

수학교과와 통합 교수-학습자료 개발 현황 분석

박혜숙

서원대학교 사범대학 수학교육과

Analysis on the development of integrated teaching-learning materials of the mathematics and other subjects

Hye Sook Park

Dept. of Math. Education, Seowon University

요약 수학은 오랜 역사를 가진 학문으로 수학으로부터 새로운 학문이 발생하기도 하고 다른 학문과의 관련을 계속 이어왔기에 수학과 타 교과 통합 교육은 수학의 학문적 특성에 비추어 자연스러운 시도라 할 수 있다. 그렇지만 과학 과목의 주제를 수학의 학습 소재로 다루는 시도 외에 타 교과와 통합을 통한 수학 교육 연구는 별로 이루어지지 않았다. 본고에서는 수학과 타 교과 통합 교육의 유형과 통합 교육에 대한 국내 연구 동향을 살펴보고 고등학교 수학과 사회 교과의 통합 교수-학습자료를 중심으로 하여 수학과 타 교과와의 통합 교수-학습자료를 문헌 연구를 통하여 알아보았다. 그 결과, 수학의 유용성에 대한 인식 제고 및 흥미도 향상에 도움을 줄 수 있도록 수학과 과학 또는 수학과 사회 외에도 예술, 체육, 국어 교과와의 통합 자료도 최근 개발되었음을 알 수 있는데, 이에 대한 수정·보완에 대한 연구는 본고를 토대로 하여 앞으로 더 수행되어야 할 것이다.

• 주제어 : 통합교육, 수학과 사회, 교수-학습자료, 수학과 과학, 수학과 예술

Abstract Mathematics has kept the relationships with other studies constantly. However, there is not many researches about the integrated teaching-learning materials for mathematics. In this paper, we review the integrated learning theories and domestic research trends of the integrated learning for the mathematics. Through the literature review, we survey the integrated teaching-learning materials, which integrate the mathematics and other subjects for the secondary school.

As a result, it can be seen that integrated teaching-learning materials of mathematics and science, social studies, arts, physical education, and korean literature have recently been developed to help raise awareness of the usefulness of mathematics. Further study on the revision and supplementation of these materials should be carried out based on this paper.

• Key Words : integrated teaching-learning, mathematics and social studies, learning material, mathematics and science, mathematics and art

1. 서론

NCTM은 수학 교육과정에 대한 과정 기준으로 문제 해결, 추론, 의사소통, 수학적 연결성을 제시하였다[1,2].

특히, NCTM[3]에서는 수학 영역 내에서의 연결성뿐만 아니라 수학과 타학문간의 연결성을 강조하고 있는데, 역사적으로도 모든 학문 발달과정에서 수학은 지대한 영

*Corresponding Author : 박혜숙(hyespark@seowon.ac.kr)

Received April 26, 2017

Accepted July 20, 2017

Revised July 1, 2017

Published July 28, 2017

향력을 발휘하고 있다. 통합 교육은 교과간의 구분에 제한받지 않고 각 교과에서의 지식이나 경험을 학습자의 흥미, 문제, 주제 중심으로 교육과정을 재구성하여 교육함으로써 학문 간의 시너지 효과를 얻고자 하는 것이다. 특히 수학은 오랜 역사를 가진 학문으로 수학으로부터 새로운 학문이 발생하기도 하고 다른 학문과의 관련을 계속 이어왔기에 수학과 타 교과 통합 교육은 수학의 학문적 특성에 비추어 자연스러운 시도라 할 수 있다.

그런데 우리나라의 경우를 살펴보면 교과서의 단원 도입 글이나 탐구 활동 등에서 다른 교과를 소재로 하여 수학적 개념이나 원리 등을 유도하는 예가 자주 발견되기는 하지만, 대부분이 개념이나 원리의 도입을 위한 소재로만 사용되고 있어서 통합 교수-학습 자료라 보기에 는 미흡한 것이 현실이다. 다만, 과학 분야의 주제를 수학과 통합하여 다루는 시도는 일부 찾아 볼 수 있다. 이와 같이 우리의 일상생활이나 사회 현장에서 발견할 수 있는 수학 관련 소재들은 많이 있다. 그렇지만, 이를 분석하고 이를 바탕으로 한 통합 교수-학습 자료를 개발하는 수학교육 연구는 많이 이루어지지 않는 것이다.

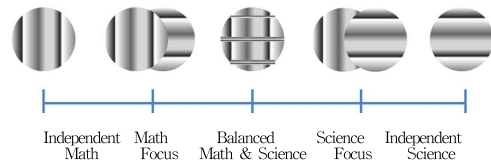
여기에서는 수학과 타 교과 통합 교육의 유형과 통합 교육에 대한 국내 연구 동향을 살펴보고 연구자를 중심으로 하여 개발한 중고등학교 수학 교과와 사회 교과의 통합 교수-학습자료[4,5]를 먼저 소개하고, 수학과 과학, 수학과 예술 등 타 교과와의 통합 교수-학습자료에 대하여 알아보고자 한다.

