韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
https://doi.org/10.7468/jksmec.2017.20.3.193
2017. 7. 제 20권, 제 3호, 193-204

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
July. 2017, Vol. 20, No. 3, 193-204

초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기 활동 분석[1)]

성 창 근 (광주영천초등학교)
이 남 경 (화순초등학교)
이 대 현 (광주교육대학교)†

본 연구는 문제 만들기 활동과 수학 수업을 통합할 수 있는 실제적 방안을 모색하고자 수행되었다. 이를 위해 일상적으로 이루어지는 수학 수업의 정리 단계에서 문제 만들기 활동을 실행하고, 학생들이 만든 문제를 체계적인 절차와 준거를 사용해 분석하였다. 먼저 학생들이 만든 540 문제 중 수학적으로 해결 가능한 문제는 81%, 오류가 있는 문제는 18%로 나타났다. 이어서 수학적으로 해결 가능한 문제를 복잡성 수준에 따라 분석하였는데, 상-수준 13%, 중-수준 30%, 하-수준 57%였다. 마지막으로 오류 유형으로 분류된 비-수학적 문제, 단순한 진술, 해결 불가능 문제는 학생들의 성취 수준과 학습 내용에 따라 다양하게 분포되어 있었다. 본 연구는 학생들이 생성한 문제를 분석하기 위한 체계적인 절차와 준거를 제시하고 수학 수업과 문제 만들기 활동을 통합할 수 있는 방향을 제시했다는 점에서 의의를 찾을 수 있다.

Ⅰ. 서론

문제해결은 수학 교육 과정과 학습에서 중요한 위치를 점하고 있다. 아마도 모든 나라의 초, 중등 학생들은 수학 수업 시간에 문제를 해결하고 있을 것이다. 문제 만들기는 문제해결에 비해 교육과정과 교수·학습에서 훨씬 개진되지 못하고 있다(Cai & Hwang, 2002). 최근에 여러 나라의 수학 교육과정 문헌에서 문제 만들기 활동이 주목받고 있는데, 미국의 NCTM(2000)에서는 수학 교실에서 문제 만들기 활동을 보다 적극적으로 도입할 것을 권고하고 있으며, 우리나라의 2009 개정 수학과 교육과정에서도 수학적 문제해결력을 신장시키기 위해 문제 만들기 활동을 강조하였다(교육부, 2011).

문제 만들기란 주어진 상황을 탐구하기 위해 새로운 문제나 질문을 생성하는 것 또는 문제를 해결하는 도중에 어떤 문제를 재형성하는 것을 의미한다. 수학교육 연구 커뮤니티에서 문제 만들기 관련 연구는 다양한 측면에서 이루어져오고 있다.

문제 만들기와 관련된 첫 번째 연구 노선은 문제 만들기를 수학적 창의성을 계발하고 재능 있는 학생을 선별하는 검사 도구로 활용하는 것이다. 예를 들어, Krutetskii(1976)는 문제 만들기 과제를 사용해 수학적으로 재능이 있는 학생을 선별하였는데, 재능이 있는 학생은 주어진 정보를 사용해 정확하게 문제를 만들 수 있었다고 보고하였다. Van Harpen & Sriraman(2013) 역시 문제 만들기 능력은 수학적 창의성의 중요한 지표라고 강조하고, 기하 영역에서 문제 만들기 능력을 측정하여 학생들의 창의성을 분석하였다. 국내에서 또한 수학적 문제 만들기 능력을 수학적 창의성의 중요한 구인으로 간주하고, 문제 만들기 능력을 측정함으로써 학생들의 수학적 창의성을 이해하려는 연구가 이루어지고 있다(김판수, 2012; 이강섭 · 황동주, 2007; 이대현, 2013 등).

두 번째 연구 노선은 문제 만들기를 문제해결 능력을 신장시키는 도구로 활용하는 것이다. 대표적인 연구로 Silver & Cai(1993, 1996)의 연구를 들 수 있다. 그들은 6, 7학년 학생들에게 주어진 상황을 이용해 문제를 만들게 한 후 문제 만들기 능력과 문제해결 능력 사이의 관계를 조사하였다. 연구 결과 두 변인 간의 상관관계가 매우 높았다. 또한 우리나라 2009 개정 교육과정과 미국의 NCTM(2000)에서도 문제 만들기를 문제해결을 위한 중요한 도구로 간주하고 있다. 국내에서도 문제 만들기 활동이 학생들의 문제해결력을 향

* 접수일(2017년 4월 11일), 심사(수정)일(1차: 2017년 5월 1일, 2차: 2017년 7월 13일), 게재확정일(2017년 7월 19일)
* ZDM분류 : D43
* MSC2000분류 : 97C90
* 주제어 : 문제만들기, 수학수업
† 교신저자 : leedh@gnue.ac.kr
1) 본 논문은 이남경(2016)의 석사학위 논문에 수록된 자료를 이용하여 분석한 연구임

상시키는데 주는 효과와 영향에 대한 경험적인 연구가 수행되고 있다(김경옥 · 류성림, 2009; 김준겸 · 임문규, 2001; 배준환 · 박만구, 2016 등).

전술한 연구들은 문제 만들기 연구의 역사적이고 인지적인 근간으로써. 문제 만들기 능력이 학생들의 창의성, 문제 발견 능력, 문제해결 능력과 관련이 있다는 주장과 논거에는 이론의 여지가 없지만 수학 교육과정과 교수·학습에 직접적으로 시사하는 바가 크지 않다는 한계를 지니고 있다. 이에 일부 수학 교육 연구자들은 문제 만들기 활동과 수학 학습사이의 관련성에 관심을 두었는데, 문제 만들기 활동은 학생들의 수학적 개념 이해와 수학적 태도를 향상시키는데 효과가 있다고 보고하였다(윤미란 · 박종서, 2008; 이경미 · 이광호 · 이근철, 2012; Cai et al,, 2013). 그럼에도 이 연구들은 문제 만들기와 다른 인지적이고 정의적인 변인들과의 관계를 표면적이고 사후적으로 분석하고 있어 학생들이 생성한 문제 자체를 이해하는데 직접적인 정보를 제공하지 못하고 있다.

한편, 일단의 수학교육 연구자들은 수학 교수·학습 테두리 안에서 학생들이 생성한 문제 자체를 심도있게 분석하려고 시도하였다. Silver & Cai(1996, 2005)는 학생들이 생성한 문제를 해결 가능성, 언어적·수학적 복잡성, 문제들 간의 관련성을 준거로 분석하였다. 또한 Pien(2013)은 초등학교 5학년 학생들에게 이분모 분수의 덧셈과 진분수의 곱셈 문제를 만들게 하였으며, 이 문제들을 용어, 의미 구조, 복잡성을 준거로 분석하였다. 이 두 연구는 학생들이 생성한 문제를 분석하기 위한 절차와 준거를 명확하게 제시했다는 점에서 매우 고무적이라 할 수 있다. 다만 문제 만들기 활동을 위한 특정한 상황이 제시되었고, 특정한 수학적 개념의 이해를 조사하기 위해 정규적으로 행해지는 수학 수업이 아니라 별도의 시간을 할애하여 문제 만들기 활동이 수행되었다는 점에서 연구 절차와 결과를 수학 수업에 적용하는데 현실적 제약이 따른다. 이 지점이 바로 본 연구를 수행하게 된 출발점이다.

