

듀얼 레일 형상에 적합한 철도차량의 차륜 형상 설계

변성광*, 이동형**, 최하영*.#

*동양미래대학교 기계공학부, **한국철도기술연구원

Design of Railway Vehicle Wheel Profile Suitable for Dual-rail Profile

Sung-Kwang Byon*, Dong-Hyeong Lee**, Ha-Young Choi*.#

*Department of Mechanical Engineering, Dongyang Mirae University,

**Fatigue and Fracture Research Team, Korea Railroad Research Institute

(Received 15 December 2016; received in revised form 20 February 2017; accepted 24 February 2017)

ABSTRACT

When a wheel profile of a train-tram is designed, both train and tram tracks should be considered. This study designed a wheel profile that enables high-speed driving(200km/h) on the train track and low speed driving on the tram track with multiple sharp curves. The study used the approximation optimization method to reduce cost and time, used the sequential quadratic programming method as the optimized algorithm, and the central composite design and response surface method as an approximate model. The optimized wheel shape based on this approximation optimization method reduced wear of the initial wheel showed a better performance in terms of derailment and lateral force.

Key Words : Central Composite Design(중심합성계획법), Optimization(최적화), Response Surface Method(반응 표면법), Wheel Profile(차륜 형상)

1. 서 론

철도는 안전성, 정시성, 고속화, 쾌적성, 친환경성 등이 우수한 교통수단이지만, 철도를 신규로 건설하는 것은 많은 비용이 요구되므로 일반적으로 사용하고 있는 트레인 선로를 최대도 이용하면서 다른 교통수단과 효율적으로 연계가 가능하도록 대중 교통 시스템을 개발할 필요가 있다. 기존의 국내 철도는 도시와 도시를 이동한 후에 도심으로 이동하기 위해 환승하여야 했으나 이러한 불편함을 없

애고 도심내에서 타 도심내로 바로 접근이 가능하도록 한 대중교통 시스템이 트레인-트램이다.

트레인-트램은 도심내에서는 매립형 트램 선로를 주행하는 트램과 같은 기능을 하며 도심외곽에서는 트레인 선로를 주행하는 기존 트레인의 기능을 하는 환승없이 이동이 가능한 교통수단이다. 트레인-트램은 트레인 선로에서 속도 200 km/h로 주행하고 트램 선로에서는 급곡선을 주행할 수 있어야 하며, 트레인 선로와 트램 선로의 레일 형상이 각각 다른 선로 위를 운행하여야 한다.

차륜과 레일의 접촉면 손상은 유지보수비용을 증가시키고 승차감 저하, 탈선과 같은 최악의 사고로 이어질 수 있다. 차륜과 레일의 접촉면에서 발생하

Corresponding Author : hychoi@dongyang.ac.kr

Tel: +82-2-2610-5168, Fax: +82-2-2610-1852

는 손상 중에서 마모와 피로가 가장 대표적이다. 차륜과 레일의 접촉에 의해서 발생하는 접촉압력, 접촉형상과 접촉위치에 의해 마모와 피로는 많은 영향을 받는다. 또한, 주행 안정성이나 곡선 주행 성능과 같은 철도차량의 동적성능에도 영향을 미친다. 따라서, 철도차량의 차륜과 레일 접촉시 차륜과 레일의 기하학적 형상은 차륜과 레일의 상호작용에 있어서 매우 중요하다.

차륜과 레일의 접촉면에서의 접촉손상을 저감하기 위한 방법으로 윤활제 사용, 형상 설계, 금속 재료 개선 등의 방법이 있다. 이들 방법 중에서 형상 설계는 접촉역학과 동역학을 통해 차륜-레일의 상호작용을 비교적 빠른 시간에 적은 비용으로 최적화가 가능하므로 가장 효과적이다.

