

전송행렬 기반 등가 회로 모델을 이용한 자기공명영상 장치용 새장형 수신 코일 해석

김 현 덕[†]

Analysis of the Bird-cage Receiver Coil of a MRI System Employing a Equivalent Circuit Model Based on a Transmission Matrix

Hyun Deok Kim[†]

ABSTRACT

A novel analytic solution has been derived for the bird-cage receiver coil of a magnetic resonance imaging (MRI) system, which is widely used in 3-dimensional medical imaging, by transforming the coil into an equivalent circuit model by using a transmission matrix-based circuit analysis. The bird-cage coil composed of N legs is divided into a cell for which input impedance is to be analyzed and the remaining N-1 cells, and then a transmission matrix corresponding to the N-1 cells is converted into a circuit to transform the 3-dimensional bird-cage coil into the 2-dimensional equivalent circuit model, which is suitable to derive the analytic solution for the input impedance. The proposed method derives directly the analytic solution for the input impedance at an arbitrary point of the coil unlike the conventional analytic solution of a bird-cage coil, so that it can be used not only for resonance frequency calculations but also for various coil characteristics analyses. Since the analytic solution agreed well with the results of computational simulations, it can be useful for the impedance matching of a coil and the analysis and the design of a multi-tune bird-cage coil.

Key words: Magnetic Resonance Imaging, Receiver Coil, Bird-cage Coil, Transmission Matrix, Input Impedance

1. 서 론

3차원 의료영상 촬영 등에 널리 사용되는 자기공명영상 장치에서 수신 코일은 장치의 성능을 결정하는 중요 부품인데, 새장형 코일(bird-cage coil)은 다른 코일에 비해 자기장 균일성(homogeneity)이 우수하고, 높은 신호 대 잡음비를 제공하는 장점이 있다 [1-2]. 특히, 3차원 자기공명영상 장치를 구현함에 있

어 새장형 코일은 TEM(Transverse Electromagnetic) 코일 또는 표면(surface) 코일과 달리 다채널 수신단(receiver port)을 필요로 하지 않는 특징이 있다. 하지만, 새장형 코일은 복잡한 3차원 입체 구조이므로 자기장 세기나 측정 대상물의 크기에 최적화하여 구현하는 것이 쉽지 않다.

새장형 코일이 처음 소개되었을 때부터 이러한 구조적 특징에서 초래되는 설계 어려움을 해결하고자

* Corresponding Author : Hyun Deok Kim, Address: (41566) 80 Dahak-ro, Buk-gu, Daegu, Korea, TEL : +82-53-950-7578, FAX : +82-53-950-5508, E-mail : hdkim@knu.ac.kr

Receipt date : June 7, 2017, Revision date : June 27, 2017
Approval date : July 6, 2017

[†] School of Electronics Engineering, Kyungpook National University

* This research was supported by the 3D Convergence Technology Center funded by Ministry of Trade, Industry and Energy and by the BK21 Plus project (21A20131 600011) funded by the Ministry of Education, Korea.

공진주파수를 해석적으로 구하기 위한 다양한 시도가 있어 왔고, 기존의 해석적 솔루션들은 사용된 소자값과 공진주파수 관계를 해석하는데 유용한 것으로 나타났다[3]. 하지만, 새장형 코일 구현 과정에서는 공진주파수 뿐만 아니라 임피던스 정합과 같은 다양한 문제들도 매우 중요한데, 기존 해석적 솔루션들은 설계 및 구현 과정의 실질적 문제를 해결하는데 한계가 있어 대부분 수치해석 전산모의(simulation) 툴을 사용하여 복잡한 반복 보정 과정을 통해 새장형 코일을 설계하고 구현할 수밖에 없었다[4].

본 논문에서는 전송행렬(transmission matrix)을 이용하여 새장형 코일의 해석적 등가 모델을 구하고, 이를 기반으로 한 해석적 솔루션을 제공하여 새장형 코일 설계에 필요한 실질적 문제들을 간단하게 해결하기 위한 방안들을 제시하고자 한다.

