

<응용논문>

DOI <https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.8.791>

ISSN 1226-4873(Print)

2288-5226(Online)

모델리카를 이용한 2자유도 시스템 진동해석 및 파라미터 설계

유 영 민* · 이 종 수*†

* 연세대학교 기계공학부

Vibration Analysis and Parameter Design of Two Degree of Freedom System Using Modelica

Yeongmin Yoo* and Jongsoo Lee*†

* School of Mechanical Engineering, Yonsei Univ.

(Received January 17, 2017 ; Revised May 4, 2017 ; Accepted May 10, 2017)

Key Words: Modelica(모델리카), Acausal Programming(비인과적 프로그래밍), Simulation Language(시뮬레이션 언어), Vibration Analysis(진동 해석), Parameter Design(파라미터 설계)

초록: 오늘날, 다양한 공학분야의 현장에서 제품개발을 위한 시간 및 비용을 단축하기 위해서 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하고 있다. 시뮬레이션의 범위가 점차 넓어짐에 따라 기계, 유압, 전기, 열 등의 여러 개의 물리 영역을 포함하는 복잡하고 다양한 공학분야의 시스템을 멀티도메인으로 구성하여 통합적인 시뮬레이션을 하는 방법이 필요하다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 시뮬레이션을 효과적으로 기술하고 구현할 수 있도록 고안한 언어가 모델리카이다. 시스템을 모델링하고 시뮬레이션 하기 위해서는 물리적 모델을 크게 인과적 접근과 비인과적 접근으로 구분할 수 있다. 모델리카의 가장 큰 특징은 비인과적 프로그래밍 방식으로, 본 연구에서는 비인과적 프로그래밍인 모델리카에 대한 간단한 개념과 사용법을 소개하고 모델리카를 이용하여 2자유도 시스템의 진동해석과 그에 알맞은 파라미터를 설계하고자 한다.

Abstract: Today, we are using computer simulations in various engineering disciplines to reduce the time and cost of product development. The scope of simulations is increasingly complex and diverse for different fields such as mechanical, electrical, thermal, and fluid. Thus, it is necessary to use integrated simulations. In order to overcome these problems, a language has been developed to effectively describe and implement simulations is Modelica. To model and simulate a system, physical models can be broadly divided into causal and acausal models. The most important feature of Modelica is acausal programming. In this study, we will introduce simple concepts and explain about the usage of Modelica. Furthermore, we will explain the vibration analysis of a two degree-of-freedom system and the design of appropriate parameters by using Modelica.

- 기호설명 -

m : 계의 질량 [kg]
 k : 스프링 상수 [N/m]
 c : 감쇠 계수 [N · s/m]
 x : 질량의 변위 [m]
 F_{up} : 계에 작용하는 외력 [N]

$X(s)$: $x(t)$ 의 라플라스 변환
 $F_{up}(s)$: $F_{up}(t)$ 의 라플라스 변환

1. 서론

오늘날, 다양한 공학분야의 현장에서 제품개발을 위한 시간 및 비용을 단축하기 위해서 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하고 있다. 현재까지는 실제의 상황을 간단하게 모형화하여 시뮬레이션을 통해 실제 실험과 같은 결과를 얻어내기 위해 각 분야