철도 차량 차륜과 레일의 기하학적 형상을 최적화하여 차륜과 레일의 접촉시 발생하는 손상을 저감하는 많은 연구가 진행되고 있다. MARS (Multipoint approximations based on response surface fitting method)로 목적 구름반경차 함수와 실제 구름반경차 함수의 차이를 최소화하여 최적화된 차륜 형상을 설계하였다^[1-2]. 차륜과 레일의 접촉점에서 차륜과 레일의 수직방향의 간격을 이용하여 철도 차륜 형상을 최적화하는 방법을 제시하였다^[3]. 차륜 형상을 차륜과 레일 사이의 접촉각 함수를 이용하여 생성하는 방법을 제시하였다^[4].

철도 차량의 차륜과 레일의 기하학적 형상이 복잡하기 때문에 접촉위치에 따라 접촉형상과 접촉압력이 달라진다. 접촉압력은 선로의 직선부보다 곡선부 차륜과 레일 사이에 크게 발생하기 때문에 차륜과 레일의 마모와 피로 등의 손상 증가와 소음 증가, 승차감 저하 등이 나타날 수 있다.

트레인 선로와 트램 선로를 모두 운행하는 트레인-트램의 차륜은 듀얼 레일 형상(트레인 선로의 레일과 트램 선로의 레일)을 고려하는 차륜 형상 설계는 어렵고 많은 시간과 비용이 필요하다. 따라서, 트레인-트램의 차륜 형상 설계에 필요한 시간과 비용을 저감할 수 있는 최적 설계 방법의 개발이 필요하다.

듀얼 레일 형상에 적합한 트레인-트램의 차륜 형상에 대한 설계 방법을 확보하는 것은 트램 선로와 트레인 선로 모두에서 차륜과 레일의 피로나 마

모와 같은 손상을 최소화하고 주행 안전성^[5] 확보하는 측면에서 차륜과 레일과의 가능성을 줄일 수 있으며, 경제적 측면에서는 유지보수비용의 지출을 감소할 수 있게 되어 경제성을 높일 수 있다.

본 논문에서는 트레인-트램의 차륜과 듀얼 레일 형상에서 발생하는 손상을 최소화하기 위하여 근사 최적화 알고리즘을 사용한다. 최적화 알고리즘은 비선형 연속 최적화 문제에 효과적인 순차적이차계획법(Sequential quadratic programming, SQP)을 사용하며, 근사 모델은 공학분야에서 많이 사용되고 있는 중심합성계획법과 반응표면법을 이용한다.

이 근사최적화 방법에 의해서 설계된 최적화된 차륜 형상은 초기 차륜 형상에 비해 마모가 감소되었으며, 또한, 탈선과 횡압 등에서도 좋은 성능을 보여주었다.

2. 동역학 해석

트레인-트램의 차량모델을 철도 차량의 동역학 해석을 수행하기 위하여 고안된 프로그램인 ADAMS/Rail을 이용한다^[6]. 트레인-트램에 동역학 해석은 강체 동역학 해석을 하였으며, 해석에 사용된 초기 차륜 형상은 Fig. 1 과 같이 레일이 접촉하는 부분의 차륜의 프로파일을 확대하여 보여주고 있다. 차량모델의 사양은 Fig. 2 및 Table 1과 같다. 차량모델은 5량의 차량으로 구성하고 각각의 객차 길이는 11 m - 8.6 m - 9.2 m - 8.6 m - 11 m, 궤간거리는 1,435 mm, 차축거리는 1.8 m, 차륜 지름은 600 mm, 공차일 때 축중은 10 ton, 연결기 간거리는 0.9 m이다. 그리고 공차 중량은 1량당 20 ton이며 해석에 사용되는 모델은 모두 5량이므로 100 ton이다. 접촉에 대해서는 차륜과 레일의 법선 방향은 Hertzian Contact을 이용하였으며, 접선방향은 FASTSIM을 이용하였다.

