

폐곡선의 수에 따른 3차원 물체의 좌표 복원 정확도 관계 도출

이 덕 우[†]

A Derivation of the Accuracy Relationship between the Reconstruction of 3D Object Coordinates and the Number of Closed Curves

Deokwoo Lee[†]

ABSTRACT

This paper presents a relationship between the number of curves and geometric parameters of a 3D object. Once the relationship is established, the number of closed curves that can reliably represent 3D object is derived. Inspired by *Shannon-Nyquist Sampling Theorem*, in this paper, approach for sampling rate (defined as the minimum number of curves) for 3D reconstruction is proposed. The relationship is straightforward, is suitable for application to 3D object overlaid with closed-continuous curves, and can achieve efficient 3D reconstruction system in practice. To substantiate the proposed approach, simulation results are provided and the results show that the number of curves can be decreased without loss of generality of characteristics of a target 3D object.

Key words: Curve based 3D Object, Sampling Density, 3D Reconstruction, Curvature

1. 서 론

3차원 정보의 추출 (깊이 정보 위주) 에 관한 연구는 지난 수십년 동안 이론과 응용 부분에서 활발히 진행되어 왔다. 또한 최근에는 자동화 시스템, 무인 시스템 기술이 다양한 분야에 도입이 되면서 정확하고 효율적인 3차원 정보 복원 기술에 대한 연구의 수요가 증가하고 있다[1,2]. 3차원 복원결과의 정확도는 깊이정보 추출 기술의 정확도에 의존하고 있으며, 깊이 정보 획득을 위한 알고리즘의 제안은 계속해서 증가하고 있다. Passive 방식과 Active 방식으로 대표되었던 깊이정보 획득 연구는 각 방식의 장점을 극대화 하고, 약점을 보완할 수 있는 Hybrid 방식 (Passive 방식과 Active 방식 혼합) 으로 발전되고

있다[3,4,5]. Passive 방식의 원리는 두 개 이상의 서로 다른 위치의 시점 (카메라)이 획득한 이미지들 간의 기하학적인 관계에 기반하고 있다. 각 시점으로부터 획득된 이미지들 간의 기하학적인 관계, 각 시점의 카메라들의 내부 파라미터를 활용하여 깊이정보를 획득할 수 있다. 이미지들 간의 기하학적인 관계를 나타내는 파라미터는 회전행렬 (rotation)과 이동변환(translation) 행렬이다 (이 두 파라미터들을 카메라 외부 파라미터 (extrinsic parameters) 라고도 한다). 이 두 개의 파라미터를 활용하면 실제 scene 3차원 물체가 가지고 있는 상대적인 깊이 정보를 알 수 있으며 디스패리티(disparity)로 정의된다. 카메라들의 내부 파라미터들 (intrinsic parameters)의 역할은 실제 3차원 공간에서의 좌표와 카메라의 이미

※ Corresponding Author : Deokwoo Lee, Address: (48015) Bansomg Beltway (Bansomg-dong) 142, Youngsan University, Busan, Republic of Korea, TEL : +82-10-4176-3102, E-mail : dwoolee@ysu.ac.kr

Receipt date : Dec. 28, 2016, Revision date : June 1, 2017
Approval date : June 21, 2017

[†] Department of Visual Image Design Engineering, Youngsan University

지 평면상에서의 좌표간의 관계를 정의해 주며, 대표적으로 초점거리, 이미지의 중심, skewness 등이며, 이 외에도 카메라 렌즈의 왜곡 파라미터 등 고려할 요소들이 많다. 이러한 파라미터들을 획득하는 과정을 카메라 캘리브레이션 (calibration)이라고 하며, 별도의 연구영역으로 분류될 만큼 중요하고, 정확도를 요구하는 절차이다. 내부 파라미터들을 활용하면 상대적인 깊이 정보를 절대적인 깊이의 정보로 변환할 수 있다. 절대 깊이의 정확도는 여러 가지 요소에 의존하고 있으며, 캘리브레이션의 정확도에 크게 의존한다. Passive 방식의 대표적인 기술은 스테레오 비전 기반 깊이정보 획득이며, 캘리브레이션의 절차는 스테레오 비전 방식의 깊이정보의 정확도에 큰 영향을 미친다. 스테레오 비전 기반 깊이정보 획득 기술은 수학적인 모델링은 간단하지만, 실제 실험을 구성하는 캘리브레이션, 영상 획득, 그리고 실험의 환경과 목표 물체의 특성 등의 변화에 대해 결과의 민감도가 매우 높다 [6]. 스테레오 비전 방식의 주된 약점은 저조도 환경, texture가 부족한 scene 등이며, 이 약점을 보완할 수 있는 방식이 active 방식이다. Active 방식은 structured light pattern 방식과 TOF (time-of-flight) 방식이 주로 사용되며, Passive 방식 대비 depth 값의 정확도는 높은 편이다 [7]. 카메라 렌즈 왜곡 모델링, 가변 초점거리 (focal length) 등은 어느 방식을 사용하더라도 완벽하게 해결을 할 수는 없으며, 이러한 부분을 보완하기 위해서는 높은 계산 복잡도와 하드웨어의 높은 사양이 요구 될 것이다. 이론적인 연구가 많이 진행되고 있으며, 본 논문에서는 이 부분에 대한 내용은 다루지 않는다.

3차원 물체를 표현하는 방식은 여러 가지가 있으며, 주로 물체의 기하학적인 좌표에 기반한 방식을 주로 사용한다. 폐곡선 (closed curve)을 활용한 3차원 물체의 표현은 얼굴 인식, 분류 등에서 많이 사용되고 있다. 폐곡선을 활용하여 3차원 물체를 표현하면, 3차원 직교 좌표를 활용하는 것에 비해 더 간편한 모델링이 가능하고, 곡선의 기하학적인 특성들을 적절히 활용하면 3차원 물체의 표현 또한 더욱 간단해질 수 있다. 3차원 물체의 좌표 데이터의 양이 2차원에 비해 증가하는 만큼 폐곡선 기반 3차원 물체 표현은 데이터의 양을 줄여주는 효과를 제공한다. 3차원 얼굴 인식의 연구에서 보여주는 바와 같이 색상 정보를 활용하지 않고, 폐곡선의 기하학적인 특성을 활용

하여 얼굴인식, 표정 인식 등에 적용할 경우에도 성공률이 매우 높은 것을 보여주었다 [8]. 폐곡선을 활용할 경우 3차원 물체의 표면이 연속성이 보장되어야 응용 분야에서의 성공률이 높아진다는 한계점이 있지만, 이부분 역시 구분된 연속면으로 분할하여 알고리즘을 적용하면 한계점을 극복 할 수 있다.