† Corresponding Author, jleej@yonsei.ac.kr

의 전문화된 프로그램을 사용하는 것이 효과적이라고 여겨지고 있지만, 기계, 유압, 전기, 열 등의 여러 개의 물리 영역을 포함하는 복잡하고 다양한 공학분야의 시스템을 멀티도메인(multi domain)으로 구성하여 통합적으로 시뮬레이션을 하는 방법이 필요하다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 시뮬레이션을 효과적으로 기술하고 구현할 수 있도록 고안한 언어가 모델리카(Modelica)이다.⁽¹⁾ 모델리카를 소개하는 논문⁽²⁾ 중 다음과 같은 특징이 기술되어 있다. 모델리카는 복잡하고 큰 불균일 물리계를 시뮬레이션 하기 위해 개발된 객체 지향(object oriented) 시뮬레이션 언어이다. 모델리카는 한 모델에서 사용된 컴포넌트(components)들을 재사용 가능하며, 수학적 언어로 표현된 시스템을 모델링하기 쉽고, 모델에 대한 다면적 분석이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 모델리카 언어의 가장 큰 특징은 비인과적 프로그래밍(acausal programming) 방식을 따르는 것이다. 인과적 프로그래밍(causal programming)에서는 Fig. 1의 (a)에 나타난 것처럼 처음 단계에서 마지막 단계까지의 모든 과정이 순차적으로 진행되므로 수정 과정에서의 단점이 있다. 한 단계를 위해서 그 전 단계와 이후의 단계를 모두 맞춰서 변경해 주어야만 한다. 그리고 수정된 단계는 이후의 단계에만 영향을 미친다. 반면에 Fig. 1의 (b)와 같이 나타낸 비인과적 프로그래밍 방식은 중간 단계의 하나의 요소를 변경하면 해당되는 전과 후의 단계에서 상관관계가 있는 요소에 영향을 미치며 따라서 시뮬레이션 구현에 보다 실제적이다.⁽³⁾

본 연구에서는 모델리카에 대한 간단한 개념을 소개하고 모델리카를 이용하여 시스템의 위, 아래의 수직방향으로 움직이는 2자유도(degree of freedom, DOF) 시스템의 진동모델을 구성한 후, 실험계획법인 중심합성계획법을 통해 스프링과 댐퍼에 해당하는 파라미터를 설계하여 모델의 응답을 확인하고자 한다. 이러한 결과값을 바탕으로 추후 연구 진행 예정인 디스크형 풍력발전 시스템 모델

을 제시하고자 한다. 디스크형 풍력발전 시스템은 풍력에 의해 디스크 블레이드가 상, 하 방향으로 움직이면서 발전을 하는 시스템이다. 이에 따라 모델리카를 이용하여 양력 및 항력에 대응한 외력을 2자유도 진동 시스템에 적용하였고, 시스템으로부터 얻을 수 있는 출력을 확인하고자 한다.

2. 모델리카 소개

모델리카 언어를 이용하여 시뮬레이션 하기 위해서 Open Source Modelica Consortium에서 제공하는 오픈모델리카(OpenModelica) 툴을 사용하여 연구를 진행하였다.

모델리카는 시간에 따라 변하는 동적인 계, 자연적인 것이나 인공적인 것 등을 컴퓨터에서 시뮬레이션 할 수 있도록 정의하고 기술할 수 있는 특징이 있다. 객체 지향적이고 방정식 기반의 언어로 특히 고성능을 요구하는 복잡한 계를 기술하기에 적합하도록 설계되어있다. 모델리카의 네 가지 특징은 다음과 같다.⁽⁴⁾

- 모델리카는 대입문(assignment statement)이 아닌 방정식에 기반하고 있다. 방정식은 변수들 사이의 자료의 흐름 방향을 필요로 하지 않기 때문에 모델리카는 비인과적인 모형을 기술하는 데 적합하고 효율적으로 클래스를 재사용할 수 있다.
- 모델리카는 다양한 물리적 계를 포함하는 모형을 제작할 수 있다. 이는 모델리카의 기본 컴포넌트들이 전기, 역학, 열, 유체 그리고 조절장치 등과 같이 다양한 물리적 객체에 해당하고 이들이 서로 연결될 수 있기 때문에 가능하다.
- 모델리카는 다른 객체지향 언어와 같이 일반적인 객체의 개념과 상속의 개념을 구현한 객체지향 언어이다. 이 특징은 부품을 재사용할 수 있도록 해주고 모형의 성능을 지속적으로 개선할 수 있다.
- 모델리카는 강한 소프트웨어 부품 모형을 구현하였고, 이를 생성하고 서로 연결할 수 있다. 따라서 모델리카는 복잡한 물리적 계의 툴을 기술하기에 적합하고 소프트웨어 계의 확장이다.