2. 통합 교육

2.1 통합 교육의 유형

수학과 타 교과간의 통합 유형에 대한 연구는 많지 않지만, 수학과 과학 통합 교육과정에 대한 유형 분류는 캠브리지 회의에서의 설정이 대표적이다. 이 회의에서 수학과 과학의 통합 교육과정의 유형을 ‘수학을 위한 수학’, ‘과학을 사용한 수학’, ‘수학과 과학’, ‘수학을 사용한 과학’, ‘과학을 위한 과학’의 다섯 가지로 설정하였다(Cambridge Conference on School Mathematics[6]; Huntley[7]에서 재인용).

Huntley[7]는 캠브리지 회의에서 설정한 수학-과학 통합 교육 과정 다섯 가지 유형을 수학과 과학이 연속적으로 겹쳐지는 수학-과학 연속체 모델로 확장하였다.



[Fig. 1] Continuum model of Huntley[7]

일반적인 교과 간 통합 유형의 분류는 많은 학자들이 제시하였는데, Ingram[8]은 교과간의 통합 유형을 지식의 성격에 따라 구조적 통합과 기능적 통합으로 나누었다. 구조적 통합은 지식을 교육내용을 조직할 때에 핵심적 요소로 하는 것으로, 지식의 독립적 구조를 인정하는 지 전면 재조정하는지에 따라 양적 통합과 질적 통합으로 구분하였다. 기능적 통합은 지식을 교육내용 조직 및 통합적 경험 제공의 수단으로 하는 통합 방법으로서, 학습자의 흥미나 동기를 강조한 내적 통합과 사회문제의 인식과 해결력을 강조하는 외적 통합으로 구분된다(김대현 외[9]에서 재인용).

Drake[10]는 통합 단원을 개발할 때에 개별학문의 성격이 나타나는 정도에 따라 다학문적 통합, 간학문적 통합, 탈학문적 통합으로 구분하였다. 다학문적 통합은 동일한 주제를 각 학문의 입장에서 다양하게 다루면서 한 주제에 대한 통합적 접근을 시도하는 것이고, 간학문적 통합은 공통인 구조를 중심으로 하여 여러 내용들을 조직하는 것이다. 따라서 개별 학문들 간의 경계를 구분 짓기 어렵다는 특징이 있다. 탈학문적 통합은 개인적 관심이나 주요한 사회적 문제를 중심으로 학문과 비학문적 내용을 조직하는 것이다(김대현 외[9]에서 재인용).

2.2 국내 연구 현황

수학과 과학의 융합자료는 김미정[11], 신은주[12] 등에서 볼 수 있는데, 김미정[11]은 중등학교에서의 수학과 과학에 상당한 영향을 주기 때문에 수학과 과학에서 지도 순서의 고려가 필요하다고 하였으며, 수학과 과학의 통합으로 수학의 중요성과 필요성을 일깨워 줄 수 있다고 하였다. 또, 신은주[12]는 수학과 과학의 간학문적 교수-학습자료를 개발하여 이것을 실제 수업 시간이나 재량활동 시간 등에 활용할 것을 제안하였다.

과학과 연계된 수학 소재에 대한 연구에서 안계성[13]은 일상생활에서 과학적 현상의 변화를 이해하고, 해석하거나 예측할 수 있는 능력을 기르기 위해서는 과학 내

용과 연계한 단원, 특히 함수 단원의 지도가 매우 의미가 있다고 하였다. 또, 김정화[14]는 중학교 수학 교과에서 소재로 가장 많이 등장하는 과학은 물리이고, 과학을 배우기 위하여 우선적으로 선행되어야 하는 수학 영역은 문자의 변환, 방정식, 함수의 그래프라고 하였다.

한편, 서보억 외[15]는 과학의 전 영역에서 수학 내용이 넓게 활용되고 있으나 수학 학습과 과학 학습에서 어느 것을 먼저 배워야 하는지의 순서 관계가 분명하지 않음을 발견하였다. 수학을 먼저 학습하는 경우, 그 학습 내용을 다시 재확인해 가면서 과학을 학습할 수 있도록 학습 내용을 체계적으로 제공해줄 필요가 있다고 하였다.

이상에서 살펴본 바와 같이 대부분 수학교의 통합 교과 연구는 과학과의 통합에 치중되어 있다.

3. 수학과 사회 통합 교수-학습자료

이 장에서는 박혜숙 외[4]에서 개발한 고등학교 수학과 사회의 교수-학습자료를 중심으로 서술하기로 한다.

3.1 교수-학습자료 개발

박혜숙 외[4]에서는 수학과 사회의 통합 유형으로 Huntley의 ‘수학-과학 연속체’ 모형을 참고하여 ‘수학을 위한 수학’, ‘사회를 사용한 수학’, ‘수학과 사회’, ‘수학을 사용한 사회’, ‘사회를 위한 사회’ 다섯 가지 중에서 ‘사회를 사용한 수학’과 ‘수학과 사회’로 정하였다. 그 이유는 이 중에서 사회 교과의 문제 해결을 위해 수학을 활용하는 유형인 ‘수학을 사용한 사회’는 수학 교과보다는 사회 교과를 중심으로 개발할 유형이므로 수학 교과의 연구에서는 제외하였고 두 교과의 통합이라고 할 수 없는 ‘수학을 위한 수학’과 ‘사회를 위한 사회’도 논외로 하였다.