연속신호를 이산화 하기 위해 샘플링은 필수적인 절차이다. 효율적인 샘플링 rate을 결정하기 위한 연구는 Shannon-Nyquist Sampling Rate 가 도출된 시기부터 시작하여 압축 샘플링 (또는 압축센싱 (Compressed sensing))에 이르기까지 활발하게 진행되어 오고 있다 [9]. 통신신호처리에서 가장 중요한 연구분야 중의 하나이며, 관련 분야에서 활용되는 영역이 매우 넓게 분포되어 있다. Nyquist rate 이후 Compressed sensing, Nonuniform sampling, Adaptive sampling 등의 알고리즘이 제안되었으나, 여전히 Nyquist rate는 샘플링 주파수를 결정하는 척도로 많이 활용되고 있다 (본 논문에서는 지금부터 간단히 Nyquist rate라고 부른다). Nyquist rate는 이산화된 신호 (디지털 신호)를 연속신호로 복원하였을 때, 복원된 신호가 원래의 연속신호의 정보를 잃지 않는 최소한의 샘플링 비율로 정의되며 다음과 같이 표현된다 [21].

$$f_s \geq 2f_{max} \tag{1}$$

f_s 와 f_{max} 는 각각 샘플링 주파수 (샘플링 간격(T_s)의 역수)와 원신호 (연속신호)의 최대 주파수 성분이다. 여기서 최대 주파수 성분은 원신호의 대역폭 (bandwidth(B))로 간주해도 무방하다 ($f_{max} = B$). Nyquist rate를 따를 경우 샘플링 주파수는 최대 주파수의 2배 이상이라는 조건을 만족해야 한다. 압축센싱을 비롯한 많은 연구들은 샘플링 주파수가 $2f_{max}$ 보다 작더라도 (Nyquist rate 이하이더라도) 원신호를 복원하였을 때 Nyquist rate를 적용하였을 때의 결과와 비교하여도 복원후의 정보손실이 거의 없다는 것을 증명하였다. 다만 이 연구들은 신호의 특성에 관한 많은 가정 (예를 들어 신호는 기본적으로 희소행렬로 구성되어 있다) 들을 동반하고 있으며, 최적화를 요하는 파라미터들이 계산의 복잡도를 높이고 있다는 한계를 지니고 있다. 이러한 이유로 인해, Shannon-Nyquist Sampling Theorem은 여전히 신호처리, 통신시스템 등 신호의 샘플링과 복원을 요

구하는 분야에서 안정적으로 활용되고 있다.

본 논문에서는 3차원 물체를 폐곡선으로 표현할 경우, 최소 폐곡선 수를 도출한다. 신호의 이산화를 수행하기 위해 필요한 샘플링 법칙이 Nyquist rate를 따르는 것처럼, 본 연구에서 수행되는 최소 폐곡선 개수 도출은 폐곡선의 주파수 성분과 밀접한 연관이 있다. 3차원 물체를 표현하는 폐곡선의 주파수 성분으로부터 샘플링 rate 및 최소 폐곡선 수를 도출하는 것이 본 논문의 목표이며, 효율적인 3차원 복원, 3차원 이미징 응용 분야에 필요하다고 할 수 있다. 3차원 이미징에 대한 연구는 활발히 이루어져 왔으며, 특히 컴퓨터 비전 영역에서 정확한 3차원 정보의 획득은 핵심적인 연구 분야이고 가장 중요한 기반기술이라 하겠다. 지난 수십년간 정확도를 높이기 위한 연구가 활발히 진행되어 왔으며, 그 결과 역시 향상되어 현재는 산업분야에 실제로 적용될 수 있을 정도이다. 그러나 높은 정확도를 위해 필요한 계산량과 고사양의 하드웨어는 높은 비용을 야기 시킬 수 있다. 이러한 trade-off가 존재함에 따라, 폐곡선의 최소 개수를 구하는 것을 포함하는 샘플링 이론 정립은 3차원 이미징 분야에서 중요한 영역을 담당하게 될 것이다. 실제로 지금까지 효율적인 3차원 정보 획득, 표현, 복원을 위한 연구는 정확도 향상 연구에 비하여 소홀하였다. 본 연구에서 제시하는 샘플링 이론은 향후 효율적인 3차원 비전 시스템에 반드시 필요할 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 본 논문의 기본이 되는 폐곡선을 활용한 3차원 물체 표현에 대해 설명한다. 여기서 폐곡선이 가진 특성과 제한조건을 함께 소개한다, 3장에서는 이 논문의 핵심인 3차원 물체 복원에 필요한 곡선의 최소개수의 상한값과 하한값을 이론적으로 도출한다. 그리고 4장에서는 제안한 알고리즘으로 실험한 결과를 설명한다. 본 연구의 실험 결과의 정량적인 평가를 위해, 원래의 3차원 물체와 최소개수의 폐곡선으로 나타낸 3차원 물체 사이의 기하학적인 유사도를 구한다. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 폐곡선을 활용한 3차원 정보 표현

본 장에서는 3차원 물체를 나타내는 방법중의 하나인 폐곡선 기반 3차원 표현에 대해 소개를 하고 본 연구에서 활용되는 폐곡선 및 투영 후 변형된 폐