3. 수학적 모델

3.1 지배방정식

모델리카를 이용하여 진동해석을 하기 위해 먼

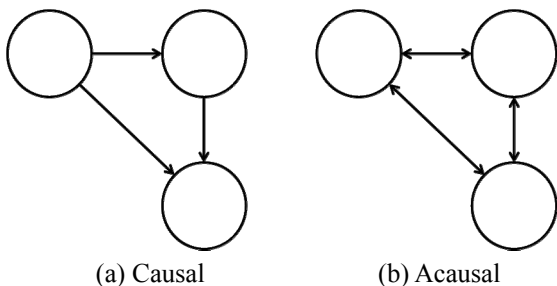
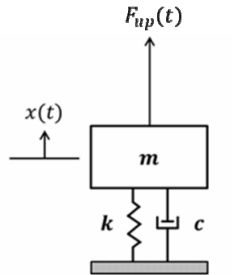
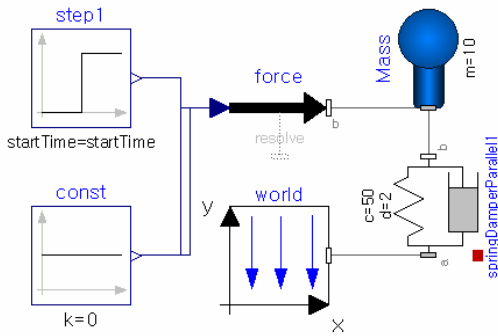


Fig. 1 Causal and acausal approach



(a) 1-DOF system



(b) 1-DOF system in Modelica

Fig. 2 Simple DOF system

저 1자유도에 대한 응답을 고려하고자 한다. 모델은 Fig. 2(a)와 같이 질량에 스프링-댐퍼가 장착된 시스템으로, 수직방향으로 외력을 받는 질량이고, 진동할 때의 운동방정식은 다음과 같이 기술한다.⁽⁵⁾

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_{up}(t) \quad (1)$$

시간 함수에 대한 운동방정식의 해를 구하기 위해 식 (1)에 라플라스 변환(laplace transform)을 취해주어 다음과 같이 입력에 대한 출력을 전달함수(transfer function)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{X(s)}{F_{up}(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2)$$

입력함수 $F_{up}(s)$ 를 계단 함수(step function)로 가정하면 최종 출력함수는 다음과 같다.

$$F_{up}(s) = \frac{1}{s} \quad (3)$$

$$X(s) = \frac{1}{ms^3 + cs^2 + ks} \quad (4)$$

3.2 모델 검증

본 연구에서는 모델리카를 이용하여 진동 모델을 구성하고, 결과값에 대한 검증을 한 후 더 복

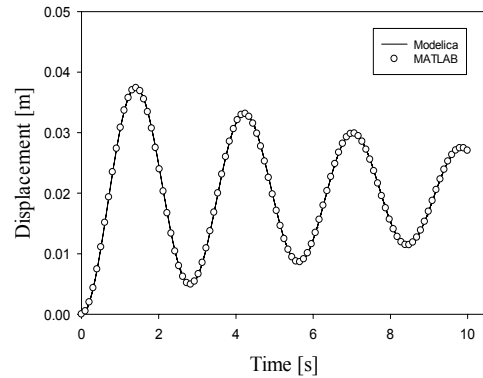


Fig. 3 Compare results

잡한 시스템을 구성하고자 한다. 가장 먼저 모델리카를 이용하여 1자유도 진동모델을 구성하였고, Fig. 2(b)에 나타내었다. 구성한 진동모델의 응답을 검증하기 위해 MATLAB과 비교를 진행하였다. 이때 선정한 파라미터는 질량 10 kg, 스프링 상수 50 N/m, 댐퍼 상수는 2 N·s/m이다. 모델리카와 MATLAB을 이용하여 비교한 결과는 Fig. 3에 나타내었다. 비인과적 프로그래밍 방식을 따르는 모델리카와 인과적 프로그래밍 방식을 따르는 MATLAB의 비교를 통해 두 프로그램간의 해석 값이 일치 하다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 다물리 복합 시스템의 해석을 효과적으로 할 수 있는 모델리카를 이용하여 진동 해석에 필요한 파라미터 설계를 한 후 시뮬레이션을 통해 얻은 출력 값을 바탕으로 향후 진행할 연구에 에너지 변환 시스템을 구성하고자 한다.