이때, 수학 내용을 전개하면서 사회 과목의 소재를 활용하는 유형인 ‘사회를 사용한 수학’을 ‘수학 중심형’이라 부르기로 하였고 수학과 사회를 같은 정도로 통합한 유형인 ‘수학과 사회’를 ‘수학과 사회 통합형’이라 부르기로 하였다. 즉, 박혜숙 외[4]에서 개발한 교수-학습자료는 ‘수학 중심형’과 ‘수학과 사회 통합형’의 두 유형으로, 고등학교에서 활용 가능한 수학과 사회 통합 교수-학습자료로 개발하기 위한 주제는 수학의 기본 개념과 원리를 이해하는 데 도움이 되면서도 수학과 사회 교과간 통합, 연계 학습이 가능한 것으로 다음과 같이 10개를 선정하였다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- 금융 생활과 수열(등차수열과 등비수열)
- 수요·공급의 탄력성과 미분계수(도함수)
- 지니 계수와 정적분(정적분)
- 조건부확률과 세상의 이해(조건부확률)
- 확률과 통계로 보는 성 불평등(독립사건)
- 지진 규모와 상용로그(상용로그)
- GPS와 공간좌표(공간좌표)
- 태풍의 진로와 벡터(벡터)
- 구장산술과 수열의 합(수열의 합)
- 구장산술과 연립방정식(여러 가지 방정식)

한편 박혜숙 외[5]에서는 중학교에서 활용 가능한 통합 학습자료로서 다음과 같이 11개를 선정한 바 있다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- 시차와 정수(정수의 개념)
- 기온과 유리수(유리수의 개념)
- 지구온난화와 연립일차방정식(연립일차방정식)
- 우리 동네의 위치와 좌표평면(함수)
- 세계 여러 나라의 시간과 $y = ax$ 의 그래프(함수)
- 가격의 결정과 일차함수의 그래프(함수)
- 우리나라의 인구문제와 도수분포의 그래프(도수분포표와 그래프)
- 수원 화성과 삼각형의 내심(평면도형의 성질)
- 수원 화성과 삼각형의 외심(평면도형의 성질)
- 인류 문명의 탄생과 피타고라스 정리(피타고라스 정리)
- 석굴암과 무리수(무리수의 계산)

3.2 교수-학습자료의 구성

개발한 자료 각각의 첫 장에는 자료의 특성이 쉽게 드러나도록 한 쪽 분량의 요약표를 제시하였는데, 요약표에 기술된 내용은 다음과 같다<Table 1, 2>.

<공통 기술 내용>

- 요약표는 ‘수업의 개요’와 ‘수업의 흐름’의 두 부분으로 구성한다.
- ‘수업의 개요’에는 수업 대상 학생, 학습 주제, 학습 목표, 교수학습 방법, 소요 시간, 지도상의 유의점 등을 적는다.
- 학습 목표는 교육과정 문서에 있는 서술을 적는다.
- 지도상의 유의점에는 단원 간의 계열성을 적고, 수업 진행상의 유의점을 적는다.
- ‘수업의 흐름’은 도입, 전개, 정리의 세 부분으로 나누어 서술한다.

<‘수학과 사회 통합형’인 경우>

- 학습 주제, 학습 목표, 교수학습 방법, 단원 간의 계열성 등을 수학과 사회의 두 가지 모두를 적는다.
- 지도상의 유의점에는 co-teaching을 염두에 두어 사회선생님 및 수학생선생님의 역할을 각각 제시한다.
- ‘수업의 흐름’에서는 사회 및 수학의 흐름을 각각 나누어 적어서 전체적인 흐름을 파악할 수 있도록 하고, 교사의 역할도 알 수 있도록 한다.

<Table 1> Example of summary table of ‘mathematical social integration type’[4]

Outline of class				
Student	High school student			
Learning topics	Social	Economic growth and life		
	Math	Utilization of definite integral		
Learning Objectives	Social	Describe the relationship between economic growth and quality of life		
	Math	The area between the two curves can be calculated using the definite integral.		
Teaching method	Teacher	Collaborative class (one in each of social (economics) department and mathematics teacher)		
	Student	Group learning		
Time	100 minutes			
Remarks on teaching guidance	1. Sequence between units			
		Learned before	In This Section	What to learn next
	Social	Cultural change and Korean culture	Economic growth and quality of life	Solving the problem of social inequality
	Math	Basic theorem of calculus and the definite integral	Area of shape	Speed and distance
	2. The introduction and final part of the class is carried out by social studies teacher			
3. In the development of class, contents of society and mathematics are carried out by the teacher of each subject.				
Flow of class				
	Step	Social studies	Mathematics	
Intro	Introduction	Will the quality of life increase if the economy grows?		
	Introduction of topics	Income distribution indicator		
Develop	Inquiry activity	Draw a Lorenz curve		
	Content learning		Find the area between two curves	
	Inquiry activity	Gini coefficient		
	Content learning		Calculating the Gini coefficient	
Final	Topic summary	Income inequality and quality of life		
	Evaluation	Evaluation		

<‘수학 중심형’인 경우>

- 학습 주제 칸에 수학은 해당 주제를 적고, 사회는 ‘관련 주제’를 적는다.