곡선의 특징에 대해 논의한다. 폐곡선을 활용한 3차원 신호 표현의 방법은 많이 제안되었으나, 본 논문에서 사용하는 폐곡선의 형태와 제한조건과는 다르며, 그 효율성 역시 본 논문에서 활용되는 폐곡선이 수학적으로 더 높다고 할 수 있다. 3차원 물체가 정의되는 도메인을 $S_w \subset \mathbb{R}^3$ 라 하고 S_w 를 형성하는 3차원 포인트들을 $P_w \in \mathbb{R}^3$ 로 정의한다. 그리고 원형의 폐곡선이 3차원에서 정의되고, 중심이 동일한 여러 개의 폐곡선이 정의되는 도메인을 $L \subset \mathbb{R}^3$ 이라 하고 L 에 포함되는 포인트들을 $P_L \in \mathbb{R}^3$ 로 나타낸다. 단 P_L 은 3차원 좌표계 $(x_{Lij}, y_{Lij}, z_{Lij})$ 로 나타내고, z_{Lij} 는 reference point로 두고 0으로 고정시킨다. P_L 은 중심이 같은 서로 다른 반지름을 가지는 원으로 구성되어 있으며 $(x_{Lij}, y_{Lij}, z_{Lij})$ 에서 i 와 j 는 각각 곡선상의 점들의 인덱스(index)와 곡선 자체의 인덱스를 나타낸다. 위의 설명들은 식 (2)와 그림 1에서처럼 나타낼 수 있다.

$$P_w = (x_w, y_w, z_w) \tag{2}$$

$$P_L = \{(x_{Lij}, y_{Lij}, z_{Lij}) | x_{Lij}^2 + y_{Lij}^2 = R_j^2, z_{Lij} = 0\}$$

$i = 1, 2, \dots, M-1, M$ 이고 $j = 1, 2, \dots, N-1, N$ 이다. 원형 패턴의 기하학적인 정보와 제한조건을 식 (2)와 같이 나타내고, 이 특징을 3차원 물체를 표현할 때 그대로 적용을 한다. 3차원 물체를 표현하는 폐곡선들이 식 (2)와 같은 제한조건을 만족하고 좌표 z_{Lij} 만 변화가 가능하다면, z_{Lij} 는 3차원 물체가 가진 깊이 정보에 따라 투영후 변화하는 값이라고 볼 수 있다. 실제로 식 (2)를 만족하는 곡선들을 3차원 물체에

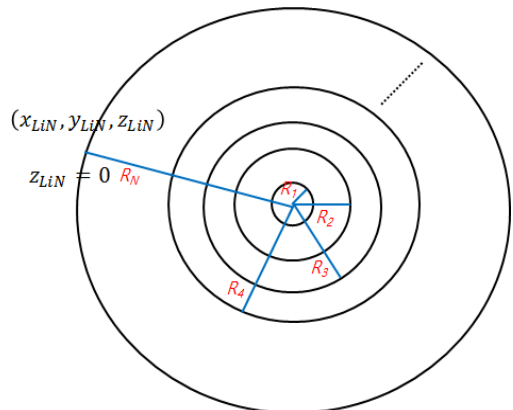


Fig. 1. Plot of a circular closed curves with equivalent central point and with different radii.

투영한다는 것은 structured light pattern 방식의 3차원 복원과 동일하다고 볼 수 있다. Structured light pattern 이 식 (2)처럼 원 모양을 가지고 있고, 이 패턴들이 3차원 물체에 닿으면 모양이 일그러지게 된다[10]. 모양의 일그러짐 (shape deformation) 은 물체의 기하학적 모양과 관련이 있으며 z_{Lij} 의 변화된 값으로 나타난다. 이것을 때로는 “깊이 (depth)” 라고 한다. 그렇다면 3차원 물체에 닿은 곡선들의 제한조건을 수식으로 나타낼 수 있다. 여러 가지 현실적인 요인들이 고려되어야 하지만, 본 논문에서는 3차원 물체의 상대적 깊이를 나타내는 z_{Lij} 에 더 초점을 맞출 것이므로 다음과 같은 요소들은 배제하거나, 이미 해결이 되었다고 가정한다.

- z_{Lij} 이외의 좌표 (x_{Lij}, y_{Lij}) 의 distortion
- 3차원 물체에 빛 패턴의 투영 후 곡선의 scaling (즉, 곡선의 non-parallel한 투영)
- 곡선을 나타내는 인덱스에서 각 곡선을 형성하는 점의 개수 M 은 충분히 크다.

이러한 가정을 기반으로 3차원 물체에 투영된 곡선의 좌표와 제한조건은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_w = \{(x_{wij}, y_{wij}, z_{wij}) | x_{wij}^2 + y_{wij}^2 = KR_j^2\} \quad (3)$$

여기서 K 는 상수이고 (1로 두어도 무방하다), 3차원 물체의 모양으로 인해 $z_{wij}^2 \neq z_{Lij}^2$ 이며, 앞서 가정한 대로 평행 투영을 가정한다면 식 (3)이 성립될 수 있다. 식 (5)에 따라 structured light pattern을 활용한 3차원 복원 시스템은 투영된 패턴과, 물체에 닿아 일그러진 패턴 간의 기하학적인 관계로부터 결정될 수 있다 [10]. 본 논문은 3차원 복원보다는 3차원 복원을 위한 곡선의 최소개수에 초점을 맞추므로, 복원에 대한 내용은 다루지 않기로 한다. 다만, 3차원 물체를 표현할 때 식 (2)와 식 (3)을 만족하는 곡선들을 활용하므로, 복원에 대한 기본 내용이 본 논문을 이해하기 위한 도움이 된다. 다시 말해서, 3차원 복원 문제는 위와 같이 폐곡선을 활용할 경우, 원 모양의 폐곡선과, 3차원 물체에 투영된 일그러진 폐곡선들의 모양을 분석하는 문제로 요약된다고 할 수 있으며, 효과적인 3차원 복원 시스템을 달성할 수 있다.