4. 진동해석

4.1 모델 선정

본 연구에서 제시하는 모델은 디스크형 블레이드⁽⁶⁾로서 타워의 위, 아래 방향으로 스프링-댐퍼를 구성⁽⁷⁾하여 2자유도 시스템의 진동해석을 진행하였다. 블레이드 모델에 대한 형상은 Fig. 4에 나타내었다. 블레이드 모델의 파라미터는 형상 설계변수에 따라 구조해석 결과를 바탕으로 ABAQUS 6.12에서 확인을 하였고, Table 1과 같이 나타내었고, 모델리카 내의 Body Shape블록에 적용하였다.

4.2 초기 조건

질량-스프링-댐퍼 시스템의 전체 높이는 10 m, 블레이드 모델의 초기조건으로는 초기위치 5 m, 초기속도 0 m/s으로 제한하였다. 시스템에 작용하는 외력은 ANSYS Fluent를 사용하여 풍속 조건이 11 m/s일 때, 본 연구에서 제시하는 모델의 수직

Table 1 Parameter of blade model

Mass [kg]	Center of mass [m]		Inertia tensor [kg · m ²]	
			I_{xx}	I_{yy}
662	x	8.34×10^{-12}	I_{xx}	238.74
			I_{yy}	18.386
	y	4.57×10^{-4}	I_{zz}	238.740
			I_{xy}	-1.29×10^{-10}
	z	-9.45×10^{-10}	I_{yz}	5.79×10^{-9}
			I_{zx}	-2.72×10^{-15}

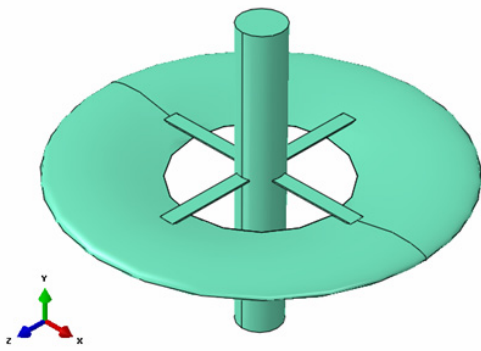


Fig. 4 The shape of blade model in Abaqus CAE

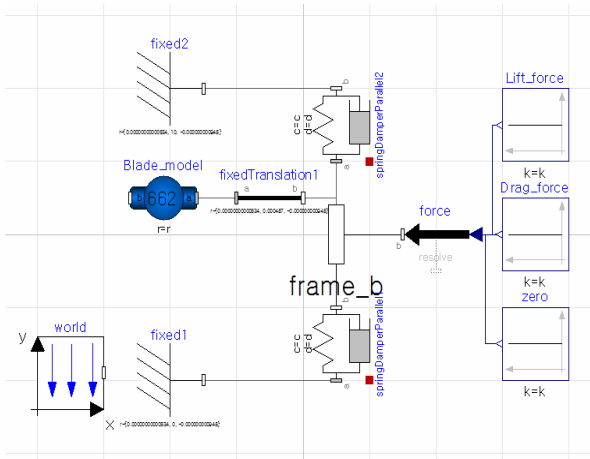


Fig. 5 The blade model with spring and damper

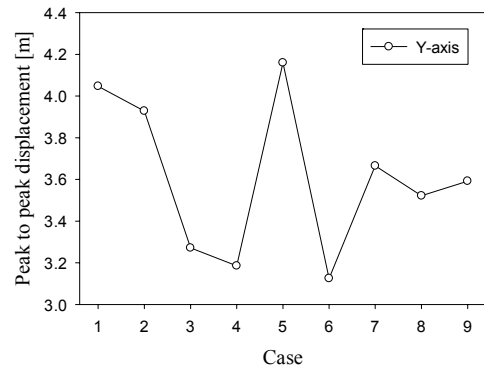
방향 y축, 수평 방향 x축으로 작용⁽⁸⁾하는 양력 5.853 N, 항력 1.883 N에 대한 데이터를 얻어내었다. 각 축에 작용하는 외력을 블레이드 모델의 질량 중심 방향으로 적용하여 2자유도 진동에 대한 해석을 진행하였다. 이 때 z축 방향의 힘은 고려하지 않았으며, 모든 시뮬레이션 과정은 0~100초까지로 동일하다.