트레인-트램은 트레인 선로와 급곡선이 많은 트램 선로를 주행하여야 하므로, 급곡선이 많은 도심 내에서 운행하는 트램 선로와 도시 간을 운행하는 트레인 선로의 레일 형상이 다르고, 차륜의 직경도 600 mm로써 기존 일반 철도 차륜의 직경 860 mm 보다 작다. 본 논문에서는 트레인 선로의 레일은

KS60 레일을 사용하고, 트램 선로의 레일은 41GPU 레일을 사용하며, 각각의 레일 형상을 Fig. 3과 Fig. 4에서 보여주고 있다.

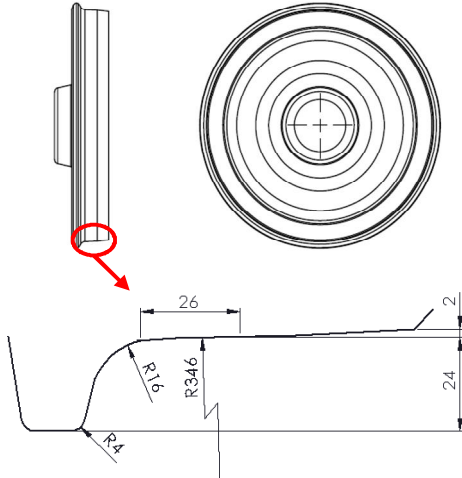


Fig. 1 Initial wheel profile of train-tram

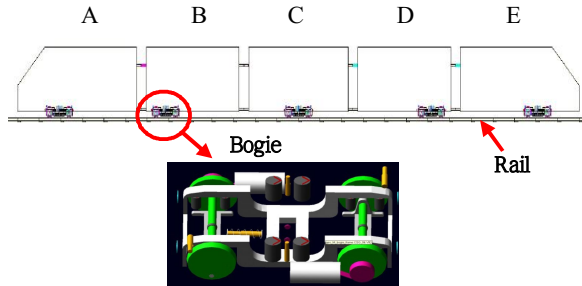


Fig. 2 Assembly of railway vehicles

Table 1 Specification of train-tram vehicle

Items	Specifications
Train consist	5 vehicles / 1 train (11 m-8.6 m-9.2 m-8.6 m-11 m)
Gauge of track	1,435 mm
Wheel base	1.8 m
Wheel diameter	600 mm
Empty vehicle load	100 ton
Axle load	10 ton (Empty vehicle)
Coupler	0.9 m

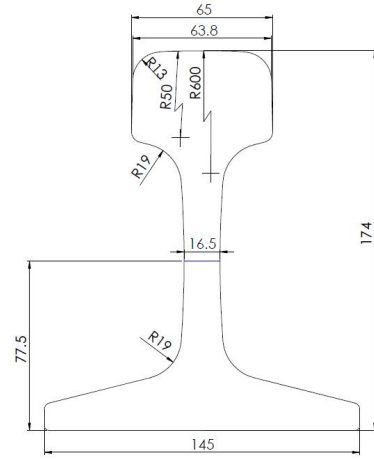


Fig. 3 Rail profile of train track

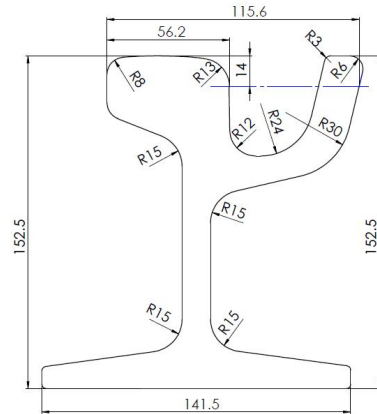


Fig. 4 Rail profile of tram track

본 논문에서 철도차량의 동역학 해석을 통하여 철도 차량의 동적 특성을 나타내는 마모지수, 탈선지수, 윤중감소, 횡압, 접촉면적을 초기 차륜 형상의 경우와 최적화 차륜 형상의 경우를 비교하였다^[5].