2. 등가 모델 및 해석적 솔루션

새장형 코일은 레그(leg)와 엔드링(endring)으로 구성되며, 8개의 레그를 가진 새장형 코일 구조는 Fig. 1과 같다. 코일의 레그와 엔드링은 각각 커패시터와 인덕터가 직렬로 연결되어 구성되며, 공진주파수는 레그 수(N)와 사용된 소자들의 값에 따라 결정된다. 새장형 코일은 3차원 구조 회로이므로 직관적으로 이해하기 어렵고, 레그 수가 증가할수록 구조가 더욱 복잡해지므로 정확한 해석을 위해 전산모의 툴을 사용하는 것이 일반적이다.

본 논문에서는 새장형 코일에 대한 해석적 솔루션을 얻기 위해 Fig. 2와 같이 새장형 코일을 N 개의 셀로 구분하는데, 각 셀은 레그 임피던스(Z_L)와 엔드

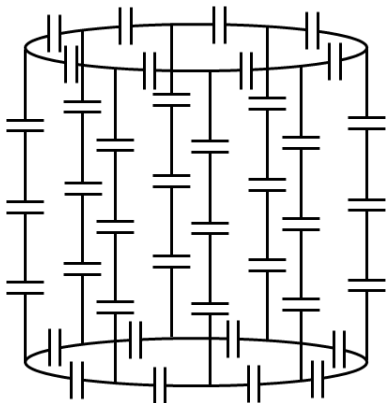


Fig. 1. The configuration of a bird-cage receiver coil.

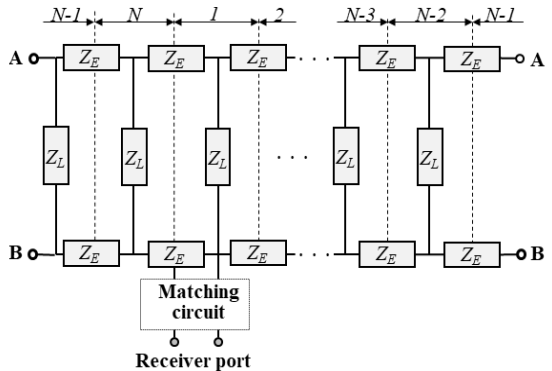


Fig. 2. The circuit model of the coil for deriving an analytic solution.

링 임피던스(Z_E)로 구성된다. 이 때 레그와 엔드링 임피던스에는 기생 저항과 같은 추가적인 성분들을 포함하여 고려할 수 있다. 새장형 코일은 대칭 구조이므로 자기공명장치의 수신단이 결합될 셀은 임의로 선택할 수 있고, 임피던스 정합을 위한 회로(matching circuit)도 추가될 수 있다. 또, 수신 전용 코일로 사용하기 위해서는 detuning 회로 등도 추가할 수 있는데, 생략하여 도시하였다.

새장형 코일을 N 개의 셀로 구분하면 각 셀들을 2단자망(two port network)으로 간주할 수 있고, 각 셀의 특성을 전송행렬을 이용하여 모델링할 수 있다. 전송행렬을 이용하여 각 셀을 모델링하기 할 때, 단위 셀은 Fig. 3과 같이 구성된다. 이 때, 각 레그 임피던스는 두 부분으로 분할하여, 하나의 단위 셀에는 절반의 레그 임피던스가 포함되도록 모델링한다.

이와 같이 모델링된 코일에서 임의의 i 번째 단위 셀에 대해 2단자망 이론에 따라 전류와 전압의 관계를 나타내면 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_{i+1} \\ I_{i+1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

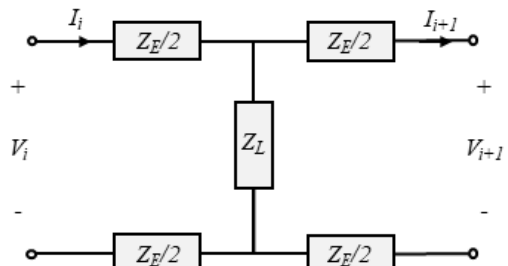


Fig. 3. The unit cell model of a bird-cage coil.