교육 연구의 궁극적인 목적은 학생들의 학습을 개선, 신장 시키는 것이다. 문제 만들기에 관한 연구도 예외일 수 없다. 문제해결과 마찬가지로 문제 만들기는 수업의 일부분으로 자연스럽게 통합될 필요가 있다. 다시 말해 일상적으로 이루어지는 수학 수업에서 문제 만들기 활동이 이루어지고, 학생들이 만든 문제를 분석함으로써 학생들의 이해와 교사의 수업을 반성할 수 있는 교수학적 장치로 활용될 필요가 있다. 이에 본 연구는 정규적으로 이루어지는 수학 수업에서 특히 정리 단계에서 앞서 학습한 내용과 관련된 문제를 학생들에게 만들게 하고, 그것을 체계적으로 분석함으로써 문제 만들기 활동과 실제 수업을 통합할 수 있는 실제적 방안을 모색하는 것을 목적으로 한다.

Ⅱ. 문헌분석

1. 문제 만들기와 수학 학습

문제 만들기는 전통적으로 문제해결과 관련지어 다루어져왔다. 문제 만들기는 주어진 문제로부터 새로운 문제를 만드는 것(generation) 또는 다시 만드는 것(re-formulation)이라 할 수 있다(Silver, 1994). 이러한 관점에서 Silver(1994)는 문제해결 전, 문제해결 중, 문제해결 후 각 단계에서 문제 만들기가 어떻게 수행될 수 있는지 기술하였다.

먼저, 문제해결 전에 수행되는 문제 만들기 활동은 주로 문제를 이해하기 위한 활동으로 문제에 제시된 상황 즉 이야기, 그림, 표, 다이어그램 등에 대해 자유롭게 문제를 만드는 것이다. 문제해결 중에 이루어지는 문제 만들기 활동은 문제 해결자가 문제를 보다 쉽게 해결하기 위해 주어진 문제를 재구성하거나, 문제의 조건을 변화시키는 것이다. 마지막으로 문제해결 후 행해지는 문제 만들기 활동은 이미 해결한 문제해결 해법을 새로운 상황에 적용하거나 조건을 달리하여 문제를 만드는 것이다. 예컨대 'what-if'나 'what-if-not'전략을 사용해 문제해결 해법을 적용, 발전시키는 경우가 이에 해당한다. 이러한 관점에서 문제해결과 문제 만들기는 별개의 활동이라기보다는 하나의 통합된 과정으로 볼 수 있다.

문제해결과 문제 만들기가 이론적으로 관련이 있다는 주장에 더해 일부 연구자들은 양자의 관련성을 경험적으로 입증하였다. Kilpatrick(1987)은 피험자가 만든 문제의 질은 그들이 문제를 푸는 능력의 지표가 될 수 있다고 피력하였다. 이후 Silver & Cai(1996)는 중학교 학생 500명에게 운전과 관련된 상황을 제시하고, 여기에 담긴 정보를 사용해 문제를 만들게 하였다. 또

한 문제해결 능력과 문제 만들기 능력의 관련성을 조사하기 위해 추가적으로 8개의 개방형 문제를 풀도록 하였다. 연구 결과, 학생들의 문제해결 수행 능력은 문제 만들기 수행 능력과 매우 높은 상관을 보였으며, 보다 성공적인 문제해결자일수록 보다 복잡한 수학적 문제를 생성하였다. 이 밖에도 몇 몇 연구자들이(예를 들어, Cai, 1998; Cai & Hwang, 2002; English, 1997) 문제해결능력과 문제 만들기 능력은 서로 밀접히 관련이 있다는 점을 경험적으로 입증하였다.

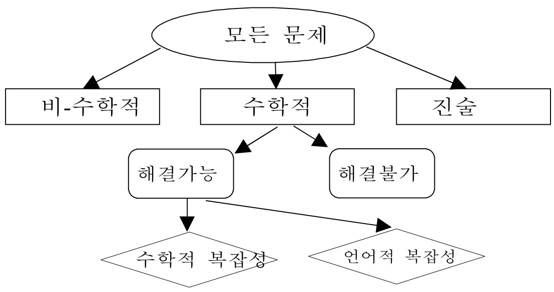
한편, 최근에 문제 만들기를 수학 학습에 적극적으로 통합하려는 움직임이 일고 있다. 교육 연구의 궁극적인 목적은 학생들의 학습을 향상시키는 것임을 감안할 때 문제 만들기를 수학 교육과정과 교수·학습에 통합하려는 시도는 매우 의미 있는 일이라 할 수 있다. 이러한 노력은 많은 연구자들에 의해 시도되었는데(예를 들어, Chua, 2011; English, Fox, & Watter, 2005; Quek, 2001), 수학 수업에서 문제 만들기 활동을 경험한 학생들은 그렇지 않은 학생에 비해 높은 성취를 보였다. 또한 문제 만들기 활동은 학생들의 흥미를 자극하고 수학적 사고와 개념 이해를 향상시킬 수 있다고 보고되었다(Cai & Whang, 2002). 이를 통해 문제 만들기 활동은 수학 수업과 통합되어야 한다는 주장이 동력을 얻게 되었다.

하지만 수학 수업에서 문제 만들기 활동을 적극 활용하기 위해서는 학생들에게 어떤 상황과 정보를 제시할 것인지, 문제 만들기 전략의 지도, 문제 만들기 교수·학습 모델 등 많은 부분이 선결되어야 한다. 이와 관련된 연구가 국내외에서 수행되어 왔다(예, 주홍연·한혜숙, 2016; English, 1997). 하지만 이들 연구에서 제안된 교수 모델과 전략을 실제 수학 교실에 적용하는 데는 교사의 역량과 시간적 부담, 하나의 목표를 한 차시에 가르쳐야 하는 우리나라 수업 시스템, 모든 수업에서 문제 만들기 활동을 적용하는데 직면할 수 있는 현실적인 어려움을 감안한다면 쉽지 않은 일이다.. 이에 본 연구에서는 문제 만들기 활동을 수학 수업에 자연스럽게 통합하려는 방안으로 한 차시 수업의 정리 단계에서 앞서 학습한 내용과 관련이 있는 문제를 만들어 보게 하는 방법을 택하였다. 이러한 방법의 장점은 첫째, 교사들이 문제 만들기에 대한 깊이 있는 이해가 없더라고 수행할 수 있으며 둘째, 일상적으로 이루어지는 정규 수업 시간의 정리 단계에서 문제 만들기 활동이 이루어지기 때문에 수업의 일부분으로 통합될 수 있으며 셋째, 학생들은 학습한 내용을 바탕으로 자신의 이해한 바를 더욱 확장할 수 있어 한 시간 동안 학습한 개념과 절차를 반성해볼 수 있는 기회가 될 수 있을 것이다. 이러한 통합 방법에서 선결 되어야 할 점은 학생들이 생성한 문제를 총체적이 아니라 보다 체계적으로 분석할 수 있는 틀이 필요하다. 이에 다음 장에서는 학생들이 생성한 문제를 분석하기 위한 틀에 대해 기술하고자 한다.