- 학습 목표, 단원 간의 계열성 등에는 수학만 적는다.
- ‘수업의 흐름’에서는 수학의 흐름을 적고, 사회는 다만 사용한 보조 자료의 주제를 적어서 수업의 흐름을 알도록 한다.

<Table 2> Example of summary table of ‘mathematics focus type’[4]

Outline of class				
Student	High school student			
Learning topics	Social	Korean arithmetic in history		
	Math	Various equations		
Learning Objectives	Social	Understand the development of arithmetic of ancient ancestors.		
	Math	Various equations and inequalities can be solved.		
Teaching method	Teacher	Math teacher 1 person(Math focus class)		
	Student	Group learning		
Time	100 minutes			
Remarks on teaching guidance	1. Sequence between units			
		Learned before	In This Section	What to learn next
	Math	System of equations	Various equations	Application of various equations
	2.We will learn about the industrial studies of our ancestors and see the relevance of mathematics and history subjects.			
Flow of class				
	Step	Social studies	Mathematics	
Intro	Introduction	Arithmetic in the Joseon Dynasty		
	Introduction of topics	Contents of the Joseon Dynasty arithmetic book		
Develop	Inquiry activity	System of equations in the Nine Chapters on the Mathematical Art		
	Content learning		System of linear equation with three unknowns	
	Inquiry activity	Quadratic equations in the ‘gu-lljib’		
	Content learning		System of quadratic equation with two unknowns	
Final	Topic summary	Arithmetic in the Joseon Dynasty	Various equations	
	Evaluation	Evaluation		

교사용 자료는 학생용 자료에 지도상의 유의점과 참고 자료 등을 상자로 표시하여 담았다. 특히, 해당 내용을 어느 교과 교사가 진행할지를 표시하였고, 수학과 교사가 단독으로 수업을 진행하는 경우를 고려하여 사회과 내용을 참고 자료로 교사용 자료에 추가로 실었다.

학생용 자료에는 다음 <Table 3>과 같이 제목, 학습 목표, 시작하는 글, 탐구 활동, 설명 글, 예제, 문제, 형성 평가를 포함하였다. 또한 시작하는 글에서 문제까지는 내용에 따라 반복할 수 있도록 하였다.

<Table 3> Composition of materials for student

Item	Contents	Remarks
title	Title of the topic	
Learning Objectives	The goal of the integrated class is divided into social studies and mathematics	
Opening	Introduction	repeat
Inquiry activity	Contents of social studies and mathematics are integrated or separated	
Explanation	Description	
Example	If necessary	
Problem	Problems in social studies or mathematics	
Evaluation	More than one social and math problem	

3.3 교수-학습자료 시범 적용

박혜숙 외[4]에서는 개발한 교수-학습자료의 현장 적합성을 높이고 자료에 대한 학생과 교사의 반응을 알아보기 위해 충북 소재 5개 고등학교의 학생 100여명을 대상으로 실험 수업을 실시한 후 학생과 교사를 대상으로 통합 교과 학습에 대한 설문 조사를 실시하였다<Table 4>.

<Table 4> Result of survey response

Item	It really is	Yes	Is average	Not like that	Not at all.
I learned more about math concepts and content through this lesson.	25.0	56.7	14.4	3.8	0.0
Through this lesson, I came to understand social concepts and contents more deeply	25.0	42.3	26.9	5.8	0.0
Through this lesson I became better able to understand the relationship between mathematics and society.	31.7	38.5	27.9	1.9	0.0
I learned better about mathematics through this lesson.	32.0	46.6	17.5	3.9	0.0
I became more interested in mathematics through this lesson.	29.8	35.6	24.0	9.6	1.0
I had difficulty in this lesson.	13.2	25.5	36.8	20.8	3.8
I enjoyed this lesson.	24.0	50.0	24.0	1.9	0.0

학생의 응답 결과를 보면 통합 교과 수업의 효과를 묻는 질문에 대하여 긍정적인 응답의 비율이 모두 65%를 넘었다. 구체적으로 학생들의 소감을 보면 ‘신선하다,’

‘재미있고 흥미롭다.’, ‘지루하지 않고 집중이 된다.’, ‘문과 과목과 이과 과목이 합해져 있어서 신기하다.’ 등의 반응이 있었다. 이와 관련하여 교사들도 학생들이 흥미를 가질 수 있는 주제로 수학을 이끌어 나가기 때문에 학생의 집중도가 올라가지만 마무리 단계에서는 문제 풀이의 어려움을 느끼는 학생이 많다고 하였다.