마모지수는 차륜과 레일 접촉에서 소비된 마찰 에너지에 의해 접촉면에서 소재가 제거된다는 마모이론에 근거하며, 마찰시 소비되는 에너지는 접촉점에서의 크립력과 크리피지의 곱으로 계산된다. 마모지수의 단위는 N이고, 마찰에너지의 상대적인 비교가 가능하며 아래식과 같다^[7].

$$Wear\ Number = F_x \times \gamma_x + F_y \times \gamma_y \quad (1)$$

F_x : longitudinal creep force

F_y : longitudinal creepage

γ_x : lateral creep force γ_y : lateral creepage

탈선 지수는 각 차륜에 대한 수직하중(V)과 횡하중(L)의 비율로 주행안전성의 평가 지표로 사용된다^[6].

$$Derailment\ Quotient = L/V \quad (2)$$

윤증감소율은 주행안전성의 평가 지표로 사용되며 정적 수직 하중의 실제 수직 하중의 비율이다^[6].

$$Wheel\ Unloading = \frac{\Delta P}{P} \quad (3)$$

P : Static wheel load, ΔP : Static wheel load reduction

3. 최적 설계

본 연구에서 차륜 형상의 최적설계 순서는 Fig. 5와 같다. 설계 문제가 점점 복잡해짐에 따라 해석 시간이 기하급수적으로 증가한다. 본 논문에서는 해석 시간 비용을 줄이기 위해 설계 문제를 근사 함수 문제로 변환하여 최적화하는 근사최적설계를 이용하였다. 근사 함수를 생성하는 방법은 공학분야에서 많이 사용되고 있으며 그 효용성이 입증된 반응표면법을 이용하였다. 그리고 실험계획법은 반응표면법에 많이 사용되고 있으며 직교블록화와 회전성을 쉽게 구현할 수 있는 중심합성계획법으로 하였다. 중심합성계획법에 의해 변수를 배열하고, 이 배열에 따라 동역학 해석프로그램으로 해석하여 반응값을 얻는다. 이 설계변수와 반응값에 대한 근사식을 반응표면법을 이용하여 생성하고 순차적이차계획법으로 최적화하고자 한다.

중심합성계획법은 적은 횟수의 실험으로 곡면을 추정하기 위하여 중심점과 축점을 2k요인 실험에 추가시킨 실험계획법이며, 반응표면분석을

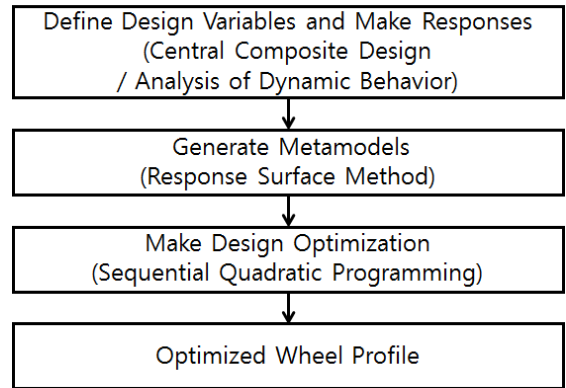


Fig. 5 Flow chart of optimized wheel profile design

위한 실험계획으로 많이 사용되고 있다^[8-10]. 중심합성계획법에서는 중심점의 수는 제한 없이 하나 이상이면 되며, 축점의 수는 2k 개가 된다.

반응 표면법은 여러 개의 입력변수들의 복합적인 작용과 불확정성을 고려한 반응을 구하기 위한 통계적 방법이다^[11-12]. 반응함수를 분석값과 결과의 회귀 분석 값을 통하여 입력변수들의 향으로 표시하는 함수의 다항식으로 표현된다.

순차적이차계획법은 비선형 연속 최적화 문제를 풀기 위한 강력한 최적화 알고리즘으로 알려져 있다^[13-15]. 이 방법은 비선형 문제를 풀기 위해 사용되는 것으로 반복계산에 의해 해를 구하며, 탐색방향으로의 강하 함수를 최소화하여 이동거리를 구하는 방법이다.