3. 샘플링 최소 개수 도출 알고리즘

3.1 샘플링 주파수

신호의 디지털화를 위해서는 아날로그 신호를 샘플링 하는 과정이 필수적이다. 샘플링 과정을 거쳐 나온 디지털 신호가 아날로그 신호의 정보를 손실하지 않기 위해서는 충분한 수의 샘플링이 필요하지만, 일정 수 이상의 샘플링이 충족되면 디지털화 된 신호는 아날로그 신호의 특성을 유지할 수 있다. 신호처리 분야에서 샘플링 법칙으로 널리 활용되는 것이 Shannon-Nyquist Sampling 이론이다 (이 법칙을 충족하는 샘플링 주파수 또는 샘플링 rate를 간단히 Nyquist rate 라고도 한다). Nyquist rate를 신호의 샘플링 및 복원에 적용할 경우 필요한 정보는 식 (1)에서와 같이 f_{max} , 원신호 (아날로그 신호)의 최대 주파수이다. 즉, 신호를 복원할 경우, 원신호의 f_{max} 만 있으면, 이론적으로 원신호를 복원하는데 문제가 없다. 이와 비슷하게 1차원에서 확장된 2차원, 3차원 또는 고차원의 신호를 복원하기 위해서 필요한 샘플링 rate 역시 Nyquist rate를 적용할 경우 원신호의 최대주파수와 깊은 연관이 있다고 추정할 수 있다. 본 장에서는 3차원 물체 복원을 위한 최소의 샘플링 rate (또는 샘플링 개수)를 도출한다. 3차원 물체는 기하학적인 정보(좌표)와 색 정보를 가지고 있으나, 본 연구에서는 기하학적인 정보에 초점을 맞추었다. 3차원의 기하학적 정보를 활용할 경우 색 정보를 활용하지 않고도, 많은 응용분야 (예 : 얼굴인식) 에서 높은 성공률을 유지하는 것으로 나타났다 [11]. 3차원 물체를 폐곡선을 활용하여 표현할 경우, 완벽한 3차원 물체의 표현을 위해서 필요한 폐곡선의 개수는 이론적으로는 무한대이다 (아날로그 신호가 무한대의 샘플 수를 가진 것과 같다). 폐곡선을 활용하여 3차원 물체를 나타낼 경우 사용한 폐곡선의 개수를 N_{ini} 라고 한다. 직관적으로 3차원 물체의 표현을 위해 반드시 N_{ini} 의 곡선이 필요한지 여부에 대한 질문이 생길 수 있다. 만약 물체의 형태가 매우 단순하다면 N_{ini} 보다 적은 개수 N_{sam} 의 곡선으로도 그 물체를 나타내는데 문제가 없을 것이다 (Fig. 2).

극단적인 예를 들자면, 3차원 물체의 면이 완벽한 평면일 경우, 이 면을 나타내는 데에는 단 몇 개의 곡선만으로도 충분히 그 물체의 기하학적 특성을 나타낼 수 있을 것이다. 이러한 예에서 보듯이, 초기에는 N_{ini} 의 폐곡선으로 물체를 나타내더라도, 물체의 기하학적인 특성, 물체의 shape에 따라서 필요한 폐곡선의 개수는 N_{ini} ($N_{sam} = N_{ini}$)일수도 있고, N_{ini}

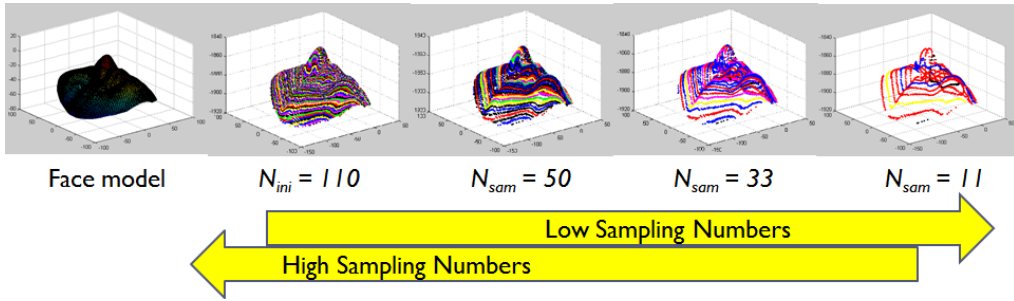


Fig. 2. Curve based 3D object representation with different numbers of closed curves.

($N_{sam} < N_{ini}$)보다 적을 수도 있다. 이러한 직관적인 의문에 대한 해결책은 3차원 신호 복원을 위해 필요한 곡선의 최소개수의 도출로 이어진다고 할 수 있다. N_{ini} 로 표현되는 3차원 물체를 1차원에서의 연속 신호에 해당된다고 가정 한다면, 본 연구의 목표는 N_{ini} 보다 적은 숫자 N_{sam} 의 곡선으로 3차원 물체를 나타내고, 이렇게 표현된 3차원 물체의 기하학적인 정보가 원래의 결과 (N_{ini} 로 표현된 물체)와 비교하였을 때 정보의 손실이 없도록 하는 것이다. 즉 최소의 곡선의 개수 N_{sam} 을 구하는 것으로 문제를 압축할 수 있다. N_{sam} 을 찾는 가장 간단한 방법은, N_{ini} 를 하나씩 줄여가면서 3차원 물체를 표현하여 결과를 확인하는 것이지만, N_{ini} 가 매우 클 경우 위와 같은 방법은 비효율적이라고 할 수 있겠다. 1차원 신호처리에서 샘플링 주파수 f_s 을 구하기 위해 필요한 것은 원신호의 최대주파수 f_{max} 이듯이, 이와 비슷한 방법으로, 3차원 물체 또는 3차원 신호가 가진 최대주파수 정보를 가지고 있을 경우 Nyquist rate를 적용하여 N_{sam} 을 구한다면, 3차원 신호 복원을 위한 샘플링 이론을 정립할 수 있다. 물체의 최대주파수를 구하기 위해서는 3차원 물체 전체에 분포되어 있는 주파수 (공간 주파수) 성분들을 구해야 한다. 본 연구에서 활용되는 3차원 물체의 기하학적인 정보는 3차원 물체를 표현하는 곡선들의 기하학적인 정보와 동일하게 사용될 수 있다. 폐곡선들이 가진 주파수 성분들은 1차원 신호의 경우처럼 바로 추출 될 수는 없다. 3차원 물체에 투영된 폐곡선들의 기하학적인 정보로부터 주파수 성분들을 추출해 낼 수 있는 관계를 도출하는 것이 우선으로 수행되어야 한다. 주파수 성분들의 추출이 완료되면 N_{sam} 은 이 주파수 성분들의 최대값과 연관이 있고, N_{ini} 를 넘지 않는 수로 나타

나게 된다.