4.3 파라미터 설계

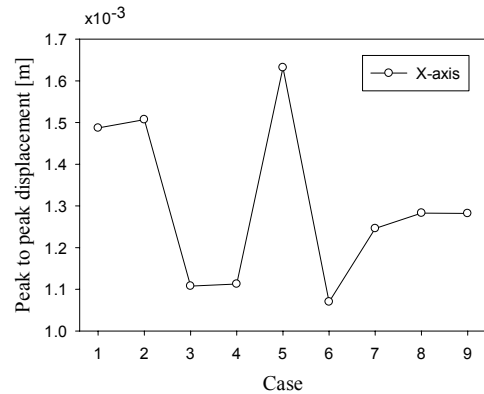
선정 한 질량에 대해서 시스템의 진동해석을 하기 위해 스프링 상수(x_1)와 댐퍼 상수(x_2)를 설계변

Table 2 Design of experiment

Experiment No. (Case)	x_1 [N/m]	x_2 [N · s/m]
1	1573.22	15.8579
2	1573.22	44.1421
3	1926.78	15.8579
4	1926.78	44.1421
5	1500	30
6	2000	30
7	1750	10
8	1750	50
9	1750	30



(a) Peak to peak displacement of Y-axis



(b) Peak to peak displacement of X-axis

Fig. 6 Peak to peak values corresponding to the forces

수로 지정하였다. 설계변수를 구하기 위해 실험계획법(design of experiment)⁽⁹⁾인 중심합성계획법(central composite design)을 사용하여 실험계획을 구하여 Table 2에 나타내었다. 실험횟수는 9회이고, 설계범위는 다음과 같이 제한하였다.

$$1,500 \leq x_1 \leq 2,000 \tag{5}$$

$$10 \leq x_2 \leq 50 \tag{6}$$

4.4 설계변수에 따른 진동해석 결과

선정한 모델에 대해서 스프링-댐퍼 시스템을 구성한 후 x 축 방향, y 축 방향의 외력에 대한 진동해석을 수행하였다. Fig. 6은 스프링-댐퍼의 설계변수에 따른 2자유도 진폭의 최대 변위 값 (peak to peak values)을 나타낸다. 측정 구간은 디스크형 블레이드가 외력을 받아 움직일 때의 초기 최대 변위 값이다. 실험계획에서 구한 설계변수에 따르면 스프링 상수(x_1)가 가장 최소가 되는 Case 5에서 양력에 의한 최대 변위가 일어나고, 마찬가지로 항력에 대해서도 큰 반응을 보인다. 반대로 스프링 상수가 가장 최대가 되는 Case 6에서 양력과 항력에 대한 반응이 가장 작게 일어나는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서 적용한 실험계획법에 대해서 댐퍼 상수(x_2)보다 스프링 상수가 진동 응답에 더 민감한 변수인 것으로 판단 된다. 시스템이 정상상태일 때의 평균적인 변위 응답은 Fig. 7과 같이 확인할 수 있다. 또한 항력에 의한 진동 응답은 매우 작은 것에 비해 양력에 의한 반응이 더 크다는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 Fig. 6과 Fig. 7을 비교해보면, Case 5의 스프링 상수가 가장 최소가 됨에 따라 초기위치 5 m에서부터 최대 변위로 움직여 약 2.8 m의 위치에서 평균적인 변위를 갖는 것을 확인할 수 있다.

Table 3 Response of vibration

Case	Peak to Peak displacement [m]		Averaged displacement [m]	
	Y-axis	X-axis	Y-axis	X-axis
1	4.04	1.48×10^{-3}	2.93	6.01×10^{-4}
2	3.92	1.50×10^{-3}	2.94	6.01×10^{-4}
3	3.27	1.11×10^{-3}	3.31	4.87×10^{-4}
4	3.18	1.11×10^{-3}	3.31	4.87×10^{-4}
5	4.15	1.63×10^{-3}	2.83	6.29×10^{-4}
6	3.12	1.07×10^{-3}	3.37	4.68×10^{-4}
7	3.66	1.24×10^{-3}	3.14	5.39×10^{-4}
8	3.52	1.28×10^{-3}	3.14	5.40×10^{-4}
9	3.59	1.28×10^{-3}	3.14	5.40×10^{-4}