2. 문제를 분석하기 위한 절차와 준거

학생들이 생성한 문제를 분석하기 위해 몇 가지 연구가 수행되었다. 먼저 Silver & Cai(1996, 2005)의 연구를 들 수 있는데, 그들은 양, 독창성, 복잡성 준거를 사용해 학생들이 생성한 문제를 분석하였다. 이 중 양(quantity)은 학생들이 생성한 문제의 개수이며, 독창성은 문제의 빈도를 의미한다. 이 두 준거는 일반적으로 창의성을 측정하기 위한 준거로서 본 연구 목적과 부합하지 않아 분석 준거에서 제외되었다.

본 연구에서 특히 관심을 두는 준거는 문제 복잡성(complexity)으로, 문제에 포함된 수학적 관계의 정교성, 문제 난이, 언어적 복잡성, 수학적 복잡성 4개의 하위 요소로 나뉘는데, 이중 수학적 복잡성은 수학적 과제가 지니고 있는 인지적 요구 수준(cognitive demand)을 의미한다.



[그림 1] 문제 분석 절차(Silver & Cai, 1996)
[Fig. 1] Procedure for analysing problems(Silver & Cai, 1996)

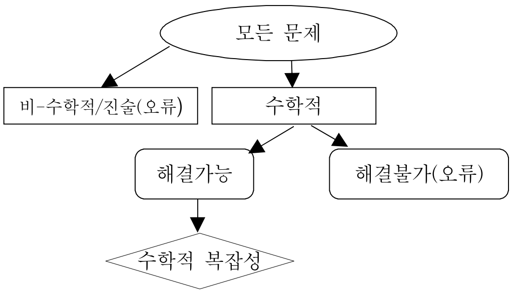
Silver & Cai(1996, 2005)는 [그림 1]이 보여주듯이 학생들이 생성한 문제를 3단계에 걸쳐 분석하였다. 일차적으로 학생들이 만든 문제를 비-수학적, 수학적, 단

순한 진술로 분류하였다. 이어서 ‘수학적’으로 분류된 문제를 ‘해결 가능’과 ‘해결 불가능’으로 분류하였다. 마지막으로 ‘해결 가능’으로 분류된 문제를 ‘수학적 복잡성’과 ‘언어적 복잡성’으로 분류하였다.

본 연구에서는 Silver & Cai(1996, 2005)와 Lin & Leng(2008)의 연구를 참고하여 학생들의 생성한 문제 분석 절차를 마련하였다([그림 2] 참고).

분석의 첫 번째 단계는 모든 문제를 ‘비-수학적/단순한 설명 문제’와 ‘수학적 문제’로 분류 한다.

두 번째 단계는 수학적 문제는 ‘해결 가능한 문제’와 ‘해결 불가능한 문제’로 분류한 후 해결 가능한 문제는 문제 복잡성을 준거로 분석한다.



[그림 2] 문제 분석 절차
[Fig. 2] Procedure for analysing problems

‘수학적 복잡성’은 추론, 수행 절차, 개념 이해, 수학적 지식 및 과정에 따라 상, 중, 하 수준으로 분석된다. Lin & Leng(2008)은 Silver & Cai(1996)의 연구에서 사용된 복잡성의 준거를 아래 [표 1]과 같이 더욱 세분화하여 제시하였다.

[표 1] 문제 복잡성 수준(Lin & Leng, 2008)
[Table 1] Complexity level of problems(Lin & Leng, 2008)

복잡성 수준		
하	중	상
학습한 개념, 절차의 회상. 기계적인절차를 적용해 해결. 창의적인 해결의 여지가 없음.	하-수준보다 사고의 유연성과 대안적인 해법을 필요로 함. 여러 단계의 해법 필요. 비형적 추론 전략 필요	추상적인 추론, 분석, 판단, 창의적 사고를 요구. 추상적이고 정교한 방식으로 해결 요구.
-사실, 용어, 성질의 회상 또는 재인 -합, 차, 곱, 몫 계산 문제 -특정한 절차를 수행 -일단계 문제	-상황을 한 가지 이상의 방식으로 표상 -해결 과정에서 정당화가 필요 -시각적 표상의 해석 -다-단계 문제	-표상들이 어떻게 다른지를 설명 -여러 가지 절차를 수행 -패턴 일반화 -한 가지 이상의 방식으로 해결 -해법을 설명하고 정당화 요구

본 연구에서는 해결 가능한 문제는 복잡성을 준거로 상, 중, 하 수준으로 나누어 분석하였다. 이때 각 수준의 일반적이고 세부적인 특징은 Lin & Leng(2008)의 틀을 준용하였다.

분석의 세 번째 단계는 비-수학적 문제, 진술, 해결 불가능 문제는 학생들이 문제 만들기에서 보인 오류로 포함시켜 ‘오류 유형’으로 범주화하였다. 각 오류 유형에 따른 분석 기준은 [표 2]와 같다.

[표 2] 오류 유형과 분석 기준
[Table 2] Types of errors and criteria for analysing

오류 유형	분석 기준
비-수학적 문제	학습 내용과 관련이 없는 문제
단순한 진술	문제의 형식을 갖추지 못한 설명, 진술
해결 불가능 문제	문제를 해결하기 위한 조건이 부족한 문제
	정보가 명확하지 않거나 수학적 기호 및 용어를 잘못 사용한 문제

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구는 K광역시 H초등학교 5학년 1개 학급의 남학생 14명, 여학생 9명, 총 23명을 대상으로 수행되었다. 이 학교는 전형적인 공립초등학교로 사회·경제적 수준은 중·상 수준이며, 학부모들의 수학 학습에 대한 관심과 열의가 비교적 높은 편이다. 연구 대상 학급은 K광역시 교육청에서 개발된 표준화 검사인 기초학력진단평가 결과 국어과 기초학력은 평균 84점, 수학과 기초학력은 평균 80점으로 두 과목 모두 5학년 6

개 반 전체 평균과 비슷한 점수를 보였다. 이러한 결과에 비추어 연구 참여 학생들은 기본적인 수학적 개념과 절차를 습득하고 있으며, 또한 자신의 수학적인 생각을 문장으로 구성하는데 필요한 언어적 능력 또한 갖추고 있다고 판단할 수 있다.