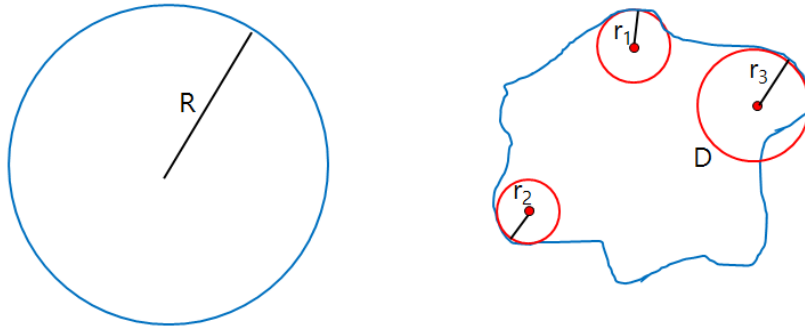
3.2 최대 주파수 성분 도출 (상한값 (upper bound))

이 장에서는 3차원 복원을 위한 개수를 도출하는데 필요한 주파수 성분과 곡선의 기하학적인 정보 사이의 관계식을 도출하고, 주파수 성분의 최대값에 기반한 폐곡선의 최소 개수를 도출한다.

3차원 물체를 형성하는 폐곡선은 Fig. 2와 같이 나타나고, 이 곡선들의 집합을 S_w 라 정의한다. 그렇다면 이 곡선들을 형성하는 점들의 집합 (식 (3))은 S_w 에 속하게 된다 ($P_w \subset S_w$). S_w 의 형태를 정량적으로 나타내는 방법으로는 여러 가지가 있을 수 있다. 그 중에 곡률을 활용하여 S_w 를 형성하는 곡선들의 형태를 정량적으로 표현한다. 특히 폐곡선의 형태를 나타내기 위해 곡률을 활용하는 것은 본 논문에서 적절하고 효율적이라고 할 수 있다. 폐곡선들이 일그러지기 전 상태 ($L \subset \mathbb{R}^3$)에서는 곡선들이 모두 원이며, 각각 다른 반지름을 가지고 있다. 이 경우에 곡선들의 곡률은 반지름의 역수이고, 곡선들을 arclength s 에 관하여 표현할 경우 식 (4)와 같다 (Fig. 3).

$$|\kappa(s)| = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \right| = \frac{1}{radius} \tag{4}$$

여기서 \vec{T} 는 각 점에서의 tangent 벡터를 나타내고, s 는 arclength, $\frac{d}{ds}$ 는 s 에 관한 1차 미분을 나타낸다. 본 논문의 목적인 3차원 복원을 위한 곡선의 최소개수를 도출하기 위해 곡률 (curvature)을 활용하고, 곡률 정보로부터 곡선의 주파수 성분을 추출한다. 기하학적인 정보인 곡률과 주파수 성분의 관계는 *The Two-Thirds Power Law*를 활용하여 나타낼 수 있고, 식 (5)와 같이 표현된다 [12].



(a). $|\kappa(s)| = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \right| = \left| \frac{1}{R} \right| = \text{constant}$ (b). $|\kappa(s)| = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \right| = \left| \frac{1}{r_i} \right| \neq \text{constant}$

Fig. 3. Quantifying a shape of a curve using curvature based on osculating circle. (a), Original circle has a constant curvature value, but (b) once the curves are deformed owing to shape of 3D object, curvature is not constant any more.

$$f = \frac{C}{2\pi r} \left[\frac{R}{1+\alpha R} \right]^\beta \tag{5}$$

f 는 폐곡선 위의 점이 가지는 주파수 성분이고, r 은 3차원 물체의 임의의 기준점 (reference point)과 폐곡선상의 점 사이의 거리를 나타낸다. R 은 곡률의 역수 ($R=1/\kappa$)를 나타내며 폐곡선의 모양을 정량화하여 표현한다. C 는 폐곡선의 모양이 형성되는 시간과 관련되는 상수이며, 본 논문에서 활용된 f 는 절대적인 주파수가 아닌, 상대적인 폐곡선의 수와 관련되므로 1로 두어도 무방하다. α, β 는 f_{\max} 를 구하기 위해 실험 기반으로 최적화 되는 변수들이며, 연속적인 폐곡선에서 β 는 약 1/3로 수렴된다. 최대 주파수 성분은 식 (6)과 같이 표현된다 [12].

$$f_{\max} = \max \left[\frac{C}{2\pi r} \left[\frac{R}{1+\alpha R} \right]^\beta \right] \tag{6}$$

본 논문에서 활용되는 곡선을 활용하여 각 index 들을 고려하여, 최대 주파수 성분을 추출해 낼 수 있다. 최대 주파수 성분을 도출한 후, 필요한 폐곡선의 최소 개수는 초기에 사용된 폐곡선의 개수 N_{ini} 와 f_{sam} 의 곱으로 계산할 수 있다. 또한 3차원 물체 또한 3차원 좌표로 구성된 신호이므로, f_{sam} 은 Nyquist rate에 따라 식 (6)의 f_{\max} 의 2배 이상이어야 한다. 그리하여 최소 폐곡선 개수 N_{sam} 은 (7)과 같이 표현 된다.

$$N_{sam} = f_{sam} \times N_{ini} \geq 2f_{\max} \times N_{ini} \tag{7}$$

3.2 최소 주파수 도출 (하한값(lower bound))