철도차량의 차륜은 직선 선로보다 곡선선로에서 더 큰 손상이 발생하기 때문에 트레인-트랩 차량이 트랩 선로의 곡선반경 R25 m에서 18 km/h에서 운행했을 때와 트레인 선로에서는 곡선반경 R600 m에서 110 km/h에서 운행했을 때 차륜과 레일의 손상을 저감하기 위한 차륜 형상 최적설계를 하고자 한다. 철도차량의 속도는 열차운전시행세칙^[6]을 참고하여 정하였다. 철도차량이 곡선부를 주행시 내측 차륜보다 외측 차륜에서 더 큰 손상이 발생하기 때문에 외측 차륜과 레일의 접촉 부위를 마모의 대상으로 하였다.

이후 트랩 선로의 곡선반경 R25 m인 경우를 Tram track R25로 나타내고, 트레인 선로 곡선반경 R600 m인 경우 Train track R600으로 나타낸다.

차륜 형상 최적설계는 차륜 형상을 변경하여 차륜에 발생하는 마모와 피로 등의 손상을 저감하기 위해 차륜 형상이 변경되면 차륜과 레일 사이의 접촉 압력, 크리피지, 차량의 동적 거동 등이 변화된다. 본 연구에서는 차륜과 레일 사이에서 발생하는 마모지수를 목적함수로 하고, 철도차량 동적 성능을 보장하기 위하여 철도 차량의 안전에 관련한 중요한 탈선지수를 제한조건으로 하였으며, 제시한 허용한도 0.8은 UIC Code^[5]를 참고하였다. 차륜 형상의 형상 최적설계 정식화는 다음과 같이 정의한다.

minimize

$$f = \text{Wear Number}$$

subject to

$$g = \text{Derailment Quotient} \leq 0.8$$

3.1 설계변수

도시내에서 운행하는 트램 선로는 급곡선 구간이 많다. 곡선부에서 차륜과 레일의 손상이 차륜 플랜지 루트 혹은 플랜지와 레일 게이지 코너 사이의 접촉에 의해 발생한다. 또한, 도시 간을 운행하는 구간에서는 시속 200 km/h로 운행이 가능하여야 하기 때문에 주로 직선구간을 운행한다고 가정하였다. 직선구간에서는 레일면과 직접 접촉하는 부분인 차륜 답면과 레일 두부 볼 부분에서 접촉이 발생한다. 차륜의 플랜지부분이 답면부보다 많은 손상이 발생하기 때문에 답면부 형상은 초기 차륜 형상에 적용하고 직선부 운행시의 동적 성능과 피로, 마모 등은 그대로 유지하면서 곡선부에서의 피로와 마모를 저감하도록 하였다.

차륜 플랜지 루트 혹은 플랜지에서 발생하는 손상을 저감하기 위해서 Fig. 6과 같이 차륜 형상의 플랜지 루트와 플랜지의 모양을 수정할 수 있도록 2개의 곡률반경 x_1 , x_2 와 2개의 곡률반경이 연결되는 변곡점 위치 x_3 을 설계변수로 정하였다. 변곡점 위치 x_3 은 차륜 단면의 중간위치에서 변곡점까지의 거리이다. 차륜 형상을 생성하기 위한

곡선은 PCHIP (Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial)^[17]를 이용하여 생성하였다. 계산 시간을 최소화하기 위해서 형상의 답면과 플랜지의 접촉에 영향을 미치지 않는 부분은 고정하며, 설계 변수의 범위는 다음과 같다.