2. 문제 만들기를 적용한 수업

가. 문제 만들기 학습의 개요

본 연구에서 문제 만들기 활동은 일상적으로 이루어지는 정규 수학 수업 시간에 이루어졌다. 단원, 학습 주제에 따라 다양한 수업 모형이 적용될 수 있지만 대체로 한 차시 수업은 도입, 전개, 정리 단계로 구분된다. 이 중 정리 단계에서는 교사의 선호에 따라 앞서 학습한 내용에 관련된 간단한 연습 및 발전 문제 풀기, 학습 내용을 정리하기, 차시 예고 등의 활동을 하게 된다. 본 연구에서는 수업의 정리 단계에서 '문제 만들기' 활동을 전개하였다. 문제 만들기 활동을 본격적으로 시작하기 전에 문제 만들기가 수학사, 과학사에서 활용된 예를 제시하여 문제 만들기의 의미와 중요성을 설명하였다. 그리고 실제로 교사가 학생들이 풀어야할 문제를 만드는 과정에 대해 직접적으로 시범 보이고 학생들에게 직접 만들어보게 하였다. 이때 본 연구는 특정한 문제해결 전략 처치의 효과를 밝히는 것에 목적을 두지 않았기 때문에 What-if, What-if not 등과 같은 특정한 문제 만들기 전략을 지도하지 않았다.

학생들은 한 차시 수업의 정리 단계에서 학습한 내용을 반성하며 문제 만들기 활동을 수행하였는데, 이때 문제 만들기 활동지를 활용하였다.

문제 만들기 활동
오늘 배운 내용을 생각하며 짝이 풀 수 있는 문제를 만들어 보세요.

[그림 3] 문제 만들기 활동지
[Fig. 3] Worksheet for problem posing activity

수업 후 학생들이 작성한 활동지를 수합하였다. 시간이 부족해 문제를 만들지 못하는 경우에는 쉬는 시간, 점심 시간을 활용하여 문제를 만들게 하였다.

나. 문제 만들기 활동 주제

2009개정 교육과정에 따른 초등학교 5학년 1학기 수학 '1.약수와 배수', '2. 직육면체', '3.약분과 통분', '4. 분수의 덧셈과 뺄셈', '5. 다각형의 넓이' 단원의 차시 중 [표 3]과 같이 총 15가지의 학습 주제에 대해 문제 만들기 활동을 수행하였다.

[표 3] 문제 만들기 활동 적용 수업 내용
[Table 3] Lesson themes for applying problem posing

단원	학습내용
1.약수와 배수	약수와 배수 알기
	공약수와 최대공약수 알기
	공배수와 최소공배수 알기
2.직육면체	직육면체와 정육면체 알기
	직육면체의 겨냥도 알기
	직육면체의 전개도 알기
3.약분과 통분	크기가 같은 분수 알기
	약분과 기약분수 알기
	분수의 크기 비교하기
4.분수의 덧셈 뺄셈	분수의 덧셈 알기
	분수의 뺄셈 알기
	대분수의 덧셈, 뺄셈 알기
5. 다각형의 넓이	도형의 둘레의 길이 구하기
	단위넓이로 넓이 구하기
	다각형의 넓이 구하기

3. 자료수집 및 분석

학습 주제별로 수업을 진행하면서 차시를 정리하는 문제를 만들게 하였다. 이러한 방법으로 총 540문제가 수집되었다. 수집된 문제는 앞선 장의 [그림 2]의 절차로 분석을 시도하였다. 먼저 해결 가능한 문제를 대상으로 문제 복잡성 수준을 상, 중, 하 수준으로 분석하였다([표 1] 참고). 마지막으로 [표 2]와 같이 오류 유형을 분류하고 준거에 따라 학생들이 보인 오류를 분석하였다.

Ⅳ. 결과 분석

1. 학생들이 만든 문제의 전반적 분포

학생들이 만든 총 540 문제를 대상으로 수학적으로 해결 가능한 문제와 오류가 있는 문제로 분류하였으며, 후자에는 수학적이지만 해결 불가능, 단순한 문장 진술, 비-수학적인 문제가 포함되었다. '수학적으로 해

결 가능한 문제'와 '오류가 있는 문제'의 분포를 살펴보면 수학적 문제가 81.9%, 오류가 있는 문제가 18.1%로 나타났다([표 4] 참고).

[표 4] 학생들이 만든 문제의 전반적 분포
[Table 4] The overall distribution of problems posed by students

단 원	수학적 문제	오류 문제
1. 약수와 배수	103 (23.3%)	11 (11.2%)
2. 직육면체	79 (17.9%)	11 (11.2%)
3. 약분과 통분	73 (16.5%)	8 (8.1%)
4. 분수의 덧셈과 뺄셈	85 (19.2%)	33 (33.7%)
5. 다각형의 넓이	102 (23%)	35 (35.8%)
합 계	442 (100%)	98 (100%)
	442/540 (81.9%)	98/540 (18.1%)

[표 4]에서 알 수 있듯이 학생들이 생성한 총 540 문항 중 수학적으로 해결 가능한 문제의 비율은 81.9%, 오류 유형으로 분류된 수학적이지만 해결 불가능한 문제, 단순한 진술, 비-수학적 문제의 비율은 18.1%로 나타났다. 이를 통해 학생들은 전반적으로 수학적으로 해결 가능한 문제를 만들 수 있는 능력을 가지고 있다는 점을 알 수 있다.

2. '해결 가능' 문제의 '복잡성' 수준 분석

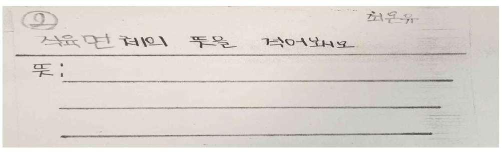
앞의 분석을 통해 학생들이 만든 문제 중 약 80% 정도가 수학적으로 해결 가능한 문제라는 점을 알 수 있었다. 이러한 결과는 일견 많은 학생들이 학습한 내용을 충분히 이해하였으며, 그것을 바탕으로 수학적으로 해결 가능한 문제를 만들었다고 추측할 수 있다. 학생들이 만든 문제의 질을 좀 더 깊이 들여다보기 위해서 복잡성 수준을 준거로 분석을 시도하였다.

