverse Dynamic Analysis of Constrained Multi-body Systems Considering Friction Forces on Kinematic Joints," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 24, No. 8, pp. 2050~2058.
(6) Jerkovsky, W., 1978, "The Structure of Multibody Dynamics Equations," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 1, No. 3, pp. 173~182.
(7) Nikravesh, P., 1988, Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems, Prentice-Hall, Inc., p. 25
(8) CADSI, 1997, DADS 8.5 User's Manual, *CADSI (Computer Aided Design Software Inc.)*.