통합 교과 수업이 어렵다는 응답의 비율이 38.7%로 어렵지 않다는 응답 비율 24.6%보다 높게 나타났다. 이와 관련된 교사의 응답을 보면 정형화된 수학 문제를 주로 학습하던 학생들이 사회 교과에 활용된 수학 문제를 어려워한다고 하며, 타 교과에 활용되는 수학 문제를 수학 교과서에서 많이 다룰 필요가 있다고 하였다.

4. 사회 외의 교과와 수학의 통합 학습자료

수학과 타 교과와의 통합 학습자료에 대한 연구 결과들은 여러 가지가 있으나, 여기에서는 교수 및 현장 교사를 포함한 다수의 인원이 참여하여 약 2년간 학교급별로 10개씩의 학습자료를 개발하고 현장에 적용한 결과를 서술한 한국과학창의재단의 연구보고서에 초점을 맞추어서 수학과 과학, 수학과 예술, 수학과 체육, 수학과 국어의 학습 자료에 대한 것을 살펴보기로 한다.

4.1 수학과 과학 통합 학습자료

수학과 과학은 가장 밀접하게 관련되어 있어서 교과서의 예시나 도입 자료로 많이 사용되고 있다.

박영희 외[16]에서는 고등학교 수학과 과학의 통합 학습자료를 개발하였는데, 관련된 과학 분야는 물리 2개, 화학 2개, 생명과학 2개, 지구과학 1개, 기술·가정 1개이고, 세부 내용은 다음과 같다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- 다인자 유전에서 형질이 나타나는 확률(이항정리, 독립시행의 확률, 이항분포)
- 대를 거듭하면 우성만 남게 되는가?(조건부확률, 확률의 곱셈 정리)
- 종이비행기의 다양한 접기에 대한 날아가는 거리(표본평균의 분포와 모평균의 추정)
- 아르키메데스의 왕관 탐구(식의 계산, 연립방정식 풀이)
- 굴렁쇠의 한 접이 그리는 곡선의 방정식(평면곡선, 매개변수 방정식과 미분 적분)
- 소음의 크기를 로그 값으로 비교하기(지수와 로그, 상용로그)

- 원자 오비탈에 존재하는 전자의 수의 합 구하기(합의 기호와 여러 가지 수열의 합)
- 핵 분열시 방출되는 에너지의 양을 함수로 나타내기(지수 함수와 그래프)
- 태양계의 모형에 적용된 로그(지수와 로그)
- 삼각함수 배각 공식을 이용한 두 파동의 중첩 현상 설명(삼각함수)

이 연구에서는 학생들의 수학 학습에 도움이 되고자 하는 목적으로 각 자료에서 우선 배경 상황을 제시하고, 탐구문제, 탐구에 필요한 수학 학습, 탐구문제 해결, 과학적 의미 고찰의 순서로 제시하였다.

한편, 송상현 외[17]에서는 중학교 수학과 과학의 통합 학습자료 10개를 개발하였는데, 이 연구의 특징점은 개발한 자료를 학교 현장의 실제 상황에 적합하도록 수업을 적용하는 학생이나 학습 유형, 활용하는 분량 등도 지도 교사가 재구성하여 사용할 수 있도록 했다는 것이다.

우선, 자료에서는 활동 전개 내용이나 시간 배분을 변형하여 활용 가능하도록 하였다. 주제별 자료는 여러 개의 소주제 모듈로 나누어져 있으므로 총 2~3차시 분량으로 개발된 자료를 한 번에 하거나 2~3번으로 나누어 전개할 수도 있게 되어 있다. 또한, 자료에 포함된 심화 자료는 학생 수준을 고려하여 일반 학급 학생들을 대상으로 하거나 내용을 재구성하여 방과 후나 영재 학급에서도 사용 가능하도록 하였다. 그 외에 학습 유형을 달리 하여 개발 자료를 재구성할 수도 있다. 예를 들어, 교사가 설명 학습을 위한 자료로 사용할 수도 있고, 학생들의 토론식 수업을 위한 자료로도 사용할 수도 있다. 한편, 개발 자료의 일부인 읽기 자료나 동영상 자료를 정규 수업 시간에 활용하거나, 소주제 모듈을 발췌하여 방과후 수업에서도 활용 가능하도록 되어 있다.

수학과 과학의 경우는 가장 관련이 많아서 통합자료를 제시하기는 상대적으로 수월하지만 배우는 학년이 서로 달라서 어느 수준에서 제시할 것인가의 문제가 항상 대두된다. 우리나라처럼 획일적인 교육과정 하에서 교육되는 상황에서는 교육과정 제정 시에 관련 교과간의 협의를 통하여 배우는 단계를 조절할 필요가 있다.