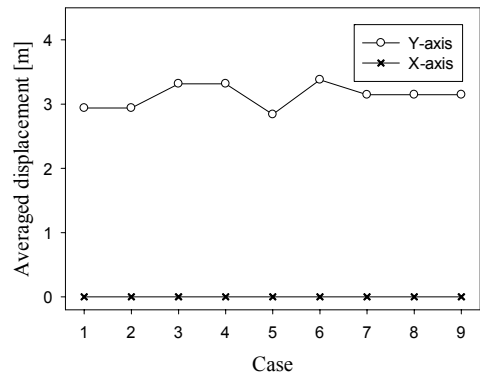


Fig. 7 Averaged values corresponding to the forces

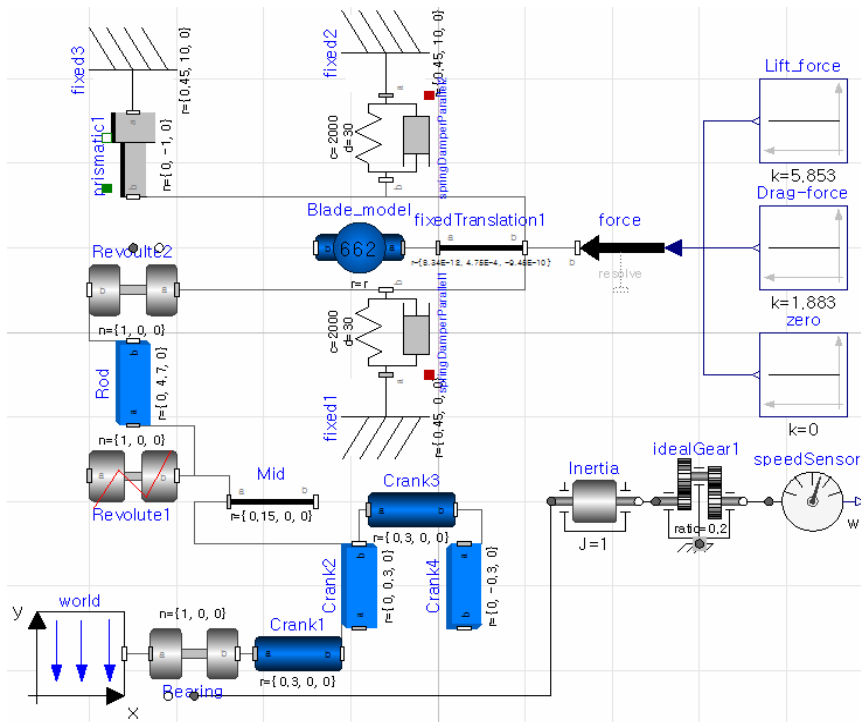


Fig. 8 The extended 2-DOF vibration system

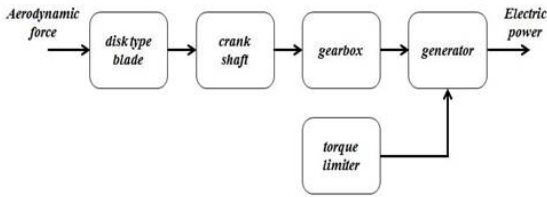


Fig. 9 Logical scheme of the system

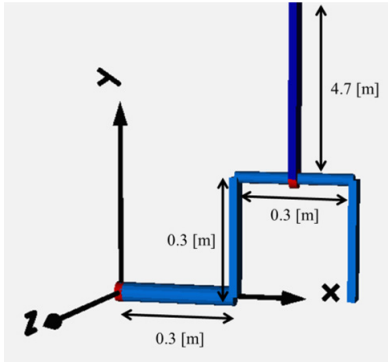
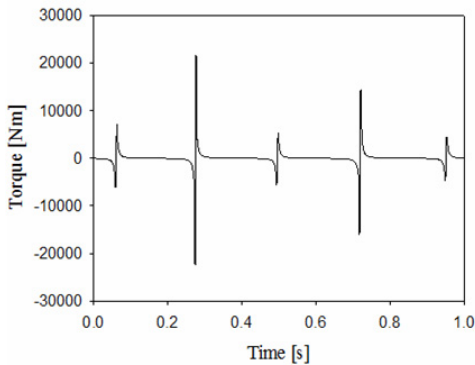
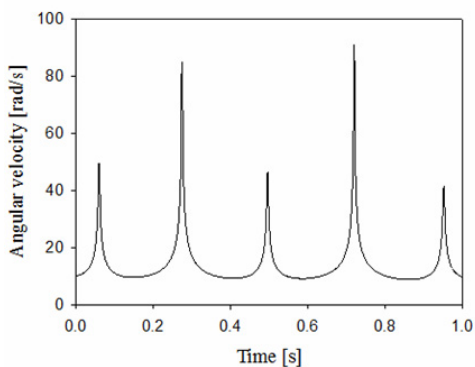