3.1에서 설명한 것처럼, 본 연구에서 활용되는 폐곡선은 기하학적인 형태를 정량적으로 나타내는데 용이하다. arclength s 를 활용한 곡률은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있음과 동시에 시간 또는 위치 파라미터인 t 로도 나타낼 수 있다. 폐곡선이 지나고 있는 기하학적인 정보들도 일련의 신호라고 볼 수 있다. 어떤 신호든지 푸리에 급수로 표현할 수 있으며 폐곡선이 지나고 있는 정보를 신호로 나타낼 경우 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$g(t) = [t, \cos \omega t] \tag{8}$$

여기서 ω 는 라디안 주파수를 나타낸다. $f(t)$ 원래의 신호일 경우 곡률은 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\kappa = \frac{|(dg/dt) \times (d^2g/dt^2)|}{|dg/dt|^3} \tag{9}$$

식 (9)를 전개하면 κ 의 상한값은 식 (10) 과 같이 표현되고 ($|\omega^2 \cos \omega t|$ 의 최대값은 ω^2 이다), 주파수 성분 f 의 최소값은 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$\kappa = \frac{|\omega^2 \cos \omega t|}{|1 + \omega^2 \sin^2 \omega t|^{3/2}} \leq \frac{\omega^2}{|1 + \omega^2 \sin^2 \omega t|^{3/2}} \tag{10}$$

$\omega = 2\pi f$ 이고 식 (10)에 기반하여 $0 \leq \kappa \leq \omega^2$ 를 만족한다. 그리하여

$$f \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\kappa_{\max}} \tag{11}$$

를 만족하게 되며, 주파수 성분의 하한값 역시 곡선

의 기하학적인 형태로부터 추출해 낼 수 있다는 것을 증명할 수 있다. 그러므로 식 (5)-(11)을 종합하여 볼 때 주파수 성분의 범위는 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{k_{\max}} \leq f \leq \max \left[\frac{C}{2\pi r} \left(\frac{R}{1+\alpha R} \right)^\beta \right] \quad (12)$$

3.1과 3.2에서 보여준 증명은 간단하고, 수학적으로 직관적이다. 이 수학적 모델링을 기반으로 4장에서는 시뮬레이션 결과에 대해 논의한다.

4. 실험 결과 및 고찰

본 장에서는 3장에서 제시한 알고리즘을 시뮬레이션한 결과를 제시한다. 우선 얼굴 모델을 표현하기 위한 폐곡선은 식(2) 및 식(3)을 만족하도록 모델링 하였으며, 각 폐곡선별로 약 3000개의 점을 추출하였다. 110개의 폐곡선으로 얼굴모델을 표현하여 총 33000개 정도의 점으로 얼굴모델들이 초기에 형성되었다고 볼 수 있다. MATLAB 6.0을 활용하여 시뮬레이션한 결과 폐곡선의 개수에 따라 계산시간은 증가한다. 약 30%정도의 샘플링 (약 30-40개)을 할 경우 최소 3.32초, 최대 4.36초의 시간이 소요되며, 100%의 샘플링 (110개)을 할 경우 최소 9.84초, 최대 11.10초의 시간이 소요된다 (사용된 컴퓨터 사양 : Intel(R) Core(TM) Duo CPU T2450 @ 2.00GHz, Memory 2.00GB, 32bit Operating System).

4.1 N_{ini} 와 N_{sam} 활용한 3차원 물체 좌표 복원 결과 및 오차

본 장에서는 3장에서 제시한 이론을 바탕으로 수행된 시뮬레이션 결과를 제시한다. 3장에서 제시한 수학적 모델링을 바탕으로 도출된 N_{sam} 을 활용하여 3차원 물체를 다시 표현하고, 이 결과를 N_{ini} 를 활용하여 나타낸 3차원 물체와 기하학적인 차이를 비교하여 결과의 성능을 정량적으로 나타낸다. Fig. 3에서는 3차원 얼굴모델을 vertex와 face로 나타내고 (Fig. 4-(a), 4-(c)), N_{ini} 로 나타낸 모델(4-(b)), N_{sam} 로 나타낸 모델 (4-(d)) 을 보여주고 있다.

N_{sam} 으로 표현된 모델과 N_{ini} 으로 표현된 모델사이의 기하학적인 유사성을 확인하기 위해 두 모델 사이의 3차원 좌표값의 차를 계산한다 (Fig. 5). 좌표값의 차이 계산을 위해 N_{sam} 으로 표현된 모델에 이

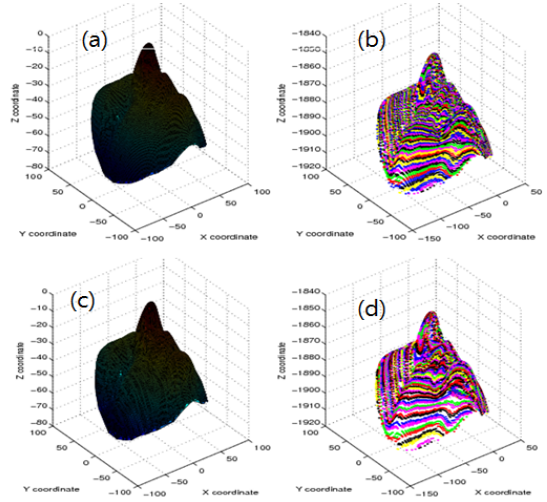


Fig. 4. 3D face model is represented using vertices and faces ((a), (c)). (b), 3D face representation using $N_{ini} = 110$ closed curves. (d), 3D face representation using the minimum number of closed curves ($N_{sam} = 38$).

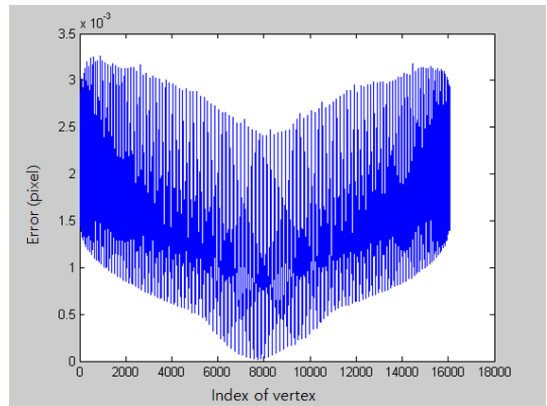


Fig. 5. Similarity (or geometric difference) is presented by calculating difference of 3D face coordinates between the face model using N_{sam} and the one using N_{ini} closed curves. (Error calculation : Interpolation is carried out from the face model using N_{ini} closed curves, and the difference between the face using N_{sam} and the one using N_{ini} closed curves).