design variables

$$331.0 \leq x_1 \leq 460.0 \quad (\text{mm})$$

$$12.9 \leq x_2 \leq 16.1 \quad (\text{mm})$$

$$23.0 \leq x_3 \leq 29.0 \quad (\text{mm})$$

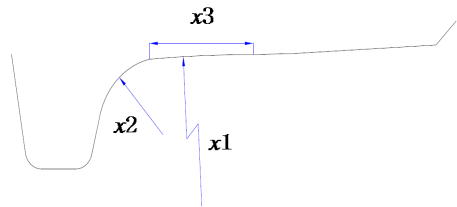


Fig. 6 Design variables of train-tram wheel profile

Table 2 Analysis results of central composite design

no	x_1	x_2	x_3	Wear Number	Derailment Quotient
1	310.0	13.7	24.5	7.841E+3	6.991E-2
2	310.0	13.7	27.5	2.653E+3	3.063E-2
3	310.0	15.3	24.5	1.008E+4	9.765E-2
4	310.0	15.3	27.5	5.557E+3	5.863E-1
5	390.0	13.7	24.5	7.149E+3	6.722E-2
6	390.0	13.7	27.5	2.186E+3	3.864E-1
7	390.0	15.3	24.5	1.020E+4	5.923E-1
8	390.0	15.3	27.5	2.424E+3	1.447E+0
9	350.0	14.5	26.0	1.796E+3	5.676E-1
10	270.0	14.5	26.0	3.747E+3	5.082E-1
11	430.0	14.5	26.0	1.841E+3	5.925E-1
12	350.0	12.9	26.0	2.136E+4	7.113E-2
13	350.0	16.1	26.0	4.876E+4	4.352E-1
14	350.0	14.5	23.0	5.923E+3	5.231E-2
15	350.0	14.5	29.0	1.601E+4	5.635E-1

3.2 근사방정식

트램 선로 Tram track R25와 트레인 선로 Train track R600을 모두 고려한 경우를 Table 2와 같이 중심합성계획법으로 변수들과 반응값들을 나타내었다. 이 변수들과 반응값들을 이용하여 반응표면법을 이용해서 근사화를 진행하여 근사식을 아래에 나타내었다. 트램 선로와 트레인 선로를 모두 고려한 경우의 마모지수는 Tram track R25의 마모지수와 Train track R60의 마모지수를 더한 값을 사용하였으며, 탈선지수는 탈선의 발생위험이 큰 Tram track R25의 탈선지수를 적용하였다.

$$f = -9.550 \times 10^5 - 1.443 \times 10^4 x_1 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &+ 1.060 \times 10^5 x_2 + 1.016 \times 10^5 x_3 \\ &+ 6.302 x_1^2 - 7.863 \times 10^2 x_2^2 \\ &- 4.002 \times 10^2 x_3^2 - 5.805 \times 10^{-2} x_1 x_2 \\ &- 6.301 \times 10^{-2} x_1 x_3 - 1.790 x_2 x_3 \\ &- 1.211 \times 10^{-3} x_1^3 + 1.932 x_2^3 \\ &+ 5.261 \times 10^{-1} x_2^3 + 8.650 \times 10^{-8} x_1^4 \end{aligned}$$

$$g = 1.056 \times 10^3 + 1.313 \times 10^{-1} x_1 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &+ 6.375 \times 10^{-1} x_2 - 1.392 \times 10 x_3 \\ &- 5.139 \times 10^{-5} x_1^2 - 4.704 \times 10^{-3} x_2^2 \\ &+ 5.329 \times 10^{-2} x_3^2 - 1.270 \times 10^{-5} x_1 x_2 \\ &- 1.758 \times 10^{-5} x_1 x_3 + 3.584 \times 10^{-4} x_2 x_3 \\ &+ 9.318 \times 10^{-9} x_1^3 + 1.092 \times 10^{-5} x_2^3 \\ &- 6.775 \times 10^{-5} x_3^3 - 6.282 \times 10^{-13} x_4^3 \end{aligned}$$

4. 결과 및 고찰

최적설계 방법을 이용하여 Tram track R25와 Train track R600 두 선로 모두를 고려하여 최적화한 차륜 형상을 Fig. 7에서 보여주고 있다. Fig. 7의 파랑 사각형 부분 차륜 프로파일을 확대하여 나타내었으며, 세로축 x는 차륜단면의 중간부분을 원점으로 수평방향의 위치를 x로 하고 수직방향의 위치를 y로 하였다. 이때의 설계변수는 Table 3과 같다. Table 4는 최적설계된 차륜형상과 초기 차륜형상의 차이를 Tram track R25와 Train track R600에서 각각의 선로에 운행했을 때의 결과를 보여주고 있다.