Fig. 10 Crank shaft size



(a) Torque [N · m]



(b) Angular velocity [rad/s]

Fig. 11 Torque and angular velocity in case 5

5. 에너지 변환 메커니즘

진동해석 후 출력으로 발생하는 병진운동에 대한 변위를 회전운동⁽¹⁰⁾으로 변환시키고자 크랭크

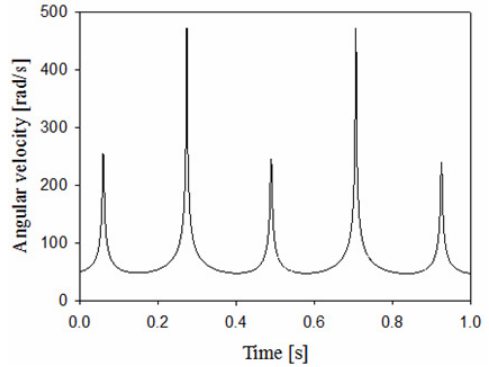


Fig. 12 Angular velocity of Gear in case 5

축(crank shaft) 모델⁽¹¹⁾을 구성하였다. 디스크형 블레이드 시스템과 크랭크 축 및 기어박스에 대한 모델을 Fig. 8과 같이 구성하였다. 따라서 풍력발전기의 드라이브트레인(drivetrain) 모델의 개념도는 Fig. 9와 같으며 본 연구에서는 기어박스와 연결되는 발전기 및 제어 시스템에 대한 모델은 고려하지 않았다. 크랭크 축의 규격은 Fig. 10과 같이 선정하였고, 이를 모델리카 3D애니메이션(Modelica 3D animation)을 이용하여 나타내었다. 크랭크 로드(crank rod)를 포함한 크랭크 축의 밀도는 1 kg/m^3 로 동일하게 설정해주었다. 크랭크 로드의 길이는 4.7 m로 선정하였고, 디스크형 블레이드와 크랭크 축 사이에 연결 되어 크랭크 축의 회전운동을 가능하게 만들어준다. 향후 진행할 연구로 디스크형 블레이드에 대한 출력에너지를 얻기 위해 본 연구에서는 먼저 진동해석을 통해 설계변수에 따른 각 모델의 응답을 확인하고, 회전운동으로 변환 될 때 크랭크 축으로부터 발생하는 토크와 각속도 및 기어박스로부터 발생하는 각속도를 확인하고자 한다. Case 5의 디스크 블레이드가 외력을 받아 상하운동을 할 때 크랭크 축에 의해 발생하는 토크와 각속도를 Fig. 11에 나타내었다. 또한 크랭크 축으로부터 발생하는 각속도로부터 기어비(gear ratio)가 1:5인 기어로부터 발생하는 각속도는 Fig. 12에 나타내었다.