중선형 보간법을 적용하여 N_{ini} 로 표현된 모델과의 사이즈를 동일하게 만든다. 해당 3차원 결과들이 정확하게 정합되어있을 경우에는 두 결과의 차를 활용해도 좋으나, 좀 더 실질적인 여건을 고려하여 두 모

Table 1. N_{ini} , N_{sam} and f_{sam} for face models

	N_{ini}	N_{sam}	$f_{sam} = 2f_{max}$
Face1	147	56	0.38
Face2	153	62	0.40
Face3	142	47	0.33
Face4	221	109	0.49
Face5	271	90	0.33
Face6	89	27	0.30
Face7	93	41	0.44

델사이의 기하학적인 유사성을 확인하기 위해 기하학적 상관도를 계산한다. N_{sam} 이 N_{ini} 보다 작으므로, N_{sam} 로 표현된 모델에 이중선형 보간법을 적용한 후 두 모델의 사이즈를 동일하게 만든 후 상관도 (correlation) 계산을 수행한다. 상관도 계수가 1일 경우에는 두 모델의 유사도가 100%인 것이고, 0에 가까울수록 유사도가 낮다고 할 수 있다.

4.2 곡선의 최소 개수에 따른 결과 및 오차

Table 1에서는 몇 개의 얼굴 모델에 대한 N_{ini} 와 N_{sam} 을 나타내었다. 3장에서 도출된 수학적 식을 적

용하였을 때 N_{sam} 은 N_{ini} 와 f_{sam} 의 곱으로 계산되고, f_{sam} 은 0에서 1까지의 값을 가진다. Fig. 6에서 보인 바와 같이, Face 4의 경우를 예로 들었을 때, N_{ini} 보다 적은 수의 곡선들을 활용하여도 3차원 물체를 표현하는데에 큰 문제는 없는 것으로 나타나고 있다. 그러나 $f_{sam} = 0.49$ 에 해당하는 수 (N_{sam})보다 적은 수의 곡선들을 활용하면, 상관계수가 가파르게 감소하는 것을 볼 수 있다. 이 결과들로부터, N_{ini} 는 3차원 물체를 복원하기에는 비효율적으로 많은 곡선의 숫자라는 것을 알 수 있고, 최소한 N_{sam} 보다는 큰 수의 폐곡선을 활용해야 한다는 것을 알 수 있다.

본 논문에서 제시한 알고리즘의 성능을 다른 연구 결과들과 비교하여 Table 2에 제시하였다. 본 논문에서 제시한 샘플링 rate에 따른 복원 결과는 상대적인 좌표 정보에 초점이 맞추어져 있다. 그리하여 본 논문에서 제시한 샘플링 rate를 활용한 3차원 얼굴 복원의 유사도를 평가하고 다른 3차원 복원을 위한 깊이 정보 복원 연구결과들과의 비교치를 제시한다 (비교대상 : 코드화 광패턴 (Coded Structured Light (SL))[13,14], Kinect+TOF [15]). 유사도는 대상이 되는 물체의 실제 좌표와 측정된 좌표 간의 상관관계

Table 2. Comparison to the other approaches

	Proposed (Real)	Proposed (Designed)	Coded SL1 [13]	Coded SL2 [14]	Kinect + TOF [15]
Similarity(%)	91.91	96.38	91.00	89.90	99.50

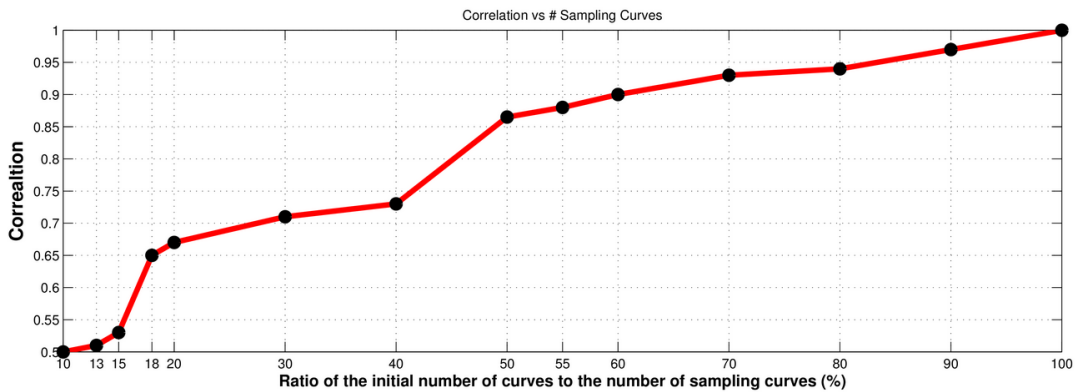


Fig. 6. Correlation between 3D object (e.g. Face4) represented using N_{ini} and the object using N_{sam} is calculated. As the number of sampling curves is decreased, correlation is decreased accordingly. In particular, decrease of correlation coefficient is significant once the ratio (sampling rate) is less than f_{sam} (in case of Face4, $f_{sam} = 0.49$ (49%)).