여기서, T 는 단위 셀 전송행렬을 나타내며, Fig. 3을 이용하여 구하면 식 (2)와 같다.

$$T = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_E}{Z_L} & 2Z_E + \frac{Z_E^2}{Z_L} \\ \frac{1}{Z_L} & 1 + \frac{Z_E}{Z_L} \end{bmatrix} \quad (2)$$

새장형 코일처럼 각 셀들이 서로 연결(cascade)되어 있는 경우, 전체 회로 특성은 단위 셀 전송행렬의 연속된 곱으로 표현할 수 있으며, 행렬 곱은 다양한 수학 연산 툴을 이용하여 쉽게 계산할 수 있다. N 개의 레그로 구성된 새장형 코일은 N 개의 단위 셀로 구분되며, 해석적 솔루션을 구하기 위해 자기공명영상 장치의 수신단이 결합되는 하나의 단위 셀을 제외한 나머지 $N-1$ 개의 단위 셀은 모두 전송행렬의 곱으로 나타낼 수 있다. 이 방법은 각 단위 셀 전송행렬이 모두 동일하지 않은 경우에도 적용 가능하지만, 본 논문에서는 대칭형 코일의 일반적인 특성을 감안하여 각 단위 셀 전송행렬이 모두 같다고 가정한다. 수신단이 결합된 셀을 제외한 새장형 코일 회로의 나머지 부분을 등가적으로 나타내는 하나의 전송행렬 (T_t)은 $N-1$ 개 단위 셀 행렬의 곱이며, 식 (3)과 같다.

$$T_t = T^{N-1} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (3)$$

또한, 임의의 전송행렬은 2단자 등가 회로로 변환할 수 있으므로 T_t 전송행렬의 등가 회로를 Fig. 3와 유사한 형태로 나타낼 수 있고, 이를 통해 Fig. 2에 나타낸 새장형 코일을 Fig. 4와 같이 변환할 수 있다. T_t 전송행렬을 등가 회로로 변환할 때, 전송행렬의 정의에 따라 $Z_{Et}=1/C$ 이고, $Z_{Lt}=(A-1)/C$ 의 관계를 만족한다.

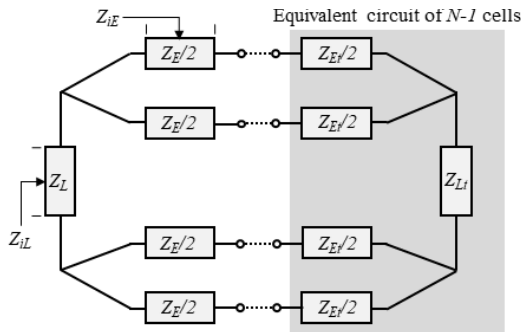


Fig. 4. The equivalent circuit model for deriving analytical solution.

N 개의 단위 셀로 구성된 새장형 코일 회로를 등가 회로를 이용하여 Fig. 4와 같이 변환하면 3차원 입체 구조 회로가 2차원 회로로 변환되므로 회로 해석을 통해 통해 간단하게 특성을 분석할 수 있다. 예를 들어, 자기공명장치의 수신단이 레그에 결합되는 경우, 수신단에서 입력 임피던스(Z_{iL})는 식 (4)와 같다. 또, 수신단이 엔드링에 결합되는 경우에는 수신단에서 바라본 입력 임피던스(Z_{iE})가 식 (5)와 같다.

$$Z_{iL} = \frac{Z_L \cdot (2Z_{Lt} + Z_E + Z_{Et})}{2Z_L + 2Z_{Lt} + Z_E + Z_{Et}} \quad (4)$$

$$Z_{iE} = \frac{1}{2} \frac{Z_E \cdot (Z_{Et} + 2Z_a)}{Z_E + Z_{Et} + 2Z_a} \quad (5)$$

$$Z_a = \frac{(Z_E + Z_{Et})(4Z_L + 4Z_{Lt} + Z_E + Z_{Et})}{8(Z_L + Z_{Lt}) + 6(Z_E + Z_{Et})}$$

제안된 방법은 새장형 코일의 레그 또는 엔드링에서 직접적으로 입력 임피던스를 구할 수 있도록 한다. 즉, 소자값과 공진주파수의 관계를 해석하는 기존 솔루션들과 달리 코일의 임의의 지점에서 입력 임피던스를 간단하게 구할 수 있도록 한다. 따라서 코일 공진주파수 계산뿐만 아니라 코일 구현에서 필수적인 임피던스 정합에도 이용될 수 있고, 각 단위 셀의 특성이 다르거나, 더 복잡한 새장형 코일의 해석 및 설계에도 유용하게 이용될 수 있다.