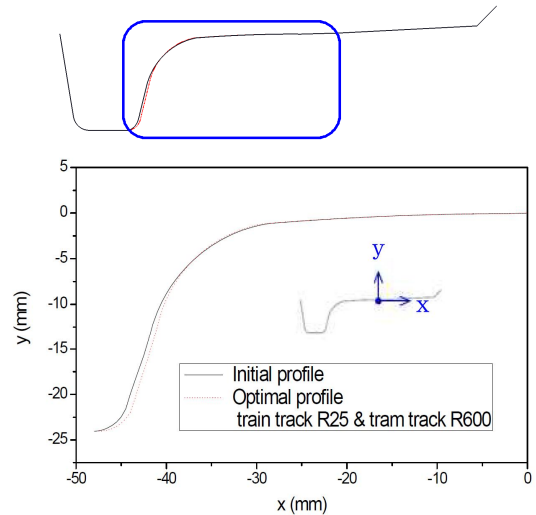


Fig. 7 Optimized wheel profile

Table 3 Comparison of design variables of wheel profile

Design variables	Initial profile	Optimal profile
x1	336.11 mm	346.10 mm
x2	16.07 mm	14.47 mm
x3	25.82 mm	26.25 mm

Table 4 Result of optimized wheel profile

	Initial profile		Optimal profile	
	Tram track R25	Train track R600	Tram track R25	Train track R600
Wear Number(N)	1.084E+4	2.669E+1	6.438E+3 (59%)	2.147E+1 (80%)
Derailment Quotient	6.665E-1	5.960E-2	6.310E-1 (95%)	7.290E-2 (122%)
Wheel Unloading	1.788E+0	3.462E-1	8.814E-1 (49%)	4.443E-1 (128%)
Vertical Force(N)	1.269E+5	6.095E+4	8.567E+4 (68%)	4.918E+4 (81%)
Lateral Force(N)	1.123E+5	2.766E+3	8.402E+4 (75%)	4.564E+3 (165%)
Contact Area(mm ²)	12.0	56.0	13.4 (112%)	45.1 (81%)

최적화한 차륜 형상은 초기차륜에 비해 Tram track R25에서 약 59%, Train track R600에서 약 80%로 감소하였다. 최적화된 차륜 형상은 Tram track R25의 곡선부에서 접촉면적이 초기 차륜형상인 경우보다 더 커지고 횡압과 수직하중이 낮아지면서 차륜의 마모가 감소되었다. 그리고 Train track R600의 곡선부에서는 접촉면적이 초기 차륜형상인 경우보다 작아지고 횡압이 높아지지만 수직하중이 낮아지면서 차륜의 마모를 감소시켰다.

차륜의 손상이 많이 발생하는 곡선부에서 최적화하였으므로 차륜담면 구매 형상은 거의 변화시키지 않고, 차륜 플랜지부의 형상을 변화시켰다. 이 때문에 최적화된 형상은 직선부에서는 초기 형상과 거의 유사한 성능을 가진다. 최적화한 차륜 형상들은 탈선계수가 모두 0.8이하로 철도차량의 안전성에는 이상이 없다고 볼 수 있으며, 윤증감소는 트램 선로를 주행할 경우 초기 차륜 형상에 비해 모두 감소하였다. Tram track R25와 Train track R600 두 선로 모두를 고려하여 최적화한 차륜 형상을 주행 안정성 해석을 통하여 임계속도를 산출 하였다. 임계속도 값은 270 km/h (75 m/s)이며, 트레인 선로에서 목표 최고 주행 속도 200 km/h를 만족함을 확인하였다.