[표 5] 복잡성 수준 분석
[Table 5] Analysis of complexity level

학습내용	복 잡 성 수준		
	하	중	상
약수와 배수 알기	32	3	4
공약수와 최대공약수 알기	28	2	3
공배수와 최소공배수 알기	24	4	3
계	84	9	10
직육면체와 정육면체 알기	23	10	4
직육면체의 겨냥도 알기	23	2	4
직육면체의 전개도 알기	16	5	2
계	62	17	10
크기가 같은 분수 알기	14	3	7
약분과 기약분수 알기	17	3	3
분수의 크기 비교하기	16	6	4
계	47	12	14
분수의 덧셈 알기	4	19	2
분수의 뺄셈 알기	6	21	2
대분수의 덧셈, 뺄셈 알기	8	19	4
계	18	59	8
도형의 둘레의 길이 구하기	9	5	6
단위넓이로 넓이 구하기	5	5	2
다각형의 넓이 구하기	38	21	11
계	52	31	19
총계	253(57%)	129(30%)	61(13%)

[표 5]는 학생들이 만든 수학적으로 해결 가능한 문제를 복잡성 수준에 따라 분석한 결과이다. 수학적으로 해결 가능한 총 442 문항 중 하-수준 253(57%), 중-수준 128(30%), 상-수준 61(13%)으로 나타났다. 학생들이 만든 문제는 복잡성 수준이 증가할수록 감소한다는 점을 알 수 있다. 복잡성 수준-상 문제의 비율이 13%로 매우 낮게 나타났으며 약 87%의 문제가 하-수준과 중-수준의 문제였다. 이러한 결과를 통해 학생들이 만든 문제 중 수학적으로 해결 가능한 문제는 양적으로 80% 정도로 많은 비율을 차지했지만 질적으로는 낮은 수준의 문제가 대부분이라는 점을 알 수 있었다. 문제의 복잡성에 따른 문제의 예를 제시하면 다음과 같다.

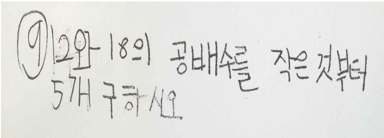
문제 복잡성 하-수준의 문제는 교과서에서 약속한 수의 이름, 도형의 이름, 분수고치기, 쓰고 읽기의 개념과 원리를 문장으로 질문하는 문제이다. 예를 들어 [그림 4]과 같이, 앞서 학습한 개념을 문장으로 질문하는 문제로 개념의 단순한 회상으로 해결될 수 있는 문제이다.



[그림 4] 복잡성 수준-하(1)
[Fig. 4] Complexity level-low(1)

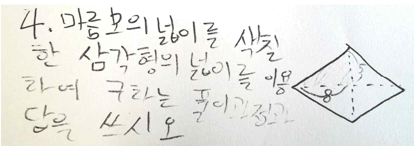
복잡성 수준_하 수준의 다른 예는 교과서나 익힘책에 제시된 문제를 변경한 문제라 할 수 있다. 아래 [그림 5]에서 보듯이 공배수를 학습한 후, 이와 관련된 문

제를 만들기 위해 앞 차시에서 해결했던 문제 유형을 재진술한 것으로 하-수준으로 분류되었다.



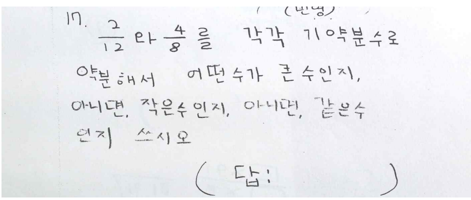
[그림 5] 복잡성 수준-하(2)
[Fig. 5] Complexity level-low(2)

복잡성 하-수준이 학습한 사실, 용어의 단순한 회상 또는 학습한 절차를 수행하여 해결될 수 있는 데 반해 복잡성 중-수준의 문제는 학습한 절차나 알고리즘 보다 한 단계 높은 해결 방법을 요구하고, 주어진 시각적 표상의 해석을 필요로 한다. 예를 들어, 아래 [그림 6]에서 학생이 생성한 문제는 교과서 문제를 단순히 재진술한 것이라기보다는 학습한 절차 이상의 방법과 설명과 정당화를 요구하고 있다.



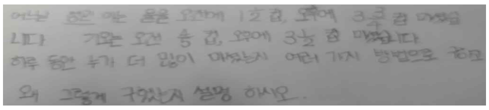
[그림 6] 복잡성 수준-중(1)
[Fig. 6] Complexity level-middle(1)

[그림 7]는 복잡성 중-수준의 또 다른 예로 '분모가 다른 분수의 크기 비교'라는 학습 내용에 대해 학생 스스로의 이해가 문제에 진술되어 있어, 중- 수준으로 분류되었다.



[그림 7] 복잡성 수준-중(2)
[Fig. 7] Complexity level-middle(2)

[그림 8]2)은 복잡성-상 수준의 문제의 예이다. 이 문제는 여러 가지 방법으로 해결할 것을 요구하고, 또한 설명과 정당화를 요구하고 있다는 점에서 상-수준 문제로 분류할 수 있다.



[그림 8] 복잡성 수준-상
[Fig. 8] Complexity level-high

3. 오류 유형 문제

수학적으로 해결 가능한 문제는 전체 문제 중 81.9%, 오류가 있는 문제가 18.1%를 차지했다. 오류가 있는 문제는 '수학적으로 해결 불가능한 문제', '비-수학적인 문제', 문제의 형식을 갖추지 않은 '단순한 진술' 문제로 분류되었다. 전체 오류 유형 문제 중 '해결 불가능한 문제'가 전체의 49%로 가장 많은 비율을 차지하였으며, '단순한 진술'이 30%, '비-수학적인 문제'가 전체의 20.4%'를 차지했다. 학습내용을 중심으로 한 오류 문제 비율은 [표 6]과 같다.

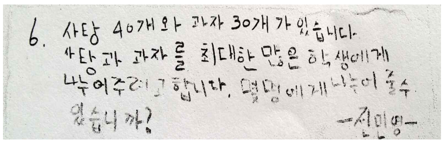
[표 6] 학습 내용 별 오류 유형 비율
[Table 6] Rates of error types in each learning theme

유형 / 학습내용	해결불가능	비-수학적	단순 진술
약수와 배수 알기	0 (0%)	0 (0%)	1 (33%)
최대공약수 알기	5 (100%)	1 (50%)	2 (67%)
최소공배수 알기	0 (0%)	1 (50%)	0 (0%)
계	5 (100%)	2 (100%)	3 (100%)
직육면체와 정육면체 알기	2 (40%)	1 (50%)	2 (50%)
직육면체의 겨냥도 알기	2 (40%)	1 (50%)	0 (0%)
직육면체의 전개도 알기	1 (20%)	0 (0%)	2 (50%)
계	5 (100%)	2 (100%)	4 (100%)
크기가 같은 분수 알기	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
약분과 기약분수 알기	0 (0%)	0 (0%)	2 (67%)
분수의 크기 비교하기	1 (100%)	0 (0%)	1 (33%)
계	1 (100%)	0 (0%)	3 (100%)
분수의 덧셈 알기	1 (100%)	0 (0%)	3 (12%)
분수의 뺄셈 알기	0 (0%)	0 (0%)	9 (36%)
대분수의 덧셈, 뺄셈	0 (0%)	0 (0%)	13 (52%)

2) 예준이는 물을 오전에 $1\frac{1}{2}$컵, 오후에 $3\frac{3}{4}$컵 마셨습니다. 기오는 오전 $\frac{4}{5}$컵, 오후에 $3\frac{1}{2}$컵 마셨습니다. 하루 동안 누가 더 많이 마셨는지 여러 가지 방법으로 구하고, 왜 그렇게 구했는지 설명하시오.