3. 검증 및 결과

제안된 방법의 유효성을 검증하기 위해 해석적 솔루션을 이용하여 구한 입력 임피던스와 전산모의 툴을 이용해 구한 결과를 비교하였다. 수소원자(1H)의 3 T 자기공명영상을 위한 새장형 코일을 가정하여 공진주파수를 128 MHz로 설정하고, Ansys사의 Electronics Desktop[5]에 포함된 회로해석 전산모의 툴을 이용하여 반복 보정 통해 레그가 8개인 새장형 코일을 설계하였다. 설계 결과 레그와 엔드링에 각각 사용된 커패시터(C_E, C_L) 및 인덕터(L_E, L_L) 값은 Table 1과 같고, 레그와 엔드링의 각 섹션에 존재하는 기생저항(R_E, R_L)값도 고려하였다.

먼저, 자기공명장치 수신단이 레그에 결합된 경우를 가정하여 식 (4)를 이용하여 구한 입력 임피던스와 전산모의를 통해 구한 결과를 Fig. 5에 비교하여 나타내었다. 입력 임피던스가 급변하는 지점 등을 포함하여 두 결과에서 매우 잘 일치하였다. 또, 자기공

Table 1. The components of the designed bird-cage coil

엔드링(endring) 소자		레그(leg) 소자	
C_E	54 pF	C_L	17 pF
L_E	13 nH	L_L	146 nH
R_E	0.01 ohm	R_L	0.1 ohm

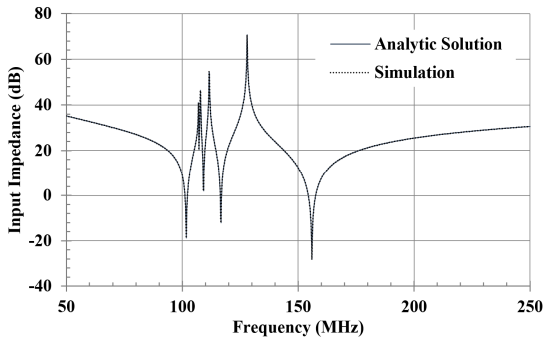


Fig. 5. The comparison of the input impedances at the leg of a coil.

명장치 수신단이 엔드링에 결합된 경우에 대해서도 식 (5)를 이용하여 구한 입력 임피던스와 전산모의를 통해 구한 결과를 Fig. 6에 비교하여 나타내었는데, 이 경우에도 두 결과는 매우 잘 일치하였다. 따라서 제안된 방법을 이용하면 레그와 엔드링 어디에서든 입력 임피던스를 구할 수 있음을 알 수 있다. 특히, 제안된 방법에서 수신단이 결합되는 셀을 변경하여 임의의 셀을 선택하더라도 Fig. 4와 동일한 형태의 등가 회로 모델을 구할 수 있으므로 제안된 방법을 이용하면 코일의 임의의 지점에서 입력 임피던스를 정확하게 구할 수 있음을 알 수 있다.

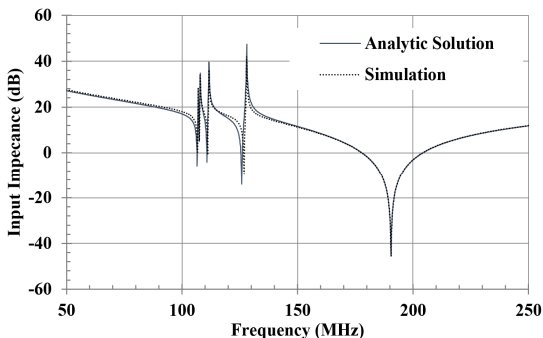


Fig. 6. The comparison of the input impedances at the end-ring of a coil.