4. 결 론

트레인-트램이 트레인 선로에서는 200 km/h 로 고속주행이 가능하고 트램 선로에서 급곡선이 많은 선로에서 주행이 가능하도록 트레인 선로와 트램 선로를 모두 고려하여 차륜 프로파일을 설계하는 방법을 제시하였다.

최적설계된 차륜 프로파일의 마모지수가 초기 차륜 프로파일보다 감소하고 탈선계수, 윤증감소를 등 철도안전성 또한 만족한다. 이는 트레인-트램의 차륜의 수명을 연장시킬 수 있을 것으로 판단된다.

다양한 운행 조건에 대한 차륜 형상의 최적설계 방법 개발을 통해 효과적인 형상을 설계 가능하고, 두 종류의 레일 형상을 운행에 최적화된 차륜 형상으로써 마모에 의한 손상 저감에 따른 경

제적 효과는 매우 클 것으로 예상된다. 향후 검증 시험을 통하여 최적설계 결과값과 시험값의 비교 연구가 필요하다.

후 기

“이 논문은 동양미래대학교의 2016 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.”

REFERENCES

1. Shevtsov, I. Y., Markine. V. L., and Esveld, C., “Design of railway wheel profile taking into account rolling contact fatigue and wear,” Wear, Vol. 265, pp. 1273-1282, 2008.
2. Shevtsov, I.Y., Markine, V.L., Esveld, C., “Optimal design of wheel profile for railway vehicles,” Wear, Vol. 258, pp. 1022-1030, 2005.
3. Cui, D. B., Li, L., Jin, X. S., and Li, X., “Optimal design of wheel profiles based on weighed wheel/rail gap,” Wear, Vol. 271, pp. 218-226, 2011.
4. Shen, G., Ayasse, J. B., Chollet, H., and Pratt, I., “A unique design method for wheel profiles by considering the contact angle function,” Proc. Inst. Mech. Eng. F: J. Rail Rapid Transit, Vol. 217, pp. 25-30, 2003.
5. UIC Code 518 OR, Testing and approval of railway vehicle from the point of view of their dynamic behavior - Safety -Track fatigue - Running behaviour, International Union of Railway, 2009.
6. MSC software, ADAMS 2005 User's Manual, MSC, 2005.
7. Kalker, J. J., “Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact,” Kluwer Academic Publishers, 1990.
8. Song, B. C., Bang, I. K., Han, D. S., Han, G. J., and Lee, K. H., “Structural Design of a Container Crane Part-Jaw, Using Metamodels,” Journal of

- the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 7, No. 3, pp. 17-24, 2008.
9. Park, S. H., Modern Design of Experiments, Minyongsa, 1995.
 10. Hong, D. K., Ahn, C. W., Baek, H. S., Choi, S. C., Park, I. S., "A Study on the Working Condition Effecting on the Maximum Working Temperature and Surface Roughness in Side Wall End Milling Using Design of Experiment," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 8, No. 3, pp. 46-53, 2009.
 11. Hong, G. J., Jeon, G. G., Cho, Y. S., Choi, D. H., and Lee, S. J., "A Study on the Construction of Response Surface for Design Optimization," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 24, No. 6, pp. 1408-1418, 2000.
 12. Park, S. H., "Modern Design of Experiments," Minyongsa, pp. 121-140, 2001.
 13. Fletcher, R., "Practical methods of optimization," John Wiley and Sons, 2013.
 14. Vanderplaats, N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications, McGraw-Hill. 1984.
 15. Arora, J., Introduction to Optimum Design, 2nd Ed., Academic Press, 2004
 16. Fritsch, F. N. and Carlson, R. E., "Monotone Piecewise Cubic Interpolation," SIAM J. Numerical Analysis, Vol. 17, No. 2, pp. 238-246, 1980.
 17. KORAIL, Train Driving Detailed Rules, KORAIL, 2012.