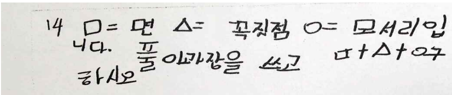
계	1 (100%)	0 (0%)	25 (100%)
도형의 둘레의 길이기	0 (0%)	1 (33.3%)	2 (15.4%)
단위넓이로 넓이 구하기	2 (18.2%)	1 (33.3%)	2 (15.4%)
다각형의 넓이 구하기	9 (81.8%)	1 (33.3%)	9 (69.2%)
계	11 (100%)	3 (100%)	13 (100%)

오류 문제는 ‘약수와 배수’에서 전체의 11.2%에 해당하는 비율을 나타냈다. 이는 처음 문제를 만드는 학생들이 방법을 익히기 위해 수학 교재에 주어진 문제를 변형한 문제를 주로 만들었기 때문으로 보인다. ‘약수와 배수’ 문제에 나타난 학생들의 대표적인 오류로는 ‘해결 불가능한 문제’의 오류이다. 학생들이 문제 만들기에 대한 이해도와 완성도가 다소 부족했기 때문에 조건이 부족한 문제와 비논리적인 문제가 많았다. 학생들이 ‘해결 불가능한 문제’는 [그림 9]와 같다. 이 학생은 최대공약수를 이해하고 계산하는 문제로 만들면서 사탕과 과자를 똑같이 나누어야 한다는 조건을 적지 않는 오류를 범했다.



[그림 9] 오류 유형-해결 불가능(1)
[Fig. 9] Error types-unsolvable problem(1)

‘직육면체’단원에서는 오류 문제가 전체의 11.2%에 해당하는 비율을 나타냈다. 이는 입체도형이라는 새로운 영역을 배우고 문제를 만드는 학생들이 개념과 원리를 익히기 위해 수학 교재에 주어진 문제를 변형한 문제를 주로 만들었기 때문으로 보인다. ‘직육면체’ 단원에서 학생들이 만든 문제에 나타난 학생들의 대표적인 오류로는 ‘해결 불가능한 문제’ 오류이다. [그림 10]과 같이 직육면체의 특징 중 면과 꼭짓점과 모서리의 개수를 문제로 질문하면서 직육면체 또는 정육면체라는 도형 조건을 제시하지 않는 오류를 범했다.

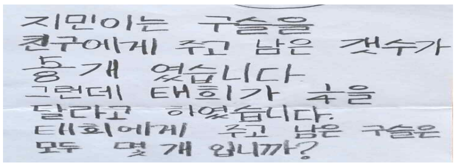


[그림 10] 오류 유형_해결 불가능(2)
[Fig. 10] Error types-unsolvable problem(2)

1, 2단원 모두 ‘해결 불가능한 문제’오류 비율이 높은 것을 보면 관련된 수학 영역마다 처음 문제를 만들 때는 학생들이 문제 만들기에 대한 이해도와 완성도가 다소 부족하기 때문에 문제를 해결하는 데 필요한 조건을 자신이 이미 알고 있다고 생각하고 적지 않거나, 문제를 해결하기 위한 구체적인 조건을 적지 않는 경우 등이 많음을 알 수 있다.

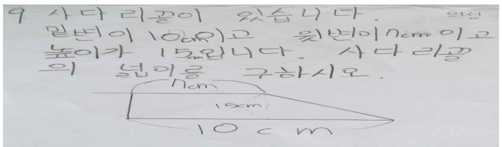
‘약분과 통분’단원에서는 오류 문제가 전체의 8.1%에 해당하는 가장 적은 비율을 나타냈다. 이는 처음 이분모 분수의 관계를 배우고 문제를 만드는 학생들이 방법을 익히기 위해 수학 교재에 주어진 문제를 변형한 문제를 주로 만들었기 때문으로 보인다. 이 단원에서 나타난 대표적인 오류로는 ‘비-수학적 문제’오류이다.

‘분수의 덧셈과 뺄셈’단원에서는 전체 오류 문제 중 33.7%의 비율을 나내냈다. ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문제 만들기 활동에 나타난 대표적인 오류로는 ‘해결 불가능한 문제’ 오류이다. [그림 11]과 같이 분수의 뺄셈을 구하는 문제를 만들었는데 구슬 $\frac{5}{8}$개라는 언어 논리에 맞지 않는 소재를 사용하는 오류를 범했다.



[그림 11] 오류 유형_해결 불가능(3)
[Fig. 11] Error types-unsolvable problem(3)

‘다각형의 넓이’에서는 오류 문제가 전제의 35.8%로 가장 높은 비율을 나타냈다. ‘다각형의 넓이’에 대한 문제에 나타난 학생들의 대표적인 오류로 역시 ‘해결 불가능한 문제’ 오류이다. 이에 대한 학생들의 전형적인 예시는 [그림 12]와 같다. 이 학생은 사다리꼴의 구성 요소를 주고 넓이를 구하는 문제를 질문하면서 아랫변을 밑변이라고 잘못 말하는 오류를 범했으며 그림에 높이가 정확하게 밑변에 대한 수직임을 표시하지 않는 등 언어적· 수학적 논리에 맞지 않는 오류를 보였다.



[그림 12] 오류 유형_해결 불가능(4)
[Fig. 12] Error types-unsolvable problem(4)

V. 논의 및 결론

본 연구는 2009개정 교육과정에 따른 5학년 수학 학습을 통해 학생들이 만든 문제의 유형과 오류 경향을 분석하여 문제의 해석과 이해 및 적절한 피드백을 제공함으로써 문제 만들기와 수학 수업의 통합이라는 목표를 달성하기 위해 수행되었다. 이를 위해 K광역시 소재 H 초등학교 5학년 1개 학급 23명을 대상으로 약 12주에 걸쳐 한 차시 수업의 정리 단계에서 문제 만들기 활동을 전개하고, 학생들이 만든 540문항에 대해 분석 작업을 진행하였다. 먼저 학생들이 만든 문제를 체계적으로 분석하기 위하여 선행 연구를 기반으로 분석 절차와 준거를 마련하였다. 먼저 학생들이 만든 문제를 수학적으로 해결 가능한 문제와 해결 가능하지 않는 문제로 분류하고, 해결 가능한 문제는 복잡성 수준에 따라 상, 중, 하 수준으로 분석하였으며, 해결 불가능한 문제는 오류 유형으로 포함시켜 분석하였다. 분석 결과 총 540문제 중 해결 가능한 문제의 비율은 81.9%였으며, 오류 유형으로 분류된 문제는 18.1%였다. 이러한 양적 분석과 더불어 해결 가능한 문제의 질울 조사하기 위해 문제 복잡성을 준거로 분석한 결과 상-수준 13%, 중-수준 30%, 하-수준 57%로 나타났다. 또한 학생들이 만든 오류가 있는 문제는 학습 내용에 따라 어떤 특징을 보이는 지를 분석하였다. 연구 결과를 근거로 문제 만들기 활동에 논의하고 시사점을 제시하고자 한다.