4.2 수학과 예술 통합 학습자료

박종률 외[18]에서는 고등학교에서 활용할 수 있는 음악과 수학 및 미술과 수학의 통합 학습자료를 개발하였

는데, 자료의 개발방향으로는 교육과정을 크게 벗어나지 않는 범위에서, ‘예술적 요소’와 ‘수학적 요소’를 자연스럽게 조화시키며, 창의적인 문제해결력의 신장에 중점을 두고, 또한 자기주도적 학습능력 배양에 중점을 두도록 하였다. 그 결과 다음과 같은 자료를 개발하였다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- Escher의 작품과 원반 타일링(도형의 방정식, 삼각함수, 일차변환)
- 종이접기와 수학(수와 식, 함수, 방정식과 부등식)
- 투시원근법과 소실점을 이용한 사영평면 탐구(평면벡터, 공간도형과 공간벡터, 벡터와 행렬, 일차변환)
- 정오각형과 정칠각형의 유사비주기 타일링 구성(수열, 일차변환)
- 폴리노미오그래피를 이용하여 다항식을 그리기(방정식과 부등식, 다항함수의 미분법)
- 프랙탈 탐구하기(도형의 방정식, 일차변환)
- 로그를 이용한 유리수 음계 비교(도형의 방정식, 지수와 로그함수)
- 음악과 미술속의 변환(도형의 방정식, 함수)
- 현대음악과 수학(지수와 로그함수, 수학적 귀납법)
- 소리의 합을 삼각함수로 나타내기(삼각함수의 뜻과 그래프)

한편, 박형주[19]가 분석한 자료에 의하면 중학교 1학년 수학교과서에 나타난 통합교과는 문화예술 관련이 46.3%로 가장 빈도가 높고, 기술공학 관련이 28.6%, 자연과학 관련이 16%, 그리고 사회과학 및 인문과학 관련이 가장 낮아서 각각 5%와 4%를 차지하고 있었다.

이와 같이 문화예술 관련 내용이 소재로서는 자주 사용되고 있지만, 박종률 외[18]에서 살펴본 바와 같이 단순한 내용의 도입이 아니라 그 안에서 직접 관련 수학을 뽑아내어 수업에서의 하나의 활동으로 기획하기에는 어려움이 있음을 알 수 있다.

박종률 외[18]에서 개발한 자료들은 미술 및 음악과 관련된 내용에서 수학과 연결을 찾아 학습자료로 개발한 것인데, 소프트웨어를 활용하거나 종이접기를 하는 등 다양한 활동을 하여 학생들의 흥미를 이끌어내고 있었다. 그러나 난이도 및 교육과정과의 연계를 살펴보면 실제 수업에 적용하기에는 다소 무리가 있고, 그보다는 방과후 활동이나 동아리활동에 적합한 형태가 많이 있다.

따라서 수학과 예술의 통합 학습자료의 개발을 위해서는 기 개발된 내용을 단순화하여 보다 교육과정에 맞게 재구성하거나 새로운 소재를 발굴하여 학습자료로서

개발할 필요가 있다.

4.3 수학과 체육 통합 학습자료

전재복 외[20]가 고등학교 용으로 개발한 수학과 체육의 통합 학습자료는 ‘인간’과 관련된 역학적, 기능적 내용과, 인간이 만든 ‘경기’와 관련된 규칙, 기술, 경기장 등의 내용, 그리고 그 경기의 ‘기록’ 속에 내재되어 있는 수학적 요소를 찾아내어 자료화 한 것으로, 그 결과는 다음과 같다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- 전략줄다리기(경우의 수)
- 45도의 비밀(삼각함수)
- 런닝맨(대수)
- 류현진과 추신수(통계)
- 수학과 체육을 융합한 수리논술 토론수업(해석)
- 프레지를 이용한 수학과 체육 스토리텔링(확률)
- 내가 만드는 Stage(수열과 조합)
- 마지막 계단(수열과 수열의 극한)
- 빛보다 빠르게!! Sport Stacking(수열)
- 김연아와 함께 하는 수학시간(이차방정식, 삼각함수)

체육과 수학의 연계 자료로서 가장 대표적인 것은 대진표, 경우의 수, 확률, 경기 결과의 기록 등과 관련된 것이라 할 수 있다. 전재복 외[20]의 개발자료 역시 이러한 내용을 기초로 하고 있으며, 몸으로 표현하는 체육활동과 경기에서 사용되는 단위, 경기 속에 포함된 기하적 요소들을 포함한 자료를 사용하여 수학과 관련지었다.

특히 전재복 외[20]에서는 Fogarty[21]의 통합 유형의 형태인 거미줄형, 공유행, 실로펜형, 병렬형, 통합형에 맞추어 각각 개발하였다. 또한, 체육과 관련한 단순한 문제 풀이가 아니라 토론 활동 및 읽기자료로 활용될 수 있도록 제시하고 있다. 그러나 다소 무리한 연결도 있으며, 교육과정의 범위와 맞지 않는 자료도 있었다.