6. 결론

본 연구에서는 비인과적 프로그래밍인 모델리카에 대해 소개하고, 모델리카를 이용한 스프링-질량계의 2자유도 시스템을 구성하였다. 스프링 상수와 댐퍼 상수를 설계변수로 하여 실험계획법을 통해 파라미터를 설계하였다. 설계변수에 따른 디스크형 블레이드의 진동해석을 진행하였고, 외력에 따른 응답을 확인하였다. 본 논문에서 설계한

변수 중 스프링 상수가 댐퍼 상수보다 진동 응답에 더 민감한 변수로 발생하였고, 특히 Case 5의 초기 응답이 가장 크게 나타나는 것을 확인하였다. 이러한 출력값을 바탕으로 왕복운동 하는 질량-스프링-댐퍼 시스템을 크랭크 축을 이용하여 회전운동으로 변환하는 모델을 구성하였고, 각 조건에 따른 토크와 각속도를 확인하였다. 향후 본 결과를 바탕으로 하여 에너지를 출력으로 하는 모델을 구성하고, 설계한 파라미터에 따른 디스크형 블레이드의 출력을 얻는 것을 수행할 계획이다. 본 연구를 바탕으로 모델리카는 수식기반, 비인과적 시뮬레이션 틀이어서, 모델의 수정 절차의 고려가 필요 없다는 것을 확인할 수 있었다. 다시 말해 따로 수식을 정의할 필요 없이 모델링 하고자 하는 해당 블록의 용도와 블록간의 관계만을 정확하게 알고 있다면 수정 및 변경이 용이하고 따라서 시스템 모델의 작성에 매우 유리하다는 것을 확인할 수 있다. 모델리카의 한계점으로는 현재 오픈 소스로 지원하고 있는 오픈모델리카 틀 내에서 지원하는 시스템 라이브러리들에 대해 아직까지 호환 되지 않는 라이브러리들에 대한 지원이 필요하다고 판단된다.

후 기

본 연구는 산업통상자원부(MOTIE)와 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 20163030024420)

참고문헌 (References)

- (1) Michael, T. M., 2001, "Introduction to Physical Modeling with Modelica," *Kluwer Academic Publishers*, Norwell, Massachusetts, Vol. 1, pp. 3~15.
- (2) Lee, C. G., Ji, M. G., Choi, T. L., Han, Y. S. and Hyun, B. H., 2014, "Discrete Event Simulation Using Modelica Language," *Proceeding of the Korea Society for Simulation*, pp. 27~30.
- (3) Jeong, J. W. and Park, C. S., 2010, "Use of an Acausal Simulation Tool, Modelica for a Building Envelope," *Proceeding of the Korean Institute of Architectural Sustainable Environment and Building Systems Annual Meeting*, pp. 215~218.
- (4) Kim, Y. J., 2016, "Uncertainty and Bayesian Decision Making of a Double Glazing System using Modelica Model and Monte Carlo Sampling Method," *Proceeding of the Korean Institute of Architectural Sustainable Environment and Building Systems Annual Meeting*, pp. 257~265.
- (5) Singiresu S. R., 2005, "Mechanical Vibration," Vol. 4, No. 2, *Pearson Education Korea*, Seoul, pp. 336~349.
- (6) Kim, Y. J., Yoo, Y. M., Lee, S. Y., Yoon, J. H. and Lee, J. S., 2016, "Strength Analysis of Disk-shaped Wind Turbine Structure with Change of Blade Shape and Fluid Load Distribution," *Proceeding of the Korean Society of Mechanical Engineers*, pp. 3277~3279.
- (7) Otter, M., Elmquist, H. and Mattsson, S. E., 2003, "The New Modelica Multibody Library," *Proceeding of the 3rd International Modelica Conference*, pp. 311~330.
- (8) Marzouk, O. A., 2010, "Characteristics of the Flow-Induced Vibration and Forces With 1- and 2-DOF Vibrations and Limiting Solid-to-Fluid Density Ratios," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 132, No. 4.
- (9) Lee, S. B., Jang, Y. J., Yim, H. J., Nah D. B., 2009, "Optimum Design of SUV Suspension Parameters Considering Rollover Stability," *Jorunal of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 18, No. 4, pp. 410~416.
- (10) Donida, F., Ferreti, G., Savaresi, S. M., Schiavo, F., and Tanelli, M., 2006, "Motorcycle Dynamics Library in Modelica," *Proceeding of the 5th International Modelica Conference*, pp. 157~166.
- (11) Otter, M., Elmquist, H. and Mattsson, S. E., 1999, "Modelica Hybrid Modeling and Efficient Simulation," *Proceedings of the 38th IEEE Conference*, Vol. 4, pp. 3502~3507.