첫째, 본 연구에 참여한 학생들이 만든 문제 중 수학적으로 해결 가능한 문제는 81.9%였다. 본 연구는 문제 만들기 전략의 처치에 따른 학습 효과를 밝히는데 목적을 두지 않았기 때문에 특정한 처치를 하지 않았음에도 불구하고 학생들은 대부분 해결 가능한 문제를 만들 수 있었다. 서론에서 밝혔듯이 문제 만들기 활동을 수학 교육 연구자가 연구를 수행하기 위해 필요한 처치나 구인이 아니라 교사가 일상의 수업에서 사용할 수 있는 교수 전략이어야 한다. 이를 위해 무엇보다 중요한 것은 교사의 역할이라 할 수 있다. 이 연구에서 교사는 학기 초에 문제 만들기의 의미와 중요성 설명, 수학사와 과학사에서 문제 만들기의 사례, 교사가 문제를 만드는 과정 시범 보이기와 학습 정리 단계에서 학생들이 문제를 만들 수 있도록 지속적으로 격려함으로써 학생들이 문제를 만들 수 있는 학습 환경을 만들어 주었다. 이러한 노력의 결과 문제 만들기 활동은 수학 학습에서 자연스럽게 자리매김할 수 있었다. 따라서 문제 만들기 활동이 실제 수학 수업에 통합되기 위해서는 문제해결과 마찬가지로 강조될 필요가 있으며, 그러한 중요성이 많은 교사들에게 파급시킬 수 있는 방안이 요구된다.

둘째, 본 연구에서는 체계적인 절차와 준거를 사용해 학생들이 생성한 문제를 분석하였다. 특히 해결 가능한 수학 문제의 질을 조사하기 위해 해결 가능한 문제를 복잡성 수준에 따라 분석하였다. 이러한 절차와 준거는 현장 교사들이 문제 만들기 활동을 실제 수업에 적용할 때 유용한 방법이 될 수 있을 것이다. 즉 학생들의 수학 학습과 교사 자신의 교수 관행을 평가해 볼 수 있는 교수학적 장치로써, 수업과 평가가 통합될 수 있는 가능성을 높이는데 일조할 수 있을 것이다.

셋째, 학생들이 생성한 문제중 해결가능한 문제가 차지하는 비율은 약 81%로 였다. 학생들이 만든 문제를 좀 더 깊이 있게 들여다보기 위해 해결 가능한 문제로 분류된 문제를 '문제 복잡성'을 준거로 상, 중, 하 수준으로 나누어 분석하였는데, 상-수준 13%, 중-수준 30%, 하-수준 57%로 중, 하-수준이 약 90% 정도였다. 중, 하-수준은 교과서나 익힘책에 실려 있는 문제를 단순하게 재진술하거나 조건을 바꾸는 수준에 해당된다. Cai et al. (2013), Silve & Cai(1996, 2005), Lin & Leng(2008), Pien(2013)에 따르면 학생들이 생성한 문제의 질은 학생들의 개념과 절차의 이해 수준과 관련이 있다고 보고하였다. 학생들이 생성한 문제의 질과 학생들의 수학 학습과의 관련성은 본 연구의 범위를 벗어날 지라도 문제 만들기 활동이 학생들의 학습을 평가할 수 있는 도구로 사용될 수 있음을 알 수 있다. 학생들의 학습과 평가는 두 개의 다른 트랙이라기 보다는 하나의 트랙으로 통합되어 이루어질 필요가 있으

며, 이러한 점을 견지할 때 문제 만들기 활동은 학습한 내용을 평가할 수 있는 도구로도 충분히 활용될 수 있을 것이다.

넷째, 학생들이 생성한 문제의 질은 학습한 개념이나 지식의 이해 수준과 관련이 있다는 점과 더불어 교과서나 익힘책 등 수학 교재에 제시된 수학적 과제에 의해서도 영향을 받을 수 있다. 즉, 학생들이 학교에서 접하는 문제의 질은 학생들의 문제 생성에 영향을 줄 수 있다는 뜻이다. 학생들이 생성한 해결 가능한 문제 중 절반 이상이 복잡성 하-수준이었다. 이는 교과서에 제시된 문제 또는 수학 시간에 접하는 대부분의 문제가 복잡성 하-수준임을 반증해준다고 볼 수 있다. 따라서 학생들이 보다 질적으로 수준 높은 문제를 생성할 수 있는 환경을 마련하기 위해서 학생들에게 다양한 인지적 능력을 요구하는(cognitive demand) 문제가 수학 교과용 도서에 수록될 필요가 있다.

마지막으로 본 연구에서는 '해결 불가능한 문제', '비-수학적 문제', '단순한 진술'을 크게 오류 유형으로 범주화하여 문제 오류를 분석하였다. 사실 '비-수학적 문제'와 '단순한 진술' 문제는 수학적 문제로 볼 수 없다. 왜냐하면 문제에는 구문론적으로 해결하기 위해 필요한 정보나 조건 그리고 목표가 진술되어야 한다. 하지만 이 두 가지 오류 유형에는 이러한 문제 형식을 띠지 못하고 있다. 하지만 학생들이 보인 오류 문제 중 절반 이상을 차지하였다. 이러한 오류를 보인 학생은 모두 수학 학습에서 어려움을 겪는 학생들이었다. 또한 학생들이 보인 오류 문제는 학습 내용에 따라 다른 분포를 나타냈다. 정리하자면 학생들이 보인 오류는 학생들의 이해 수준과 내용에 따라 다양하게 나타난다고 볼 수 있다. 학습 수준과 내용별로 오류 문제가 어떻게 분포되는지 보다 면밀하게 분석할 필요가 있다.