수신 코일을 자기공명영상 장치의 수신단에 결합하여 사용하기 위해서는 동작 주파수 대역에서 반드시 임피던스 정합이 필요하다. 제안된 방법은 공진주파수를 계산하기 위한 기존 해석적 솔루션과 달리 코일의 임의의 지점에서 입력 임피던스 직접 구할 수 있으므로 임피던스 정합에 활용될 수 있다. 즉, 코일의 입력 임피던스(Z_i)를 해석적으로 구할 수 있고, 여기에 Fig. 7에 보인바와 같이 간단하게 L형 정합 회로를 부가함으로써 자기공명영상 장치 수신단 특성 임피던스(Z_0)에 맞춰 임피던스 정합이 가능하다. 특히, 단일 주파수에서 L형 정합을 이용한 임피던스 매칭은 잘 알려져 있으므로 제안된 해석적 솔루션을 이용하여 입력 임피던스만 구하면 정합 문제를 해결할 수 있다.

예를 들어, 수신단이 엔드링에 결합된 경우를 가정하여 Fig. 6과 동일한 조건에서 동작주파수(128 MHz)에서 구한 임피던스는 $230.2-j39.5$ 이고, 임피던스 정합을 위한 소자 값은 $C_M=13$ pF, $L_M=140$ nH이다. 이 결과를 이용하여 임피던스 전후의 S11 파라미터를 해석적으로 구한 결과를 비교하면 Fig. 7과 같고, 임피던스 매칭이 효과적으로 작용하고 있음을 알 수 있다.

한편, 자기공명장치용 코일의 활용성을 높이기 위해 하나의 코일을 다수 장치 또는 다수 원자 감지에 사용하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다 [6]. 코일의 구조가 복잡해지면 기존 해석적 방법은 공진주파수를 구하는데도 적용하기 어려운데 반해, 제안된 방법은 복잡한 코일을 N 개의 셀로 구분한 후, 단위 셀의 전송행렬을 연산하여 등가 회로를 도출하는데, 복잡한 코일 구조에서도 단위 셀은 2차원 2단자 망이므로 간단하게 등가 회로로 모델링하여 해석적 솔루션을 구할 수 있다.

예를 들어, 수소원자(1H)의 3 T 와 1.5 T 자기공명

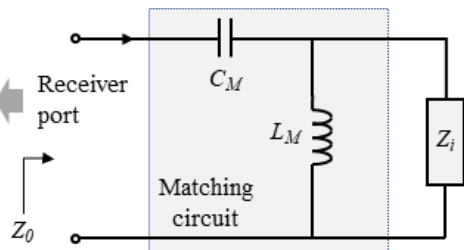


Fig. 7. The circuit model for impedance matching.

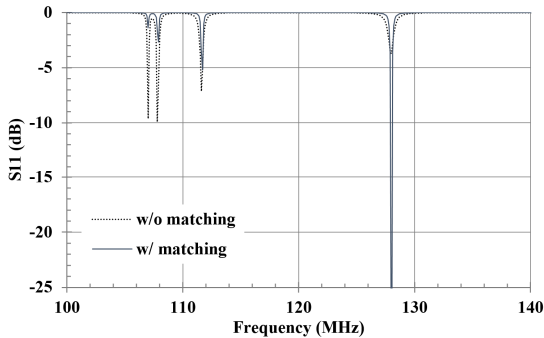


Fig. 8. The comparison of the S11 parameters with and without impedance matching circuits.

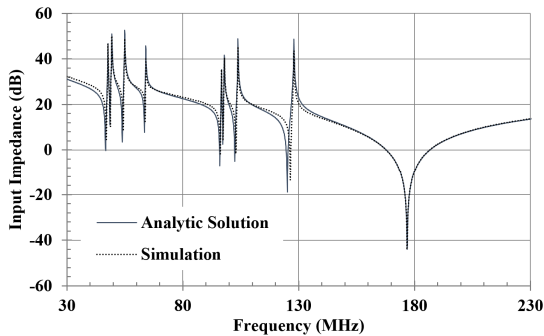


Fig. 9. The comparison of the input impedances of a dual tune bird-cage coil.