를 계산하여 나타낸다. 그러나, 참값을 알아내기 힘든 실제 물체의 경우에는 물체의 상대적인 깊이차이 ($\Delta depth_{true}$)와 측정된 깊이 값의 차이($\Delta depth_{est}$)를 비율로 계산하며 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\text{Similarity}(\%) = \frac{\Delta depth_{est}}{\Delta depth_{true}} \times 100 \quad (13)$$

본 논문에서 제시한 알고리즘을 실제물체(Proposed(Real))와 디자인된 모델(Proposed (Designed)) 두 가지에 적용하였다. 코드화 패턴 방식과 비교했을 때에는 유사도가 비슷하거나 약간 우세한 수준이지만, 광패턴과 TOF 혼합방식과 비교하였을 때에는 매우 열세한 수준이다. 광패턴의 높은 샘플링과 TOF 방식의 우수한 깊이계산 정확도가 결합하여 가장 우세한 결과를 나타내었다고 볼 수 있다. 각 방식의 성능은 여러 번의 실험 결과로 나타난 수치들의 평균값으로 나타내었다 (Table 2). Coded SL1 방식은 격자 패턴을 활용하였으며, 격자의 패턴을 선이나 사각형이 아닌 원 모양의 패턴을 활용하였다. Coded SL2 방식은 이진화 회색코드 광패턴을 활용하였다.

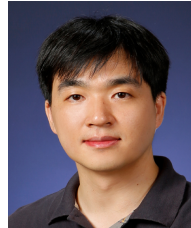
5. 결 론

본 논문에서는 3차원 물체 복원 또는 표현을 위한 최소한의 폐곡선의 개수를 도출하는 이론을 제안하였다. 지금까지 일반적인 신호처리 분야에서 활용되어 왔던 샘플링 이론을 3차원 물체의 기하학적인 복원에 필요한 이론으로 확장시킬 수 있는 가능성을 제시하였다고 볼 수 있다. 폐곡선으로 3차원 물체를 나타낼 수 있다면, 효율적인 수학적 모델링과 기하학적인 표현의 장점을 바탕으로 보다 효율적인 계산량을 가능하게 하고 효율적인 시스템의 개발을 가능하게 할 수 있는 샘플링 개수를 도출해 낼 수 있다. 하지만 본 연구에서 활용된 물체들은 연속적인 표면을 가지고 있다는 한계가 있으며, 불연속적인 부분이나 변화량이 매우 큰 표면을 가진 물체의 경우에는 본 논문에서 제시한 이론은 한계를 보인다는 단점이 있다. 그리하여 향후에는 좀더 일반적인 3차원 물체의 기하학적인 특성에도 적용할 수 있는 샘플링 이론을 연구하고, 3차원보다 더 고차원의 신호에도 적용할 수 있는 일반적인 샘플링 이론의 연구가 필요하다.

REFERENCE

- [1] K. Choi, D. Jung, S. Lee, and J. Choi, "Interaction Augmented Reality System Using a Hand Motion," *Journal of Korea Multimedia Society*, Vol. 15, No. 4, pp. 425-438, 2012.
- [2] C. Choi, S. Choi, and S. Park, "Three Dimensional Tracking of Road Signs Based on Stereo Vision Technique," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 20, No. 12, pp. 1259-1266, 2014.
- [3] B. Tippetts, D.J. Lee, K. Lillywhite, and J. Archibald, "Review of Stereo Vision Algorithms and Their Suitability for Resource-Limited Systems," *Journal of Real-Time Image Processing*, Vol. 11, No. 1, pp. 5-25, 2016.
- [4] J. Geng, "Structured-Light 3D Surface Imaging: A Tutorial," *Journal of Advances in Optics and Photonics*, Vol. 3, No. 2, pp. 128-160, 2011.
- [5] S. Choi, B. Ham, C. Oh, H. Choo, J. Kim, and K. Sohn, "Hybrid Approach for Accurate Depth Acquisition with Structured Light and Stereo Camera," *Proceeding of IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting*, pp. 1-4, 2012.
- [6] Z. Zhang, "A Flexible New Technique for Camera Calibration," *Journal of IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 22, No. 11, pp. 1330-1334, 2000.
- [7] F. Alhwarin, A. Ferrein, and I. Scholl, "IR Stereo Kinect : Improving Depth Images by Combining Structured Light with IR Stereo," *Proceeding of Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence*, pp. 409-421, 2014.
- [8] H. Drira, B.B. Amor, A. Srivastava, M. Daoudi, and R. Slama, "3D Face Recognition Under Expressions, Occlusions, and Pose Variations," *Journal of IEEE Transactions on*

- Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 35, No. 9, pp. 2270-2283, 2013.
- [9] D.L. Donoho, "Compressed Sensing," *Journal of IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 52, No. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [10] D. Lee and H. Krim, "3D Surface Reconstruction Using Structured Circular Light Patterns," *Proceeding of International Conference on Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Lecture Notes in Computer Science*, pp. 279-289, 2010.
- [11] P. Liu, Y. Wang, D. Huang, Z. Zhang, and L. Chen, "Learning the Spherical Harmonic Features for 3-D Face Recognition," *Journal of IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 22, No. 3, pp. 914-925, 2013.
- [12] F. Lacquaniti, C. Terzuolo, and P. Viviani, "The Law Relating The Kinematic and Figural Aspects of Drawing Movements," *Journal of Acta Physiologica*, Vol. 54, No. 13, pp. 115-130, 1983.
- [13] T. Jia, Z. Zhou, and H. Gao, "Depth Measurement Based on Infrared Coded Structured Light," *Journal of Sensors*, Vol. 2014, Article ID 852621, 8 pages, 2014. doi:10.1155/2014/852621.
- [14] D. Scharstein and R. Szeliski, "High-Accuracy Stereo Depth Maps Using Structured Light," *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 195-202, 2003.
- [15] B. Langmann, K. Hartmann, and O. Loffeld, "Depth Camera Technology Comparison and Performance Evaluation," *Proceedings of the 1st International Conference on Pattern Recognition Applications and Methods*, pp. 438-444, 2012.



이 덕 우

2007년 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 학사

2008년 Department of Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, M.S

2012년 Department of Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, Ph.D

2013년 Washington University in St. Louis, Postdoctoral Research Associate

2013년~2016년 삼성전자 무선사업부 책임연구원

2016년~현재 영산대학교 가상현실콘텐츠학과 조교수
 관심분야 : 영상처리, 컴퓨터비전, 신호처리, 패턴인식, 머신러닝