본 연구는 일상적으로 이루어지는 수학 수업의 정리단계에서 문제 만들기 활동을 실행하고, 학생들이 만든 문제를 양적인 측면과 질적인 측면에서 분석하였다. 학생들이 생성한 문제는 양적인 측면에서 상당수가 해결 가능한 문제였지만 질적인 측면에서 낮은 수준의 문제가 많았다. 또한 오류가 있는 문제는 학생들의 수준과 학습 내용에 따라 다양하게 분포되어 있다는 점을 알 수 있었다. 본 연구는 학생들이 생성한 문제를 양적인 그리고 질적인 측면에서 체계적으로 분석하기 위한 절차와 준거를 마련함으로써 문제 만들기 활동이 수업의 한 부분으로 자리매김 할 수 있으며, 학생들의 이해를 평가할 수 있는 도구로도 사용될 수 있는 가능성을 구체화했다는 점에서 의의를 찾을 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

교육과학기술부 (2011). 초등학교 수학 5-1 교사용 지도서. 서울: 두산동아(주)

Ministry of Education, Science and Technology (2011). Mathematics teachers' guide 5-2. Seoul: Dong-A Publishing Co.

김경옥・류성림 (2009). 상황 제시형 수학 문제 만들기 활동이 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향. 학교수학, 11(4), 665-683.

Kim, K. O., & Ryu, S. R(2009). The effects of the situation-based mathematical problem posing activity on problem solving ability and mathematical attitudes. *School Mathematics*, 11(4), 665-683.

김준겸・임문규 (2001). 문제 상황 제시에 따른 문제 만들기 활동이 문제해결력에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 5, 77-98.

Kim, J. K., & Lim, M, K.(2001). An effect coming to the problem solving ability from the problem posing activity by presenting the problem situation. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 5, 77-98.

김판수 (2012). 문제설정에서의 수학적 창의성 평가요소에 대한 소고. 영재교육연구, 24(6), 1052-1071.

Kim, P. S.(2012). A note on factors of mathematical creativity assessment through problem posing. *Journal of Gifted/Talented Education*, 24(6), 1052-1071.

배준환・박만구 (2016). 반성적 문제 만들기 활동이 초등학생들의 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 20(2), 311-331.

Bae, J. H., & Park, M. G(2016). The effects of feflective problem posing activities on students' problem solving ability and Attitudes toward mathematics. *Journal of Elementary Mathematics Education in Kore*, 20(2), 311-331.

윤미란・박종서 (2008). 구조중심 협동학습을 통한 문제 만들기 학습이 수학학업성취도와 수학적 성향에 미치는 효과 분석. 한국초등수학교육학회지, 12(2), 101-124.

Yun, M. R., & Park, J. S(2008). Structure-centered cooperative learning, mathematics achievement, problem posing, mathematical disposition. *Journal of Elementary Mathematics Education in Kore,* 12(2), 101-124.

이강성・활동주 (2007) 수학 영재학생과 일반학생의 수학 창의성과 문제설정의 상관 연구, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 46(4), 503-519.

Lee, G. S., & Hwang D. J. (2007). Correlation between gifted and regular students in mathematical problem posing and mathematical creativity Ability. *The Mathematical Education,* 46(4), 503-519.

이경미・이광호・이근철 (2012). 초등학교 5학년 학생들의 문제 만들기. 학교수학, 14(4), 431-443.

Lee, K. M., Lee, K. H., & Lee, K. C.(2012). The analysis of the 5th graders' responses on problem posing. *School Mathematics,* 14(4), 431-443.

이대현 (2012). 문제 만들기 활동에서 학생들의 수학적 창의성 분석. 한국학교수학논문집, 15(3), 411-428.

Lee, D. H. (2012) An Analysis on the students' mathematical creativity in problem posing activities . *Journal of the Korean School Mathematics,* 15(3), 411-428.

주홍연・한혜숙 (2016). 중학생들의 수학적 문제제기 유형과 전략 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 55(1), 73-89.

Joo, H. Y., & Han, H. S. (2016). The analysis of middle school students' problem posing types and strategies . *The Mathematical Education,* 55(1), 73-89.

Cai, J., & & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior,* 21(4), 402-421.

Cai, J.(1998). An investigation of U.S and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematical Education Research Journal*, 10, 37-50.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics,* 83(1), 57-69.

Chua, P. H. (2011). *Characteristics of problem posing of grade 9 students on geometric task.* Unpublished doctoral dissertation, National Institute of Education, Singapore.

English, L. D. (1997). Promoting a problem posing in classroom. *Teaching Children Mathematics,* 3, 172-179.

English, L. D., Fox, J. L., & Watters, J. J(2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics,* 12(3), 156-163.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating; Where do goof problem come from? In A. H. Schoenfeld(Ed.), *Cognitive science and mathematics education*(pp. 123-147). Hinsdale NJ: Lawrence Erlbaum.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children.* The University of Chicago Press.

Lin, K. M., & Leng, L. W.(2008). *Using problem posing as an assessment tool.* Paper presented an the 10th Asia Pacific Conference on Giftedness, Singapore.

NCTM(2000). *Principles and Standard for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Pien, C. L. (2013). *Posing problems to understand chilren's learning of fractions.* Paper presented at the 36th annual conference of MERGA(2013) on "Mathematics education: Yesterday, today and tomorrow", Melbourne, Australia, 7-11 July 2013.

Quek, K. H. (2001). *Cognitive characteristics and contextual influence in mathematical problem posing.* Unpublished doctoral dissertation, National Institute of Education, Singapore.

Silver, E. A., & Cai, J. (1993). *Mathematical problem posing and problem solving by middle school students.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Atlanta, GA.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27(5), 521-539).

Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics,* 12(3), 129-135.

Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing. *Educational Study in Mathematics,* 82(2), 201-221.

Analysis of problem posing activity of fifth grade students

Sung, Chang-Geun
Yeongcheon Elementary School, Kwangsan-ku, Gwangju, Korea.
E-mail : doway7668@hanmail.net

Lee, Nam kyung
Whasoon Elementary School, Whasoon-kun, Chulanamdo, Korea.
E-mail : leenk@hanmail.net

Lee, Dae Hyun†
Department of Mathematics Education, Gwangju National University of Education.
55 Pilmundaero, Buk-ku, Gwangju, Korea.
E-mail : E-mail: leedh@gnue.ac.kr

The purpose of the study was to investigate and develop a practical approach to integrating student-driven mathematical problems posing in mathematics instruction. A problem posing activity was performed during regular mathematics instruction. A total of 540 mathematical problems generated by students were recorded and analysed using systemic procedures and criteria. Of the problems, 81% were mathematically solvable problem and 18% were classified as error type problems. The Mathematically solvable problem were analysed and categorized according to the complexity level; 13% were of a high-level, 30% mid-level and 57% low-level. The error-type problem were classified as such within three categories: non-mathematical problem, statement or mathematically unsolvable problem. The error-type problem category was distributed variously according to the leaning theme and accomplishment level.

The study has important implications in that it used systemic procedures and criteria to analyse problem generated by students and provided the way for integrating mathematical instruction and problem posing activity

* ZDM Classification : D43
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C90
* Key Words : problem posing, mathematics instruction
† Corresponding Author