요즘 각급학교에서 체육이 강조되고 있으며, 성인이 되어서도 체육활동 및 건강생활에 대한 관심이 지대한 만큼 수학과 체육의 관련성을 보여주는 학습자료를 많이 개발하여 수학의 실용성에 대한 이해를 높일 필요가 있다. 다만, 자료의 개발 시에는 각 교육과정에 적합한 자연스러운 소재를 선택하여야 할 것이다.

4.4 수학과 국어 통합 학습자료

수학과 국어의 통합 학습자료에 대한 연구는 거의 찾아볼 수 없는데, 황선욱 외[22]는 다음과 같이 고등학교

에서 활용 가능한 10개의 통합 학습자료를 개발하였다(괄호 속은 관련 수학 내용).

- 좌표공간과 어휘의 의미관계(기하와 벡터)
- 수학적 무한과 문학적 상상력(미적분 I)
- 수학 소설과 글쓰기(기하와 벡터)
- 수열과 문장 구조(수학 II)
- 적분과 소득불평등(미적분 I)
- 증명과 논증(수학 II)
- 진법과 음양의 원리(수학 I)
- 색 이름의 수학적 탐구(수학 I)
- 집합과 품사(수학 II)
- 통계와 비판적 글 읽기(확률과 통계)

국어와 수학의 통합 자료는 양주동의 수필 ‘몇 어찌’ 및 Edwin A. Abbott가 지은 수학 소설인 ‘Flatland’를 소재로 중학교 1학년 기하와 연결하거나 Jonathan Swift의 소설 ‘걸리버 여행기’를 중학교 2학년 기하에서 닳음과 연결하는 것이 보통이고, 그 이외의 자료는 찾아보기 어렵다.

그러나 수학에서도 의사소통이 강조되며, 수학은 ‘과학의 언어’라 불리는 만큼 수학과 국어의 연관성은 깊다고 할 수 있다. 황선욱 외[22]의 연구에서는 이와 같은 점을 중요시 여겨서 수학은 ‘과학적 의사소통의 언어’이며 ‘문제해결을 위한 기술적 도구’로서의 기능을 하고 있음에 초점을 맞추고, ‘수학으로 문학작품의 독해 돕기’, ‘수학으로 문장성분을 분석하기’, ‘수학적인 글쓰기’의 세 유형의 통합 학습자료를 개발하였다. 이 자료들은 새로운 관점에서 시도한 것들이 많아서 다소 생소할지 모르지만 이를 학교현장에 적용하여 수정·보완이 이루어진다면 수학의 ‘언어’로서의 기능을 충실히 할 것으로 여겨진다.

5. 결론 및 제언

수학은 국어, 영어와 함께 초중등교육의 근간을 이루는 기본 교과목이다. 특히 수학 교과는 논리적 사고력과 추리력을 기르는 도구 과목이기 때문에 세계 각국에서는 수학교육을 통해 우수한 인재를 양성하고자 국가적 차원에서 관심을 가지고 지원하고 있다.

수학은 국가 경쟁력의 원천이자 허브 학문으로서 그 유용성은 과학뿐만 아니라 금융, 경제, 사회 등 다양한 분야에서 인정되고 있다. 그러나 우리나라에서는 이처럼 다양한 분야에 대한 수학적 방법의 적용과 관련된 연구

가 충분치 못하여 허브 학문으로서의 역할을 제대로 수행하지 못하고 타 분야와의 융합을 경험할 수 있는 교수-학습자료도 많지 않다.

타 교과와의 경우는 요즘 화두가 되는 증강현실이나 사물인터넷, 빅데이터 등과 관련된 통합자료를 개발하거나 [23, 24, 25], 멀티미디어 활용 자료를 개발하고 있는데 [26, 27], 수학 교과와의 경우도 이와 관련된 연구가 있었지만, 본 연구에서는 고등학교 교육과정 내에서의 통합교수-학습자료에 초점을 맞추어 살펴보았다.

즉, 본고에서는 수학과 타 교과 통합 교수-학습의 유형과 국내의 통합 교육 사례 그리고 수학과 사회의 통합 학습자료의 개발에 대하여 알아보았으며, 문헌연구를 통하여 과학, 예술, 체육, 국어와의 통합 학습자료의 개발도 알아보았다.

이러한 통합 교수-학습자료 개발은 다음의 몇 가지 측면에서 의의가 있을 것으로 보인다.

첫째, 수학과 타 교과 사이의 통합 교수-학습을 통하여 타학문 분야에 포함되어 있는 수학적 개념이나 원리 등을 탐색·이해하여 수학의 유용성과 실용성에 대한 인식을 제고시킨다.

둘째, 수학과 타 교과 사이의 통합 교수-학습을 통하여 학생들의 수학에 대한 흥미와 긍정적 태도를 제고하고 문제해결력을 신장시킨다.

셋째, 통합적인 시각을 기르고 실생활에서의 문제해결 능력을 배양할 수 있는 통합 교수-학습 및 자료 개발을 위한 모델을 탐색한다.

넷째, 수학과 타 교과 사이의 통합 교수-학습을 위한 학습자료의 다양화 및 이에 따른 새로운 교수-학습의 실현에 이바지한다.