영상을 위한 장치에 사용될 수 있는 이중 수신 코일을 가정 [7]하면 이 코일은 각 레그마다 두 개의 부레그(sub-leg)를 갖는 복잡한 구조이다. 하지만, 이 경우에도 단위 셀 전송행렬만 수정된 구조를 반영하여 대체하면 해석적 솔루션을 구할 수 있는데, Fig. 5는 제안된 방법을 이용하여 해석적으로 구한 입력 임피던스와 전산모의를 통해 구한 결과를 비교한 것이다. 이중 수신 코일이므로 임피던스 변화 양상이 복잡해졌지만, 두 결과는 매우 잘 일치하여 제안된 방법을 이용하면 기존 해석적 솔루션과 달리 복잡한 구조의 해석적 솔루션을 쉽게 구할 수 있음을 보여 주고 있다.

4. 결 론

복잡한 3차원 구조의 자기공명영상 장치용 새장형 수신 코일을 전송행렬을 이용하여 등가 회로로 모델링하여 해석적 솔루션을 구하는 방법을 제안하고, 검증하였다. N 개의 레그를 가진 새장형 코일을

입력 임피던스를 구하고자 하는 셀과 나머지 N-1개의 셀로 구분하고, N-1 개의 셀에 해당하는 부분을 전송행렬을 이용하여 하나의 등가 회로로 모델링함으로써 3차원 회로를 2차원 회로로 변환하여 입력 임피던스를 해석적으로 구하였다.

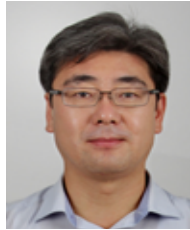
해석적 솔루션을 통해 얻은 결과는 전산모의 결과와 잘 일치하므로 제안된 방법을 이용하면 복잡한 전산모의 없이도 새장형 코일의 해석 및 설계가 가능할 것으로 기대된다. 제안된 방법은 코일의 임의의 지점에서 입력 임피던스에 대한 해석적 솔루션을 제공하므로 공진주파수만 해석하는 기존 방식과 달리 코일 해석 및 설계에 다양하게 이용될 수 있다. 특히, 코일 설계에 필수적인 임피던스 매칭 및 복잡한 구조의 다중 수신 코일 등의 설계에도 유용하게 사용될 수 있다.

REFERENCE

- [1] C.E. Hayes, "The Development of the Bird-cage Resonator: A Historical Perspective," *NMR in Biomedicine*, Vol. 22, No. 9, pp. 908-918, 2009.
- [2] A. Haase, F. Odoj, M.V. Kienlin, J. Warnking, F. Fidler, A. Weisser, et al., "NMR Pprobe-heads for *In Vivo* Applications," *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 361-388, 2000.
- [3] J. Tropp, "The Theory of the Bird-Cage Resonator," *Journal of Magnetic Resonance*, Vol. 82, No. 1, pp. 51-62, 1989.
- [4] P.J. Cassidy, K. Clarke, and D.J. Eewards, "Determining the Tuning and Matching Requirements of RF Coils Using Electromagnetic Simulation and Electric Circuit Analysis," *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, Vol. 25, No. 1, pp. 27-41, 2005.
- [5] ANSYS Electronics Desktop, <http://www.ansys.com/products/electronics/ansys-electronics-desktop> (accessed on Jun., 6, 2017).
- [6] S. Ha, M.J. Hamamura, O. Nalcioğlu, and L.T. Muftuler, "A PIN Diode Controlled Dual-

tuned MRI RF Coil and Phased Aarray for Multi Nuclear Imaging,” *Physics in Medicine & Biology*, Vol. 55, No. 9, pp. 2589-2600, 2010.

- [7] F. Ahmad, H. Woo, I.C. Choi, and H.D. Kim, “Dual Resonant RF Coil for 1.5T and 3T MRI Systems Employing FPCB Etched Sub-legs,” *Proceeding of the Asia Pacific Microwave Conference*, pp. 1442-1445, 2011.



김 현 덕

1997년 경북대학교 전자공학과 (공학사)

1999년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)

2002년 한국과학기술원 전자전산 학부 (공학박사)

2002년 2월 ~ 2003년 2월 노베라옵틱스코리아 선임연구원

2011년 3월 ~ 2013년 2월 경북대학교 삼성모바일공계약 학과 학과장

2003년 3월 ~ 현재 경북대학교 전자공학부

관심분야: 의료 융합, 3D기술응용, 광학시스템 등