한편, 이러한 통합 학습자료의 개발시에는 수학과 연계된 각 교과의 특성을 잘 살펴보아야 하며, 앞의 4장에서 언급한 바와 같이 각 학교급에서의 해당 개발 자료의 적용 시기나 실제 수업에서의 적용가능성 여부도 면밀히 점검해 보아서 개발한 자료가 단순히 개발에만 그치지 않고 실효성을 거둘 수 있는 자료로 수정·보완을 거듭해야 할 것이다.

또한, 본 연구를 토대로 보다 풍부하고 다양한 교과 간 통합 교수-학습자료가 개발되고 활용되기를 기대한다.

REFERENCES

- [1] National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM. 1989
- [2] National Council of Teachers of Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM. 2000
- [3] National Council of Teachers of Mathematics. Connecting Mathematics across the Curriculum: The 1995 Yearbook. Reston, VA: NCTM. 1995
- [4] H. S. Park, etc., Developing integrated teaching materials of mathematics and social studies(including history) for high school. Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2014
- [5] H. S. Park, etc.. Developing integrated teaching materials of mathematics and social studies for the middle school level. Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2013
- [6] Cambridge Conference on School Mathematics, Goals for the correlation of elementary science and mathematics : the report, Education Development Center, Newton, MA, 1969
- [7] M. A. Huntley, Theoretical and Empirical Investigations of Integrated Mathematics and Science Education in the Middle Grades. the Annual Meeting of the American Educational Research Association. 1998
- [8] J. B. Ingram, Curriculum integration and lifelong education. NY : Pergamon Press. 1979
- [9] D. H. Kim, etc, Research and development of interdisciplinary integrated learning program, Ministry of Education & Human Resources Development, 2006
- [10] S. M. Drake, Planning integrated curriculum. Alexandria, VA : Association for Supervision and Curriculum Development. 1933
- [11] M. J. Kim. Influence of Mathematics on science : Centering around the curriculum in high school. Kyungseong University, Master Thesis, 1996

- [12] E. J. Shin, "A Case Study on Learning of Fundamental Idea of Calculus in Constant Acceleration Movement", Journal of Educational Research in Mathematics, 16(1), pp. 59-78, 2006
- [13] K. S. Ahn, A Study on Teaching Guidance of Function Unit in Middle School Connected to Science Course, Dankook University, Master Thesis, 2006
- [14] J. H. Kim. A study for integration of math curriculum and science curriculum. Hanyang University, Master Thesis, 2008
- [15] B. E. Suh etc., "The Analysis of the Tendency that the Understanding of Mathematics Affects the Learning of Science and the Research on the Connection between the Two Subjects", Journal of the Korean School Mathematics Society, 11(4), pp. 677-694, 2008
- [16] Y. H. Park etc., The development of mathematics & science integrated resources for teaching and learning in high school, Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2014
- [17] S. H. Song etc., Development of teaching-learning material integrated math and science, Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2013
- [18] C. Y. Park etc., Development of teaching and learning materials integrating art and mathematics for high school students, Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2014
- [19] H. J. Park, A Study on analysis of Mathematical textbook based on STEAM Education, Ewha Womans University, Master Thesis, 2012
- [20] J. B. Jun etc., Development of teaching and learning materials integrating physical and mathematical education in high school, Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2014
- [21] R. Fogarty, The mindful school : How to integrate the curriculum. Palatine, IL:IRI/Skylight. 1991
- [22] S. W. Hwang etc., Development of Teaching and Learning Resources Combining Highschool Mathematics and Korean Literature, Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity, 2014
- [23] S. Y. Pi, M. S. Lee, "Developing a Convergent Class Model of Augmented Reality and Art", Journal of digital Convergence , Vol. 14, No. 5, pp. 85-93, 2016.
- [24] K. H. Choi, J. H. Park, "The Analysis of Public Awareness about Literary Therapy by Utilizing Big Data Analysis - The aspects of convergence literature and statistics", Journal of digital Convergence , Vol. 13, No. 4, pp. 395-404, 2015.
- [25] C. J. Chae, H. J. Cho, "Smart Fusion Agriculture based on Internet of Thing", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 7. No. 6, pp. 49-54, 2016.
- [26] H. S. Woo, M. R. Yeom, D. Y. Jung, "An Analysis on the UCC Media for STEAM Integrated Education", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 7 No. 1, pp. 43-48, 2016.
- [27] Y. H. Lee, Y. K. Lee, H. J. Cho, J. H. Lee, "Development of Multimedia Contents System for Gogurye Ancient Tomb Mural", Journal of the Korea Convergence Society, Vol. 4, No. 4, pp. 13-19, 2013.

저자소개

박혜숙(Hye Sook Park) [정회원]



- 1981년 8월 : 서울대학교 대학원 수학교육과 (교육학석사)
- 1992년 3월 : 일본 Tohoku대학교 대학원 수학과 (이학박사)
- 1992년 3월 ~ 현재 : 서원대학교 수학교육과 교수

<관심분야>

수학교육, 기하학, 대수기하